

# بررسی تحلیلی اثر پارامترهای هندسی هسته‌های موجدار بر روی خیز پانل‌های ساندویچی

مهدی شعبان

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

محمد ملاعلی پور\*

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه مازندران، بابلسر، ایران

## چکیده

استفاده از سازه‌های ساندویچی که از هسته‌های موجدار ساخته شده است، در صنایع متفاوتی مانند صنایع خودرو، هوافضا، کشتی‌سازی کاربرد وسیعی پیدا کرده است. هسته‌های موجدار در وسط سازه‌های ساندویچی، سبب افزایش تحمل بار خمشی بالاتر می‌شود. برای اولین بار در این مقاله، پانل ساندویچی با هسته موجدار با استفاده از یک حل تحلیلی مبتنی بر روش سری توانی بررسی شده است. بکارگیری روش سری توانی محدودیت‌های اعمال شده در تحقیقات گذشته را برای شرایط مرزی خاص به منظور حل تحلیلی معادلات نخواهد داشت. در ابتدا معادلات دیفرانسیل پاره‌ای حاکم با تکیه بر سری دوگانه مک‌لورن بر اساس نظریه مرتبه اول ورق بسط داده شده‌اند و سپس با توجه به شرایط مرزی متنوع حل شده‌اند. در این مقاله فرض شده است که پانل ساندویچی بر روی تکیه‌گاه الاستیک قرار گرفته است. نتایج بدست آمده از این روش با مراجع دیگر صحت‌گذاری شده است. در ادامه مقاله، تأثیر پارامترهای هندسی مختلف از قبیل ضخامت روکش‌ها، ضخامت هسته، زاویه، طول گام، نوع شرایط تکیه‌گاهی و سختی تکیه‌گاه الاستیک مورد بررسی قرار گرفته است. **واژه‌های کلیدی:** پانل ساندویچی؛ هسته موجدار؛ حل تحلیلی؛ تکیه‌گاه الاستیک؛ خمش.

## Analytical investigation of geometrical parameters of corrugated cores on the deflection of sandwich panels

M. Shaban

Department of Mechanical Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamadan, Iran

M. Molla-Alipour

Department of Mechanical Engineering, University of Mazandaran, Babolsar, Iran

## Abstract

Sandwich panels with corrugated cores have wide applications and play an important role in industries like vehicle, aerospace and marine industry. Corrugated-cores in the middle of the sandwich structures make them stronger under bending loads. Due to their high efficiency with low weight, considerable researchers studied the behavior of sandwich panels and most of them used numerical methods. In the other word, there is a few studies presents an analytical solution for corrugated sandwich panels. As first time in this paper, sandwich panels with corrugated core is investigated by using an analytical solution based on power-series method. By using this method, one can overcome restrictions of other methods which limit the analytical solution to special boundary conditions. First, by using double Maclaurin series, partial differential equations is extended based on first order shear deformation theory. Then, the obtained equations are solved by considering various types of boundary conditions. It is assumed that panel rested on elastic foundation and Winkler elastic foundation is used to model it. The obtained results are validated by available researches. Moreover, detailed parametric study is conducted involving geometrical parameters like core and face thickness, angle and pitch of corrugated core, type of boundary condition and stiffness of elastic foundation.

**Keywords:** Sndwich Panel; Corrugated core; Analytical; elastic foundation; bending.

## ۱- مقدمه

عرشه و تیغه‌های شناورها در صنایع دریایی، لوله‌های با هسته موجدار با تحمل فشار بالا و نفوذناپذیری زیاد، درزگیرهای<sup>۱</sup> موجدار و بویژه در صنایع هوافضا بدلیل سبکی و مقاومت بالا در سطوح انعطاف‌پذیر در بال هواپیما کاربرد [۱] تا [۴] دارد. به همین دلیل تحلیل‌های گسترده‌ای بر روی سازه‌های ساندویچی با هسته موجدار صورت گرفته است که در ادامه به چند مورد اشاره شده است. سان و همکاران [۵] اثر پارامترهای هندسی را بر روی ظرفیت تحمل نیرو و توزیع آسیب سازه ساندویچی با هسته موجدار بررسی کردند. پیداه و بترا [۶] با استفاده از نظریه کلاسیک ورق به بررسی تحلیلی خمش ورق ساندویچی با دو نوع هسته موجدار مثلثی و عمودی پرداختند. رانگ [۷] و همکاران اثر شکل‌های هندسی مختلف هسته موجدار در ورق‌های ساندویچی بر روی ضربه کم سرعت و فشار درون‌صفحه‌ای را توسط روش اجزای محدود<sup>۸</sup> بررسی کردند. با استفاده از یک مدل تحلیلی بر مبنای خمش سه نقطه و

در سال‌های اخیر، پانل‌های ساندویچی نقش بسیار مهمی در طراحی سازه‌ها پیدا کرده‌اند. یکی از انواع رایج پانل‌های ساندویچی، نوعی است که در آن از هسته‌های موجدار<sup>۱</sup> استفاده می‌شود. شکل منحصربه‌فرد این هسته‌ها، علاوه بر فاصله انداختن بین روکش‌ها به منظور افزایش ممان اینرسی، سبب پایداری پانل ساندویچی و افزایش استحکام برشی آن می‌شود. تمامی ساختارهایی که در آنها از هسته موجدار استفاده شده است، بطور مشخص دارای رفتار غیرایزوتروپ<sup>۲</sup> شدید و قابلیت جذب انرژی بالا هستند. بعلاوه دارای سختی عرضی<sup>۳</sup> بالا در جهت موجدار می‌باشند. بدلیل این خصوصیت بارز، ساختارهای موجدار در مصارف صنعتی کاربرد زیادی پیدا کرده‌اند. هسته‌های موجدار در صنایعی مانند صنایع بسته‌بندی<sup>۴</sup>، در سازه‌های ساختمانی نظیر تیرهای با جان<sup>۵</sup> موجدار و ورق‌های موجدار در سقف و دیوارها،

<sup>۱</sup> Corrugated structures

<sup>۲</sup> Anisotropic

<sup>۳</sup> Transverse stiffness

<sup>۴</sup> Packing industry

<sup>۵</sup> Web

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: m.mollaalipour@umz.ac.ir

<sup>۶</sup> Bulkhead

<sup>۷</sup> Gasket

<sup>۸</sup> Finite Element Method

نظریه کلاسیک تیرها، یو و همکاران [۸] آسیب اتصال چسبی در تیر-های ساندویچی با هسته موجدار را بررسی کردند. از سوی دیگر مطالعات متعددی در خصوص بدست آوردن خصوصیات پانل موجدار و تحلیل آنها انجام شده است. خالید و همکاران [۹] رفتار مکانیکی تیری که بخش جان آن از ورق موجدار ساخته شده است را مورد مطالعه قرار دادند. آنها اثر پارامترهایی نظیر ضخامت، خصوصیات ماده را بررسی نمودند و خصوصیات خمشی تیر موجدار را بدست آوردند. چانگ و همکاران [۱۰] یک رابطه تحلیلی براساس نظریه میندلن-رایسنر<sup>۱</sup> برای خمش پانل موجدار ارائه نمودند. روابط ارائه شده برای دو تکیه گاه ساده و گیردار قابل استفاده است. یاکوزکی و همکاران [۱۱] یک مدل تحلیلی ساده برای سختی خمشی ورق های موجدار در دو جهت طولی و عرضی ارائه نمودند و نتایج نظریه خود را با نتایج عملی مقایسه نمودند. دبانی و همکاران [۱۲]، از روش عددی و تحلیلی برای بدست آوردن خصوصیات خمشی ورق های کامپوزیتی استفاده نمودند. آنها روابط نظریه خود را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه نمودند. بعلاوه، آنها خصوصیات درون-صفحه‌ای ورق‌های کامپوزیتی ساخته شده از الیاف شیشه/اپوکسی دوجزیه را مورد بررسی قرار دادند. لکیتواتانا و همکاران [۱۳] با استفاده از رابطه بین نیرو-پیچش رابطه‌ای برای سختی برشی پانل های موجدار استخراج نمودند. آنها از روش ماتریس سختی بهبود یافته<sup>۲</sup> استفاده نمودند و تطابق روابط خود را با حل اجزای محدود سه بعدی نشان دادند. لیو و همکاران [۱۴] از روش گالرکین مستقل از مش<sup>۳</sup> برای تحلیل کمانش ورق موجدار استفاده کردند. در تحقیق دیگری، ویی و همکاران [۱۵] از روش نوار محدود<sup>۴</sup> در تحلیل کمانش ورق موجدار استفاده نمودند. ساوس و براگستان [۱۶] روابط بدست آمده توسط ویی و همکاران را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه نمودند و اصلاحاتی در روابط آنها اعمال نمودند. هویی و هوان [۱۷] یک تحلیل خطی برای پانل ساندویچی ساخته شده از ورق موجدار با تکیه گاه ساده ارائه نمودند. لیو و همکاران [۱۸] روش مستقل از مش<sup>۵</sup> را براساس نظریه مرتبه اول برشی<sup>۶</sup> برای بررسی ارتعاش ورق موجدار تقویت شده بکار گرفتند. ماندال و همکاران [۱۹] و [۲۰] اثر موجدار بودن هسته را بر پاسخ ارتعاشاتی بصورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار دادند. در مطالعه دیگری، یانگ و همکاران [۲۱] پاسخ مودال پانل ساندویچی استوانه‌ای ساخته شده از هسته موجدار را تحلیل کرده و اثر پارامترهایی مانند ضخامت، عمق و زاویه را بر پاسخ فرکانسی مورد بررسی قرار دادند. کرس و وینکلر [۲۲] و [۲۳] برای ورق ارتوتروپیک موجدار با استفاده از دندانه‌های دایروی را معادل سازی نمودند.

تحلیل انجام شده قابلیت بررسی انواع مختلف شرایط مرزی را دارا می-باشد. همچنین اثر تکیه‌گاه الاستیک بر روی خیز پانل ساندویچی نیز بررسی شده است. جهت صحت‌گذاری روند تحلیل ارائه شده، نتایج بدست آمده از این روش در برخی حالات و شرایط مرزی خاص با نتایج ارائه شده توسط دیگر محققین مقایسه شده‌اند که نشان می‌دهد تحلیل ارائه شده از دقت بسیار مناسبی برخوردارند.

## ۲- معادلات حاکم

با در نظر گرفتن یک پانل ساندویچی با هسته موجدار مطابق شکل (۱)، یک واحد نمونه از این پانل به طول  $2p$  نشان داده شده است. ضخامت روکش، ضخامت ورق هسته، ارتفاع هسته، ارتفاع پانل و زاویه هسته به ترتیب با  $h, h_c, t_f$  و  $\alpha$  نشان داده شده است.

براساس نظریه برشی مرتبه اول، مؤلفه های جابجایی  $u, v$  و  $w$  در جهات  $x, y$  و  $z$  بصورت زیر خواهد بود:

$$u(x, y, z) = z\psi_x(x, y), \quad (1)$$

$$v(x, y, z) = z\psi_y(x, y),$$

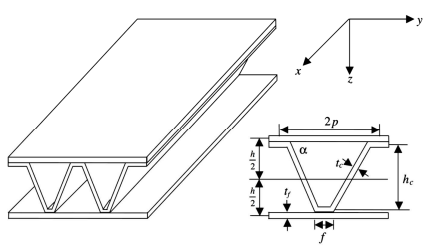
$$w(x, y, z) = w_0(x, y)$$

که در آن،  $u, v, w, \psi_x$  و  $\psi_y$  جابجایی در جهات  $x, y$  و  $z$  است. همچنین  $\psi_x$  و  $\psi_y$  به ترتیب، چرخش خط عمود بر صفحه میانی حول محورهای  $x$  و  $y$  است. با استفاده از اصل همیلتون، معادلات حاکم برای ورق مستقر بر روی بستر الاستیک غیریکنواخت و در معرض بارگذاری گسترده غیریکنواخت بصورت روابط (۲) تا (۴) قابل نوشتن است.

$$M_{x,x} + M_{xy,y} - Q_x = 0 \quad (2)$$

$$M_{y,y} + M_{xy,x} - Q_y = 0 \quad (3)$$

$$Q_{x,x} + Q_{y,y} + q(x, y) = k_w(x, y)w \quad (4)$$



شکل ۱- مدلی از پانل ساندویچی با هسته موجدار

که در آن،  $M_x, M_y, M_{xy}$  منته‌های گشتاور بر واحد طول و  $Q_x$  و  $Q_y$  منته‌های نیروی برشی عرضی بر واحد طول هستند.  $q(x, y)$  و  $k_w(x, y)$  به ترتیب، بارگذاری گسترده غیریکنواخت و ضریب سفتی بستر الاستیک می‌باشد. منته‌های گشتاور و نیرو در پانل ساندویچی با هسته موجدار بر اساس مؤلفه‌های جابجایی قابل بیان می‌باشد.

$$M_x = \frac{D_x}{1 - \nu_x \nu_y} \left( \frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \nu_y \frac{\partial \psi_y}{\partial y} \right) \quad (5)$$

$$M_y = \frac{D_y}{1 - \nu_x \nu_y} \left( \nu_x \frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \frac{\partial \psi_y}{\partial y} \right) \quad (6)$$

$$M_{xy} = \frac{D_{xy}}{2} \left( \frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \frac{\partial \psi_y}{\partial y} \right) \quad (7)$$

<sup>1</sup>Mindlin-Reissner

<sup>2</sup>Modified stiffness matrix method

<sup>3</sup>Mesh free Galerkin method

<sup>4</sup>Finite strip method

<sup>5</sup>Mesh free

<sup>6</sup>First-order shear deformation theory

<sup>7</sup>Maclaurin Series

<sup>8</sup>Partial differential equations

• مرز آزاد:

$$x = \pm \frac{a}{2}; \quad M_x = M_{xy} = Q_x = 0 \quad (21)$$

$$y = \pm \frac{b}{2}; \quad M_y = M_{xy} = Q_y = 0$$

• مرز ساده:

$$x = \pm \frac{a}{2}; \quad M_x = \psi_y = w = 0 \quad (22)$$

$$y = \pm \frac{b}{2}; \quad M_y = \psi_x = w = 0$$

• مرز گیردار:

$$x = \pm \frac{a}{2}; \quad \psi_x = \psi_y = w = 0 \quad (23)$$

$$y = \pm \frac{b}{2}; \quad \psi_y = \psi_x = w = 0$$

### ۳- روند حل معادلات حاکم

معادلات حاکم بدست آمده، بصورت مجموعه معادلات دیفرانسیل پاره‌ای می‌باشند که حل همزمان آنها دشوار است. در این مقاله، از روش تحلیلی سری مک‌لورن دوگانه برای حل معادلات حاکم بهره گرفته شده است. برخلاف بیشتر روش‌های تحلیلی مورد استفاده مانند روش‌های لوی<sup>۱</sup> [۲۶] و ناویر<sup>۲</sup> [۲۷] که توانایی تحلیل ورق با شرایط مرزی خاصی را دارند با استفاده از این روش محدودیتی برای اعمال شرایط مرزی مختلف وجود نداشته و ورق با شرایط مرزی متنوع قابل تحلیل می‌باشد [۲۸]. البته در مقایسه با روش‌های عددی مانند روش اجزای محدود که سطح ورق به تعدادی المان تقسیم می‌شود می‌توان برای هر یک از المان‌ها شرایط مستقلی در نظر گرفت و وجود ناپیوستگی یا آسیب در ناحیه‌ای از ورق را مورد بررسی قرار داد اما در اکثر روش‌های تحلیلی از جمله روش مورد استفاده در این مقاله، که پاسخ برای تمام سطح ورق بصورت تابع پیوسته استخراج می‌شود در نظر گرفتن ناپیوستگی در یک ناحیه کوچک بسادگی امکانپذیر نبوده و دارای پیچیدگی‌هایی می‌باشد.

بر اساس سری مک‌لورن، توابع پیوسته براساس مجموعه‌ای از توان‌های متغیر مستقل با ضرایب مشخص قابل بیان می‌باشد. در این مقاله برای حل معادلات حاکم، ابتدا توابع مختلف بر اساس سری مک‌لورن دوگانه با ضرایب مجهول در نظر گرفته می‌شود و ضرایب مجهول باید بنحوی تعیین گردند تا توابع در معادلات حاکم صدق کرده و همچنین شرایط مرزی را برقرار سازد.

$$\psi_x(x, y) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^k \Psi_{m,n}^{(x)} x^m y^n \quad (24)$$

$$\psi_y(x, y) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^k \Psi_{m,n}^{(y)} x^m y^n$$

$$w(x, y) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^k W_{m,n} x^m y^n$$

$\Psi_{m,n}^{(x)}$ ،  $\Psi_{m,n}^{(y)}$  و  $W_{m,n}$  ضرایب مجهولی هستند که باید بر اساس معادلات حاکم و شرایط مرزی تعیین گردند.

عدد  $K$  تعداد جملات سری می‌باشد که بسته به به معیار همگرایی تعیین می‌گردد. با جایگذاری روابط (۲۴) در روابط (۱۸) الی (۲۰)،

$$Q_x = D_{Q_x} \left( \psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (8)$$

$$Q_y = D_{Q_y} \left( \psi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (9)$$

$D_{Q_x}$ ،  $D_{Q_y}$ ،  $D_{Q_{xy}}$ ،  $D_x$ ،  $D_y$  و  $D_{Q_x}$  سختی خمشی و برشی مربوط به پانل‌های ساندویچی با هسته موجدار هستند که با توجه به ابعاد هندسی و جنس سازه تعیین می‌شوند.

$$D_x = EI_x \quad (10)$$

$$D_y = \frac{EI_x}{1 - \nu^2(1 - EI_x/EI_y)} \quad (11)$$

$$D_{xy} = 2GJ \quad (12)$$

$$D_{Q_y} = S.h. \left( \frac{E_c}{1 - \nu_c^2} \right) \left( \frac{t_c}{h_c} \right)^3 \quad (13)$$

$$D_{Q_x} = \frac{G_c t_c h^2}{p l} \quad (14)$$

$$EI_x = E_c I_c + \frac{1}{2} E_1 t_1 h^2 \quad (15)$$

$$EI_y = \frac{1}{2} E_1 t_1 h^2 \quad (16)$$

$$GJ = \frac{1}{2} G_1 t_1 h^2 \quad (17)$$

$E_1$ ،  $G_1$  و  $E_c$  به ترتیب مدول الاستیک و برشی روکش‌ها و مدول الاستیک هسته،  $\nu_c$  و  $\nu$  ضریب پواسون روکش‌ها و هسته،  $I_c$  ممان اینرسی بر واحد عرض هسته،  $t_1$  ضخامت روکش،  $h$  ارتفاع بین صفحه میانی روکش‌ها،  $h_c$  ارتفاع هسته موجدار می‌باشد.  $S$  ضریب بی‌بعدی است که در حالت کلی به شکل هسته موجدار وابسته است.  $I$  ممان اینرسی سطح مقطع با طول  $2p$  است.  $2p$  گام هسته موجدار و  $l$  طول یک پایه از شکل موجدار هسته است.

با قرار دادن معادلات (۵) الی (۹) در معادلات حاکم (۲) الی (۴)، می‌توان به معادلات حاکم بر اساس مولفه‌های جایجایی دست یافت.

$$\frac{D_x}{1 - \nu_x \nu_y} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x^2} + \frac{D_x \nu_y}{1 - \nu_x \nu_y} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x \partial y} + \quad (18)$$

$$\frac{D_{xy}}{2} \left( \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial y \partial x} \right) - D_{Q_x} \left( \psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0$$

$$\frac{D_y}{1 - \nu_x \nu_y} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial y^2} + \frac{D_y \nu_x}{1 - \nu_x \nu_y} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x \partial y} + \quad (19)$$

$$\frac{D_{xy}}{2} \left( \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial y \partial x} \right) - D_{Q_y} \left( \psi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right) = 0$$

$$D_{Q_x} \left( \frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + D_{Q_y} \left( \frac{\partial \psi_y}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = \quad (20)$$

$k_w(x, y)w - q$   
به منظور حل تحلیلی، شرایط مرزی متنوع در لبه‌ها در نظر گرفته می‌شود.

<sup>1</sup>Levy Method

<sup>2</sup>Navier Method

معادلات دیفرانسل حاکم بصورت مجموعه معادلات جبری قابل بیان می‌باشند.

(۲۵)

$$\frac{D_x}{1 - v_x v_y} \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k \Psi_{i,j}^{(x)} i(i-1) x^{i-2} y^j +$$

$$\frac{D_{xy}}{2} \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k \Psi_{i,j}^{(x)} j(j-1) x^i y^{j-2} +$$

$$\left( \frac{D_{xy}}{2} + \frac{D_x v_y}{1 - v_x v_y} \right) \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k \Psi_{i,j}^{(x)} i j x^{i-1} y^{j-1} -$$

$$D_{Q_x} \left( \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k \Psi_{i,j}^{(x)} x^i y^j + \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k W_{i,j} x^{i-1} y^j \right) = 0$$

(۲۶)

$$\frac{D_y}{1 - v_x v_y} \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k \Psi_{i,j}^{(y)} j(j-1) x^i y^{j-2} +$$

$$\frac{D_{xy}}{2} \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k \Psi_{i,j}^{(y)} i(i-1) x^{i-2} y^j +$$

$$\left( \frac{D_{xy}}{2} + \frac{D_y v_x}{1 - v_x v_y} \right) \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k \Psi_{i,j}^{(y)} i j x^{i-1} y^{j-1} -$$

$$D_{Q_x} \left( \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k \Psi_{i,j}^{(y)} x^i y^j + \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k W_{i,j} x^i y^{j-1} \right) = 0$$

(۲۷)

$$D_{Q_x} \left( \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^k \Psi_{i,j}^{(x)} i x^{i-1} y^j +$$

$$\sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^k W_{i,j}^{i(i-1)} x^{i-2} y^j \right) +$$

$$D_{Q_y} \left( \sum_{i=0}^k \sum_{m=0}^k \Psi_{i,j}^{(y)} j x^i y^{j-1} + \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^k W_{i,j}^i j(j-1) x^i y^{j-2} \right) =$$

$$k_w \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^k W_{i,j} x^i y^j - q$$

با اعمال برخی تغییرات بر روی روابط (۲۵) تا (۲۷)، معادلات حاکم را می‌توان به فرم ساده‌تر بازنویسی کرد. در واقع با اعمال تغییرات در شمارنده‌های  $i$  و  $j$  بنحوی که خللی در معادلات (۲۵) تا (۲۸) ایجاد نگردد این روابط بنحوی بازنویسی شده‌اند تا توان‌های مختلف  $x$  و  $y$  برای همه جملات یکسان‌سازی شده و این روابط را بتوان بصورت ضرایبی از توان‌های مختلف نوشته شود.

(۲۸)

$$\sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k \left\{ \frac{D_x}{1 - v_x v_y} \Psi_{i+2,j}^{(x)} (i+1)(i+2) \right.$$

$$\left. + \frac{D_{xy}}{2} \Psi_{i,j+2}^{(x)} (j+1)(j+2) + \right.$$

$$\left( \frac{D_{xy}}{2} + \frac{D_x v_y}{1 - v_x v_y} \right) \Psi_{i+1,j+1}^{(y)} (i+1)(j+1) -$$

$$D_{Q_x} \left( \Psi_{i,j}^{(x)} + W_{i+1,j} (i+1) \right) \} x^i y^j = 0$$

(۲۹)

$$\sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k \left\{ \frac{D_y}{1 - v_x v_y} \Psi_{i,j+2}^{(y)} (j+1)(j+2) + \right.$$

$$\left. + \frac{D_{xy}}{2} \Psi_{i+2,j}^{(y)} (i+1)(i+2) + \right.$$

$$\left( \frac{D_{xy}}{2} + \frac{D_y v_x}{1 - v_x v_y} \right) \Psi_{i+1,j+1}^{(y)} (i+1)(j+1) -$$

$$D_{Q_y} \left( \Psi_{i,j}^{(y)} + W_{i,j+1} (j+1) \right) \} x^i y^j = 0$$

(۳۰)

$$\sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^k \left\{ D_{Q_x} \left( \Psi_{i+1,j}^{(x)} (i+1) + W_{i+2,j} (i+1)(i+2) \right) \right.$$

$$\left. + D_{Q_y} \left( \Psi_{i,j+1}^{(y)} (j+1) + W_{i,j+2} (j+1)(j+2) \right) - \right.$$

$$k_w W_{i,j} + q \delta(x) \delta(y) \} x^i y^j = 0$$

همچنین با جایگذاری توابع جایجایی براساس سری بیان شده در رابطه (۲۴) در روابط (۵) تا (۹)، نتیجه‌های تنش نیز بر اساس سری قابل بیان می‌باشند.

(۳۱)

$$M_x = \frac{D_x}{1 - v_x v_y} \left( \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k \Psi_{i,j}^{(x)} i x^{i-1} y^n + \right.$$

$$\left. v_y \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k \Psi_{i,j}^{(y)} j x^i y^{j-1} \right)$$

$$M_y = \frac{D_y}{1 - v_x v_y} \left( v_x \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k \Psi_{i,j}^{(x)} i x^{i-1} y^n + \right.$$

(۳۲)

$$\left. \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k \Psi_{i,j}^{(y)} j x^i y^{j-1} \right)$$

$$M_{xy} = \frac{D_{xy}}{2} \left( \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k \Psi_{i,j}^{(x)} j x^i y^{j-1} + \right.$$

(۳۳)

$$\left. \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k \Psi_{i,j}^{(y)} i x^{i-1} y^n \right)$$

$$Q_x = D_{Q_x} \left( \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k \Psi_{i,j}^{(x)} x^i y^n + \right.$$

(۳۴)

$$\left. \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k W_{i,j} i x^{i-1} y^j \right)$$

$$Q_y = D_{Q_y} \left( \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k \Psi_{i,j}^{(y)} x^i y^n + \right.$$

(۳۵)

$$\left. \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^k W_{i,j} j x^i y^{j-1} \right)$$

با جایگذاری روابط (۳۱) تا (۳۵) در روابط (۲۱) تا (۲۳) شرایط مرزی مختلف بر اساس سری‌های توانی بیان خواهند گردید.

جهت برقراری معادلات حاکم، ضرایب توان‌های مختلف  $x$  و  $y$  باید صفر گردند. با حل این معادلات به همراه معادلات مربوط به شرایط مرزی، توابع  $\Psi_{i,j}^{(x)}$ ،  $\Psi_{i,j}^{(y)}$  و  $W_{i,j}$  محاسبه خواهند شد. مشاهده گردید که با در نظر گرفتن ۱۵ جمله برای هر یک از سری‌ها، پاسخ‌ها کاملا همگرا گردیدند. با این وجود به علت اطمینان از همگرایی در همه حالت‌ها، تعداد ۲۰ جمله برای هر سری در نظر گرفته شده است.

#### ۴- نتایج بدست آمده

در این بخش، نتایج عددی مربوط به پائل ساندویچی با هسته موجدار ارائه می‌شود. ابتدا صحنه‌گذاری نتایج مورد بررسی قرار گرفته و

1.2,1.4 ارائه شده است. همان طور که مشاهده می شود با افزایش نسبت گام به ارتفاع پانل موجدار، خیز بیشینه نیز افزایش می یابد. افزایش نسبت بی بعد ( $p/h_c$ )، به دو صورت امکان پذیر می باشد: افزایش گام یا کاهش ارتفاع پانل که در واقع به معنی بزرگتر شدن نسبی دامنه موج ورق می باشد. طبیعتاً بزرگتر شدن نسبی دامنه موج، منجر به کاهش فاصله بین پوسته ها و به عبارت دیگر ممان اینرسی هسته می شود. لذا همان طور که انتظار می رود خیز بیشینه افزایش می یابد.

از سویی دیگر، افزایش نسبت ضخامت ورق موجدار به ورق روکش ( $t_f/t_r$ ) نیز سبب افزایش خیز بیشینه می گردد. نتیجه مذکور را می توان این طور توجیه نمود که هسته موجدار با افزایش ممان اینرسی پانل، بخش زیادی از استحکام پانل ساندویچی را تأمین می نماید. به عبارت دیگر، افزایش ضخامت هسته تأثیرگذارتر از افزایش ضخامت پوسته ها است.

در جدول ۴، تأثیر نوع تکیه گاه بر خیز عرضی پانل نیز ارائه شده است. همان طور که مشخص است در حالتی که در جهت  $y$  تکیه گاه ها گیردار باشند (CC-CC و SS-CC) گیردار بودن یا ساده بودن دو تکیه گاه دیگر در جهت  $x$  (عمود بر جهت موجدار) تأثیر بسیار ناچیزی بر نتایج دارد. در حالتی که در جهت  $y$  تکیه گاه ها ساده باشند، با تغییر دو تکیه گاه دیگر به ترتیب، از تکیه گاه CC-SS، SS-SS و FF-SS شاهد افزایش خیز بیشینه خواهیم بود. تکیه گاه گیردار، بدلیل صفر بودن خیز و شیب، مقیدترین تکیه گاه می باشد که مانع از ایجاد خیز می گردد. اما نیرو و گشتاور در این نوع تکیه گاه از سایر انواع دیگر بیشتر است. از سوی دیگر، تکیه گاه آزاد هیچ قیدی برای خیز و شیب ایجاد نمی کند اما عاری از هرگونه نیرو و گشتاور می باشد. لذا همان طور که انتظار می رود خیز در حالت CC-SS کمترین مقدار و در حالت FF-SS بیشترین مقدار خود را داراست. از سوی دیگر مشاهده می گردد در حالتی که تکیه گاه در جهت  $x$  آزاد باشد (FF-SS و FF-CC)، در صورتیکه دو تکیه گاه دیگر ساده باشند، خیز بیشتر از حالتی خواهد بود که این دو تکیه گاه، گیردار باشند. با در نظر گرفتن تکیه گاه SC-SS مشاهده می شود که این نوع تکیه گاه در مقایسه با تکیه گاه CC-SS دارای خیز بیشینه بالاتر و در مقایسه با تکیه گاه FF-SS دارای خیز بیشینه پایین تر است.

بدین منظور، پانلی با ابعاد  $6m$  در  $2.1m$  در نظر گرفته شده است که در معرض بار گسترده عرضی  $5520 N/m^2$  قرار دارد. جنس هسته و روکش ها یکسان با مدول یانگ  $208 GPa$  و ضریب پواسون  $0.3$  است [۲۹]. خصوصیات هندسی پانل در جدول (۱) و ثوابت الاستیک در جدول (۲) ارائه شده است. در جدول ۳، خیز عرضی بدست آمده با روش سری های توانی با نتایج سایر مراجع مقایسه شده است که نشان می دهد میزان خطا کمتر از ۱ درصد می باشد.

جدول ۱- خصوصیات هندسی پانل ساندویچی با هسته موجدار

$t_e$ (mm)	$t_f$ (mm)	$f$ (mm)	$h_c$ (mm)	$p$ (mm)
۲.۵	۲.۵	۸۲.۵	۱۰۷.۵	۲۶۵

جدول ۲- ثوابت الاستیک پانل ساندویچی با هسته موجدار

$D_x$ (Nm)	$D_y$ (Nm)	$D_{xy}$ (Nm)	$D_{Qx}$ (Nm)	$D_{Qy}$ (Nm)
$4.1 \times 10^6$	$3.22 \times 10^6$	$2.31 \times 10^6$	$2.83 \times 10^7$	$1.59 \times 10^5$

جدول ۳- نتایج بدست آمده و نتایج ارائه شده توسط تان و همکاران [۲۹]

حل تحلیلی [۲۹]	اجزای محدود [۲۹]	نتیجه بدست آمده	خطا نسبت به حل تحلیلی [۲۹]	خطا نسبت به حل اجزای محدود [۲۹]
۶.۸۶	۶.۷۷۹	۶.۷۹۰	٪۰.۱۶	٪۱.۰۲

مقایسه دیگری نیز در جداول ۳ تا ۶ برای ورق ساندویچی تحت بارگذاری  $q=10 \text{ kN/m}^2$  با مرجع [۱۰] انجام گرفته است. همان طور که مشخص است، نتایج بدست آمده برای پانل موجدار با تکیه گاه ساده از تطابق بسیار خوبی در مقایسه با مرجع [۱۰] برخوردار است. به منظور بررسی اثر دو پارامتر بی بعد نسبت گام به ارتفاع پانل موجدار ( $p/h_c$ ) و نسبت ضخامت ورق موجدار به ورق پوسته ( $t_f/t_r$ )، در جدول ۴ خیز عرضی برای سه نسبت  $p/h_c=0.6, 1, 1.25$  و  $t_f/t_r=1$

جدول ۴- خیز عرضی پانل ساندویچی با هسته موجدار تحت ترکیب های متنوعی از شرایط مرزی و  $h_c/t_e=20, \alpha=60^\circ$

FF-CC	FF-SS	SC-SS	SS-CC	CC-SS	CC-CC	Fully Simply		$p/h_c$	$t_f/t_r$
						نتایج حاضر [۱۰]	مرجع [۱۰]		
۰.۱۹۳۴	۰.۳۵۸۷	۰.۳۲۲۰۲	۰.۲۰۰۵۲	۰.۳۰۹۵	۰.۲۰۰۹	۰.۳۳۸	۰.۳۳۴۳	۱	۰.۶
۰.۴۱۲۳۱	۰.۵۸۱۳	۰.۵۰۲۳۱	۰.۴۲۹۹۵	۰.۴۷۴۳	۰.۳۹۸۲	۰.۵۳۶	۰.۵۳۰۳	۱.۲	
۰.۶۵۱۶	۰.۸۲۲۵	۰.۶۷۷۰۶	۰.۶۵۷۶۵	۰.۶۲۷۷	۰.۵۷۳۴	۰.۷۳۲	۰.۷۲۷۲	۱.۴	
۰.۲۸۴۹۴	۰.۵۷۴۷	۰.۵۱۵۳۴	۰.۲۸۹۲۶	۰.۴۹۳۶	۰.۲۹۹۷	۰.۵۴۷	۰.۵۳۶۳	۱	۱
۰.۵۸۶۸۸	۰.۸۸۳۳	۰.۷۶۷۳۴	۰.۶۱۵۳۷	۰.۷۲۲۸	۰.۵۸۱۱	۰.۸۲۳	۰.۸۱۱۹	۱.۲	
۱.۰۰۶۸۷	۱.۳۰۷۸	۱.۰۷۶۵۳	۱.۰۳۰۹۱	۰.۹۹۰۷	۰.۸۹۵۱	۱.۱۸	۱.۱۶۳۹	۱.۴	
۰.۳۳۲۳	۰.۶۹۹۵	۰.۶۲۶۸	۰.۳۳۲۷۷	۰.۵۹۹۳	۰.۳۵۱۹	۰.۶۷۰	۰.۶۵۳۳	۱	۱.۲۵
۰.۶۴۹۲۹	۱.۰۲۴۶	۱.۸۹۴۱۵	۰.۶۸۰۵۲	۰.۸۴۲۱	۰.۶۵۴	۰.۹۶۴	۰.۹۴۶۱	۱.۲	
۱.۱۱۳۶۵	۱.۴۹۴۷	۱.۲۴۲۶۵	۱.۱۵۴۲۳	۱.۱۴۴۱	۱.۰۱۴۶	۱.۳۶	۱.۳۴۲۸	۱.۴	

جدول ۵- خیز عرضی پائل ساندویچی با هسته موجدار تحت ترکیب‌های متنوعی از شرایط مرزی و  $h_c/t_c=20, \alpha=90^\circ$

FF-CC	FF-SS	SC-SS	SS-CC	CC-SS	CC-CC	Fully Simply		$p/h_c$	$t_c/t_f$
						مرجع [۱۰]	نتایج حاضر		
۱,۸۹۸	۲,۰۶۸	۱,۲۷۴	۱,۵۲۷	۱,۰۷۳	۱,۰۴۵	۱,۵	۱,۴۹۵	۱	۰,۶
۲,۵۰۷	۲,۶۷۶	۱,۴۸۸	۱,۸۳۱	۱,۲۲۸	۱,۱۹۳	۱,۷۹	۱,۷۸۱	۱,۲	
۳,۲۸	۳,۴۴۸	۱,۷۱	۲,۱۴۷	۱,۳۸۵	۱,۳۴۱	۲,۰۹	۲,۰۸۶	۱,۴	
۲,۰۹۲	۲,۳۹۴	۱,۶۵۲	۱,۹۱۷	۱,۴۱۵	۱,۳۷	۱,۹۳	۱,۹۰۷	۱	۱
۲,۸۶۹	۳,۱۶۹	۱,۹۹۲	۲,۴۲۳	۱,۶۶۴	۱,۶۲	۲,۳۸	۲,۳۵۴	۱,۲	
۳,۶۴۴	۳,۹۴۳	۲,۲۸۱	۲,۸۵۴	۱,۸۷	۱,۸۲	۲,۷۶	۲,۷۴۴	۱,۴	
۲,۱۶۵	۲,۵۴۹	۱,۸۲۶	۲,۰۷۴	۱,۵۷۲	۱,۵۱۱	۲,۱۳	۲,۰۹۶	۱	۱,۲۵
۲,۹۴۲	۳,۳۲۵	۲,۱۹۷	۲,۶۳۶	۱,۸۴۷	۱,۷۴۹	۲,۶۱	۲,۵۷۹	۱,۲	
۳,۸۴۳	۴,۲۲۴	۲,۵۶۲	۳,۱۹۹	۲,۱۰۸	۲,۰۵۲	۳,۱	۳,۰۷۱	۱,۴	

مستقیم این نوع تکیه‌گاه بر خیز است. از سوی دیگر، با تغییر تکیه‌گاه ها در جهت  $x$  به ساده (SS-CC)، خیز بیشینه بطور متوسط حدود 50 درصد افزایش می‌یابد. بعلاوه، افزایش خیز با افزایش زاویه  $\alpha$ ، نیز برای در جدول ۶، تأثیر افزایش نسبت ارتفاع پائل موجدار به ضخامت ورق موجدار هسته  $(h_c/t_c)$  بررسی شده است. همان‌طور که انتظار می‌رود در مقایسه این جدول با جدول ۴، بدلیل کاهش سختی خمشی و برشی، خیز پائل افزایش می‌یابد. کاهش نسبت بی‌بعد مذکور با کاهش ارتفاع پائل موجدار،  $h_c$  و ثابت ماندن ضخامت ورق هسته، به معنای کاهش ممان اینرسی سطح مقطع پائل در دو جهت و بالتبع کاهش محسوس سختی خمشی و برشی است. لذا خیز افزایش یافته است.

در جدول ۵، تأثیر زاویه  $\alpha$  بر خیز بیشینه مورد بررسی قرار گرفته است. با مقایسه نتایج این جدول با جدول ۴، مشاهده می‌شود که افزایش این پارامتر سبب افزایش خیز در تمامی حالات می‌گردد. با فرض ثابت بودن سایر پارامترها، افزایش زاویه، سبب کاهش پارامتر  $D_{0x}$  و در نتیجه، سختی برشی پائل در جهت  $y$  می‌گردد. این بدان معناست که پائل ساندویچی، انعطاف‌پذیر تر شده و لذا خیز عرضی بالا می‌رود. نکته قابل توجه این است که این افزایش خیز به نوع شرایط تکیه‌گاهی نیز وابسته است. به عنوان مثال، در جدول ۵، در حالتی که تکیه‌گاه CC-CC باشد، با تغییر تکیه‌گاه‌های در جهت  $y$  به ساده (CC-SS) تغییر محسوسی در نتایج مشاهده نمی‌شود. همان‌طور که در بخش قبل، اشاره شد، دلیل این رفتار، صلبیت تکیه‌گاه گیردار و تأثیر

جدول ۶- خیز عرضی پائل ساندویچی با هسته موجدار تحت ترکیب‌های متنوعی از شرایط مرزی و  $h_c/t_c=40, \alpha=60^\circ$

FF-CC	FF-SS	SC-SS	SS-CC	CC-SS	CC-CC	Fully Simply		$p/h_c$	$t_c/t_f$
						مرجع [۱۰]	نتایج حاضر		
۱,۶	۱,۹۸۷	۱,۵۹۷	۱,۵۹۸	۱,۴۶۳	۱,۳۵۷	۱,۷۵	۱,۷۳۴	۱	۰,۶
۳,۸۱۹	۴,۲۰۷	۲,۷۴۴	۳,۱۸۸	۲,۳۶	۲,۲۹۸	۳,۱۷	۳,۱۵۸	۱,۲	
۶,۸۹۴	۷,۲۷۸	۳,۷۵۷	۴,۶۴۶	۳,۰۷۲	۲,۹۷۶	۴,۵۵	۴,۵۴	۱,۴	
۲,۲۶۵	۲,۹۲۵	۲,۳۸۲	۲,۳۱۴	۲,۱۷۷	۱,۹۸۲	۲,۶۲	۲,۵۹	۱	۱
۵,۰۸	۵,۷۴۴	۳,۹۳۳	۴,۵۳۵	۳,۳۸۷	۳,۲۸۶	۴,۵۶	۴,۵۱۶	۱,۲	
۹,۱۸۲	۹,۸۳۹	۵,۴۴۲	۶,۸۱۷	۴,۴۳۷	۴,۳۰۸	۶,۶۲	۶,۵۸۳	۱,۴	
۲,۶۲۲	۳,۴۵۳	۲,۸۲۳	۲,۷۰۳	۲,۵۷۷	۲,۳۲۴	۳,۱۳	۳,۰۷۵	۱	۱,۲۵
۵,۷۰۵	۶,۵۴۲	۴,۵۶۳	۵,۲۳۷	۳,۹۳	۳,۸۰۲	۵,۲۹	۵,۲۳۹	۱,۲	
۹,۸۲۹	۱۰,۶۶	۶,۱۸۳	۷,۷۳۹	۵,۰۵۹	۴,۹۱۸	۷,۵۱	۷,۴۵۱	۱,۴	

الاستیک مانع از ایجاد خیز در پانل ساندویچی می‌شود. لذا همانگونه که انتظار می‌رود در جداول (۷-۹)، با افزایش پارامتر  $k_{\text{w}}$  خیز بیشینه کاهش پیدا می‌کند. افزایش نسبت  $p/h_c$  با ثابت نگه داشتن سایر پارامترهای هندسی، سبب می‌گردد که مستقل از نوع تکیه‌گاه، اثر تکیه‌گاه الاستیک افزایش یابد و نسبت کاهش خیز بیشینه افزایش یابد. به طور مشابه، افزایش نسبت  $t_c/t_f$  نیز همین تأثیر را دارد. گام با ثابت نگه داشتن ارتفاع پانل سبب افزایش انعطاف‌پذیری پانل می‌گردد. افزایش نسبت ضخامت ورق موجدار به ورق پوسته ( $t_c/t_f$ ) نیز سبب افزایش خیز بیشینه می‌گردد. این مطلب نشان می‌دهد که افزایش نسبت ضخامت پوسته به ورق موجدار سبب می‌گردد که پانل موجدار از استحکام بیشتری برخوردار باشد. بیشترین تغییر خیز بیشینه مربوط به تکیه‌گاه FF-SS و کمترین تغییر مربوط به تکیه‌گاه CC-CC می‌باشد.

سه نوع تکیه‌گاه ذکر شده نیز خطی نمی‌باشد. این افزایش برای تکیه‌گاه CC-CC حدود ۵ برابر، برای تکیه‌گاه CC-SS حدود 3.5 برابر و برای تکیه‌گاه SS-CC حدود ۷ برابر است. در سایر انواع تکیه‌گاه‌ها نیز افزایش خیز خطی نمی‌باشد. دلیل موارد فوق را می‌توان به این صورت استدلال نمود که در واقع، در مقایسه با پانل‌های ساندویچی ساده، استفاده از هسته موجدار، سبب تقویت پانل ساندویچی در جهتی که ورق موجدار قرار دارد ( راستای x) می‌گردد. به منظور بررسی تأثیر قرار گرفتن پانل ساندویچی بر روی تکیه‌گاه الاستیک، در جداول (۷) تا (۹) خیز بیشینه برای پانل ساندویچی با هسته موجدار ( $h_c/t_c=20, q=10$ )  $k_{\text{w}}=5 \times 10^6$  و سه مقدار سختی بستر الاستیک  $\alpha=60^\circ$   $1 \times 10^7, 5 \times 10^7$  تحت شرایط مرزی متنوع محاسبه شده است. تکیه‌گاه الاستیک باعث می‌شود که خیز بیشینه کاهش یابد. اساساً تکیه‌گاه

جدول ۷- خیز عرضی پانل ساندویچی مستقر بر بستر الاستیک با  $k_{\text{w}}=5 \times 10^6$  تحت ترکیب‌های متنوعی از شرایط مرزی

FF-CC	FF-SS	SC-SS	SS-CC	CC-SS	CC-CC	SS-SS	$p/h_c$	$t_c/t_f$
۰.۱۷۹۴	۰.۳۱۳	۰.۲۸۸۲	۰.۱۸۵۸	۰.۲۷۸۶	۰.۱۸۶۷	0.2977	۱	۰.۶
۰.۳۵۲	۰.۴۶۸۵	۰.۴۲۴۸	۰.۳۶۹۴	۰.۴۰۵۶	۰.۳۴۷۷	۰.۴۴۳۹	۱/۲	
۰.۵۱۱۴	۰.۶۱۲۳	۰.۵۴۳۷	۰.۵۲۸۲	۰.۵۱۳	۰.۴۷۵۴	۰.۵۷۴۵	۱/۴	
۰.۲۵۵۷	۰.۴۶۵۵	۰.۴۳۴۳	۰.۲۵۹۲	۰.۴۱۹۸	۰.۲۶۹۲	۰.۴۴۸۲	۱	۱
۰.۴۷۲۱	۰.۶۴۶۸	۰.۶۰۰۳	۰.۴۹۷	۰.۵۷۴۹	۰.۴۷۹۳	۰.۶۲۵۴	۱/۲	
۰.۷۰۶۸	۰.۸۴۵۲	۰.۷۷۴۲	۰.۷۴۲۴	۰.۷۳۲۵	۰.۶۷۷۲	۰.۸۱۶	۱/۴	
۰.۲۹۳۵	۰.۵۴۴۲	۰.۵۱۱۱	۰.۲۹۳۵	۰.۴۹۴۱	۰.۳۱۰۶	۰.۵۲۷۳	۱	۱/۲۵
۰.۵۱۲۱	۰.۷۱۹۷	۰.۶۷۵۳	۰.۵۲۷۵	۰.۶۸۸۱	۰.۵۲۷۵	۰.۷۰۲۱	۱/۲	
۰.۷۵۸	۰.۹۱۹۶	۰.۸۵۶۴	۰.۸۰۱۸	۰.۸۱۳۱	۰.۷۴۳	۰.۸۹۹۵	۱/۴	

جدول ۸- خیز عرضی پانل ساندویچی مستقر بر بستر الاستیک با  $k_{\text{w}}=1 \times 10^7$  تحت ترکیب‌های متنوعی از شرایط مرزی

FF-CC	FF-SS	SC-SS	SS-CC	CC-SS	CC-CC	SS-SS	$p/h_c$	$t_c/t_f$
۰.۱۶۷۲	۰.۲۷۷۴	۰.۲۶۰۶	۰.۱۷۲۹	۰.۲۵۳	۰.۱۷۴۳	۰.۲۶۸	۱	۰.۶
۰.۳۰۶۸	۰.۳۹۲۱	۰.۳۶۷۱	۰.۳۲۳۱	۰.۳۵۳۵	۰.۳۰۷۹	۰.۳۸۰۶	۱/۲	
۰.۴۲۰۲	۰.۴۸۶۸	۰.۴۵۲۳	۰.۴۳۹۴	۰.۴۳۲	۰.۴۰۴۶	۰.۴۷۲۵	۱/۴	
۰.۲۳۱۸	۰.۳۹۱۱	۰.۳۷۴۴	۰.۲۳۴۶	۰.۳۶۴۳	۰.۲۴۴	۰.۳۸۴	۱	۱
۰.۳۹۴۳	۰.۵۰۹۴	۰.۴۹۰۶	۰.۴۱۵۱	۰.۴۷۵	۰.۴۰۶۳	۰.۵۰۵۸	۱/۲	
۰.۵۴۳۹	۰.۶۲۲۲	۰.۵۹۹۷	۰.۵۷۵۱	۰.۵۷۶۷	۰.۵۴۰۹	۰.۶۲۲۴	۱/۴	
۰.۲۶۲۵	۰.۴۴۵۱	۰.۴۳	۰.۲۶۲۱	۰.۴۱۸۹	۰.۲۷۷۵	۰.۴۴۰۴	۱	۱/۲۵
۰.۴۲۲۱	۰.۵۵۲۷	۰.۵۳۹۲	۰.۴۴۲	۰.۵۲۳۷	۰.۴۴	۰.۵۵۴۵	۱/۲	
۰.۵۷۲۷	۰.۶۶۱۴	۰.۶۴۷	۰.۶۰۸	۰.۶۲۵	۰.۵۸۱۳	۰.۶۶۸۸	۱/۴	

جدول ۹- خیز عرضی پانل ساندویچی مستقر بر بستر الاستیک با  $k_w = 5 \times 10^7$  تحت ترکیب‌های متنوعی از شرایط مرزی

FF-CC	FF-SS	SC-SS	SS-CC	CC-SS	CC-CC	SS-SS	$p/h_c$	$t_c/t_f$
0.1077	0.1445	0.1445	0.1101	0.143	0.1123	0.146	۱	۰.۶
0.1494	0.1675	0.1697	0.1562	0.1682	0.1559	0.1712	۱,۲	
0.1695	0.18	0.1837	0.1782	0.1821	0.1764	0.1853	۱,۴	
0.1311	0.1698	0.1722	0.131	0.1713	0.1366	0.1729	۱	۱
0.1666	0.1844	0.1889	0.1712	0.1886	0.1748	0.1892	۱,۲	
0.1841	0.1929	0.1989	0.191	0.1988	0.1936	0.199	۱,۴	
0.1404	0.1789	0.1822	0.1386	0.1817	0.1459	0.1826	۱	۱,۲۵
0.1712	0.1895	0.1945	0.1742	0.1945	0.1794	0.1943	۱,۲	
0.1869	0.1958	0.2021	0.1923	0.2025	0.1966	0.2017	۱,۴	

### ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از نظریه برشی مرتبه اول و روش سری‌های توانی دوگانه، خمش پانل ساندویچی موجدار بررسی گردید. پانل موجدار با استفاده از روابط ارائه شده معادل با ورق با ثوابت خمشی و برشی مربوطه در نظر گرفته شد و روابط جابجایی، کرنش و منته‌های تنش و نیروی برشی استخراج گردید. دقت حل ارائه شده با سایر مراجع، سنجیده شد و نشان داده شد که نتایج از دقت بسیار مطلوبی برخوردار هستند. در ادامه، اثر پارامترهای هندسی، نظیر ضخامت هسته و روکش، گام هسته و زاویه موجدار بودن هسته بررسی گردید و نتایج مربوطه تحلیل شد. بعلاوه، تحلیل خمش برای انواع متنوع تکیه‌گاه‌ها انجام گرفت و تأثیر نوع تکیه‌گاه بررسی شد. نکات قابل توجه در روش پیشنهادی تحلیل در این مقاله، حجم محاسباتی نسبتاً پایین روش بکار گرفته شده، دقت نتایج بدست آمده و عدم محدودیت در شرایط مرزی است.

به طور کلی، بر اساس تحلیل‌های صورت گرفته نتایج زیر قابل استنباط می‌باشد:

- در صورتیکه گام ( $p$ )، زاویه ( $\alpha$ ) و یا ضخامت هسته موجدار افزایش پیدا کند، خیز پانل ساندویچی نیز افزایش خواهد یافت.
- هنگامی که ارتفاع هسته موجدار و یا ضخامت روکش‌های پانل ساندویچی افزایش یابد، استحکام سازه افزایش یافته که سبب کاهش خیز جانبی می‌گردد.
- با صرف‌نظر از پارامترهای هندسی، نوع تکیه‌گاه اثر بسزایی در نتایج دارد. این تأثیر در جهت هسته موجدار ( $y$ )، بیش از جهت عمود بر آن ( $x$ ) است. بنحوی که با افزایش صلبیت تکیه‌گاه درجهت موجدار، کاهش بیشتری در خیز رخ می‌دهد.

با توجه به موارد ذکر شده، طراحی پانل ساندویچی موجدار مورد نظر، فرایند پیچیده‌ای است که متأثر از متغیرهای متنوع هندسی و مکانیکی است. یکی از روش‌هایی که در این مقاله بکار گرفته شد استفاده از پارامترهای بی‌بعد هندسی ( $t_c/t_f$ ,  $p/h_c$ ) است. بکار گرفتن این پارامترها با توجه به نتایج ارائه شده می‌تواند رهیافت بسیار مناسبی در طراحی بهینه پانل ساندویچی باشد. با استفاده از نتایج و روند تحلیل

ارائه شده، می‌توان به بهینه‌سازی این نوع پانل‌های ساندویچی براساس توابع هدف و رویکردهای متفاوتی مانند کاهش وزن یا ابعاد هندسی پرداخت.

### ۶- مراجع

- [1] Twede D., Selke, Cartons S.E., Crates and corrugated board: handbook of paper and wood packaging technology, *DESTech Publications Inc*, 2005.
- [2] Dubina D., Ungureanu V., Gîlia L., Cold-formed steel beams with corrugated web and discrete web-to-flange fasteners, *Steel Construction*, Vol. 6, No. 1, pp. 74–81, 2013.
- [3] Hachemi H., Kebir H., Roelandt J.M., Wintrebert E., A study of the braided corrugated hoses: Behavior and life estimation, *Material Design*, Vol. 32, No. 1, pp. 1957–66, 2011.
- [4] Barbarino S. Bilgen O., Ajaj R.M., Friswell M.I., Inman D.J., A review of morphing aircraft, *Journal of Intelligent Material System Structure*, Vol. 22, No. 1, pp. 823–77, 2011.
- [5] Khalid Y.A., Chan C.L., Sahari B.B., Hamouda A.M.S., Bending behavior of corrugated web beams, *Journal of Material Processing Technology*, Vol. 150, No. 1, pp. 242–54, 2004.
- [6] Sun Y., Guo L., Wang T., Zhong S., Pan H., Bending behavior of composite sandwich structures with graded corrugated truss cores, *Composite Structures*, Vol. 185, pp. 446-454, 2018.
- [7] Pydah A., Batra R.C., Analytical solution for cylindrical bending of two-layered corrugated and webcore sandwich panels, *Thin-Walled Structures*, Vol. 123, pp. 509-519, 2018.
- [8] Rong Y., Liu J., Luo W., Hed W., Effects of geometric configurations of corrugated cores on the local impact and planar compression of sandwich panels, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 152, pp. 324-335, 2018.
- [9] Yu Y., Ying W L., Hou, Hu P. Jia X., Akhmet G., Failure analysis of adhesively bonded steel corrugated sandwich structures under three-point bending, *Composite Structures*, Vol. 184, pp. 256-268, 2018.
- [10] Chang W.S., Ventsel E., Krauthammer T., John J., Bending behavior of corrugated core sandwich plates, *Composite Structure*, Vol. 70, No. 1, pp. 81–9, 2005.
- [11] Yokozeki T., Takeda S.I., Ogasawara T., Ishikawa T., Mechanical properties of corrugated composites for candidate materials of flexible wing structures, *Composite A: Applied Science Manufacturing*, Vol. 37, No. 1, pp. 1578–86, 2006.
- [12] Dayyani I., Ziaei-Rad S., Salehi H., Numerical and experimental investigations on mechanical behavior of composite



- corrugated core, *Applied Composite Material*, Vol. 19, No. 3, pp. 705–21, 2012.
- [13] Leekitwattana M., Boyd S.W., Shenoi R.A., Evaluation of the transverse shear stiffness of a steel bi-directional corrugated-strip-core sandwich beam, *Journal of Construction Steel Res*, Vol. 67, pp. 248–54, 2011.
- [14] Liew K.M., Peng L.X., Kitipornchai S., Buckling analysis of corrugated plates using a mesh-free Galerkin method based on the first-order shear deformation theory, *Computational Mechanics*, Vol. 38, No. 2, pp. 61–75, 2006.
- [15] Yi J., Gil H., Youm K., Lee H., Interactive shear buckling behavior of trapezoidally corrugated steel webs, *Engineering Structure*, Vol. 30, No. 3, pp. 1659–66, 2008.
- [16] Sause R., Braxtan T.N., Shear strength of trapezoidal corrugated steel webs, *Journal of Construction Steel Res*, Vol. 67, No. 5, pp. 223–36, 2011.
- [17] Hui W., Huan-ran Y., Natural frequency for rectangular orthotropic corrugated-core sandwich plates with all edges simply-supported, *Applied Mathematical Mechanics*, Vol. 22, No. 1, pp. 1019–27, 2001.
- [18] Liew K.M., Peng L., Kitipornchai S., Vibration analysis of corrugated Reissner–Mindlin plates using a mesh-free galerkin method, *International Journal of Mechanical Science*, Vol. 51, No. 3, pp. 642–52, 2009.
- [19] Mandal N.K., Experimental studies of quasi-longitudinal waves power flow in corrugated plates, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 297, No. 4, pp. 227–42, 2006.
- [20] Mandal N.K., Rahman R.A., Leong M., Experimental study on loss factor for corrugated plates by bandwidth method, *Ocean Engineering*, Vol. 31, No. 3, pp. 1313–23, 2004.
- [21] Yang J., Xiong J., Ma L., Feng L., Wang S., Wu L., Modal response of all-composite corrugated sandwich cylindrical shells, *Composite Science Technology*, Vol. 115, No. 1, pp. 9–20, 2015.
- [22] Kress G., Winkler M., Corrugated laminate homogenization model, *Composite Structures*, Vol. 92, No. 2, pp. 795–810, 2010.
- [23] Winkler M., Kress G., Deformation limits for corrugated cross-ply laminates, *Composite Structures*, Vol. 92, No. 6, pp. 1458–68, 2010.
- [24] Yousefzadeh Sh., Thermal Buckling Analysis of a 2-Directional FGM Circular Plate Using First-Order Shear Deformation Theory, *Tabriz Mechanical Engineering*, Vol. 47, No. 3, pp. 307-316, 1396. (In Persian)
- [25] Molla-Alipour M., Bending Analysis of FG Circular and Annular Plates with Stepped Thickness Variations by Using a New Exact closed form Solution, *Tabriz Mechanical Engineering*, Vol. 47, No. 2, pp. 295-302, 1396. (In Persian)
- [26] Sobhy M., Levy-type solution for bending of single-layered graphene sheets in thermal environment using the two-variable plate theory, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 90, pp. 171–178, 2015.
- [27] Demasi L., Three-dimensional closed form solutions and exact thin plate theories for isotropic plates, *Composite Structures*, Vol. 80, pp. 183–195, 2007.
- [28] Alipour M.M., An analytical approach for bending and stress analysis of cross/angle-ply laminated composite plates under arbitrary non-uniform loads and elastic foundations, *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 2, pp. 193-210, 2016.
- [29] Tan K.H., Montague P., Norris C., Steel sandwich panels: finite element, closed solution, and experimental comparisons on 6m · 2.1m panel, *Structural Engineering*, London, Vol. 67, pp. 159–66, 1989.