بررسی آثار حرارتی لیزر میلهای تحت دمش پیوسته گوسی و سویر گوسی

استادیا، ، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فنی و مهندسی گلپایگان، گلپایگان، ایران

حكىدە

در مقاله حاضر، توزیع غیریکنواخت دما و آثار آن در بلور میلهای که تحت پرتوهای گوسی و سوپرگوسی قرار دارد، به روش تحلیلی بررسی میشود. بلور بهصورت یک میله با خواص ترمومکانیکی ایزوتروپیک فرض شده که با استفاده از پرتوهای دمش طولی برانگیخته میگردد. پرتوی دمش به سه صورت گوسی، سوپر گوسی مرتبه دوم و سوپر گوسی مرتبه سوم در نظر گرفتهشده و اثرات هریک بر توزیع دما و عدسی گرمایی بایکدیگر مقایسه میشود. با توجه به نوع پرتو دمشی، توان گرمایی ایجادشده در داخل بلور، در هر یک از حالتهای گوسی و سوپرگوسی محاسبهشده و معادله 🛛 توزیع دما به روش تحلیلی حل شده و در ادامه یک فرم بسته برای توزیع دمای بلور تعیین میگردد. پاسخ بهدستآمده با نتایج المان محدود و تجربی مقایسه و در نهایت توزیع دما و میزان عدسی شدگی در توانهای مختلف محاسبه میشود. نتایج نشان میدهد که در دمش سوپر گوسی، بیشینه دما کوچکتر از دمش گوسی بوده و نقطه کانونی در فاصله بزرگتری (از سطح ورودی دمش) نسبت به حالت گوسی اتفاق می افتد.

واژههای کلیدی: یاسخ تحلیلی، دمش ییوسته، دمش سویر گوسی، عدسی شدگی.

Analysis of Thermal Effects of Rod Laser under Gaussian and Super Gaussian Pumping

M. Mojahedi

Department of Mechanical Engineering, Golpayegan University of Technology, Golpayegan, Iran

Abstract

In this paper, thermal effects of Gaussian and super Gaussian pumping on the rod laser are analytically investigated. The crystal is considered as a rod, with isotropic thermomechanical characterizations, which is end-pumped. The intensity distribution of pumping spot is considered in three-types including Gaussian, second order and third order of super-Gaussian, and effects of any type on the thermal distribution and thermal lensing are compared with each other. First, the heat generations due to emission in the crystal are calculated for Gaussian and super Gaussian pumping and then the equation of temperature distribution is analytically solved and a closed form solution for temperature distribution of the rod laser is obtained. The analytical results are compared with the results of finite element method. Thereupon, the temperature distributions and the values of thermal lens for various pumping powers are calculated. The results show that calculated maximum temperature for Gaussian case is lower than for supper-Gaussian cases. In addition, the distances between focal point and the input pumping plane obtained for super-Gaussian pumping are larger than those calculated for Gaussian pumping.

Keywords: Analytical response, Continuous pumping, Super Gaussian pumping, thermal lensing.

۱– مقدمه

لیزرها ابزاری هستند که در یک فرآیند نور را با یک طول موج مشخص و بهصورت پرتوهای موازی ساطع مینمایند. نور خروجی لیزرها بهصورت تکرنگ و دارای طولموج مشخصی است که با توجه به مقدار انرژی آزادشده، میزان طولموج آن مشخص می شود. وقتی که الكترون به لايه پايين تر انتقال مي يابد نشر نور به صورت منسجم شده صورت می گیرد. این نور دارای پرتویی است که بسیار متمرکز است [1]. مبنای فعالیت لیزرها از طریق وارد نمودن انرژی به الکترونهای یک اتم و بالا بردن تراز انرژی آنها هست که منجر به انتقال الکترون از مدارهای پایین به مدارهای بالا می گردد. الکترون انتقال یافته پس از قرار گیری در مدار جدید در موقعیت ناپایدار قرار داشته و با خارج کردن انرژی، به مدار پایینی منتقل می گردد. انرژی خروجی بهصورت گرما و نور (فوتون) با فرکانس مشخص آزاد می گردد. چنانچه با تعداد زیادی از اتمها این فرآیند انجام پذیرد یک پرتو نور یکنواخت تک فرکانس تک فاز توليد مي گردد. كلمه ليزر مخفف عبارت تقويت نور توسط تابش گسیل القایی است. ابزار لیزر یک نوسانگر اپتیکی است که باریکه بسیار موازی شده شدیدی از تابش همدوس را گسیل میکند و از سه بخش چشمه انرژی خارجی یا دمنده، محیط تقویت کننده و کاواک اپتیکی یا

تشدیدگر تشکیل شده است [۲]. عناصر تشکیل دهنده یک بلور جامد، از سیستمهای دمش برای تحریک اتمها به ترازهای بالاتر، محیط فعال لیزری شامل مجموعهای از اتمها، مولکولها و یونهای موجود در شبکه و مواد اپتیکی که اجازه عبور یا نوسان باریکه پرتو را در داخل ماده فعال لیزر میدهند، تشکیل شدهاند. پرتو لیزر دارای طول موج مشخص و به صورت تکرنگ می باشد که با توجه به مقدار انرژی آزادشده، طولموج نور مشخص می شود [۳]. لیزرها با توجه به نوع ماده فعال به سه دسته لیزرهای جامد، گازی و مایع طبقهبندی می شوند. لیزرهای گازی مانند هلیوم نور مرئی تولید مینمایند. برای محدوده بالاتر از رنگ قرمز نیز از لیزر گازی استفاده می گردد. لیزر دی کسید کربن یکی از لیزرهای بالاتر از رنگ قرمز است که در فرآیند برش کاری مورد استفاده قرار می گیرد. لیزرهای گازی به دلیل کمتر بودن تعداد اتمها در واحد حجم، نیاز به فضای بزرگتری در مقایسه با لیزرهای جامد، بهمنظور تولید انرژی برابر، دارند. ازاینرو در صنایعی که نیاز به انرژی بیشتری وجود دارد از لیزرهای حالتجامد استفاده می شود. این لیزرها دارای توان بالا و کیفیت پرتو باریکه مناسب میباشند، ازاین و این لیزرها در زمینههای تحقیقاتی، صنعتی، یزشکی و نظامی دارای کاربرد گستردهای می باشند. لیزرهای حالت جامد دارای متنوع ترین منابع تابش می باشند، که در این لیزرها، طیف وسیعی از پارامترهای خروجی مانند حداکثر

[»] نوىسندە مكاتبە كنندە، آدرس يست الكترونىكى: mojahedi@gut.ac.ir تاریخ دیافت: ۹۷/۰۲/۲۹

تاریخ پذیرش: ۹۸/۰۷/۳۰

بررسي آثار حرارتي ليزر ميلهاي تحت دمش

قدرت، عرض پالس دلخواه، نرخ پالس متنوع و طول موج گسترده به دست میآید. لیزرهای حالتجامد در صنایع مختلف پزشکی (منبع تابش برای درمان)، نظامی (ردیابها و سیستمهای مادونقرمز)، سیستمهای اندازهگیری و تشخیص و فرآیندهای برشکاری و شکلدهی مورد بهرهبرداری قرار می گیرند. از لیزرهای حالتجامد مى توان به ليزرهاى نئوديوم:ياگ'، نئوديوم:فلورايدليتيم ايتريم و نئوديوم:وانادات اشاره نمود [۲-۴]. در ميان اين بلورها، بلور نئوديوم:ياگ، به دليل قابليت انتقال گرماى بالا يكى از بلورهاى پرکاربرد در لیزرهای حالتجامد است. از مواد جامد بلوری یا غیر بلوری برای محیط فعال لیزر استفاده می شود، لیزرهای حالتجامد عموماً به شکل میلهای، دیسکی و برهای ساخته می شوند. منابع دمش لیزرهای حالتجامد به دو صورت دیودی و لامپی پیوسته و پالسی هستند. منبع دمش لامپی، نور را در تمامی جهات و منبع دمش دیودی نور را به صورت صفحه ای منتشر می نماید که دارای بازده، طول عمر و کیفیت پرتو خروجی مناسب میباشد و در پیکربندی دمش طولی مورد استفاده قرار می گیرند. از لیزرهای دیودی که لیزرهای نیمهرسانا نیز نامگذاری میشوند، در دستگاه های چاپ و انواع رسانههای پخش استفاده می گردد [1]. ازنظر آرایش نوری لیزرهای حالتجامد به دو صورت طولی و عرضی تحت دمش قرار می گیرند. [۸, ۹]. در دمش طولی راستای پرتو ورودی و خروجی موازی یکدیگر و در راستای طولی میباشد و محیط بلور میتواند از طریق سیال روی سطوح جانبی خنک گردد. این دمش در لیزرهای برهای، میلهای و فیبر استفاده می شود و دارای بازده و کیفیت پرتو مناسب میباشد. در دمش عرضی پرتوهای ورودی و خروجی، عمود بر هم میباشند. این دمش بیشتر در لیزرهای میلهای استفاده می شود. به دلیل وسیع بودن انتقال گرما، مشکلات مربوط به گرما کاهشیافته و لیزر میتواند توان خروجی بالاتری در مقایسه با دمش طولی داشته باشد. در میلهی تحت دمش عرضی معمولاً پرتو ورودی از سطح جانبی میله وارد و پرتو خروجی از یکی از سطوح عمود بر محور استوانه ساطع می شود. هنگام دمش به صورت های مختلف، انرژی فوتونها همراه با مقداری گرما آزاد میشود. بنابراین میزانی از انرژی دمشی به انرژی گرمایی تبدیل میگردد که منجر به ایجاد یک منبع حرارتی در بلور شده و دمای بلور را بهصورت غیریکنواخت بالا میبرد. بالا رفتن دمای بلور منجر به مسائلی از قبیل ایجاد تنش و کرنش و عدسی شدگی حرارتی می شود. این اثرات گرمایی در بلور لیزر میتوانند، قطبیده شدن پرتوی خروجی، کاهش بازده خروجی، پدیده دوشکستی و حتی شکست بلور را به همراه داشته باشد. بنابراین بررسی توزیع گرما یکی از مباحث مهم در لیزرهای حالتجامد است [١٢-١٢].

در زمینه تحلیل ترمومکانیکی لیزرهای حالتجامد شامل میله، بره و دیسک، فعالیتهای گوناگونی در سالهای اخیر انجامشده است [۱۳, ۱۴]. در تمامی این فعالیتها توزیع دمای غیریکنواخت بلور به دست آمده و سپس با استفاده از توزیع دمای بهدستآمده، آثار حرارتی مطالعه گردیده است [16, 16]. در ادامه مروری بر این فعالیتها می-

شود. در این پژوهشها با توجه به منبع دمش، جنس و پیکربندی ماده فعال به کار رفته، دمای بلور با استفاده از روشهای مختلف تعیین گردیده است و با در نظر گرفتن دمای به دست آمده عدسی شدگی، تنشهای حرارتی و تغییرات ضرایب شکست بلور محاسبه گردیده است. در همین زمینه اگلستون و همکاران [۱۷] و کین و همکاران [۱۸] یک طرح اولیه برای توزیع دمایی و تأثیرات ترمواپتیکی روی بلور برهای ارائه دادند. ژیما و همکارانش [۴] با در نظر گرفتن دمش پیوسته طولی دیودی، اثرات حرارتی این دمش را روی بلور برهای نئودیوم:وانادات موردبررسی قراردادند. در مدل نظری، اثرات گرادیان پرتو پمپ شده لحاظ شده است. با استفاده از روش اجزای محدود، توزیع دما و تنش در بلور تعیین گردیده و صحت نتایج عددی با نتایج تجربی به اثبات رسیده است. همچنین ژی ما و همکاران [۵]، بر روی بره نئودیوم: فلورایدلیتیم ایتریم، اثرات گرادیان پرتو پمپ شده و گرمای اضافی پمپ شده را در هنگام گسیل بر روی بلور برمای تحت دمش پیوسته دیودی موردبررسی قراردادند. از تحلیلهای انجامشده جهت بررسی شکست بلور و عدسی شدگی آن استفاده شده است. لیو و همکاران [۱۹] توزیع گرما را در یک فیبر لیزر تحت مش دیودی موردمطالعه قرار دادهاند. توزیع دما و اثرات حرارتی آن در صفحه کامپوزیتی در بلور ایتربیم:یاگ/یاگ توسط لو و همکاران [۲۰] موردبررسی قرار گرفته است. بلور تحت دمش جانبی قرار داشته و از مدل انتقال گرمای فوریه جهت بررسی توزیع دما استفاده شده است. توزیع دما در یک محیط فعال تحت دمش پالسی طولی توسط ژانگ و همکاران [۲۱] موردمطالعه قرار گرفته است. در این پژوهش، بهمنظور تحلیل حرارتی از روش المان محدود استفاده گردیده است. آنها برای کاهش قطبیده شدن پرتو خروجی، یکبار با تزریق انرژی با توزیع مناسب در بلور و یکبار دیگر با پایین نگهداشتن دما در سطح جلویی و بالا نگهداشتن دما در سطح عقبی (محدب نمودن جلوی بلور و مقعر نمودن عقب آن)، آثار عدسیشدگی را تعدیل نمودند. مارمویس و همکاران [۲۲] با اندازه گیری تجربی و روش المان محدود، لنز گرمایی را در بلور دیسکی آلاییده شده با ماده فعال یون ایتربیم، موردمطالعه قراردادند. در روش تجربی، محاسبه فاصله کانونی از طریق اندزه گیری جبهه موج صورت گرفته است. خلید و همکاران [۲۳] تحلیل ترمومکانیکی بلور میلهای نئوديوم:ياگ را که به دو روش پرتوگوسی و پرتو سرکلاهی تحت دمش قرار دارد، موردبررسی قراردادند. بلور میلهای توسط آب احاطه گردیده و عملیات خنک کاری از طریق سطوح جانبی صورت می پذیرد. از توزیع دمای بهدستآمده جهت تعیین تغییر شکل بلور بهره گرفتهشده است. بااتصال یک پخشکننده گرما روی سطح بلور دیسکی ایتربیم:یاگ و خنک نمودن سطح دیسک توسط سیال، تحلیل حرارتی در یک بلور دیسکی توسط روشهای عددی و آزمایشگاهی توسط سراوانی و همکاران [۲۴] انجام پذیرفته است. در این پژوهش، نقش جنس پخشکننده روی آثار حرارتی دمش بررسی گردیده است. بابایی و صفری [۶]، از طریق روش المان محدود در محیط نرمافزار Ansys، به بررسی اثرات حرارتی دمش پالسی و پیوسته طولی بر بلور برهای نئودیوم:یاگ پرداختند. با استفاده از آنالیز میدانهای مرتبط دما و

¹ Nd:YAG

² Nd:YLF

³ Nd:Yvo4

⁴ Yb:YAG/YAG

سازه، توزیع دما و تنش در بلور بهدست آمده و میزان بیشینه توان اعمالی با استفاده از محاسبه بیشینه تنش در هر توان محاسبه شده است. بهمنظور بررسی اثرات گرمایی و اختلاف راه نوری در یک لیزر دیسکی ایتربیم:یاگ، ژو و همکاران [۲۵, ۲۶] مدلی تحلیلی و عددی ارائه نمودند. بر مبنای شرایط مرزی متفاوت و با توجه فرمهای یکنواخت و سوپرگوسی لکه دمش، توزیع دما و تنش در بلور محاسبه شده و اختلاف راه نوری ناشی از گرادیان دما، کرنش گرمایی محوری، دوشکستی نوری و تغییر شکل دیسک موردمطالعه قرار گرفته است. بر مبنای مدل انتقال گرمای غیرفوریه، زارعی و مجاهدی [۲۷] به تحلیل ترمومکانیکی لیزر صفحهای نئودیوم: وانادات، تحت لیزر پالسی پرداخته و برای تپهای کوتاه نشان دادند که نظریه فوریه نمی تواند نتایج دقیقی ارائه دهد.

لیزرهای میلهای معمولاً دارای سطح مقطع دایرهای بوده و انتقال گرمای مناسبی دارند. همچنین لیزر دارای ماده فعال نئودیم-یاگ، از مهم ترین لیزرهای حالت جامد است که در صنایع پزشکی و نظامی کاربرد دارد. این لیزرها دارای خواص مکانیکی-حرارتی مناسب و بهره بالا هستند. در این مقاله با تکیهبر روشهای تحلیلی، به محاسبهی توزيع دما در بلور كريستالي حالتجامد ميلهاى نئوديم:ياگ پرداخته می شود. بلور تحت دمش پیوسته طولی قرار داشته و پرتوهای ورودی به صورت گوسی و سوپر گوسی مرتبه ۲ و ۳ در نظر گرفته می شود. برمبنای سری فوریه و تبدیلات بسل یک پاسخ تحلیلی برای توزیع دما در بلور تعیین و کانتور دما محاسبه میگردد. با توجه به سری بهدستآمده، مقدار بیشینه دما در حالات گوسی و سوپر گوسی محاسبه و با یکدیگر مقایسه می گردد. برای بررسی صحت نتایج بهدستآمده توزيع دما روى محور طولى و شعاعى با نتايج المان محدود مقایسه شده و نتایج تحلیلی اعتبارسنجی می گردد. در ادامه با توجه به مقادیر بهدستآمده، پدیده عدسی شدگی ناشی از تغییرات دما محاسبه و نقش پرتوهای گوسی و سوپرگوسی روی این نتایج مور دمطالعه قرار می گیرد.

۲- فرضیات، شرح مدلسازی و حل

شکل ۱ یک بلور میلهای را تحت دمش یکنواخت طولی نشان میدهد. این میله دارای قطر 5mm و طول 0.1m و جنس آن از نئوديوم:ياگ ميباشد. كاربرد اين بلور در فرآيندهاي ساخت (حكاكي و نشانه گذاری)، نظامی (فاصله یابها)، دندانپزشکی (جراحی بافت نرم در دهان) و اتومبیل سازی (جایگزین سیستم جرقهزنی سنتی) می باشد [1]. دمش بهصورت دیودی از سطح ورودی نشان داده شده و با طول موج 808nm انجام مى پذيرد. مطابق با پژوهش هاى پيشين قسمتى از توان دمش، صرف گرم شدن محیط لیزر شده و گرما بهصورت غیریکنواخت در میله توزیع می گردد. برای جلوگیری از بالا رفتن دما (که همراه)، عملیات خنکسازی از طریق سطوح جانبی میله انجام می پذیرد. در وضعیت نشان داده شده دمای سیال خنک کننده و سطح جانبی T₀= 291K لحاظ می گردد. همچنین از انتقال گرمای سطح ابتدا و انتهای میله (با توجه به کوچکی سطح آن در مقایسه با سطح جانبی بلور) با فضای اطراف صرفنظر می شود. همان طور که در شکل نشان دادهشده است دمش از سطح جانبی اعمال گردیده و اندازه لکه پرتو در فاصله 2mm از سطح ورودی کمترین میزان و برابر با 0.002mm



بهدی مجاهدو

شكل ۱-هندسه ميله تحت دمش طولى

m=1.82 مشخصات این بلور عبارت است از [8]: ضریب شکست m=1.82 مشخصات این بلور عبارت است از [8]: ضریب شکست $\frac{dn}{d\tau} = 7.3 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$. ضریب نوری حرارتی n=4.1cm-1 خریب اتلاف حرارتی $k = 14 \ W/m.K$ مرمایی گرمایی $\eta = 42\%$ آن همچنین شعاع پرتو دمش تابعی از موقعیت و میزان کمینه آن است که از طریق رابطه (۱) تعیین می شود [۱]:

$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + (\frac{M^2 \lambda (z - z_0)}{n \pi \omega_0^2})^2}$$
(1)

در رابطه فوق h طول موج دمش در فضای آزاد، w شعاع لکه پر تو میباشد. M^2 فاکتور کیفیت بیبعد پر تو است و می توان به گونه ای انتخاب نمود که در نواحی خروجی میله، قطر لکه در حدود قطر میله گردد. دمش می تواند به صورت گوسی، سوپر گوسی مرتبه ۲ و ۳ باشد. در دمش گوسی شدت پر تو از رابطه (۲) تعیین می گردد [۸۸]:

$$I = I_0 \exp(-2\frac{r^2}{\omega^2} - \alpha z) \tag{(Y)}$$

که r فاصله شعاعی از محور میله، I₀ شدت پرتو،α ضریب جذب و ۵ شعاع پرتو دمش میباشد.

با در نظر گرفتن شدت پرتو دمش، میزان گرمای جذبشده در واحد حجم برای حالت گوسی، با استفاده از رابطه (۳) تعیین میگردد:

$$Q = Q_0 \exp(-2\frac{r^2}{\omega^2} - \alpha z) \tag{(Y)}$$

كە:

$$Q_0 = \frac{\eta P}{2\pi \int_0^L \int_0^a r dr dz} \tag{(f)}$$

در رابطه A، P توان ورودی، a و L شعاع و طول بلور میباشد. با در نظر گرفتن دمش سوپر گوسی، شدت پرتو از رابطه (۵) می گردد [۲۸]:

$$I = I_0 \exp(-2\left(\frac{r^2}{\omega^2}\right)^n - \alpha z) \tag{(\Delta)}$$

که برای پرتو گوسی مرتبه ۲، n=2 و برای پرتو گوسی مرتبه ۳، n=3 لحاظ میگردد.

و میزان گرمای جذبشده در حجم واحد از رابطه (۶) پیروی میکند:

(6)

$$Q = Q_0 \exp(-2\left(\frac{r^2}{\omega^2}\right)^n - \alpha z)$$

با توجه به گرمای جذبشده بر واحد حجم در روابط (۳) و (۶)، بقای انرژی روی بلور میلهای تحت دمش بهصورت رابطه (۷) برقرار

$$\iint_{A} -\vec{q} \cdot \vec{n} \, ds + \iiint_{V} Q \, dv = 0 \tag{Y}$$

که bs و dv مساحت و حجم هر المان دیفرانسیلی بلور، A و V سطح و حجم کلی بلور، P بردار شار گذرنده از سطوح، n بردار نرمال هر سطح دیفرانسیلی است. با در نظر گرفتن قانون رسانش فوریه [۲۹]:

$$\vec{q} = -k\vec{\nabla}T$$
 (A)

با جایگزینی رابطه (۸) در رابطه (۷) و استفاده از قضیه دیورژانس رابطه (۹) به دست میآید:

$$\iiint\limits_{V} \left(k \nabla^2 T + Q \right) \, dv = 0 \tag{9}$$

$$k\nabla^2 T + Q(r,z) = 0 \tag{(1)}$$

در مختصات استوانهای بارگذاری حرارتی مستقل از مختصه زاویه-ای است. بنابراین توزیع دما در هر حلقه از استوانه بلور، مستقل از موقعیت محیطی است. لذا با در نظر گرفتن لاپلاسی در مختصات استوانهای و حذف عبارتهای وابسته به مختصه محیطی، معادله دیفرانسیل (۱۱) (جهت تعیین توزیع دما در بلور) به دست میآید:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{Q(r,z)}{k} = 0 \tag{11}$$

با شرایط مرزی:

$$\begin{cases} T(a,z) = T_0 \\ \frac{\partial T}{\partial z}(r,0) = \frac{\partial T}{\partial z}(r,L) = 0 \end{cases}$$
(17)

چنانچه دمای مرجع دمای سطح استوانه در نظر گرفته شود با انتخاب دمای $\hat{T} = T - T_0$ معادلات و شرایط مرزی بهصورت زیر بازنویسی میگردد:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\hat{T}}{\partial r}\right) + \frac{\partial^{2}\hat{T}}{\partial z^{2}} + \frac{Q(r,z)}{k} = 0$$
(17)

با شرایط مرزی:

$$\begin{cases} \hat{T}(a,z) = 0 \\ \frac{\partial \hat{T}}{\partial z}(r,0) = \frac{\partial \hat{T}}{\partial z}(r,L) = 0 \end{cases}$$
(14)

در تئوری و عمل شدت توزیع دمش طولی در بلور میلهای مستقل از مختصه محیطی است، لذا بار حرارتی به صورت متقارن نسبت به محور میله توزیع می شود. با توجه به تقارن محوری در هندسه و بارگذاری، تغییر دما صرفا در جهت طولی و شعاعی میباشد. بنابراین در جهت محیطی دما ثابت فرض شده است.

در ادامه با توجه به دمش های گوسی و سوپر گوسی، حل تحلیلی معادله (۱۳) انجام شده و پاسخی همگرا برای دما و بیشینه آن (به صورت سری) ارائه می گردد.

برای حل معادله (۱۳)، ابتدا این معادله بهصورت یک معادله همگن در نظر گرفتهشده و یک تبدیل متناهی (محدود) فوریه مناسب، برای جهت طولی تعیین می گردد. تبدیل متناهی در جهت طولی بهصورت رابطه (۱۵) در نظر گرفته می شود:

$$\mathbb{T}_{n}(r) = \mathbb{F}\left(\hat{T}(r,z)\right) = \frac{2}{L} \int_{0}^{L} \hat{T}(r,z) \cos(\frac{n\pi}{L}z) dz \tag{12}$$

که \mathbb{T} تبدیل فوریه متناهی کسینوسی (ضریب سری فوریه کسینوسی)، \hat{T} اختلاف دمای بلور با دمای سطح آن، $\mathbb{T}_n(r)$ اختلاف دمای بلور با سطح بعد از اعمال تبدیل فوریه متناهی کسینوسی و Lطول بلور می باشد.

با اعمال تبدیل فوق معادله (۱۳) بهصورت معادله (۱۶) بازنویسی میگردد:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \mathbb{T}_n}{\partial r}\right) - \frac{n^2\pi^2}{L^2}\mathbb{T}_n + \frac{\mathbb{Q}_n(r)}{k} = 0 \tag{19}$$

با شرط مرزی:

$$\mathbb{T}_n(a) = 0 \tag{1Y}$$

$$\mathbb{Q}_n(r) = \frac{2}{L} \int_0^L Q(r,z) \cos\left(\frac{n\pi}{L}z\right) dz \quad n = 1,2,\dots$$

$$\mathbb{Q}_0(r) = \frac{1}{L} \int_0^L Q(r,z) dz \qquad (1\lambda)$$

با درنظرگرفتن پاسخ همگن معادله (۱۶) و شرایط مرزی آن، توابع ویژه معادله به شکل تابع بسل نوع اول مرتبه صفر می گردد. بنابراین پاسخ معادله (۱۶)، مطابق رابطه (۱۹) به شکل یک سری بسل در نظر گرفته می شود:

$$\mathbb{T}_{n}(r) = \sum_{m=1}^{\infty} \widetilde{\mathbb{T}}_{mn} J_{0}\left(\frac{\alpha_{m}}{a}r\right) \tag{19}$$

که α_m اولین ریشه $J_0(x)=0$ و 1 اولین ریشه معادله مذکور می باشد. معادله مذکور می باشد. همچنین $\mathbb{Q}_n(r)$ از طریق رابطه (۲۰) محاسبه می گردد:

$$\mathbb{Q}_n(r) = \sum_{m=1}^{\infty} \widetilde{\mathbb{Q}}_{mn} \ J_0\left(\frac{\alpha_m}{a}r\right) \tag{(7.)}$$

$$\widetilde{\mathbb{Q}}_{mn} = \frac{4}{La^2 J_1(\alpha_m)} \int_0^a \int_0^L r Q(r, z) \cos\left(\frac{n\pi}{L}z\right) dz dr \tag{Y1}$$

با قرار دادن رابطه (۱۹) در رابطه (۱۵) و در نظر گرفتن معادله بسل:

$$\widetilde{\mathbb{T}}_{mn} = \frac{\widetilde{\mathbb{Q}}_{mn}}{k\left(\frac{\alpha_m^2}{a^2} + \frac{n^2\pi^2}{L^2}\right)}$$
(YY)

بنابراین توزیع دما، با استفاده از سری رابطه (۲۳) تعیین میشود:

$$T(r,z) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\widetilde{\mathbb{Q}}_{mn}}{k\left(\frac{\alpha_m^2}{a^2} + \frac{n^2\pi^2}{L^2}\right)} \cos\left(\frac{n\pi}{L}z\right) J_0\left(\frac{\alpha_m}{a}r\right)$$
(YY)
+ T_0

همچنین از طبق رابطه (۲۳) ثابت میشود که بیشینه دما در ورودی بلور و روی محور آن (z=0 و r=0) ایجاد میشود و میزان آن برابر است با:

$$T_{max} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\widetilde{\mathbb{Q}}_{mn}}{k\left(\frac{\alpha_m^2}{a^2} + \frac{n^2\pi^2}{L^2}\right)} + T_0$$
(Yf)

جهت به دست آوردن میزان عدسی شدگی در صفحه ورودی، ابتدا دما بهصورت یکچند جملهای مناسب در راستای محور r مطابق با رابطه ، در نظر گرفته می شود:

$$T(r,0) = a_0 + a_1 r + a_2 r^2 + \dots$$
 (Y Δ)

از آنجاکه شعاع بلور ۲۰٬۰۰۵ متر است، بیشینه مقدار ۲، 0.0025 می باشد. مطابق با جدول ۱، نشان داده شده است که خطای ناشی از حذف عبارتهای دارای توان بیش از ۲ در رابطه (۲۵)، کمتر از ۳/۰ درصد است، بنابراین با تقریب مناسبی میتوان عبارتهای بالاتر از توان ۲ را صرفنظر نمود.

جدول ۱- خطای ناشی از حذف عبارتهای مرتبه بالا

تقريب	حذف توان های بالاتر از توان ۲	حذف توان های بالاتر از توان ۳
بیشینه درصد میزان خطای نسبی	۰/۲۵	۶/۲۵×۱۰ ^{-۴}

a2 به مقایسه به گونه ای انتخاب می شود که a1 در مقایسه با a2 ناچیز گردد. در این حالت فاصله کانونی عدسی تشکیل شده، از طریق رابطه (۲۶) به دست می آید [۱]:

(۲۶)

$$f = \frac{1}{2L\frac{dn}{dT}a_2}$$

ىھدى مجاھدو

۳- نتايج

جهت صحه گذاری، نتایج تحلیلی این پژوهش برای توان ۱۲۰وات با دادههای تجربی لیزر میلهای Nd:YAG که در مرجع ارائه شده، در شکل ۲ مقایسه گردیده است. نتایج تجربی در فواصل ۱ ۵ و ۸ میلی-متر از بلور ۱۰ میلیمتری بهدست آمده است. انطباق نتایج نشان دهنده مدلسازی مناسب و دقت حل روش تحلیلی می باشد.

در ادامه با نتایج به پارامترهای داده شده در بخش مدلسازی، پاسخ دمای توزیع شده در بلور برای توان ۱۰۰وات به صورت یک سری بیان گردیده است، همگرایی سری با در نظر گرفتن تعداد محدود جملات برای توابع ویژه در دو جهت شعاعی و طولی در نمودارهای شکل ۳ تا ۵ نشان داده شده است. در شکل ۳، توزیع دما بر حسب موقعیت شعاعی برای حالتی که پاسخ شامل ۳۰ جمله در سری کسینوسی و به ترتیب ۱، ۲ و ۳ جمله در سری بسل است، نشان داده شده است. همان طور که ملاحظه می شود، در پاسخهایی که دارای دو و سه جمله ببل هستند تفاوتی مشاهده نمی گردد. بنابراین در نظر گرفتن سه جمله برای سری بسل مناسب است. همچنین نشان داده شده است که بیشترین میزان دما در موقعیت شعاعی روی محور (موقعیت صفر) ایجاد می شود.



شکل ۳-توزیع دما برحسب موقعیت شعاعی با در نظر گرفتن یک، دو و سه جمله برای سری بسل

شکل ۴ توزیع دما برحسب موقعیت طولی برای حالتی که پاسخ شامل ۳۰ جمله کسینوسی است، نشان دادهشده است. همان طور که ملاحظه می شود، مناسب بودن سه پاسخ برای توابع بسل در این شکل نیز مشاهده می گردد.



سه جمله برای سری بسل

در شکل ۵، توزیع دما برحسب موقعیت شعاعی برای پاسخی که شامل ۴ جمله بسل و به ترتیب ۵، ۱۰، ۲۰ و ۳۰ جمله کسینوسی است، نشان دادهشده است. همانطور که ملاحظه میشود، در پاسخهایی که دارای بیست و سی جمله کسینوسی هستند تفاوتی مشاهده نمی گردد. لذا در نظر گرفتن ۳۰ جمله برای توابع کسینوسی میتواند به خوبی توزیع دما را در محیط بلور پیش،بینی نماید.



شکل ۵-توزیع دما برحسب موقعیت شعاعی با در نظر گرفتن ۵، ۲۰،۱۰ و ۳۰ جمله برای توابع کسینوسی

شکل ۶ توزیع دما را برحسب موقعیت طولی برای حالتی که پاسخ شامل ۳ جمله برای سری بسل است، نشان دادهشده است. همان طور که در این شکل نیز ملاحظه میشود، در نظر گرفتن ۳۰ جمله کسینوسی برای تحلیل گرمایی مناسب میباشد. توزیع دما در راستای محور طولی میله بعد از موقعیت طولی 20 میلی متر ثابت گردیده و میزان دما برابر با دمای سطح خنککاری شده میشود. از این رو نتایج تا فاصله 20 میلی متری از صفحه ورودی محور طولی ترسیم گردیده است.



جهت صحهگذاری بیشتر، نتایج توزیع دما برحسب موقعیتهای شعاعی و طولی به ترتیب در شکل ۷ و شکل ۸ بهدستآمده و با نتایج حاصل از نرمافزار المان محدود Ansys مقایسه گردیده است. المان مورداستفاده المان Solid90 بوده و تعداد المانها در این نرمافزار ۴۰۰۰۰۰ می باشد. نتایج تحلیلی با در نظر گرفتن سه جمله بسل و سی جمله کسینوسی

بهدستآمده است. شكل ۶ مقايسه بين نتايج المان محدود و حل

تحلیلی را در موقعیت شعاعی نشان میدهد.



همچنین در شکل ۲ تطابق بسیار عالی بین نتایج تحلیلی و المان محدود مشاهده می شود.



در شکل ۹ کانتور دمای یکچهارم میله در مختصات قطبی و در صفحه ورودی دمش، که دارای بیشترین میزان دما میباشد، برای توان ورودی 100 وات نشان دادهشده است. مشاهده میشود که بیشترین دما در مرکز میله رخ داده و هرچه فاصله شعاعی از مرکز بیشتر شود دمای بهدستآمده به دمای سیال روی سطح نزدیکتر میگردد. بهگونهای که بعد از فاصله شعاعی ۲ میلیمتری، دمای بلور تقریباً با دمای سطح خنک شده برابر است.



ورودى

بیشینه دمای بلور برحسب توان دمشی اعمال شده به آن، در شکل ۱۰ نشان داده شده است. همان طور که پیش بینی می شود با افزایش توان، دما افزایش می یابد. ملاحظه می شود که رابطه دمای بیشینه و توان اعمال شده به صورت خطی بوده و از رابطه 291 + 1.24 = *T*_{max} پیروی می کند.



در اثر توزیع حرارت در هر صفحه از بلور، عدسی گرمایی تولید و یک عدسی ایجاد می گردد. میزان کمی عدسی شدگی در بلور با کمیت فاصله کانونی سنجیده می شود. در نمودار شکل ۱۱ فاصله کانونی بر حسب توان ورودی نشان داده شده است، ملاحظه می گردد که با افزایش توان، فاصله کانونی کوچک تر و لنز گرمایی شدیدتر شده است. همچنین نشان داده شده است که برای توان بزرگ تر از 20 وات، فاصله کانونی در داخل بلور قرار گرفته و کیفیت پر تو خروجی کاهش می یابد.



در توزیع پرتو دمشی، مدل گوسی و سوپرگوسی مطرح گردید، همانگونه که قبلاً گفته شد پرتو سوپرگوسی خود میتواند به صورت مرتبه ۲ و یا مرتبه ۳ اعمال گردد. در شکل ۱۲، یک مقایسه بین بیشینه دمای حالتهای گوسی و سوپرگوسی بر حسب توان ورودی انجام شده است. ملاحظه می گردد که بیشینه دمای حالت گوسی، به خصوص برای توانهای بالا، بزرگتر از حالت سوپر گوسی است. همچنین شیب نمودار در حالت سوپرگوسی مرتبه ۳ کوچکتر از شیب نمودارهای حالتهای سوپرگوسی مرتبه ۲ کوچکتر از شیب به دلیل یکنواختتر بودن توزیع دمش در حالت سوپر گوسی مرتبه ۳ نسبت به حالت سوپرگوسی مرتبه ۲ و گوسی می باشد.





Supper Gaussian beam-third order

480

شکل ۱۳ تغییرات فاصله کانونی ناشی از لنزگرمایی ایجادشده در بلوری را که تحت دمش گوسی و سوپرگوسی مرتبه ۲ و ۳ است نشان میدهد. ملاحظه می گردد که با افزایش توان در هر سه حالت، فاصله کانونی کوچک میگردد. اما دمش سوپر گوسی مرتبه ۳ نسبت به سوپرگوسی مرتبه ۲ و گوسی دارای فاصله کانونی بزرگتری میباشد. این اختلاف در محدوده توانی زیر ^۵ وات قابل توجه بوده و نشان دادهشده است که در دمش سوپرگوسی مرتبه ۲، برای توانهای ورودی بیش از ۲۵ وات، فاصله کانونی به داخل بلور وارد می شود.



شکل ۱۳- فاصلههای کانونی ایجادشده حالتهای گوسی و سوپر گوسی

۴- نتىجەگىرى

در این مقاله، توزیع دما در یک بلور میلهای تحت دمش پیوسته با استفاده از یک روش تحلیلی مبتنی بر سریهای فوریه بهصورت یک پاسخ بسته به دست آمد. در بررسی پاسخ تحلیلی مشاهده گردیده است که (علیرغم قرارگیری کمینه اندازه لکه در موقعیتی پس از صفحه ورودی) بیشینه دما روی محور میله و در صفحه ورودی دمش رخ میدهد. تحلیل همگرایی روی نتایج نشان داده است که با در نظر

گرفتن ۳ جمله برای سری بسل و ۳۰ جمله برای توابع کسینوسی میتوان بهخوبی دمای توزیعشده در بلور را محاسبه نمود. نتایج بهدستآمده با روش المان محدود در نرمافزار Ansys مقایسه شده است. تطابق عالى نتايج دو روش نشان مىدهد كه روش تحليلى، با به دست آوردن یک رابطه صریح برای توزیع دما و بیشینه آن، می تواند بهراحتی اثرات حرارتی دمش در بلور را بررسی نماید. در بلور مورد بررسی، مشاهده گردید که بیشینه دمای ایجادشده در بلور یک رابطه $T_{max} = 1.24 P + 291$ خطى با توان اعمالى دارد و اين رابطه خطى $T_{max} = 1.24 P + 291$ برای تمامی توانهای دمشی برقرار است. همچنین نشان داده شد که با افزایش توان، لنز گرمایی شدیدتر شده و فاصله کانونی برای توانهای بزرگتر از ۲۰ وات در دمش گوسی داخل بلور قرار می گیرد. مقایسه بین دمش گوسی و سوپرگوسی نشان میدهد که بیشینه دما در تحلیل گوسی بزرگتر از دمش سوپرگوسی بوده و هر چه مرتبه سوپرگوسی بیشتر شود این اختلاف بزرگتر می گردد و درنهایت فواصل کانونی ناشی از دمش سوپرگوسی بزرگتر از دمش گوسی میباشد.

۵- سیاسگزاری

این پژوهش با حمایت دانشگاه فنی و مهندسی گلپایگان انجام شده

حجم (Wm⁻³)

8- نمادها

سطح بلور (m ²)	Α
شعاع بلور (m)	а
شدت پرتو (Wm ⁻³)	I_0
رسانایی گرمایی (Wm ⁻¹ K ⁻¹)	k
طول بلور (m)	L
فاكتور بىبعد كيفيت پرتو	M^2
مرتبه سوپر گوسی	n
توان دمشی (W)	Р
توان جذبشده بر واحد حج	Q
شارگرمایی (Wm ⁻²)	q
دمای بلور (K)	Т
دمای سطح خنک شده (K)	T_0
حجم کلی بلور (m ³)	V
	علايم يونانى
ضریب جذب (m ⁻¹)	α
-	

- طول موج دمش در فضای آزاد (nm) λ
 - ضريب اتلاف حرارتي η
 - شعاع لكه پرتو ω

۷- مراجع

- [1] Koechner W., Solid-state laser engineering: Springer, 2013.
- [2] Dudney N. J., West, W. C., Nanda, J., Handbook of Solid State Batteries: World Scientific, 2016.
- [3] Injeyan H., Pflug, G. C., Vespucci, M. T., High Power Laser Handbook: McGraw-Hill, 2011.
- [4] Ma Z., Li, D., Gao, J., Wu, N., Du, K., Thermal effects of the diode end-pumped Nd: YVO 4 slab. Optics Communications, Vol. 275, No. 1, pp. 179-185, 2007.

مهدی مجاهدی

- [23] Shibib K. S., Minshid, M. A., Alattar, N. E., Thermal and stress analysis in Nd: YAG laser rod with different double end pumping methods. *Thermal Science*, Vol. 15, pp. S399-S407, 2011.
- [24] Saravani M., Jafarnia, A., Azizi, M., Effect of heat spreader thickness and material on temperature distribution and stresses in thin disk laser crystals. *Optics & Laser Technology*, Vol. 44, No. 4, pp. 756-762, 2012.
- [25] Zhu G., Zhu, X., Dai, Z., Wang, Z., Zhu, C., Analytical model of optical path difference in an end-pumped Yb: YAG thin-disk laser with nonuniform pumping light. *Applied optics*, Vol. 54, No. 10, pp. 3024-3031, 2015.
- [26] Zhu G., Zhu, X., Wang, M., Feng, Y., Zhu, C., Analytical model of thermal effect and optical path difference in end-pumped Yb: YAG thin disk laser. *Applied optics*, Vol. 53, No. 29, pp. 6756-6764, 2014.
- [27] Zarei H. R., Mojahedi, M., Non-classical thermomechanical analysis of Nd:Yvo4 slab laser under multi-pulse end pumping using finite element method. *Mechanical Engineering Sharif*, Vol. 34, No. 2, pp. 125-132, 2018.
- [28] Ding X., Ren, Y., Lu, R., Shaping super-Gaussian beam through digital micro-mirror device. SCIENCE CHINA Physics, Mechanics & Astronomy, Vol. 58, No. 3, pp. 1-6, 2015.
- [29] Incropera F. P., Lavine, A. S., Bergman, T. L., DeWitt, D. P., Principles of heat and mass transfer: Wiley, 2013.

- [5] Ma Z., Gao, J., Li, D., Li, J., Wu, N., Du, K., Thermal stress effects of the diode-end-pumped Nd: YLF slab. *Optics Communications*, Vol. 281, No. 13, pp. 3522-3526, 2008.
- [6] Babaei Bavil M., Safari, E., Thermal and stress analyses in an end-pumped Nd: YAG slab laser using finite element method. *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 28, No. 8, pp. 3231-3236, 2014.
- [7] Karoussis I. K., Kyriakidou, K., Psarros, C., Lang, N. P., Vrotsos, I. A., Nd: YAG laser radiation (1.064 nm) accelerates differentiation of osteoblasts to osteocytes on smooth and rough titanium surfaces in vitro. *Clinical Oral Implants Research*, 2016.
- [8] Lin J., Pask, H., Nd: GdVO4 self-Raman laser using doubleend polarised pumping at 880 nm for high power infrared and visible output. *Applied Physics B*, Vol. 108, No. 1, pp. 17-24, 2012.
- [9] Liang D., Almeida, J., Guillot, E., Side-pumped continuouswave Cr: Nd: YAG ceramic solar laser. *Applied Physics B*, Vol. 111, No. 2, pp. 305-311, 2013.
- [10] Ashoori V., Shayganmanesh, M., Radmard, S., Heat generation and removal in solid state lasers: INTECH Open Access Publisher, 2012.
- [11] Shayganmanesh M., Beirami, R., Evaluation of thermal effects on the beam quality of disk laser with unstable resonator. *Optics Communications*, Vol. 383, pp. 92-100, 2017.
- [12] Mohammadzahery Z., Jandaghi, M., Alipour, S., Dadras, S., Kazemi, S., Sabbaghzadeh, J., Theoretical study on thermal behavior of passively Q-switched microchip Nd: YAG laser. *Optics & Laser Technology*, Vol. 44, No. 4, pp. 1095-1100, 2012.
- [13] Grigore O. V., Croitoru, G., Dascalu, T., Pavel, N., Diodelaser edge-pumped Nd: YAG/YAG lens-shaped composite laser. *Optics & Laser Technology*, Vol. 94, pp. 86-89, 2017.
- [14] Mojahedi M., Shekoohinejad, H., Thermal Stress Analysis of a Continuous and Pulsed End-Pumped Nd: YAG Rod Crystal Using Non-Classic Conduction Heat Transfer Theory. *Brazilian Journal of Physics*, Vol. 48, No. 1, pp. 46-60, 2018.
- [15] Huang T., Huang, W., Wang, J., Lu, X., Pan, X., Guo, J., Fan, W., Li, X., High energy diode-pumped sapphire face-cooled Nd: glass multi-slab amplifier. *J Optics Laser Technology*, Vol. 107, pp. 415-423, 2018.
- Laser Technology, Vol. 107, pp. 415-423, 2018.
 [16] Liu J., Liu, Y., Tang, X., Wang, C., Liu, L., Chen, L., Li, N., Wang, K., Liang, X., Lü, K., A design of a surface-doped Yb: YAG slab laser with high power and high efficiency. J Chinese Optics Letters, Vol. 16, No. 10, pp. 101401, 2018.
- [17] Eggleston J., Kane, T., Kuhn, K., Unternahrer, J., Byer, R., The slab geometry laser--part I: theory. *IEEE Journal* of Quantum Electronics, Vol. 20, No. 3, pp. 289-301, 1984.
- [18] Kane T., Eggleston, J., Byer, R., The slab geometry laser-Part II: Thermal effects in a finite slab. *IEEE Journal* of Quantum Electronics, Vol. 21, No. 8, pp. 1195-1210, 1985.
- [19] Liu T., Yang, Z., Xu, S., Analytical investigation on transient thermal effects in pulse end-pumped short-length fiber laser. *Optics express*, Vol. 17, No. 15, pp. 12875-12890, 2009.
- [20] Lu F., Gong, M., Xue, H., Liu, Q., Gong, W., Analysis on the temperature distribution and thermal effects in corner-pumped slab lasers. *Optics and lasers in engineering*, Vol. 45, No. 1, pp. 43-48, 2007.
- [21] Zhang S., Xu, J., Transient thermal effect in the gain medium of pulsed and end-pumped laser, in *Proceeding of*, Optical Society of America, pp. TUP4_6, 2009.
- [22] Marmois E., Cardinali, V., Le Touzé, G., Le Garrec, B., Experimental measurements and finite-element modelling of thermal effects in Yb3+ doped sesquioxide thin disk lasers, in *Proceeding of*, International Society for Optics and Photonics, pp. 772100-772100-14, 2010.