

# طراحی کنترل کننده بهینه فعال با سطح لغزشی انتگرال مرتبه کسری برای سیستم تعليق خودرو

سعید بلوچیان\*

سهیلا داودی مقدم

## چکیده

در این مقاله کنترل کننده بهینه مدل‌لغزشی انتگرالی با مشتقات مرتبه کسری برای سیستم تعليق فعال یک چهارم خودرو، جهت دستیابی به کنترل اینم و راحتی سرنشینان در حضور عدم قطعیت‌ها، طراحی می‌شود. با توجه به دینامیک غیرخطی محرک هیدرولیکی، باید کنترلر به گونه‌ای طراحی شود تا سیستم در مقابل تغییر پارامترها، مقاوم باشد. از این‌رو کنترل مدل‌لغزشی که یک روش کنترل مقاوم است مورد استفاده قرار می‌گیرد. در روش پیشنهادی، کنترل کننده مدل‌لغزشی با سطح انتگرال مرتبه کسری در یک سیستم تعليق خودرو تعریف خواهد شد. در کنترل کننده برای بدست آوردن مقادیر بهینه، پارامترهای سطح لغزش مرتبه کسری توسط الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات بهینه‌سازی می‌شود. در نهایت جهت بررسی صحت روش پیشنهادی، سیستم در دو حالت فعال و غیرفعال، شبیه‌سازی و با یکدیگر مقایسه می‌شود که نتایج بدست آمده، عملکرد مطلوب سیستم تعليق را در حالت فعال و در حضور عدم قطعیت جاده، نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: کنترل لغزشی، کنترل مقاوم، انتگرال مرتبه کسری، چترینگ، سیستم تعليق خودرو، الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات.

## Optimal Active Controller Design with Fractional Integral sliding sector for Vehicle Suspension System

S. Balochian

Department of Electrical Engineering , Gonabad Branch Islamic Azad University, Gonabad, Iran

S. Davodi Moghadam

Department of Electrical Engineering , Gonabad Branch Islamic Azad University, Gonabad, Iran

### Abstract

In this paper, optimal integral sliding mode controller with fractional derivative for  $\frac{1}{4}$  active suspension vehicle in order to achievement of safe control and passenger comfort in presence of uncertainty has been designed. Since, hydraulic actuator has nonlinear behavior, controller should be designed robustly. Therefore, sliding mode control as a robust controller is used. In the proposed method, sliding mode controller with fractional integral sliding surface is defined. In order to optimal design, fractional integral sliding surface parameters using particle swarm optimization (PSO) is optimized. Finally accuracy and performance of proposed method is validated by using active and passive method. Simulation results are shown performance of the proposed method in presence of road uncertainty.

**Keywords:** Sliding mode control, Robust control, fractional integral, chattering, suspension system, Particle Swarm Optimization.

سازگار شود. در این نوع سیستم از عملکرد هیدرولیکی که توسط واحد کنترل الکترونیکی کنترل می‌گردد، استفاده می‌شود [۱]. در سیستم تعليق فعال شتاب بدنه خودرو و شتاب عمودی چرخ توسط نیروی عملکرد هیدرولیکی کنترل می‌گردد که باعث از بین رفتان ارتعاشات در ناهماواری‌های جاده می‌شود. از میان مدل‌های سیستم تعليق خودرو سه مدل برای مدل‌سازی وجود دارد که موردن توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است: کامل، یک دوم و یک چهارم. به علت ساده بودن و دارا بودن تمام مشخصات خودرو کامل، از مدل یک چهارم که تنها برای یک چرخ خودرو در نظر گرفته می‌شود، بیشتر استفاده می‌شود [۲، ۱]. روش‌های دیگر مدل‌سازی و کنترل کننده سیستم تعليق خودرو در [۳، ۴] پیشنهاد شده است. به منظور کنترل سیستم تعليق خودرو، تاکنون استراتژی‌های مختلفی ارائه شده است. روش‌های کنترل فازی [۵-۷] و روش‌های کنترل مقاوم مانند کنترل پسخورد مطالعه قرار گرفته است و می‌تواند سیستم تعليق فعال خودرو را بهبود بخشد، استفاده از سیستم تعليق فعال در آن به جای تقسیم سیستم به سیستم محرک و یک زیرسیستم تعليق، سیستم به یک زیرسیستم خطی و غیرخطی تقسیم می‌شود که

### ۱- مقدمه

رانندگی اینم و راحتی سفر از معیارهای مهم خودروسازان در طراحی سیستم تعليق خودرو است. یک سیستم تعليق خودرو ایده‌آل باید بتواند بدنه خودرو را نسبت به ارتعاشات ناشی از جاده، اینم سازد. به طور کلی از نظر کیفیت عملکرد، سیستم‌های تعليق خودرو به سه دسته طبقه‌بندی می‌شوند. سیستم‌های تعليق غیرفعال، فعال و نیمه‌فعال. سیستم تعليق غیرفعال قدیمی‌ترین سیستم تعليق می‌باشد که شامل میراکننده<sup>۱</sup> معمولی است و به دلیل داشتن پارامترهای ثابت و عدم وجود کنترل پسخورد، نمی‌تواند پاسخ مناسبی به تغییر شرایط سیستم دهد. در تعليق نیمه‌فعال، میراکننده‌ها قابل تغییر هستند و سیستم نسبت به تعليق غیرفعال عملکرد بهتری دارد. یکی از روش‌های مناسبی که در سال‌های اخیر مورد مطالعه قرار گرفته است و می‌تواند عملکرد سیستم تعليق را بهبود بخشد، استفاده از سیستم تعليق فعال می‌باشد. سیستم تعليق فعال برخلاف تعليق غیرفعال می‌تواند محدوده وسیعی از تغییر پارامترها را پاسخ دهد و با تغییر پارامترهای سیستم

<sup>1</sup> Damper

توسط الگوریتم PSO صورت می‌گیرد. در نهایت در بخش ۶ جهت بررسی عملکرد روش پیشنهادی، شبیه‌سازی صورت می‌گیرد و نتایج آن ارائه می‌شود و در انتها در بخش ۷ نتیجه‌گیری از روش پیشنهادی ارائه خواهد شد.

## ۲- مبانی و تعاریف اولیه در محاسبات مرتبه کسری

به دلیل استفاده از کنترل کننده مرتبه کسری لغزشی در این مقاله، ابتدا مفاهیم اصلی مورد نیاز مقاله در بخش طراحی کنترل کننده آورده شده است که جهت اطلاعات بیشتر می‌توانید به مراجع [۱۵-۱۸] مراجعه کرد.

محاسبات مرتبه کسری نقش بسیار مهمی در زمینه‌های گوناگون علمی به خصوص مهندسی کنترل دارد زیرا می‌تواند رفتار سیستم‌های پیچیده دینامیکی را مناسب تر از مرتبه صحیح توصیف و مدل سازی کند و در حال حاضر به عنوان یک ابزار کارآمد در مهندسی کنترل، الکترونیک، رباتیک و پردازش سیگنال شناخته می‌شود [۱۵-۱۸]. اگر مرتبه کسری، جایگزین مرتبه صحیح مشتق یا انگرال شود باید از حسابان عملگر مشتق گیر-انگرال گیر مرتبه کسری استفاده کرد. به طور کلی نمایش داده می‌شود [۱۶].

$${}_aD_t^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & \alpha > 0 \\ 1 & \alpha = 0 \\ \int_a^t (dt)^{-\alpha} & \alpha < 0 \end{cases} \quad (1)$$

اپراتور مشتق گیر-انگرال گیر به صورت  ${}_aD_t^\alpha$  نشان داده می‌شود که در آن ثابت  $a$  مربوط به شرایط اولیه است و  $\alpha \in R$  و مرتبه کسری می‌باشد. این عملگر نمادی است که برای بدست آوردن مشتق و انگرال کسری به کار می‌رود. برای مقادیر مثبت  $\alpha$  نماد مشتق و برای مقادیر منفی  $\alpha$  نماد انگرال است. تاکنون تعريف مختلفی برای مشتقان و انگرال‌های مرتبه کسری بیان شده است. از معروف‌ترین تعريف مرتبه کسری، تعريف ریمان-لیویل<sup>۱</sup>، کاپوتو<sup>۲</sup> و گرانوالد-لتنيکوف<sup>۳</sup> است [۱۷]. در این مقاله از تعريف ریمان-لیویل که پرکاربردترین و ساده‌ترین تعريف مرتبه کسری است، استفاده می‌شود [۱۸].

تعريف ۱: انگرال ریمان-لیویل از مرتبه  $\alpha$  به صورت (۲) تعريف می‌شود [۱۷]:

$${}_aD_t^{-\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad (2)$$

که در آن  $1 < \alpha < 0$  و  $t$  زمان اولیه است و  $\Gamma(x)$  تابع گاما است. تعريف ۲: مشتق ریمان-لیویل از مرتبه  $\alpha$  به صورت (۳) تعريف می‌شود:

$${}_aD_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-q)} \frac{d^m}{dt^m} \int_a^t (t-\tau)^{m-\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad (3)$$

که در آن  $m > \alpha > 0$  می‌باشد و  $m-1 \leq \alpha < m$  کوچکترین عدد صحیح بزرگتر از  $\alpha$  است.

طراحی کنترل کننده را تا حد زیادی تسهیل می‌کند و یا در [۹] که از کنترل مدل‌گذاری مبتنی بر الگوریتم فراچرخشی<sup>۴</sup> برای STA سیستم تعلیق استفاده می‌شود که اثرات چترینگ را تا حد زیادی کاهش دهد. همچنین در [۱۰] کنترل مدل‌گذاری مرتبه کسری با مدل آزاد برای یک سیستم تعلیق خودرو، یک روش جدید مبتنی بر کنترل مدل‌گذاری مرتبه کسری (FOSMC)<sup>۵</sup> بر اساس یک رگولاتور درجه دو خطی (LQR)<sup>۶</sup> برای یک کلاس از سیستم‌های غیر خطی ناشخص ارائه می‌دهد. در [۱۲] برای کنترل کننده سیستم تعلیق فعال خودرو با دینامیک کنترل کننده تطبیقی برای سیستم تعلیق فعال خودرو با سیستم غیرخطی استفاده می‌شود و در [۱۳] کنترل سیستم تعلیق خودرو مبتنی بر  $H_\infty$  طراحی شده است.

در این مقاله برای طراحی قانون کنترل، از کنترل مدل‌گذاری با سطح لغزش مرتبه کسری استفاده می‌شود. روش کنترل مدل‌گذاری بدليل سهولت پیاده‌سازی، مقاومت در برای عدم قطعیت‌ها و اختشاشات بیرونی به عنوان یکی از بهترین روش‌های سیستم‌های کنترلی شناخته شده است [۹]. در کنترل مدل‌گذاری مرتبه کسری ارائه شده در مقاله حاضر، در سطح لغزش به جای استفاده از مشتق و انگرال مرتبه صحیح، مشتق و انگرال مرتبه کسری بکار می‌رود که در مقایسه با کنترل کننده مرتبه صحیح، باعث بهبود عملکرد سیستم کنترل می‌شود که با قرار گرفتن روی آن، خطای ریدیابی به سمت صفر همگرا خواهد شد. سپس جهت بهینه‌سازی پارامترهای سیستم کنترل، از روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO)<sup>۷</sup> که با الگوگیری و شبیه‌سازی رفتار پرواز دسته جمعی پرنده‌گان یا حرکت دسته جمعی ماهی‌ها بنا نهاده شده است، استفاده می‌شود.

برخلاف روش‌های بهینه‌سازی کلاسیک، الگوریتم PSO مبتنی بر گردایان نیست. بنابراین می‌تواند برای مسائل بهینه‌سازی ای که تا حدودی بی قاعده، نویزدار و متغیر با زمان هستند، به کار رود. همچنین این الگوریتم، بر محاسباتی کمتر و سرعت همگرایی سریع‌تری دارد و اجازه می‌دهد تا در صد خطای کمتری نسبت به روش‌های مبتنی بر گردایان داشته باشیم و احتمال گیر افتادن در کمینه‌های محلی را نیز کاهش می‌دهد [۱۴].

هدف از طراحی سیستم کنترل پیشنهادی، کاهش دامنه جابجاگایی فضای تعلیق می‌باشد که راحتی سرنشینان و سهولت رانندگی را فراهم کند. در انتهای مقاله برای بررسی عملکرد و کارایی قانون کنترل پیشنهادی با استفاده از نرم‌افزار متلب در روی یک جاده با ورودی تصادفی شبیه‌سازی‌هایی صورت می‌گیرد و نتایج آن ارائه می‌شود.

ساختر این مقاله به این شرح است: در بخش ۲ مبانی و تعاریف اولیه در محاسبات مرتبه کسری توضیح داده می‌شود. در بخش ۳، سیستم تعلیق فعال یک چهارم خودرو، مدل سازی می‌شود. در بخش ۴، طراحی کنترل کننده با استفاده از کنترل مدل‌گذاری و محاسبات مرتبه کسری پیشنهاد می‌شود و در ادامه و در بخش ۵، بهینه‌سازی

<sup>5</sup> Riemann-Liouville

<sup>6</sup> Caputo

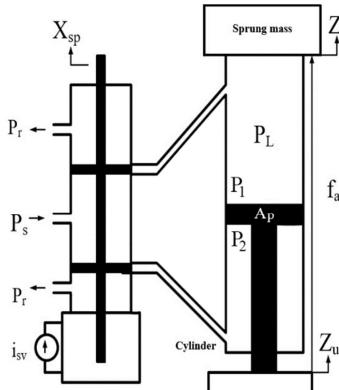
<sup>7</sup> Grunwald-Letnikov

<sup>1</sup> Super twisting algorithm

<sup>2</sup> Fractional-order sliding mode control

<sup>3</sup> Linear-quadratic regulator

<sup>4</sup> Particle swarm optimization



شکل ۲- محرک هیدرولیکی [۲۱]

که در آن  $P_r$  و  $P_s$  به ترتیب منبع هیدرولیک، فشار برگشتی شیر و فشار سیال در سیلندر می‌باشد. با تغییر موقعیت شیر، اختلاف فشار در  $P_2$  و  $P_1$  ایجاد می‌شود. این اختلاف فشار در سطح مقطع  $A_p$  نیرو محركه  $f_a$  لازم را ایجاد خواهد کرد که این نیرو توسط رابطه (۵) بیان می‌شود [۲۱].

$$f_a = P_L \times A_p \quad (5)$$

مشتق  $P_L$  عبارتست از:

$$\left(\frac{V_t}{4\beta}\right) \dot{P}_L = Q - C_{tp} P_L - A(\dot{z}_s - \dot{z}_u) \quad (6)$$

که در آن  $V_t$  حجم محرك،  $\beta$  ضریب حجمی موثر هیدرولیک،  $Q$  جريان بارهیدرولیکی،  $C_{tp}$  ضریب نشت کامل پیستون،  $A$  محدوده حرکت محرك،  $\dot{z}_s$  سرعت جرم بدنه خودرو و  $\dot{z}_u$  سرعت جرم چرخ است. علاوه بر اين، رابطه بين جابجایی دریچه شیر و جريان بار شیر توسط (۷) بدست می‌آيد:

$$Q = C_d \omega x_{sp} \sqrt{\frac{1}{\rho} [P_s - \text{sgn}(x_{sp}) P_L]} \quad (7)$$

که  $C_d$  ضریب تخلیه،  $\omega$  پهنهای شیر کنترل،  $x_{sp}$  جابجایی دریچه شیر از موقعیت بسته و  $\rho$  چگالی سیال هیدرولیکی می‌باشد. رابطه دینامیکی رفتار غیرخطی محرك هیدرولیکی به صورت (۸) می‌باشد:

$$\dot{F}_a = -\alpha A_p^2 (\dot{z}_s - \dot{z}_u) - \beta P_L + \gamma A_p \sqrt{[P_s - \text{sgn}(X_{sp}) P_L]} \quad (8)$$

که در آن:

$$\alpha = \frac{4\beta}{V_t}, \beta = \alpha C_{tm}, \gamma = \alpha C_d \omega x_{sp} \sqrt{\frac{1}{\rho}}$$

و  $C_{tm}$  ثابت ضریب نشت کل است. با در نظر گرفتن محرك هیدرولیکی به عنوان يك سیستم، می‌توان ورودی سیستم را  $u$  و خروجی آن را  $F_a$  در نظر گرفت. برای اعمال روش‌های کنترلی لازم است مدل فضایی حالت سیستم و یاتابع تبدیل حاکم بر آن استخراج شود. در اینجا مدل فضایی حالت سیستم ارائه می‌شود. توجه شود که خروجی سیستم، شتاب بدنه خودرو است. به این ترتیب متغیرهای

حالت به صورت روابط (۹) تا (۱۴) می‌باشد:

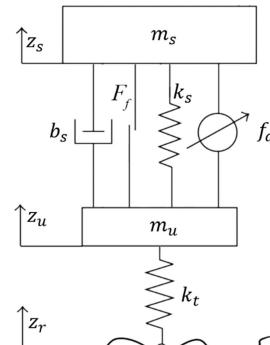
$$x_1 = z_s - z_u \quad (9)$$

$$x_2 = \dot{z}_s \quad (10)$$

از اين تعريف مشتق و انتگرال ریمان لیوویل پس از بیان مدل سیستم تعیق که در بخش ۳ معرفی می‌گردد، در طراحی کنترل کننده استفاده می‌شود.

### ۳- مدل‌سازی سیستم تعیق خودرو همراه با محرك هیدرولیکی

در يك سیستم تعیق ایدهآل، ایزوله کردن بدنه از جاده و جلوگیری از جدایی چرخ‌ها از جاده از مهمترین اهداف مهندسین کنترل است. در سیستم تعیق، مدل‌های پرکاربری که مورد استفاده قرار می‌گیرد به قلاب آسمانی، قلاب زمینی و هیبریدی تقسیم بندی می‌شوند. مدل مبنا در اين مقاله قلاب آسمانی است، زیرا نسبت به روش قلاب زمینی و هیبریدی آسایش سرنشیان بیشتر و کنترل خودرو بهتر انجام می‌پذیرد [۱۹]. شکل ۱، سیستم تعیق خودرو را نشان می‌دهد.



شکل ۱- سیستم تعیق خودرو [۱۹]

معادلات دینامیکی سیستم تعیق برای مدل يك چهارم خودرو براساس قانون دوم نیوتون، به صورت (۴) بیان می‌شود [۲۰]:

$$m_s \ddot{z}_s = k_s(z_u - z_s) + b_s(\dot{z}_u - \dot{z}_s) + f_a - F_f \quad (4)$$

$m_u \ddot{z}_u = k_t(z_r - z_u) - k_s(z_u - z_s) - b_s(\dot{z}_u - \dot{z}_s) - f_a + F_f$  که در آن  $m_s$  و  $m_u$  به ترتیب جرم بدنه خودرو،  $k_s$  و  $k_t$  به ترتیب ضریب سختی تعیق و ضریب سختی چرخ است که برای ضریب  $b_s$  میرای ناجیزی فرض می‌شود.  $F_f$  ضریب میراکننده تعیق و متغیرهای  $Z_r$  و  $Z_u$  به ترتیب جابجایی عمودی جرم بدنه، چرخ و ناهمواری های سطح جاده است و  $f_a$  نیز نیروی اصطکاک محرك هیدرولیکی است. سیستم از يك محرك هیدرولیکی تشکیل شده است که بين جرم‌های  $m_s$  و  $m_u$  واقع شده است و يك نیروی محركه  $f_a$ ،  $F_f$  بین بدنه و چرخ اعمال می‌کند. عنصر مولد نیرو در سیستم تعیق فعال، يك محرك هیدرولیکی با شیر سوزنی در نظر گرفته می‌شود [۲۱]. شکل ۲، يك محرك هیدرولیکی را نشان می‌دهد.

که در آن  $\hat{f}$  قطعیت سیستم و  $\Delta f$  عدم قطعیت سیستم است که در شرط  $\|\Delta f\| \leq F$  صدق می‌کند. هدف مساله کنترل این است که حالت  $x$  چنان یافت شود که یک متغیر حالت با زمان مشخص،  $x_d = [x_d \cdot x_d^0 \dots x_d^{(n-1)}]^T$  را با وجود خطأ در  $(x)$  دنبال کند. حالت اولیه به صورت  $x_d(0) = x(0)$  در نظر گرفته می‌شود تا با استفاده از یک سیگنال کنترل، محدوده  $U$  قابل دستیابی باشد که  $U$  در واقع کنترل پسخورد است. خطای ریدیابی در متغیر  $x$  به صورت  $\tilde{x} = x - x_d$  و بردار خطای ریدیابی به صورت  $\tilde{x}_d = [\tilde{x}_d \cdot \tilde{x}_d^0 \dots \tilde{x}_d^{(n-1)}]^T$  است.

حال یک سطح متغیر با زمان  $S(t)$  با مرتبه  $n$  در فضای حالت  $R^n$  بعدی به صورت (۲۴) تعریف می‌گردد [۱۱]:

$$S(t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \quad (24)$$

که در آن  $\lambda$  یک ثابت اکیداً مثبت است. برای اینکه سیستم  $x_d(t)$  را دنبال کند باید یک سطح لغزش  $S = 0$  مطابق (۲۵) تعریف کرد:

$$S(t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \tilde{x} = \dot{\tilde{x}} + \lambda \tilde{x} \quad (25)$$

که در آن  $n=2$  فرض شده است. برای بررسی پایداری نیاز به انتخابتابع لیاپانوف مناسب می‌باشد. تابع لیاپانوف به صورت (۲۶) تعریف می‌شود [۲۲]:

$$V = \frac{1}{2} s^2, \quad V(0) = 0, \quad S \neq 0 \quad (26)$$

این تابع مثبت معین است. سطح لغزش زمانی به سمت صفر همگرا می‌شود که مشتق تابع لیاپانوف، منفی معین باشد بدین معنی که رابطه (۲۷) برقرار شود:

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq -\eta |s|, \quad \eta > 0 \quad (27)$$

η پارامتر کنترل و مثبت می‌باشد. رابطه (۲۷) را می‌توان به صورت بازنویسی کرد:

$$sgn(s)\dot{s} \leq -\eta \quad . sgn(s) = \frac{s}{|s|} \quad (28)$$

که:

$$sgn(s) = \begin{cases} 1 & S > 0 \\ \text{undefined} & S = 0 \\ -1 & S < 0 \end{cases}$$

با توجه به روابط (۲۷) و (۲۸) می‌توان مشتق رابطه (۲۵) را به صورت (۲۹) بیان کرد:

$$\dot{s}(t) = \ddot{x} - \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}} \quad (29)$$

با جایگذاری رابطه (۲۲) در (۲۹) رابطه (۳۰) را می‌توان بازنویسی کرد:

$$\dot{s}(t) = f + u - \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}} \leq -\eta \quad (30)$$

با توجه به رابطه (۲۳) رابطه (۳۰) را می‌توان به صورت (۳۱) بازنویسی کرد:

$$\dot{s}(t) = ((\hat{f} + \Delta f) + u - \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}}) \leq -\eta \quad (31)$$

هدف، طراحی کنترل کننده  $U$  است به طوری که سیستم حلقه بسته، شرط لغزش (۲۸) را تامین کند. سیگنال کنترلی  $U$  به صورت (۳۲) بیان می‌گردد.

$$x_3 = z_u - z_r \quad (11)$$

$$x_4 = \dot{z}_u \quad (12)$$

$$x_5 = P_L = P_1 - P_2 = \frac{f_a}{A_p} \quad (13)$$

$$x_6 = x_{sp} \quad (14)$$

با توجه به روابط فوق، معادلات حالت به صورت (۱۵) تا (۲۰) می‌باشد:

$$\dot{x}_1 = z_2 - z_4 \quad (15)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{ks}{ms} x_1 - \frac{bs}{ms} x_2 + \frac{bs}{ms} x_4 + \frac{f_a}{ms} x_5 \quad (16)$$

$$\dot{x}_3 = X_4 - \dot{z}_4 \quad (17)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{ks}{mu} x_1 + \frac{bs}{mu} x_2 - \frac{kt}{mu} x_3 - \frac{bs}{mu} x_4 + \frac{A}{mu} x_5 - F_f \quad (18)$$

$$\dot{x}_5 = -\beta x_5 - \alpha A_p(x_4 - x_2) + \gamma x_6 \sqrt{P_s - P_l sgn(x_6) x_5} \quad (19)$$

$$x_6 = \frac{1}{\tau} (u - x_6) \quad (20)$$

$$y = A_p x_5 \quad (21)$$

#### ۴- طراحی کنترل کننده مدلغزشی مرتبه کسری

عدم قطعیت در مدل‌سازی می‌تواند اثرات نامطلوب زیادی روی سیستم‌های کنترل غیرخطی داشته باشد. این عدم قطعیت را می‌توان به دو نوع تقسیم کرد. عدم قطعیت ساختاری به این معنی که پارامترهای سیستم شناسایی و اندازه‌گیری نشده است و عدم قطعیت غیرساختاری (با دینامیک مدل نشده) که شامل هر عدم تطبیق بین مدل و سیستم واقعی می‌شود [۲۲]. یک روش برای حل مشکل عدم قطعیت، روش کنترل مدلغزشی است. مهمترین مفهومی که در کنترل مدلغزشی مطرح است، سطح لغزش است که با قرار گرفتن روی آن، خطای ریدیابی به سمت صفر همگرا خواهد شد. برای طراحی قانون کنترل مدلغزشی، می‌توان در سطح لغزش، به جای استفاده از مشتق و انتگرال مرتبه صحیح، از مشتق و انتگرال مرتبه کسری استفاده کرد، ضمن اینکه معادلات مرتبه کسری درجه آزادی بیشتری نسبت به معادلات مرتبه صحیح دارند که همین امر در مقایسه با کنترل کننده مرتبه صحیح، باعث بهبود عملکرد سیستم کنترل می‌شود. به طور کلی فرایند طراحی کنترل مدلغزشی مرتبه کسری به دو بخش تقسیم می‌شود: بدست آوردن سطح لغزش که تضمین کند خطای صفر می‌شود و پیشنهاد قانون کنترل مناسب که پایداری سیستم را در سطح لغزش تضمین کند.

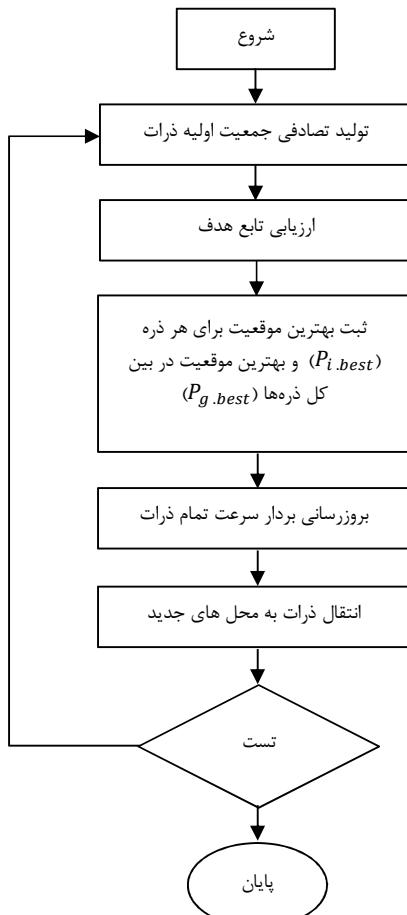
برای طراحی کنترل مدلغزشی، یک سیستم غیرخطی به صورت (۲۲) در نظر گرفته می‌شود [۲۳]:

$$x^{(n)} = f(x(t)) + u(t) \quad (22)$$

که در آن  $x(t) \in R$  بردار حالت،  $u(t) \in R$  ورودی کنترلی است. در رابطه (۲۲)، تابع غیرخطی  $f(x)$  به طور دقیق، معلوم نمی‌باشد اما عدم قطعیت آن به یک تابع پیوسته معلوم، محدود می‌باشد که به صورت (۲۳) بیان می‌شود:

$$x^{(n)} = \hat{f}(x) + \Delta f \quad (23)$$

مربع خطا (ISE)<sup>۱</sup> در نظر گرفته می‌شود. روش الگوریتم ازدحام ذرات از زندگی اجتماعی پرندگان و ماهیان الهام گرفته شده است که با ایجاد یک جمعیت تصادفی شروع می‌شود و به عنوان یک گروه از ذرات خوانده می‌شوند. در این روش هر ذره یک نقطه از فضای پاسخ را نشان می‌دهد که با تکرار متوالی و حرکت این پاسخ، جواب بهینه برای مساله جستجو می‌شود. از مزایای این روش می‌توان به مفهوم ساده و همگرایی سریع آن اشاره کرد [۲۴]. الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات در شکل ۳ به صورت روند نما نشان داده شده است.



شکل ۳- الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

روش کار الگوریتم (PSO) بدین شرح است:

گام ۱: تعیین تصادفی محل و سرعت اولیه ذرات با توزیع یکنواخت در فضای جستجو.

گام ۲: ارزیابی تابع هدف ذرات

گام ۳: ثبت بهترین موقعیت برای هر ذره ( $P_{i,best}$ ) و بهترین موقعیت در بین کل ذره‌ها ( $P_{g,best}$ ) با توجه به روابط (۴۱) و (۴۲):

$$u = \eta sgn(s) + (\ddot{x}_d - \hat{f} - \lambda \dot{\hat{x}}) \quad (۳۲)$$

در رابطه (۳۳) می‌توان  $\hat{u}$  که به آن کنترل معادل گفته می‌شود را به عنوان تعبیری از قانون کنترل پیوسته در نظر گرفت که  $0 = \hat{u}$  را در صورتی که دینامیک‌ها معلوم باشد، حفظ می‌کند.

$$u = \hat{u} - ksgn(s) \quad (۳۳)$$

در این رابطه  $sgn$  تابع علامت است. با انتخاب  $k = k(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})$  در رابطه (۳۳) به طوری که به اندازه کافی بزرگ باشد، می‌توان تضمین کرد که (۲۷) برقرار است:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 &= ss \\ &= [f - \hat{f} - ksgn(s)]s \\ &= (f - \hat{f})s - k|s| \end{aligned} \quad (۳۴)$$

با فرض  $k = F + \eta$  خواهیم داشت:

$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq -\eta|s|$   
با توجه به معادلات دینامیکی سیستم تعليق خودرو، می‌توان خطای تطابق سیستم (اختلاف بین جایه‌جایی بدنه خودرو در سیستم غیرخطی و مدل مرجع) را مطابق با (۳۵) نوشت:

$$e = z_s - z_{sr} \quad (۳۵)$$

و می‌توان سطح لغزش را به صورت (۳۶) تعریف کرد:

$$S = \lambda_1 \dot{e} + \lambda_2 e + \lambda_3 I^q e \quad (۳۶)$$

با مشتق گیری از رابطه (۳۶) و با استفاده از رابطه (۳۵) رابطه (۳۷) بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \lambda_1 \ddot{e} + \lambda_2 \dot{e} + \lambda_3 D^{1-q} e \\ &= \lambda_1(\ddot{z}_s + \ddot{z}_{sr}) + \lambda_2(\dot{z}_s - \dot{z}_{sr}) \\ &\quad + \lambda_3 D^{1-q} e \\ &= \lambda_1 \frac{1}{m_s} (f + u) - \ddot{z}_{sr} + \lambda_2(\dot{z}_s - \dot{z}_{sr}) + \lambda_3 D^{1-q} e \end{aligned} \quad (۳۷)$$

وقتی سطح لغزش به صفر برسد در نتیجه هدف کنترل، بدست آمده است. مشابه رابطه (۳۳) داریم:

$$\hat{u}_1 = \frac{m_s}{\lambda_1} (\ddot{z}_{sr} - \lambda_2(\dot{z}_s - \dot{z}_{sr}) - \lambda_3 D^{1-q} e) - \hat{f} \quad (۳۸)$$

بنابراین سیگنال کنترل با تخمین  $0 = \hat{S}$  به صورت رابطه زیر است.

$$u = \hat{u}_1 - ksgn(s) \quad (۳۹)$$

در نهایت شرط لغزش برای سیستم تعليق مطابق (۴۰) برقرار می‌شود:

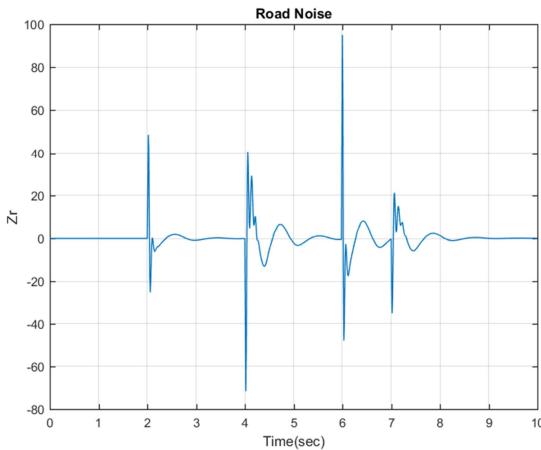
$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 &= ss \\ &= \frac{1}{m_s} [f - \hat{f} - ksgn(s)]s \\ &= \frac{1}{m_s} (f - \hat{f})s - \frac{k}{m_s} |s| \leq -\eta|s| \end{aligned} \quad (۴۰)$$

که در آن یک انتخاب به صورت  $k = F + m_s \eta$  است.

## ۵- بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات

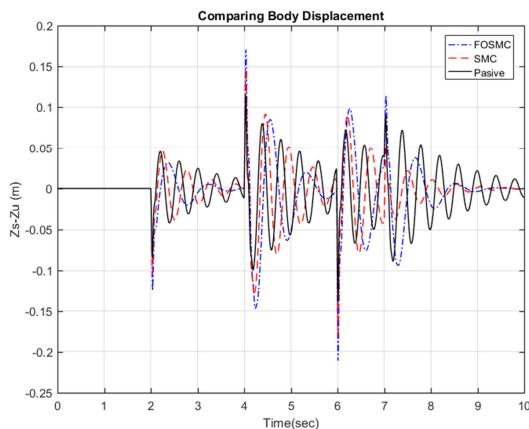
برای انتخاب بهینه مقادیر پارامترهای آزاد سیستم کنترل و  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  در رابطه (۳۸) از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO) استفاده می‌شود و تابع هدف برای بهینه‌سازی از نوع انتگرال

<sup>۱</sup> Integral Square of Error



شکل ۴- ناهمواری‌های جاده

در شکل ۵ جابجایی فضای تعليق (Zs-Zu) در برخورد با ناهمواری‌های جاده در سه حالت مرتبه صحیح، مرتبه کسری و غیرفعال نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، دامنه جابجایی بدن خودرو در تمام ناهمواری‌ها، در حالت مرتبه کسری کمتر از مرتبه صحیح و غیرفعال است که می‌توان نتیجه گرفت با استفاده از کنترلگر پیشنهادی بهبودی در جابجایی بدن خودرو حاصل شده است. همچنین زمان همگرایی به حالت ماندگار در مرتبه کسری از حالت مرتبه صحیح و غیرفعال نیز کمتر می‌باشد که این امر نشان دهنده توانایی سیستم کنترل تعليق پیشنهادی در دفع ناهمواری‌های جاده است.



شکل ۵- جابجایی عمودی فضای تعليق در سه حالت مرتبه کسری، مرتبه صحیح و غیرفعال

شکل‌های ۶ و ۷ به ترتیب جابجایی عمودی جرم بدن و جابجایی عمودی چرخ را نشان می‌دهد. همان طور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، در سیستم تعليق فعال مرتبه کسری، پس از عبور خودرو از ناهمواری‌های جاده، جابجایی فضای تعليق (Zs-Zu) تا حد صفر کاهش می‌یابد و این در حالی است که سیستم تعليق فعال مرتبه صحیح و غیرفعال در برخورد با ناهمواری‌ها، نوسانات زیادتری از خود نشان می‌دهد. همچنین مشاهده می‌شود که زمان رسیدن به حالت

$$V_i^{k+1} = w * V_i^k + c_1 * rand_1 * (P_iBest - X_i) + c_2 * rand_2 * (P_gBest - X_i) \quad (41)$$

$$X_i^{k+1} = X_i^k + V_i^{k+1} \quad (42)$$

که  $R_1$  و  $R_1$  یک عدد تصادفی بین ۰ و ۱ می‌باشد.  $w$  ضریب وزنی اینرسی (حرکت در مسیر خودی) که نشان دهنده میزان تأثیر بردار سرعت تکرار قبل ( $V_i(t)$ ) بر روی بردار سرعت در تکرار فعلی ( $V_i(t+1)$ ) است.  $c_1$  ضریب ثابت آموزش (حرکت در مسیر بهرتین مقدار ذره مورد بررسی)  $c_2$  ضریب ثابت آموزش (حرکت در مسیر بهترین ذره یافته در بین کل جمیت)  $rand1$  و  $rand2$  دو عدد تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه ۰ تا ۱ می‌باشد.

گام ۴: بروزرسانی بردار سرعت تمام ذرات.

گام ۵: انتقال ذرات به محل‌های جدید.

گام ۶: متوقف کردن الگوریتم اگر به یک معیار توقف مثلاً ۱۰۰ بار تکرار بررسد در غیر اینصورت رفتن به مرحله ۲ [۲۵]

## ۶- شبیه سازی

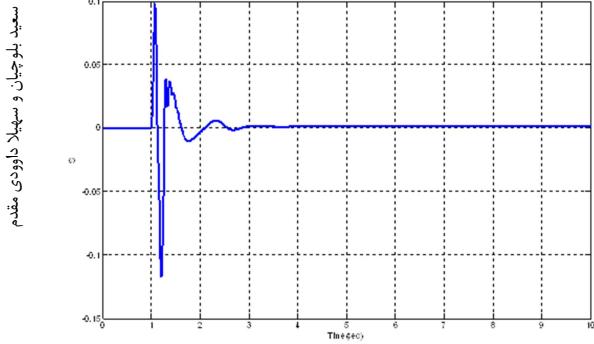
سیستم تعليق در حضور کنترل کننده پیشنهادی (۳۹) در سه حالت مرتبه کسری، مرتبه صحیح و غیرفعال شبیه‌سازی می‌شود. مقادیر مربوط به پارامترهای سیستم تعليق خودرو به صورت جدول ۱ و پارامترهای PSO نیز به صورت جدول ۲ تعریف می‌گردد. کنترل سیستم با توجه به نوسانات جاده صورت می‌گیرد که در شبیه‌سازی انجام شده این نوسانات به صورت شکل ۴ که تابعی از زمان می‌باشد، در نظر گرفته می‌شود. با اجرای الگوریتم PSO مقادیر  $\lambda_1 = 7.29$ ،  $\lambda_2 = 4.45$  ،  $\lambda_3 = 8.59$  و  $q=0.46$  بدست می‌آید. نتایج حاصل از مقایسه میزان جابجایی بدن، جابجایی عمودی چرخ، جابجایی بدن نسبت به چرخ در شکل‌های ۵ تا ۷ آمده است.

جدول ۱- مشخصات سیستم تعليق خودرو [۲۶]

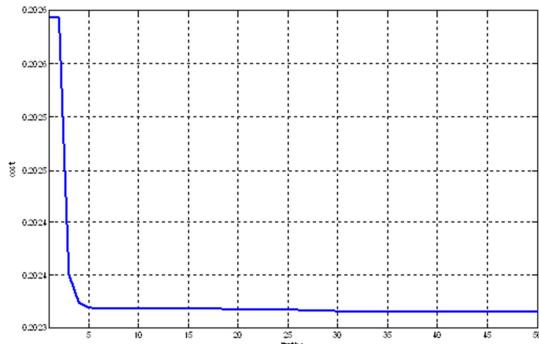
مشخصه‌های سیستم تعليق خودرو	
$m_s = 290kg$	$A_p = 3.3 \times 10^{-4}$
$m_u = 59kg$	$P_s = 10342500P_a$
$b_s = 370N/(m)$	$\tau = 30$
$b_t = 414N/(m)$	$\alpha = 4.515 \times 10^{13}$
$k_s = 14671N/(m)$	$\beta = 1$
$k_t = 124660N/(m)$	$\gamma = 1.549 \times 10^9$

جدول ۲- پارامترهای PSO

30	اندازه جمعیت
100	تعداد تکرار
0.5	Wmax
0.9	Wmin
2	C1 و C2



شکل ۸- سطح لغزش کسری



شکل ۹- نمودار تابع هزینه الگوریتم PSO

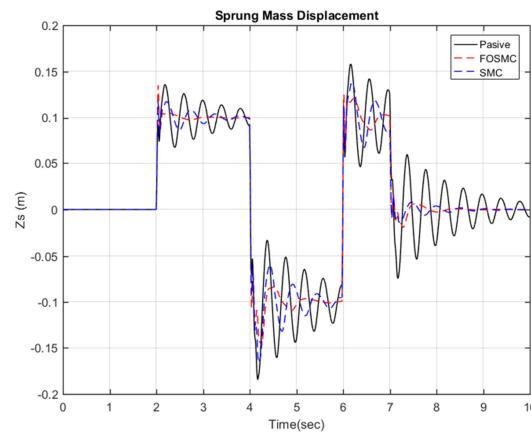
## ۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله از کنترل مد لغزشی با سطح مرتبه کسری برای کنترل سیستم تعليق فعال خودرو استفاده شده است. پارامترهای سطح لغزش با استفاده از الگوریتم بهینه سازی هوشمند PSO بهینه شده است. حذف چتربینگ در سطح لغزش کسری انتگرالی نشان دهنده برتری این کنترل کننده نسب به مد لغزشی کلاسیک است. با بررسی نمودارهای رسم شده در دو حالت فعال و حالت غیرفعال، می‌توان نتیجه گرفت که عملکرد سیستم مانند کاهش دامنه شتاب عمودی سطح لغزش کسری و تابع هزینه در حالت فعال، پس از اعمال سیگنال کنترلی نسبت به حالت غیرفعال، بهبود قابل ملاحظه‌ای می‌یابد.

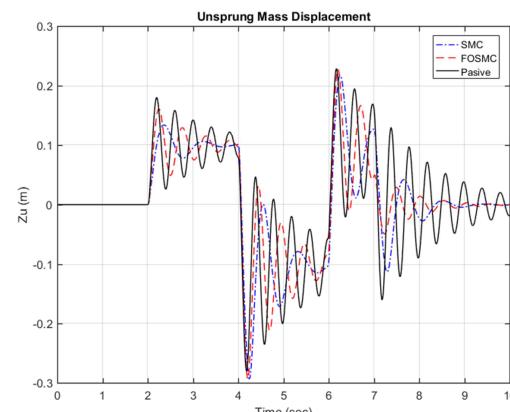
## ۸- مراجع

- [1] Mohammadi Y., Ganjefar S., Quarter car active suspension system: Minimum time controller design using singular perturbation method. *International Journal of Control, Automation and Systems*, Vol. 15, No. 6, pp. 2538-2550, 2017.
- [2] Bououden S., Chadli M., Zhang L., Yang T., Constrained model predictive control for time-varying delay systems: application to an active car suspension. *International Journal of Control, Automation and Systems*, Vol. 14, No. 1, pp. 51-58, 2016.
- [3] Félix-Herrán L., Mehdi D., Ramírez-Mendoza R.A., Rodríguez-Ortiza J. de J., Soto R., H2 control of a one-quarter semi-active ground vehicle suspension. *Journal of applied research and technology*, Vol. 14, No. 3, pp. 173-183, 2016.

ماندگار در حالت فعال مرتبه کسری نسبت به دو حالت دیگر کاهش می‌یابد که این امر باعث افزایش سرعت عملکرد سیستم خواهد شد. بنابراین هدف مهم دیگر طراحی سیستم تعليق فعال خودرو که افزایش کیفیت رانندگی و پایداری خودرو در نتیجه کنترل جابجایی فضای تعليق بود، با کاهش یافتن دامنه جابجایی فضای تعليق، بهبود می‌یابد.



شکل ۶- جابجایی عمودی جرم بدن در سه حالت مرتبه کسری، مرتبه صحیح و غیرفعال



شکل ۷- جابجایی عمودی جرخ در سه حالت مرتبه کسری، مرتبه صحیح و غیرفعال

همانطور که گفته شد، زمانی که سطح لغزش صفر شود هدف سیستم کنترلی محقق می‌شود لذا به منظور افزایش کیفیت رانندگی کاهش سطح لغزش کسری و تابع هزینه از اهداف ما در طراحی کنترل کننده سیستم تعليق خودرو خواهد بود که از روی نمودارهای رسم شده در شکل‌های ۸ و ۹ می‌توان دید که دامنه سطح لغزش و تابع هزینه کاهشی و به سمت صفر همگرا می‌شوند. این همگرایی و کاهشی بودن نمودار تضمین کننده بهینه طراحی شدن کنترل کننده پیشنهادی و عملکرد سیستم کنترل و نهایتاً بهبود کیفیت رانندگی است.

- with mutation and reposition. *Procedia Computer Science*, Vol. 86, pp. 449-452, 2016.
- [25] Al-Mutar W.H., Abdalla T.Y., Quarter Car Active Suspension System Control using Fuzzy Controller tuned by PSO. *International Journal of Computer Applications*, Vol. 127, No. 2, pp. 38-43, 2015.
- [26] Zeraati S., Designing fractional order PID for car suspension systems. *International Journal of Scientific & Engineering Research*, Vol. 6, No. 11, pp. 821-833, 2015.
- [4] Khan L., Qamar S., Khan U., Adaptive PID control scheme for full car suspension control. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, Vol. 39, No. 2, pp. 169-185, 2016.
- [5] Li H., Jing X., Lam H.K., Shi P., Fuzzy sampled-data control for uncertain vehicle suspension systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, Vol. 44, No.7, pp. 1111-1126, 2014.
- [6] Shehata A., Metered H., Oraby W.A., Vibration control of active vehicle suspension system using fuzzy logic controller, In *Proceedings of VETOMAC X 2014*, Manchester, UK, 2014.
- [7] Wen S., Chen M.Z.Q., Zeng Z., Yu X., Huang T., Fuzzy control for uncertain vehicle active suspension systems via dynamic sliding-mode approach. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, Vol. 47, No. 1, pp. 24-32, 2017.
- [8] Xiao L., Zhu Y., Sliding-mode output feedback control for active suspension with nonlinear actuator dynamics. *Journal of Vibration and Control*, Vol. 21, No.14, pp. 2721-2738, 2015.
- [9] Ozer H.O., Hacioglu Y., Yagiz N., High order sliding mode control with estimation for vehicle active suspensions. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Vol. 40, No. 5, pp. 1457-1470, 2018.
- [10] Wang H., Mustafa G.I., Tian Y., Model-free fractional-order sliding mode control for an active vehicle suspension system. *Advances in Engineering Software*, Vol. 115, pp. 452-461, 2018.
- [11] Zhang D., Cao L., Tang S., Fractional-order sliding mode control for a class of uncertain nonlinear systems based on LQR. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 14, No. 2, pp. 1-15, 2017.
- [12] Huang Y., Na J., Wu X., Liu X., Guo Y., Adaptive control of nonlinear uncertain active suspension systems with prescribed performance. *ISA transactions*, Vol. 54, pp. 145-155, 2015.
- [13] Li H., Jing X., Karimi H.R., Output-feedback-based H<sub>infinity</sub> control for vehicle suspension systems with control delay. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 61, No. 1, pp. 436-446, 2014.
- [14] Shi Y., Particle swarm optimization: developments, applications and resources. In *evolutionary computation, In Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation (IEEE)*, Seoul, South Korea, 2001.
- [15] Gutierrez R.E., Rosario J.M., Tenreiro Machado J., Fractional order calculus: basic concepts and engineering applications. *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2010, pp. 1-19, 2010.
- [16] Miller K.S., Ross B., *An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations*. John Wiley & Sons, New York, 1993.
- [17] Malinowska A.B., Odzijewicz T., Torres D.F., *Fractional Calculus of Variations, in Advanced Methods in the Fractional Calculus of Variations*. Springer, pp. 23-30, 2015.
- [18] Tang Y., Zhang X., Zhang D., Zhao G., Guan X., Fractional order sliding mode controller design for antilock braking systems. *Neurocomputing*, Vol. 111, pp. 122-130, 2013.
- [19] Mulla A., Jalwadi S., Unaune D., Performance analysis of skyhook, groundhook and hybrid control strategies on semiactive suspension system. *International Journal of Current Engineering and Technology*. Special Issue-3, pp. 265-271, 2014.
- [20] Salem M., Aly A.A., Fuzzy control of a quarter-car suspension system. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, Vol. 53, No. 5, pp. 258-263, 2009.
- [21] Merritt H.E., *Hydraulic Control Systems*. John Wiley & Sons, New York, 1967.
- [22] Davijani N.Z., Jahanfarnia G., Abharian A.E., Nonlinear fractional sliding mode controller based on reduced order FNPK model for output power control of nuclear research reactors. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, Vol. 64, No. 1, pp. 713-723, 2017.
- [23] Mondal S., Mahanta C., Adaptive second order terminal sliding mode controller for robotic manipulators. *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 351, No. 4, pp. 2356-2377, 2014.
- [24] Ratanavilisagul C., Dynamic population size and mutation round strategy assisted modified particle swarm optimization