

طراحی و شبیه‌سازی کنترل‌کننده مود لغزشی پسگام انتگرالی و فیلتر کالمن-بوسی تعمیم‌یافته برای کوادروتور

جواد فرجی

دانشجوی دکترا، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

جعفر کیقبادی*

دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

چکیده

در این مقاله کنترل مود لغزشی پسگام انتگرالی به همراه فیلتر کالمن-بوسی تعمیم‌یافته برای کنترل و تخمین حالت‌های پهنیاد (کوادروتور) ارائه شده است. در سیستم کوادروتور اثرات آئرو دینامیکی بر روی دینامیک سیستم مورد توجه قرار گرفته و معادلات دینامیکی توسط روش نیوتن-اولر استخراج گردیده است. رفتار کوادروتور که تحت تأثیر نیروها و ممان‌های آئرو دینامیکی قرار دارد، غیر خطی است، اما کنترل مود لغزشی پسگام انتگرالی به خوبی توانسته سیستم دینامیکی را بدون در نظر گرفتن نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری و با فرض وجود همه حالت‌های دینامیکی به پایداری برساند. نویز در سیستم‌های دینامیکی غیر قابل اغماض بوده و همچنین اندازه‌گیری همه حالت‌های سیستم در عمل بسیار پیچیده و گران است، فیلتر کالمن-بوسی توسعه‌یافته در ساختار کنترلی به عنوان رؤیت‌گر حالت‌های سیستم و برای حذف نویز در این حالت‌ها به کار می‌رود. به همین علت استفاده هم‌زمان از کنترل‌کننده رؤیت‌گر پیشنهادی است، به گونه‌ای که آن‌ها به خوبی توانسته‌اند هم کوادروتور پیشنهاد شده است. شبیه‌سازی عددی نشان‌دهنده عملکرد خوب کنترل‌کننده رؤیت‌گر پیشنهادی است، به گونه‌ای که آن‌ها به خوبی توانسته‌اند هم حالت‌های غیر قابل اندازه‌گیری سیستم را تخمین زده و بر نویزهای سیستم و اندازه‌گیری غلبه کند و هم سیستم را به موقعیت مورد نظر طراح برساند.

واژه‌های کلیدی: کوادروتور، فیلتر کالمن-بوسی تعمیم‌یافته، کنترل‌کننده مود لغزشی پسگام انتگرالی، نویز.

Design and Simulation of the integral backstepping sliding mode control and extended Kalman-Bucy filter for quadrotor

J. Faraji

Faculty of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

J. Keighobadi

Faculty of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

Abstract

In this paper, the integral backstepping sliding mode (IBSM) control with the extended Kalman-Bucy filter (EKBF) to control and state estimation of unmanned aerial vehicles (quadrotor) is provided. In the quadrotor system, the aerodynamic effects of the dynamics of a system are considered, and dynamical equations are derived by the Newton-Euler method. Quadrotor's behavior, which is affected by forces and aerodynamic moments is non-linear, but the integral backstepping sliding mode control has been able to stabilize the system dynamically, without considering the system and measurement noises and assuming all the dynamic states of the system. Noise is immaterial in dynamic systems, and the measurement of all systems states in practice is very complex and expensive; for this purpose, the EKBF in the control structure is used as observer states of the system and noise reduction in these modes. Therefore, simultaneous use of the controller-observer is suggested for controlling and estimating quadrature states. The numerical simulation demonstrates the good performance of the proposed controller-observer so that they were able to estimate both the system's unobservable state and overcome system and measurement noise.

Keywords: Quadrotor, Extended Kalman-Bucy Filter, Integral Backstepping Sliding Mode Control, Noise.

۱- مقدمه

بنابراین تمامی حرکات اساسی با کنترل سرعت ملخ‌ها ایجاد می‌شود. بوعبداله و همکارانش دو روش کنترل غیر خطی پسگام و مود لغزشی را بر روی کوادروتور اعمال کردند که نتایج عملی نشان‌دهنده این بود که این کنترل‌کننده‌ها قادر هستند زوایا را با وجود اغتشاش نسبتاً زیاد کنترل کنند [۱]. مدنی و بنالگو کوادروتور به سه زیرسیستم تمام تحریک^۱، زیر تحریک و زیرسیستم ملخ‌ها تقسیم کردند. آن‌ها با در نظر گرفتن گشتاور ژيروسکوپیی حاصل از چرخش ملخ و اثر روتور جریان مستقیم، مدل دینامیکی کوادروتور را تکمیل کردند [۲]. بنالگو و همکاران کنترل‌کننده‌ای بر پایه‌ی خطی سازی پسخوردی که رؤیت‌گر مود لغزشی مرتبه بالا به صورت موازی با آن عمل می‌کند، بر کوادروتور اعمال نمودند [۳]. مدنی و بنالگو کنترل‌کننده پسگامی طراحی نمودند،

در چند سال اخیر ربات‌های عمودپرواز از جمله کوادروتورها در بسیاری از زمینه‌ها به‌طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این ربات‌ها مزایا و کاربردهای فراوانی دارند که از جمله می‌توان به امداد و نجات، نظارت از راه دور، جستجو و عدم نیاز به حضور انسان‌ها در شرایط خطرناک را نام برد. کوادروتور دارای مزایای بیشتری از جمله مانور پذیری خوب، ابعاد کوچک‌تر و استحکام بالا می‌باشد. این ویژگی‌ها باعث شده است که در میان سایر پهپادها منحصربه‌فرد گردد. این ربات وسیله‌ای با ساختاری صلیبی است که جفت ملخ‌های آن در خلاف جهت یکدیگر می‌چرخند، با این کار اثر ممان اینرسی ایجاد شده حذف می‌شود که در این صورت از داشتن ملخ دم بی‌نیاز خواهد بود. تغییر سرعت روتورها موجب حرکت در جهت‌های افقی می‌شود و کاهش یا افزایش هم‌زمان سرعت آن‌ها حرکت عمودی را ایجاد می‌کند؛

¹ Full-actuated

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: keighobadi@tabrizu.ac.ir

با این تفاوت که از تکنیک تخمین مود لغزشی استفاده کردند که هدف آن ساده نمودن روند کنترلی می‌باشد. تفاوتی که با روش پسیگام استاندارد اشاره شده در مرجع [۲] دارد این است که در این روش هر دو ورودی کنترل مجازی بر پایه‌ی تخمین ورودی مجازی قبلی طراحی شده است. این تخمین بر پایه‌ی مشتق گیر مود لغزشی مرتبه دوم دقیق است که لزوم گرفتن مشتق از دینامیک سیستم را حذف می‌کند و همین باعث ساده شدن قانون کنترلی می‌شود [۴]. بودای و همکارانش بعد از استفاده از روش پسیگام برای تحلیل خطای ردیابی و تابع لیاپانوف، برای اطمینان از پایداری لیاپانوف از کنترل کننده مود لغزشی استفاده نمودند. آن‌ها مدل دینامیکی مرجع [۱] را بسط داده و گشتاور اصطکاکی آئرو دینامیکی و نیروی پسا را در معادلات دینامیکی کوادروتور در نظر گرفتند [۵]. کنترل مود لغزشی در مقابل عدم قطعیت مانند خطای مدل‌سازی نوبز حسگر و اغتشاش خارجی مقاوم است. استفاده از بهره‌های بزرگ در کنترل کننده مود لغزشی برای جبران عدم قطعیت‌ها، می‌تواند محدودیت جدی در سیستم‌های توان محدود مانند کوادروتور ایجاد کند. بوچوچا و همکارانش کنترل پسیگام انتگرالی را برای کنترل زوایای کوادروتور ارائه نمود. مدل دینامیکی مورد استفاده او همانند مرجع [۱] است؛ یعنی در مدل استفاده شده او نیرو و گشتاورهای آئرو دینامیکی منظور نشده‌اند. نتایج نشان دهنده این است که این روش کارایی خوبی برای پایداری، از بین بردن اغتشاش و تعقیب مسیر دارد [۶]. دارفا و همکاران برای کنترل زوایای کوادروتور از الگوریتم فرا پیش^۱ که بر پایه‌ی تکنیک مود لغزشی مرتبه دوم است، استفاده کردند. علت استفاده‌ی آن‌ها از این روش این بود که این روش مقاوم بودن را نسبت به خطای مدل‌سازی و اغتشاشات خارجی را همراه با کاهش پدیده چترینگ^۲ که در تمام روش‌های مبتنی بر کنترل مود لغزشی مرتبه اول ایجاد می‌شود، تضمین می‌کند [۷]. خیاچه و تادجین کنترل مود لغزشی پسیگام فازی مقاوم را ارائه نمودند. مدل دینامیکی استفاده شده مشابه مرجع [۵] است. با این تفاوت که در مرجع [۵]، خود نیروها و گشتاورهای آئرو دینامیکی به سرعت سیستم مربوط شده‌اند؛ اما در این مقاله کل تأثیر اغتشاشات با ضرایبی ثابت یا وابسته با زمان (مثلاً $\sin(t)$) جایگزین شده است [۸]. مزیت اصلی روش‌های مبتنی بر کنترل مود لغزشی عدم حساسیت به تغییرات پارامتر و اغتشاشات خارجی است. متأسفانه این عملکرد با تلاش کنترلی زیاد به دست می‌آید. در نتیجه، پدیده چترینگ همیشه در مود لغزشی و پایا با نوسان فرکانسی بالا حول نقطه تعادل مورد علاقه رخ می‌دهد و ممکن است دینامیک فرکانس بالای مدل نشده را تحریک کند. رودریگز و همکارانش در مقاله‌ای پژوهش خود را در زمینه کوادروتور تحت عنوان کنترل کننده پسیگام مود لغزشی انتگرالی منتشر کردند [۹]. این کنترل کننده بر پایه‌ی مود لغزشی بدون پدیده چترینگ که از روش پسیگام استفاده می‌کند و در معرض اغتشاش متغیر با زمان نامعلوم قرار می‌شود، است. همچنین روش مود لغزشی ترمینالی سریع برای زیرسیستم تمام تحریک و کنترل کننده مود لغزشی برای زیرسیستم زیر تحریک در کوادروتور استفاده شده است [۱۰] اما روش به کاررفته برای مود لغزشی ترمینالی تکین است. شبائو و یین، کنترل کننده‌ای

مبتنی بر رویت گر بر اساس تخمین نیروی اغتشاش و گشتاور ارائه کردند و نشان دادند که استراتژی کنترلی پیشنهاد شده پایداری مجانبی خطای ردیابی را تضمین می‌کند [۱۱]. محمود و کیم ساختار کنترل پرواز ساختاری سازمان یافته برای کوادروتور از طریق خطی سازی پس خورد را پیشنهاد دادند [۱۲]. خطی سازی پس خورد دینامیک غیرخطی کوادروتور را تبدیل به معادلات ساده مرتبه چهارم و انتگرال دوگانه می‌کند. علاوه بر این، کنترل کننده مود لغزشی در مرجع [۱۲] برای خطاهای معکوس دینامیکی در خطی سازی پس خورد استفاده شده است؛ اما با این وجود مدل مورد مطالعه سیستم غیرخطی بسیار ساده بوده و هیچ تحلیل پایداری ارائه نشده است. رودریگز و همکارانش بر روی پیاده سازی و طراحی کنترل کننده- رویت گر زمان واقعی دقیق تعبیه شده مبتنی بر الگوریتم بهره بالا برای تخمین برخط و جبران اغتشاشات خارجی تولید شده توسط وزش‌های شدید باد در کوادروتور متمرکز شده‌اند [۱۳]. علاوه بر این، مورنو و همکارانش سعی کرده‌اند از روش‌های غیرخطی برای حفظ رفتار دینامیکی پیچیده این سیستم‌ها و بهبود عملکرد پرواز استفاده کنند [۱۴]. کوکسال و همکارانش از روش‌های تطبیقی خطی و غیرخطی برای حل پایداری موقعیت در مسئله هدایت مسیر ربات‌های هوایی استفاده کردند [۱۵]. در یک سیستم تصادفی پیوسته-زمان، برای بهبود نتایج، تخمین حالت با فیلتر غیرخطی مانند فیلتر کالمن-بوسی تعمیم یافته استفاده شده است [۱۶]. تا اکنون برای کنترل کوادروتور روش‌های مختلفی استفاده شده است. همچنین در بعضی از مقالات برخی ساده‌سازی‌ها از جمله حذف اثرات ژيروسکوپیی خود کوادروتور و روتور آن یا نیروهای پسا آئرو دینامیکی وارد بر کوادروتور انجام شده است. در این مقاله با استفاده از کنترل کننده مود لغزشی پسیگام انتگرالی به همراه فیلتر کالمن-بوسی تعمیم یافته با در نظر گرفتن پارامترهای آئرو دینامیکی و اثرات ژيروسکوپیی در دینامیک به کنترل کوادروتور پرداخته شده است.

۲- مدل دینامیک کوادروتور

در این بخش ابتدا معادلات دینامیکی کوادروتور استخراج می‌شود. همان‌طور که در شکل ۱ دیده می‌شود، کوادروتور از چهار روتور تشکیل شده است. روتورهای ۱ و ۳ به صورت قطری در مقابل هم قرار گرفته‌اند و این دو روتور هم جهت باهم می‌چرخند. همین وضعیت برای روتورهای ۲ و ۴ نیز وجود دارد، با این تفاوت که جهت حرکتشان در خلاف جهت روتورهای ۱ و ۳ است. کوادروتور سیستمی غیرخطی، چند متغیره و زیر تحریک (شش درجه آزادی تنها با چهار روتور) و با دینامیک کوپل و ناپایدار است. در شکل ۱ $F_i (i=1, \dots, 4)$ نیروی پیشران تولید شده توسط روتور می‌باشد [۱۸]. برای استخراج معادلات دینامیکی چهار فرض در نظر گرفته می‌شود. الف) مرکز جرم و مبدأ کوادروتور بر هم منطبق هستند و محورهای دستگاه بدنه متصل به کوادروتور بر محورهای اینرسی اصلی کوادروتور منطبق است که در این صورت ماتریس اینرسی قطری شده و معادلات دینامیکی ساده‌تر می‌شوند (شکل ۱). ب) ساختار کوادروتور متقارن فرض شده است (شکل ۱). ج) کوادروتور و ملخ‌ها صلب هستند. د) پسا و پیشران متناسب با مربع سرعت ملخ‌ها می‌باشند [۱۹]. برای تجزیه و تحلیل دینامیک کوادروتور، به دو دستگاه مختصاتی نیاز است. دستگاه متصل به زمین و دستگاه متصل به بدنه که به ترتیب در شکل ۱ با

¹ Super-Twisting

² Chattering

نیروی آئرو دینامیکی روتورها در دستگاه متصل به زمین و F_{aero} مقاومت هوا وارد بر کوادروتور می‌باشد در دستگاه متصل به زمین می‌باشند. همچنین g شتاب گرانش زمین می‌باشد.

$$F_{rotor} = R(\Omega)(\sum_{i=1}^4 F_i) = R(\Omega) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=1}^4 F_i \end{bmatrix}, F_G = m \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$F_{aero} = \frac{1}{2} \rho A C (U^B)^2 = \frac{1}{2} \rho A \begin{bmatrix} C_X (U_X^B)^2 \\ C_Y (U_Y^B)^2 \\ C_Z (U_Z^B)^2 \end{bmatrix}$$

که U^B سرعت هوا در دستگاه متصل به زمین، C ضریب نیروی آئرو دینامیکی و به صورت $C = \text{diag}[C_X, C_Y, C_Z]$ می‌باشد. با استفاده از معادلات (5) معادلات دینامیکی انتقالی به صورت روابط (6) تعریف می‌شوند [21].

$$\ddot{z} = \frac{1}{m} [(c_\phi c_\theta) \sum_{i=1}^4 F_i - \frac{1}{2} \rho A C_Z (U_Z^B)^2] - g$$

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} [(c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi) \sum_{i=1}^4 F_i - \frac{1}{2} \rho A C_X (U_X^B)^2] \quad (6)$$

$$\ddot{y} = \frac{1}{m} [(c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi) \sum_{i=1}^4 F_i - \frac{1}{2} \rho A C_Y (U_Y^B)^2]$$

2-2- معادله دینامیکی چرخشی

در ادامه معادلات دینامیکی چرخشی به دست آمده است [21]:
 $M_{total} = M_g + M_c = I\ddot{\Theta} + \dot{\Theta} \times (I\dot{\Theta}) \quad (7)$
 $I = \text{diag}[I_x, I_y, I_z]$ ماتریس همانی ممان اینرسی کوادروتور می‌باشد.
 M_g گشتاور ژيروسکوپی روتور ناشی از دوران ملخ‌ها بوده و M_c ممان کنترلی ایجاد شده به وسیله روتورها می‌باشد که توسط رابطه (8) و (9) به دست می‌آیند. J_R بیانگر ممان اینرسی ملخ و قسمت دوران کننده روتور و L بیانگر فاصله مرکز روتور از مرکز گرانش کوادروتور می‌باشد.

$$M_g = (\dot{\Theta} \times [0 \ 0 \ 1]^T) \sum_{i=1}^4 J_R (-1)^{i+1} \Omega_i$$

$$= \begin{bmatrix} J_R \dot{\Theta} (\Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4) \\ -J_R \dot{\Theta} (\Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_R \dot{\Theta} \Omega \\ -J_R \dot{\Theta} \Omega \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$M_c = \begin{bmatrix} L(-F_2 + F_4) \\ L(-F_1 + F_3) \\ \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} M_{Qi} \end{bmatrix} \quad (9)$$

بنابراین، با استفاده از معادلات (8) و (9) خواهیم داشت:

$$\ddot{\phi} = \dot{\theta} \dot{\psi} \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) - \frac{J_R \dot{\Theta} \Omega}{I_x} + \frac{L(F_4 - F_2)}{I_x}$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\phi} \dot{\psi} \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) + \frac{J_R \dot{\Theta} \Omega}{I_y} + \frac{L(F_3 - F_1)}{I_y} \quad (10)$$

$$\ddot{\psi} = \dot{\phi} \dot{\theta} \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right) + \frac{1}{I_z} \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} M_{RQi}$$

معادلات (6) و (10) را می‌توان به صورت فضای حالت به شکل $\dot{X} = f(x, u)$ با معرفی $X = [x_1, \dots, x_{12}]^T$ به عنوان بردار حالت سیستم بازنویسی کرد.

$E = \{E_x, E_y, E_z\}$ و $B = \{B_x, B_y, B_z\}$ نشان داده شده است. به دلیل این که اندازه گیری‌ها معمولاً در مختصات متصل به جسم انجام می‌شود، کوادروتور در مختصات متصل به جسم مدل می‌شود. موقعیت $\zeta = [x \ y \ z]^T$ و زاویه برای دستگاه مختصاتی E تعریف شده است.

این سه زاویه به ترتیب زاویه رول $(-\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2})$ ، زاویه پیچ $(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2})$ و زاویه یاء $(-\pi < \psi < \pi)$ نامیده شده‌اند. برای انتقال بردارها از مختصات متصل به بدنه به مختصات متصل به زمین از ماتریس دوران رابطه (1) استفاده می‌شود که s و c به ترتیب بیانگر \sin و \cos می‌باشند [20].

$$R(\Omega) = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi \\ c_\theta s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

در استخراج معادلات دینامیکی کوادروتور نیروها و ممان‌های آئرو دینامیکی با استفاده از نظریه ملخ‌ها مورد بررسی قرار خواهند گرفت. نیروی اعمال شده بر روی هر روتور باعث ایجاد گشتاور تولیدی M_{Qi} که منجر به ایجاد نیروی پیشران F_i می‌شود که به صورت رابطه (2) بیان می‌شود:

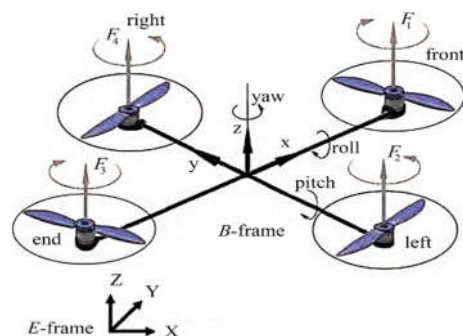
$$F_i = C_F \rho A r^2 \Omega_i^2 r, \quad M_{Qi} = C_Q \rho A r^2 \Omega_i^2 r \quad (2)$$

در معادله (2) ضرایب آئرو دینامیکی با ضریب پیشران C_F و ضریب گشتاور C_Q نشان داده شده است. A مساحت سطح ملخ، r شعاع ملخ (که هر دو برای ملخ‌ها ثابت می‌باشد)، ρ چگالی هوا و Ω_i سرعت زاویه‌ای ملخ نام است. معادلات دینامیکی انتقالی و چرخشی با اثرات آئرو دینامیک بر اساس روش نیوتن-اولبر به دست می‌آیند.

2-1- معادله دینامیکی انتقالی

معادله-ی دینامیکی انتقالی به وسیله رابطه‌ی (3) ارائه شده است.
 $F_{total} = m \ddot{\zeta} \quad (3)$
 که m جرم کل کوادروتور متمرکز شده در مرکز جرم آن می‌باشد. همچنین F_{total} نشان دهنده نیروهای خارجی در دستگاه متصل به زمین است که می‌تواند به صورت رابطه (4) تعریف شود.

$$F_{total} = F_{rotor} - F_{aero} - F_G \quad (4)$$



شکل 1- طرحواره کوادروتور

که $F_G = mG_g = [0, 0, g]^T$ و G_g نیروی گرانشی، F_{rotor} شامل

$$\begin{aligned} x_1 = \phi, x_2 = \dot{\phi}, x_3 = \theta, x_4 = \dot{\theta}, x_5 = \psi, x_6 = \dot{\psi} \\ x_7 = z, x_8 = \dot{z}, x_9 = x, x_{10} = \dot{x}, x_{11} = y, x_{12} = \dot{y} \end{aligned} \quad (11)$$

به منظور ساده‌سازی‌های لازم در معادلات، روابط (۱۲) را تعریف می‌کنیم. در این معادلات همچون مرجع [۲۲]، نیروی اصطکاک آئرو دینامیکی فقط ناشی از حرکت انتقالی در نظر گرفته شده است. از این رو ضرایب A_X, A_Y, A_Z نشان‌دهنده‌ی ضرایب پسا ناشی از نیروی آئرو دینامیکی در حرکت انتقالی است. همچنین b ضریب نیروی پیشرانش و d ضریب پسا گشتاور را نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned} a_1 = (I_y - I_z) / I_x, a_2 = -J_R / I_x, a_3 = (I_z - I_x) / I_y \\ a_4 = J_R / I_y, a_5 = (I_x - I_y) / I_z \\ b_1 = L / I_x, b_2 = L / I_y, b_3 = 1 / I_z \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} A_Z = \frac{1}{2} \rho A C_Z, A_X = \frac{1}{2} \rho A C_X, A_Y = \frac{1}{2} \rho A C_Y \\ b = C_F \rho A r^3, d = C_Q \rho A r^3 \end{aligned}$$

و

$$\begin{aligned} u_x = (c_{x_1} s_{x_3} c_{x_5} + s_{x_1} s_{x_5}) \\ u_y = (c_{x_1} s_{x_3} s_{x_5} - s_{x_1} c_{x_5}) \end{aligned} \quad (13)$$

لذا معادلات در فضای حالت به صورت (۱۴) خواهد بود.

$$f(x, u) = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 x_6 a_1 + x_4 a_2 \Omega + b_1 U_2 \\ x_4 \\ x_2 x_6 a_3 + x_2 a_4 \Omega + b_2 U_3 \\ x_6 \\ x_4 x_2 a_5 + b_3 U_4 \\ x_8 \\ (c_{x_1} c_{x_3}) \frac{U_1}{m} - A_Z \frac{x_8 |x_8|}{m} - g \\ x_{10} \\ u_x \frac{U_1}{m} - A_X \frac{x_{10} |x_{10}|}{m} \\ x_{12} \\ u_y \frac{U_1}{m} - A_Y \frac{x_{12} |x_{12}|}{m} \end{bmatrix} \quad (14)$$

ورودی‌های سیستم بر اساس U_1, U_2, U_3, U_4 به وسیله معادلات (۱۵) ارائه شده است. U_1 مجموع نیروهای پیشرانش در جهت محور z ، (U_2, U_3) گشتاور حاصل از نیروها در جهت زوایای رول و پیچ و U_4 مجموع گشتاورهای تولیدی حول محور هر روتور در جهت زاویه‌ی یاو است.

$$\begin{aligned} U_1 = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2), \\ U_2 = F_4 - F_2 = b(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \\ U_3 = F_3 - F_1 = b(\Omega_3^2 - \Omega_1^2), \\ U_4 = \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} M_{Q_i} = d(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2) \end{aligned} \quad (15)$$

همان‌طور که از معادلات دینامیکی (۱۴) مشاهده می‌شود، زوایا و مشتق آن‌ها به قسمت انتقالی بستگی ندارد. از سوی دیگر قسمت انتقالی به زوایا بستگی دارد [۸]. لذا خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \varphi_d = \arcsin(u_x s_{\varphi_d} - u_y c_{\varphi_d}) \\ \theta_d = \arcsin\left(\frac{u_x c_{\varphi_d} + u_y s_{\varphi_d}}{c_{\varphi_d}}\right) \end{aligned} \quad (16)$$

چون کوادروتور سیستمی زیر تحریک است، افزون بر چهار کنترل‌کننده‌ی اصلی به دو کنترل‌کننده مجازی (u_x, u_y) نیز نیاز است

تا بتوان سیستم را به درستی کنترل نمود. در حالت واقعی معمولاً کنترل موقعیت کوادروتور توسط یک کنترل‌کننده از راه دور که در دست کارکن قرار دارد، انجام می‌شود اما پایدارسازی زاویه به صورت عملی توسط کنترل‌کننده روی کوادروتور صورت می‌گیرد.

۳- تخمین حالت‌های سیستم

سیستم دینامیکی غیرخطی در فضای زمان-پیوسته، در مدل فضای حالت به صورت دودسته معادلات که به ترتیب معادلات دینامیکی سیستم و معادلات اندازه‌گیری نامیده می‌شوند، قابل بیان است. این معادلات به صورت (۱۷) نشان داده شده است.

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t), t) + w(t) \\ y = h(x(t), t) + v(t) \end{cases} \quad (17)$$

که $x(t)$ ، $u(t)$ و y به ترتیب بردار حالت سیستم، بردار ورودی سیستم و بردار اندازه‌گیری‌اند. همچنین $f: R^{n_x} \times R^{n_u} \rightarrow R^{n_x}$ و $h: R^{n_x} \times R^{n_u} \rightarrow R^{n_y}$ توابع برداری غیرخطی هستند. در معادلات (۱۷)، $w(t)$ و $v(t)$ به ترتیب بیانگر نویز سیستم و نویز اندازه‌گیری هستند. فرض می‌شود $w(t)$ و $v(t)$ نویزهای گوسی با مقدار متوسط صفر و کوواریانس‌های Q و R مستقل از هم هستند.

$$\begin{aligned} w(t) \square N(0, Q), v(t) \square N(0, R) \\ \mathbb{E}[v(t)] = \mathbb{E}[w(t)] = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

که نماد \mathbb{E} بیانگر امید ریاضی است.

۳-۱- فیلتر کالمن ساده

فیلتر کالمن یکی از روش‌های بهینه‌ی تخمین متغیرهای حالت سیستم دینامیکی است. این الگوریتم در زمینه‌های مختلف از جمله شناسایی سیستم و در بسیاری از مسائل ردیابی و یا شناسایی هدف کاربرد دارد [۲۳]. ایده‌ی اولیه‌ی فیلتر کالمن، تخمین بردار حالت x در سیستم دینامیکی خطی است که هدف نهایی در آن بازسازی متغیرهای حالت بردار x از روی مشاهدات همراه با نویز بردار اندازه‌گیری y است.

۳-۲- فیلتر کالمن-بوسی تعمیم‌یافته

فیلتر کالمن-بوسی تعمیم‌یافته الگوریتم تخمین بازگشتی بهینه برای محاسبه حالت‌های سیستم تصادفی غیرخطی با فرایند گاوسی مستقل و نویز اندازه‌گیری است. اگر معادلات فرآیند و اندازه‌گیری زمان-پیوسته سیستم به شکل کلی (۱۷) بیان شوند. آنگاه روابط تخمین‌زن کالمن-بوسی تعمیم‌یافته به صورت (۱۹) خواهند بود [۱۷].

$$\begin{aligned} \hat{x} = f(\hat{x}(t), u(t)) + K(t)(y(t) - h(\hat{x}(t))) \\ \hat{P}(t) = F(t)P(t) + P(t)F(t)^T - K(t)H(t)P(t) + Q(t) \\ K(t) = P(t)H(t)^T R(t)^{-1} \end{aligned} \quad (19)$$

$F(t)$ ماتریس جاکوبی $f(x(t), t)$ و $H(\hat{x}(t), t)$ ماتریس جاکوبی $h(x(t), t)$ که در $\hat{x}(t)$ به دست آمده است. همچنین $Q(t)$ کوواریانس نویز فرایند و $R(t)$ ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری حالت می‌باشد که توسط رابطه (۲۱) ارائه شده‌اند. در کاربردهای عملی ماتریس کوواریانس $R(t)$ را می‌توان با پردازش داده‌های اندازه‌گیری درحالی‌که خروجی سیستم ثابت نگه‌داشته شده است، به دست آورد. در این حالت پس از حذف میانگین تنها نویز در داده‌ها باقی می‌ماند و ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری را می‌توان به راحتی از بخش باقی‌مانده

$$z_1 = \dot{x}_1 - x_{1d}, \quad V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (23)$$

همچنین مشتق \dot{V}_1 مانند معادله (24) به دست می‌آید.

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = z_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}) \quad (24)$$

عبارت \dot{x}_1 اکنون ورودی کنترل مجازی در نظر گرفته می‌شود تا عبارت (24) را به نقطه‌ی تعادل صفر برساند. به این منظور تابع پایدارکننده به‌گونه‌ای فرض می‌شود که با ورودی کنترل مجازی برابر بوده و برای این‌که تابع لیاپانوف منفی شود، پایدارسازی به شکل معادله (25) انجام می‌شود.

$$\alpha_1 = \dot{x}_{1d} - c_1 z_1 \quad (25)$$

برابر بودن ورودی کنترل مجازی و تابع پایدارکننده در مرحله قبل تنها یک فرض بود؛ بنابراین همچنان خطای ورودی کنترل مجازی و تابع پایدارکننده به‌دست‌آمده به‌عنوان متغیر تنظیم جدید z_2 استفاده می‌شود.

$$z_2 = \dot{x}_2 - \alpha_1 = \dot{z}_1 + c_1 z_1 \Rightarrow \dot{z}_1 = -c_1 z_1 + z_2 \quad (26)$$

در نتیجه با $g(\hat{x})U$ استفاده از معادله (26) مشتق تابع لیاپانوف به شکل معادله (27) به دست آید.

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = z_1 (z_2 - c_1 z_1) = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 \quad (27)$$

مرحله دوم همانند مرحله اول است با این تفاوت که در این مرحله به‌عنوان ورودی کنترل مجازی انتخاب می‌شود.

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 = f(\hat{x}) + g(\hat{x})U - \ddot{x}_{1d} + c_1 \dot{z}_1 \quad (28)$$

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (29)$$

$$\dot{V}_2 = z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 \Rightarrow \quad (30)$$

$$z_1 (z_2 - c_1 z_1) + z_2 (f(\hat{x}) + g(\hat{x})U - \ddot{x}_{1d} + c_1 \dot{z}_1)$$

$$\alpha_2 = -(f(\hat{x}) - \ddot{x}_{1d} + c_1 \dot{z}_1 + c_2 z_2) \quad (31)$$

$$z_3 = g(\hat{x})U - \alpha_2 = g(\hat{x})U + (f(\hat{x}) - \ddot{x}_{1d} + c_1 \dot{z}_1 + c_2 z_2) \Rightarrow g(\hat{x})U = z_3 - (f(\hat{x}) - \ddot{x}_{1d} + c_1 \dot{z}_1 + c_2 z_2) \quad (32)$$

با جایگزینی معادله (32) در معادله (28)، معادله (33) به دست آید.

$$\dot{z}_2 = -c_2 z_2 + z_3 \quad (33)$$

مشتق‌گیری از متغیرهای تنظیم z_3 چنین نتیجه می‌دهد:

$$\dot{z}_3 = \dot{g}(\hat{x})U + g(\hat{x})\dot{\xi} + \dot{f}(\hat{x}) - \ddot{x}_{1d} + c_1 \dot{z}_1 + c_2 \dot{z}_2 \quad (34)$$

با استفاده از روش طراحی سطح لغزشی خطی به شکل معادله (35) تعیین می‌شود.

$$s = \sigma z \quad (35)$$

$$\sigma = [\sigma_1, \sigma_2, 1], \quad z = [z_1, z_2, z_3] \Rightarrow s = \sigma_1 z_1 + \sigma_2 z_2 + z_3$$

تابع لیاپانوف جدید با استفاده از اضافه نمودن عبارتی که شامل سطح لغزشی به شکل معادله (36) می‌شود.

$$V_3 = \frac{1}{3} (z_1^2 + z_2^2 + s^2) \quad (36)$$

مشتق \dot{V}_3 به‌صورت معادله (37) به دست می‌آید.

$$\dot{V}_3 = (z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 + s\dot{s}) = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_1 z_2 + z_2 z_3 + s(\sigma_1 \dot{z}_1 + \sigma_2 \dot{z}_2 + \dot{g}(\hat{x})U + g(\hat{x})\dot{\xi} + \dot{f}(\hat{x}) - \ddot{x}_{1d} + c_1 \dot{z}_1 + c_2 \dot{z}_2) \quad (37)$$

با استفاده از نظریه مود لغزشی پایدارسازی می‌تواند با استفاده از ورودی کنترل معادله (38) به دست آید:

داده‌ها محاسبه نمود. درحالی‌که کوواریانس نويز فرایند $(Q(t))$ در این حد واضح به دست نمی‌آید؛ یعنی $Q(t)$ به‌طورکلی به‌طور مستقیم ایجاد می‌شود اما باید برخی از نکات لازم را در این انتخاب در نظر گرفته شود. دینامیک مدل نشده و عدم اطمینان در پارامترها به‌صورت نويز فرایند به‌طورکلی مدل می‌شود؛ که با بررسی سیستم دینامیکی مشابه در مقالات و کتاب‌ها می‌توان $Q(t)$ مناسب برای سیستم را در عمل تعیین نمود؛ بنابراین تعیین $Q(t)$ تا حدی شهودی می‌باشد و در عمل می‌توان با برخی از پیش‌فرض‌های منطقی برای $R(t)$ و $Q(t)$ شروع کرده و سپس آن‌ها را به‌صورت تجربی مقادیر آن‌ها تنظیم می‌شود.

$$F(t) = \left. \frac{\partial f(x(t), u(t), t)}{\partial x} \right|_{\hat{x}(t), u(t)}, \quad H(t) = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{\hat{x}(t)} \quad (20)$$

$$R = \text{diag}(\text{var}(v)), \quad Q = \text{diag}(\text{var}(w)) \quad (21)$$

در فیلتر کالمن-بوسی تعمیم‌یافته با انتخاب مقدار R و ماتریس Q بر وضعیت سیستم تأثیر می‌گذارد. در این راستا، انتخاب توان نويز بسیار قابل‌توجه است، زیرا این می‌تواند در کاهش زمان حل شدن سیستم بسیار مؤثر باشد. در این روابط P ، ماتریس کوواریانس خطای تخمین و K بهره‌ی تخمین کالمن نامیده می‌شوند. ماتریس کوواریانس P بر اساس دقت تعیین مقادیر اولیه‌ی متغیرهای حالت مقداردهی اولیه می‌شود. $F(\hat{x}(t), t)$ هر چه مقدار اولیه‌ی بردار حالت کمتر باشد، مقدار بزرگ‌تری برای مقدار اولیه‌ی ماتریس کوواریانس P در نظر گرفته می‌شود. عموماً ماتریس P به‌صورت ماتریس قطری مقداردهی اولیه می‌شود. بهره‌ی فیلتر کالمن، دقت نسبی پیش‌بینی حالت سیستم را در مقابل اندازه‌گیری واقعی نشان می‌دهد. بزرگ بودن بهره‌ی کالمن بیانگر این است که اندازه‌گیری واقعی از حالت پیش‌بینی شده دقیق‌تر است و اصلاح بیشتری روی حالت پیش‌بینی شده صورت می‌پذیرد.

4- کنترل مود لغزشی پسگام انتگرالی

می‌توان از روش کنترل مود لغزشی پسگام برای سیستم‌ها استفاده نمود تا در مقابل هر دو اغتشاشات منطبق و غیر منطبق مقاوم باشد؛ اما به‌جای استفاده از روش پسگام، روش پسگام انتگرالی می‌تواند با مود لغزشی ترکیب شود تا روش مود لغزشی پسگام انتگرالی را ایجاد کند. روش مود لغزشی پسگام انتگرالی برای کنترل و پایدار نمودن ارابه-پاندول ارائه شده است [24]. برای انجام این کار ابتدا از روش پسگام استفاده شده که در آن متغیرهای خطا یا متغیرهای تنظیم‌کننده تعریف شده، سپس از روش مود لغزشی استفاده می‌شود تا متغیرهای جدید را به نقطه‌ی تعادل برساند. باین‌حال مشکل چترینگ در مود لغزشی به وجود می‌آید. برای به دست آوردن سیگنال کنترل پیوسته، به‌جای روش پسگام ساده، از پسگام انتگرالی استفاده شده تا با روش مود لغزشی ترکیب شود. راه رایج برای استفاده از انتگرال، استفاده از انطباق پارامترها است. سیستم با مشخصات معادله (22) را در نظر بگیرید.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x) + g(x)U \\ \dot{U} = \xi \end{cases} \quad (22)$$

ابتدا متغیر تنظیم و تابع لیاپانوف که در آن از متغیر تنظیم استفاده شده است، مانند معادله (23) تعیین می‌شود.

که سطح لغزشی برای پارامتر φ می‌باشد. با توجه به رابطه (۴۴) می‌توان نیروی کنترلی را به صورت (۴۵) به دست آورد:

$$\xi_{\varphi} = \dot{U}_2 = (\sigma_{1\varphi} \dot{z}_{1\varphi} + \sigma_{2\varphi} \dot{z}_{2\varphi} + \dot{g}_{\varphi}(\hat{x})U_2 + \dot{f}_{\varphi}(\hat{x}) - \ddot{x}_{1d\varphi} + c_{1\varphi} \dot{z}_{1\varphi} + c_{2\varphi} \dot{z}_{2\varphi} + W_{\varphi} \operatorname{sgn}(s_{\varphi}) + k_{\varphi} s_{\varphi}) \left(-\frac{1}{g_{\varphi}(\hat{x})} \right) \quad (45)$$

لذا نیروی کنترلی برای φ به صورت رابطه (۴۶) خواهد بود، به طوری که پارامترهای $\sigma_{1\varphi}, \sigma_{2\varphi}, c_{1\varphi}, c_{2\varphi}, W_{\varphi}, k_{\varphi}$ از جدول ۲ به دست می‌آیند.

$$U_2 = \int_0^t \xi_{\varphi} dt \quad (46)$$

همین فرایند برای به دست آوردن U_1, U_3, U_4, u_x, u_y نیز می‌توان استفاده نمود.

۵- شبیه‌سازی

برای کنترل سیستم‌های دینامیکی داشتن همه حالت‌های سیستم لازم و ضروری می‌باشد. در عمل اندازه‌گیری کامل حالت‌های سیستم هزینه‌بر، سخت و یا حتی به دست آوردن آن‌ها غیرممکن است. در این موارد از رؤیت گر برای تخمین وضعیت سیستم و حذف نویز استفاده می‌شود. با توجه به موارد کاربردی، می‌توان متغیرهای موقعیت و زاویه $(x, y, z, \varphi, \theta, \psi)$ کوادروتور را اندازه‌گیری کرد؛ اما به دلیل وجود نویز نمی‌توان از روش مشتق‌گیری، سرعت‌های خطی و زاویه‌ای آن را $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$ به دست آورد. بلوک دیاگرام سیستم کنترلی به همراه رؤیت گر در شکل ۲ نشان داده شده است. در این مقاله شبیه‌سازی‌ها در سه حالت، الف) ایده‌آل (بدون نویز سیستم و اندازه‌گیری و با در دست داشتن همه ۱۲ حالت)، ب) وجود نویز و بدون در نظر گرفتن فیلتر کالمن-بوسی تعمیم‌یافته (با نویز سیستم و اندازه‌گیری و با در دست داشتن همه ۱۲ حالت) و ج) وجود نویز و با در نظر گرفتن فیلتر کالمن-بوسی تعمیم‌یافته (با نویز سیستم و اندازه‌گیری و فقط با در دست داشتن ۶ حالت موقعیت و زاویه $(x, y, z, \varphi, \theta, \psi)$) ارائه شده است. پارامترهای کوادروتور چنان‌که در جدول ۱ نشان داده شده، انتخاب شده‌اند. شرایط اولیه کوادروتور به صورت $[000]$ برای سه زاویه رول، پیچ و یاو همچنین $[000]$ برای موقعیت‌های x, y, z فرض شده است. موقعیت مطلوب کوادروتور در جهت x, y, z ۲ متر و در جهت زاویه یاو ۱ رادیان در نظر گرفته شده است. ضرایب کنترل‌کننده مود لغزشی پسگام انتگرالی در جدول ۲ نشان داده شده است. مقدار بهینه ضرایب برای هر کنترل‌کننده به روش سعی و خطا و با در نظر گرفتن پایداری سیستم در کمترین زمان ممکن به دست می‌آید. برای مقایسه‌ی عملکرد کنترل‌کننده مود لغزشی پسگام انتگرالی در حالت ایده‌آل از روش مود لغزشی ارائه شده در مرجع [۱]، استفاده شده است.

$$\xi_{eq} = \dot{U} = -\frac{1}{g(\hat{x})}(\sigma_1 \dot{z}_1 + \sigma_2 \dot{z}_2 + \dot{g}(\hat{x})U + \dot{f}(\hat{x}) - \ddot{x}_{1d} + c_1 \dot{z}_1 + c_2 \dot{z}_2) \quad (38)$$

جهت مقابله با اغتشاشات وارده به سیستم قانون کنترل سوئیچینگ $(u_{sw} = -\frac{1}{g(\hat{x})}(W \operatorname{sgn}(s) + ks))$ به قانون کنترل معادل اضافه می‌شود. هرچقدر مقدار پارامتر W بزرگ‌تر باشد، اندازه سیگنال کنترلی و نوسانات آن بیشتر خواهد شد؛ بنابراین برای انتخاب آن باید مصالح‌های صورت بگیرد. در نهایت قانون کنترلی به صورت معادله (۳۹) به دست می‌آید.

$$\xi = \dot{U} = (\sigma_1 \dot{z}_1 + \sigma_2 \dot{z}_2 + \dot{g}(\hat{x})U + \dot{f}(\hat{x}) - \ddot{x}_{1d} + c_1 \dot{z}_1 + c_2 \dot{z}_2 + W \operatorname{sgn}(s) + ks) \left(-\frac{1}{g(\hat{x})} \right) \quad (39)$$

که در آن \dot{z}_1 و \dot{z}_2 به ترتیب از روابط (۲۶) و معادله (۳۳) به دست می‌آیند. این قانون کنترل ناپیوسته است. همچنین برای به دست آوردن قانون کنترل که به عنوان ورودی برای معادله دینامیکی (۲۲) استفاده می‌شود، باید انتگرال‌گیری شود.

$$U = \int_0^t \xi dt \quad (40)$$

بنابراین این کار چترینگ را کاهش می‌دهد. از تعریف $s = \sigma_1 z_1 + \sigma_2 z_2 + z_3$ و جاگذاری آن در رابطه (۳۷)، رابطه (۴۱) به دست خواهد آمد.

$$\dot{V}_3 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_1 z_2 + z_2 z_3 + s(W \operatorname{sgn}(s) + ks) \quad (41)$$

با تعریف ماتریس M_L به صورت رابطه (۴۲):

$$M_L = \begin{bmatrix} c_1 + k\sigma_1^2 & k\sigma_1\sigma_2 - \frac{1}{2} & k\sigma_1 \\ k\sigma_1\sigma_2 - \frac{1}{2} & c_2 + k\sigma_2^2 & k\sigma_2 - \frac{1}{2} \\ k\sigma_1 & k\sigma_2 - \frac{1}{2} & k \end{bmatrix} \quad (42)$$

و با توجه به $z = [z_1 \ z_2 \ z_3]^T$ تابع لیاپانوف به صورت رابطه (۴۳) خواهد شد:

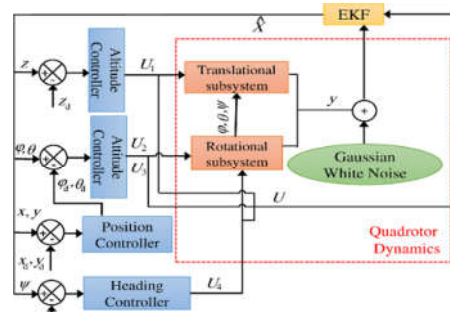
$$\dot{V}_3 = -z^T M_L z - W |s| \leq 0 \quad (43)$$

با توجه به رابطه (۴۳) \dot{V}_3 همواره منفی بوده و پایداری مجانبی کلی سیستم تضمین می‌گردد. تابع علامت یا sgn باعث ایجاد نوسانات ناخواسته یا چترینگ در سیستم می‌شود به همین جهت برای کاهش مؤثر پدیده چترینگ به جای تابع علامت از تابع اشباع $\operatorname{sat}(s/\varepsilon)$ استفاده شده است.

در ادامه نحوه به دست آوردن U_2 (برای کنترل زاویه φ) ارائه می‌شود. ابتدا به تعریف صفحه لغزش کنترل مود لغزشی پسگام انتگرالی ارائه می‌شود. با توجه روابط (۲۳)، (۲۵)، (۲۶)، (۳۱)، (۳۲) و (۳۵) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} z_{1\varphi} &= \hat{x}_1 - x_{1d} \\ \alpha_{1\varphi} &= \hat{x}_{1d} - c_{1\varphi} z_{1\varphi} \\ z_{2\varphi} &= \hat{x}_2 - \alpha_{1\varphi} \\ \alpha_{2\varphi} &= -(f_{\varphi}(\hat{x}) - \ddot{x}_{1d} + c_{1\varphi} \dot{z}_{1\varphi} + c_{2\varphi} \dot{z}_{2\varphi}) \\ z_{3\varphi} &= g_{\varphi}(\hat{x})U_2 - \alpha_{2\varphi} \\ s_{\varphi} &= \sigma_{1\varphi} z_{1\varphi} + \sigma_{2\varphi} z_{2\varphi} + z_{3\varphi} \end{aligned} \quad (44)$$

بدون استفاده از رؤیت گر می‌باشد. به طوری که اهمیت وجود رؤیت گر در کنار کنترل کننده را به خوبی نشان می‌دهد. شکل ۷ ورودی‌های کنترل مود لغزشی پسگام انتگرالی برای کوادروتور در سه حالت ذکر شده را نشان می‌دهد. جدول ۳ مقدار انحراف معیار و میانگین خطا را برای دو حالت استفاده از رؤیت گر و عدم استفاده از آن را در سیستم دینامیکی کوادروتور که دارای نویز سیستم و اندازه‌گیری هستند را نشان می‌دهد. همان‌طور که جدول ۳ مشاهده می‌شود، وجود رؤیت گر به خوبی توانسته است که سیستم دارای نویز سیستم و اندازه‌گیری را به پایداری برساند و این در حالی است که میزان نوسان حالت‌های سیستم با وجود رؤیت گر به شدت کم است. نتایج شبیه‌سازی برای کوادروتور با در نظر گرفتن کنترل کننده مود لغزشی پسگام انتگرالی طراحی شده با ضرایب جدول ۲ و فیلتر کالمن-بوسی توسعه یافته با وجود نویزهای گوسی مختلف در جدول ۴ ارائه شده است. نتایج این جدول نشان می‌دهند که با افزایش R و Q استفاده از ترکیب کنترل کننده-رؤیت گر باعث کاهش میانگین خطا در حالت‌های سیستم نسبت به حالت بدون استفاده از رؤیت گر شده است که این خود اهمیت استفاده از آن در کنار کنترل کننده را نشان می‌دهد.



شکل ۲- بلوک دیاگرام کنترل کننده و رؤیت گر در کوادروتور

با توجه به توضیحات بخش ۳ برای شبیه‌سازی، از نویز سیستم و اندازه‌گیری با نرخ توان 10^{-2} استفاده شده است که هر دو نویزهای ارائه شده سفید هستند. با توجه به مقادیر w و v که توسط نویز سفید ارائه شده است، ماتریس‌های R و Q به صورت (۴۷) است.

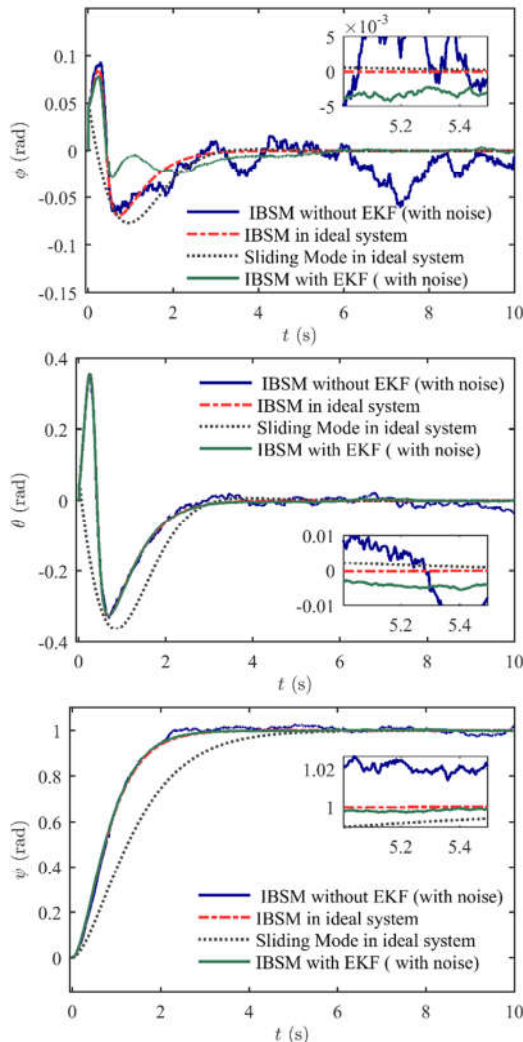
$$Q = 10^{-4} \times I_{12 \times 12}, R = 10^{-4} \times I_{6 \times 6} \quad (47)$$

جدول ۱- پارامترهای ساختاری کوادروتور [۸]

واحد	مقدار	ضریب
kgm ²	$3/827 \times 10^{-3}$	$I_x = I_y$
kgm ²	$7/134 \times 10^{-3}$	I_z
kgm ²	$2/83 \times 10^{-5}$	J_R
kg	۰/۴۲	m
m	۰/۲۰۵	L
ms ⁻²	۹/۸۱	g
Ns ² rad ⁻²	$2/98 \times 10^{-5}$	b
Ns ² rad ⁻²	$3/23 \times 10^{-7}$	d
-	۰/۰۱	$A_X = A_Y = A_Z$

جدول ۲- ضرایب کنترلی مود لغزشی پسگام انتگرالی

W	c ₂	c ₁	σ ₂	σ ₁	k	
۵	۱	۱	۵	۵	۵	φ, θ, ψ
۵	۲	۲	۵	۵	۵	x, y, z

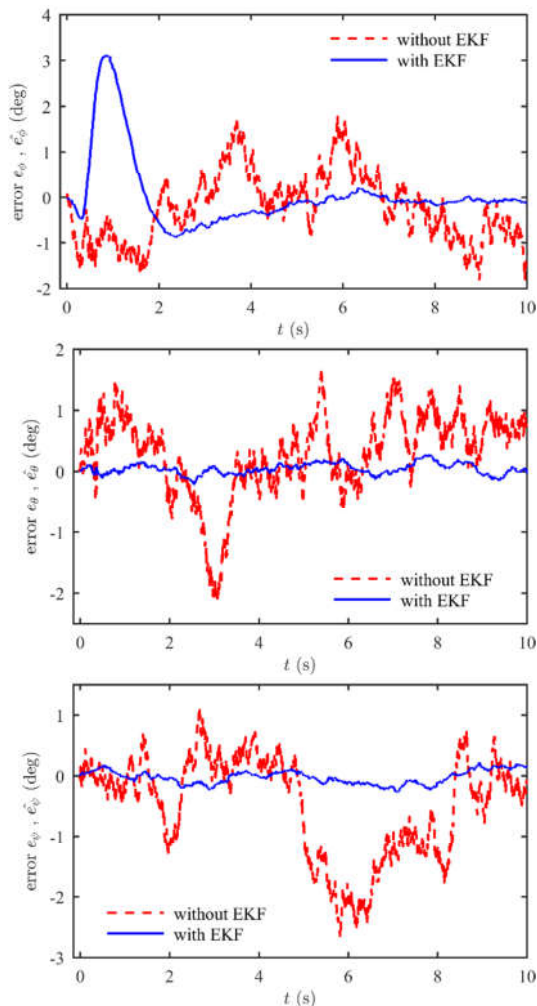


شکل ۳- نتایج ردیابی برای زوایای (φ, θ, ψ)

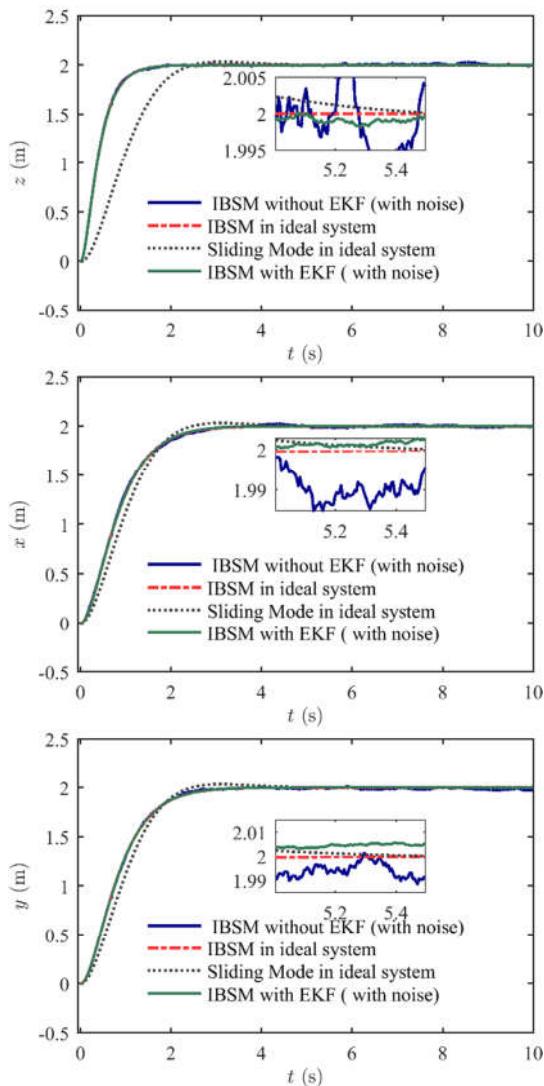
با توجه به شکل‌های ۳ و ۴ می‌توان مشاهده کرد وقتی در کوادروتور همه حالت‌ها قابل اندازه‌گیری بوده اما این مقادیر دارای نویز باشند، سیستم دارای نوساناتی خواهد بود. این نوسانات برای روتورهای کوادروتور مضر می‌باشند؛ بنابراین از رؤیت گر کالمن-بوسی تعمیم یافته به همراه کنترل کننده مود لغزشی پسگام انتگرالی استفاده می‌شود. با توجه به شکل‌های ۳ و ۴ رؤیت گر-کنترل کننده توانسته است که هم حالت‌های سیستم را به خوبی تخمین بزند و هم نویزها را کاهش دهد. به طوری که با در نظر گرفتن نویز سیستم و اندازه‌گیری و همچنین با دسترسی به ۶ متغیر حالت، زوایای (φ, θ, ψ) در ۴/۲ ثانیه و موقعیت‌های (x, y, z) کوادروتور در ۲/۸ ثانیه را به پایداری لازم برساند. شکل‌های ۵ و ۶ نتایج خطای زاویه و موقعیت را برای کوادروتور و برای حالت‌های بدون استفاده از فیلتر کالمن-بوسی تعمیم یافته (c = x - x_d) و با استفاده از آن (ĉ = x̂ - x_d) را ارائه می‌کند. شکل‌های ۵ و ۶ نشان می‌دهند که خطای تخمین بسیار کمتر از حالت

جدول ۳- میانگین خطا و انحراف معیار برای شبیه‌سازی کوادروتور

. y(cm) .	x(cm)	z(cm)	ψ (deg)	θ (deg)	ϕ (deg)	
-۰/۱۶	-۰/۰۴	-۰/۰۵	-۰/۰۸	۰/۰۵	۰/۱۱	میانگین خطای با EKBF
۰/۶۴	-۱/۳۲	۰/۲۹	۰/۲۸	-۰/۱۳	۰/۲۳	میانگین خطای بدون EKBF
۰/۳۴	۰/۱۷	۰/۱۳	۰/۰۹	۰/۱۴	۰/۷۷	انحراف معیار خطای با EKBF
۱/۳۲	۱/۶۱	۰/۸۸	۰/۸۸	۰/۹۶	۱/۶۲	انحراف معیار خطای بدون EKBF



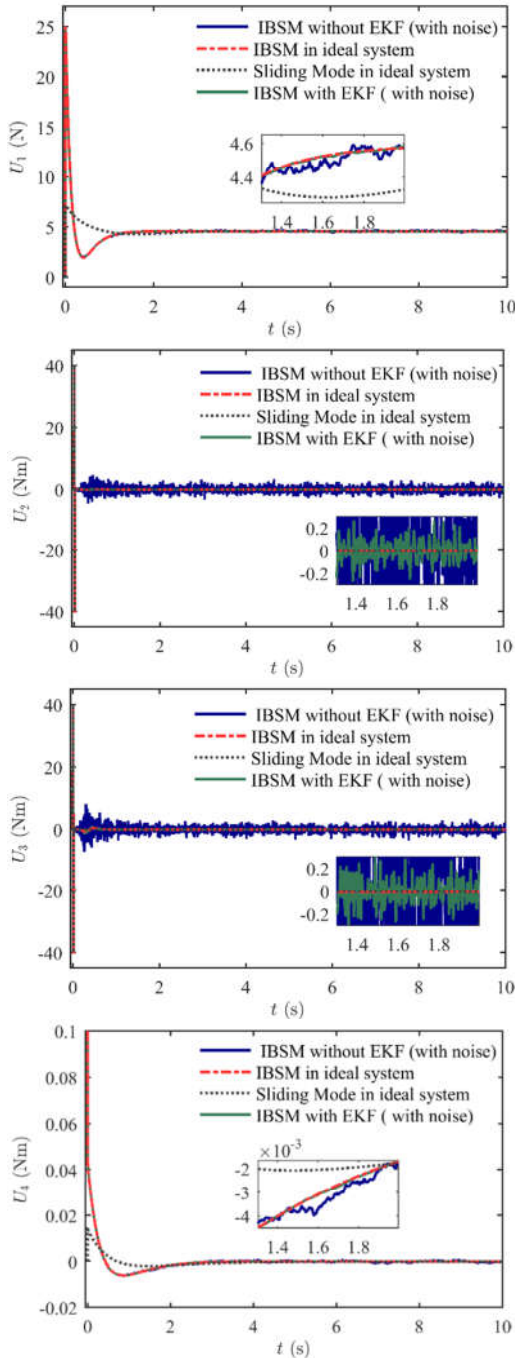
شکل ۵- نتایج خطاهای ردیابی برای زوایای (ϕ, θ, ψ)



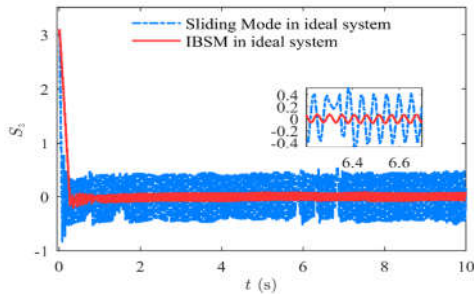
شکل ۴- نتایج ردیابی برای موقعیت (Z, X, Y)

جدول ۴- میانگین خطا برای شبیه‌سازی کوادروتور در سه حالت نویز سفید گاوسی مختلف

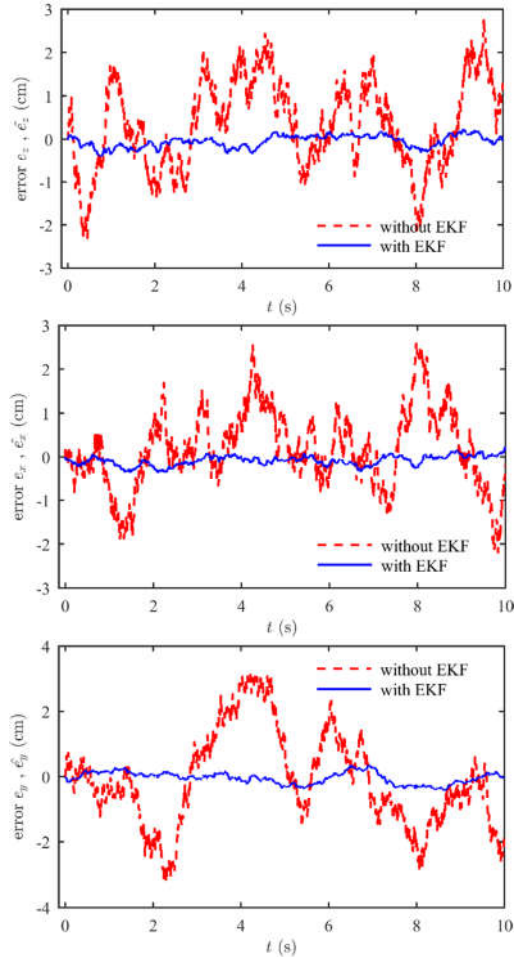
$R=2 \times 10^{-4}(I_{6 \times 6}), Q=2 \times 10^{-2}(I_{12 \times 12})$		$R=0.5 \times 10^{-4}(I_{6 \times 6}), Q=0.5 \times 10^{-2}(I_{12 \times 12})$		$R=0.25 \times 10^{-4}(I_{6 \times 6}), Q=0.25 \times 10^{-2}(I_{12 \times 12})$		
با رؤیت گر	بدون رؤیت گر	با رؤیت گر	بدون رؤیت گر	با رؤیت گر	بدون رؤیت گر	
-۰/۱۶	۲/۳۱	۰/۱۱	۰/۲۶	۰/۰۵	۰/۱۱	ϕ (deg)
۰/۱۱	-۳/۸۷	-۰/۰۷	-۰/۱۷	-۰/۰۶	-۰/۱۶	θ (deg)
۰/۱۹	۱/۰۸	۰/۱۳	۰/۴۳	۰/۰۹	۰/۳۲	ψ (deg)
-۰/۰۹	-۱/۰۵	-۰/۰۴	۰/۱۲	-۰/۰۳	-۰/۰۶	z(cm)
۰/۰۸	-۱/۹۶	۰/۲۱	-۰/۶۳	۰/۱۷	۰/۵۳	x(cm)
-۰/۲۸	۲/۷۸	۰/۱۹	۰/۶۶	-۰/۱۴	-۰/۴۲	y(cm)



شکل ۷- ورودی‌های کنترل‌کننده مود لغزشی پسگام انتگرالی



شکل ۸- سطح لغزش و پدیده چترینگ در جهت محور z



شکل ۶- نتایج خطاهای ردیابی برای موقعیت (Z, X, Y)

شکل ۸ مقایسه همگرایی سطح لغزش کنترل‌کننده مود لغزشی پسگام انتگرالی با کنترل‌کننده مود لغزشی در جهت محور z در دو حالت ایده‌آل (بدون نویز سیستم و اندازه‌گیری و با در دست داشتن همه ۱۲ حالت) می‌باشد. در هر دو کنترل‌کننده از تابع sgn استفاده شده و سطح لغزش هر دو کنترل‌کننده بعد از گذشت زمانی حول صفر نوسان می‌کند که ناشی از استفاده تابع sgn می‌باشد. همان‌طور که از قسمت بزرگ‌نمایی دیده می‌شود میزان نوسانات در روش مود لغزشی پسگام انتگرالی در حالت ماندگار دارای دامنه کمتری نسبت به روش مود لغزشی می‌باشد. در کنترل‌کننده مود لغزشی پسگام انتگرالی به دلیل این‌که دارای خطای حالت ماندگار است سطح لغزش برابر صفر نمی‌شود؛ اما به دلیل استفاده از سطح لغزش خاص تعریف‌شده پدیده چترینگ در این روش کنترل‌کننده کاهش پیدا می‌کند

۶- نتیجه‌گیری

مدل دینامیکی کوادروتور سیستمی غیرخطی پیچیده با چند ورودی-چند خروجی (MIMO) می‌باشد. در این مقاله از روش مود لغزشی پسگام انتگرالی برای هدایت کوادروتور به محل موردنظر استفاده شده است که با دید سیستم چند متغیره این طراحی انجام شده است. در این مقاله روش کنترلی مود لغزشی پسگام انتگرالی، سیستم MIMO را با استفاده از روش ساختاری به چند زیرسیستم یک ورودی-یک خروجی (SISO) تجزیه می‌کند سپس روش کنترلی مود لغزشی پسگام انتگرالی بر روی کوادروتور اجرا می‌شود. در مرحله اول معادلات دینامیکی حاکم بر کوادروتور با در نظر گرفتن همه پارامترهای مؤثر به دست آمده‌اند. هدف کنترل کننده دستیابی به ردیابی مناسب از موقعیت‌های مطلوب (x, y, z) و زاویه یاو (ψ) و همچنین حفظ پایداری زوایای رول و پیچ به‌رغم وجود نویز در سیستم‌های اندازه‌گیری می‌باشد. روش‌های کنترلی به اطلاعات کامل از حالت‌های سیستم نیاز دارند که در عمل ممکن است امکان استفاده از آن‌ها محدود شود. حتی اگر تمام حالت‌های سیستم در دسترس باشند، همراه نویز بوده و نیز استفاده‌ی زیاد از حسگرها برای اندازه‌گیری حالت‌ها، کل سیستم را در اجرا پیچیده و گران می‌کند. لذا برای این منظور از فیلتر کالمن-بوسی تعمیم‌یافته به‌عنوان رؤیت گر استفاده شده است. این نوع فیلتر به‌عنوان رؤیت گر حالت‌های سیستم، با فرض وجود نویز به کار می‌رود به همین علت استفاده از کنترل کننده مود لغزشی پسگام انتگرالی-رؤیت گر کالمن-بوسی تعمیم‌یافته برای تخمین حالت‌های سیستم که دارای نویز نیز می‌باشند، پیشنهاد شده است. روش طراحی بر پایه پایداری لیاپانوف استوار است. نتایج شبیه‌سازی نشان دهنده‌ی عملکرد و مقاومت خوب کنترل کننده‌ی مود لغزشی پسگام انتگرالی-رؤیت گر کالمن-بوسی تعمیم‌یافته است.

۷- مراجع

- Journal of Control Engineering and Applied Informatics*, Vol. 15, No. 2, pp. 3-11, 2013.
- [9] Ramirez-Rodriguez H., Parra-Vega V., Sanchez A., Garcia O., Integral sliding mode backstepping control of quadrotors for robust position tracking, in *International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, Atlanta, USA, 423-432.
- [10] Xiong J.-J., Zheng E.-H., Position and attitude tracking control for a quadrotor UAV, *ISA transactions*, Vol. 53, No. 3, pp. 725-731, 2014.
- [11] Xiao B., Yin S., A new disturbance attenuation control scheme for quadrotor unmanned aerial vehicles, *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, Vol. 13, No. 6, pp. 2922-2932, 2017.
- [12] Mahmood A., Kim Y., Decentralized formation flight control of quadcopters using robust feedback linearization, *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 354, No. 2, pp. 852-871, 2017.
- [13] Rodriguez-Mata A.E., González-Hernández I., Rangel-Peraza J.G., Salazar S., Leal R.L., Wind-gust compensation algorithm based on high-gain residual observer to control a quadrotor aircraft: real-time verification task at fixed point, *International Journal of Control, Automation and Systems*, Vol. 16, No. 2, pp. 856-866, 2018.
- [14] Moreno-Valenzuela J., Pérez-Alcocer R., Guerrero-Medina M., Dzul A., Nonlinear PID-Type Controller for Quadrotor Trajectory Tracking, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 23, No. 5, pp. 2436-2447, 2018.
- [15] Koksall N., Jalalmaa B., Fidan B., Adaptive Linear Quadratic Attitude Tracking Control of a Quadrotor UAV Based on IMU Sensor Data Fusion, *Sensors*, Vol. 19, No. 1, pp. 46, 2019.
- [16] Keighobadi J., Vosoughi H., Faraji J., Design and implementation of a model predictive observer for AHRS, *GPS Solutions*, Vol. 22, No. 1, pp. 1-18, 2018.
- [17] Gelb A., *Applied optimal estimation*, MIT press: 1974.
- [18] Faraji J., Tale-Masouleh M., Saket M., Radsershet M., Design And Simulation Non-Singular Backstepping Terminal Sliding Mode Control And Extended Kalman Filter For Quadrotor, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 1, pp. 219-230, 2018.
- [19] Zhou J., Cheng Y., Du H., Wu D., Zhu M., Lin X., Active finite-time disturbance rejection control for attitude tracking of quad-rotor under input saturation, *Journal of the Franklin Institute*, 2019.
- [20] Vosoughi H., Keighobadi J., Faraji J., Design and implementation of AHRS by using Kautz function and predictive estimator with Euler's dynamic, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 6, pp. 221-232, 2017.
- [21] Chen Y., He Y., Zhou M., Modeling and control of a quadrotor helicopter system under impact of wind field, *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, Vol. 6, No. 17, pp. 3214-3221, 2013.
- [22] Besnard L., Shtessel Y.B., Landrum B., Quadrotor vehicle control via sliding mode controller driven by sliding mode disturbance observer, *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 349, No. 2, pp. 658-684, 2012.
- [23] Simon D., *Optimal state estimation: Kalman, H infinity, and nonlinear approaches*, Hoboken: John Wiley & Sons: 2006.
- [24] Adhikary N., Mahanta C., Integral backstepping sliding mode control for underactuated systems: Swing-up and stabilization of the Cart-Pendulum System, *ISA transactions*, Vol. 52, No. 6, pp. 870-880, 2013.
- [1]. Bouabdallah S., Siegwart R., Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor, in *IEEE international conference on robotics and automation*, Barcelona, Spain, 2247-2252.
- [2] Madani T., Benallegue A., Backstepping control for a quadrotor helicopter, in *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Beijing, China, 3255-3260.
- [3] Benallegue A., Mokhtari A., Fridman L., High-order sliding-mode observer for a quadrotor UAV, *International journal of robust and nonlinear control*, Vol. 18, No. 4-5, pp. 427-440, 2008.
- [4] Madani T., Benallegue A., Backstepping control with exact 2-sliding mode estimation for a quadrotor unmanned aerial vehicle, in *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, San Diego, USA, 141-146.
- [5] Bouadi H., Bouchoucha M., Tadjine M., Sliding mode control based on backstepping approach for an UAV type-quadrotor, *World Academy of Science, Engineering and Technology*, Vol. 26, No. 5, pp. 22-27, 2007.
- [6] Bouchoucha M., Seghour S., Osmani H., Bouri M., Integral backstepping for attitude tracking of a quadrotor system, *Elektronika ir Elektrotechnika*, Vol. 116, No. 10, pp. 75-80, 2011.
- [7] Derafa L., Benallegue A., Fridman L., Super twisting control algorithm for the attitude tracking of a four rotors UAV, *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 349, No. 2, pp. 685-699, 2012.
- [8] Khebbache H., Tadjine M., Robust fuzzy backstepping sliding mode controller for a quadrotor unmanned aerial vehicle,