

بررسی اثر نانوسیالات در لوله‌های خمیده جهت بهبود انتقال حرارت مبدل‌های حرارتی

احسان ابراهیم نیا بجستان

دانشجوی دکتری تبدیل انرژی، دانشگاه فردوسی مشهد

حمید نیازمند

دانشیار گروه مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد

چکیده

در این مقاله شبیه‌سازی عددی جریان و انتقال حرارت نانوسیال Al_2O_3 / آب، در یک لوله دارای خم ۹۰ درجه، در شرایط مرزی مختلف شار حرارتی دیواره ثابت و دمای دیواره ثابت مورد تحلیل قرار گرفته است. معادلات ناویر-استوکس تراکم‌ناپذیر و آرام برای یک سیستم مختصات منطبق بر جسم با استفاده از روش حجم‌کنترلی حل شده‌اند. اثر کسر حجمی‌های مختلف نانوذرات و همچنین نیروی گریز از مرکز بر روی الگوی جریان، عدد ناسلت و تنش برشی جداری مورد مطالعه قرار گرفته است. با توجه به نتایج بدست آمده، وجود لوله خمیده و همچنین استفاده از نانوسیالات باعث افزایش چشم‌گیر انتقال حرارت می‌شوند. نتایج نشان می‌دهند که برای شرایط بهینه عملکرد نانوسیال، متغیرهای مختلفی چون افزایش انتقال حرارت، افت فشار و سایش جداره لوله را باید مدنظر قرار داد. کلمات کلیدی: نانوسیال، نانوذرات، جریان آرام، لوله خمیده، حل عددی.

The study of the Nanofluids Effects on the Heat Transfer Improvement in Heat Exchangers

E. Ebrahimnia-Bajestan

Ph.D. Student of Thermal Fluid Engineering, Ferdowsi University of Mashhad

H. Niazmand

Associated Professor in Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad

Abstract

In this study, flow and heat transfer characteristics of Al_2O_3 /water nanofluid, flowing through a 90° curved pipe for the both boundary conditions of constant wall heat flux and temperature have been numerically investigated. The incompressible and laminar Navier-Stokes and energy equations are solved in a body fitted coordinates system using a control volume technique. The effects of nanoparticles concentrations and centrifugal forces on the flow pattern, Nusselt number and wall shear stress have been studied. The results indicated that the curvature and nanofluids effects improve the heat transfer characteristics, dramatically. Furthermore, the results showed that in order to obtain the optimum operating conditions of nanofluids, different parameters such as heat transfer enhancement, pressure drop and erosion of pipe wall must be considered.

Keywords: Nanofluid, Nanoparticles, Laminar Flow, Curved Pipe, Numerical Study.

۱- مقدمه

مبدل‌های حرارتی کاربردهای وسیعی در صنایع مختلف نظیر صنایع حمل و نقل، الکترونیک، هوافضا، نیروگاه‌ها، سیستم‌های سرمایشی و گرمایشی ساختمان‌ها دارند. ساخت مبدل‌های حرارتی با ابعاد کوچک، وزن سبک و راندمان بالا باعث صرفه‌جویی در مصرف سوخت، هزینه‌ها و کاهش آلودگی هوا می‌گردد. جهت بهبود راندمان مبدل‌های حرارتی روش‌های مختلفی وجود دارند. این روش‌ها در یک تقسیم‌بندی کلی عبارتند از روش‌های فعال و غیرفعال. در روش‌های فعال یک نیروی خارجی مانند میدان الکتریکی، امواج صوتی و ارتعاش سطوح اعمال می‌شود. در روش‌های غیرفعال از سطوح ویژه یا مواد افزودنی استفاده می‌گردد.

استفاده از لوله‌های خمیده نیز یکی از انواع روش‌های غیرفعال جهت افزایش بازده مبدل‌های حرارتی است که به صورت گسترده در صنایع مختلف بکار می‌رود. جریان در لوله خمیده دارای پیچیدگی‌های زیادی نسبت به جریان در لوله صاف است. در لوله خمیده، جریان‌های ثانویه ایجاد شده ناشی از نیروی گریز از مرکز باعث اختلاط جریان و بهبود انتقال حرارت می‌گردد. مطالعات زیادی در زمینه جریان و انتقال حرارت در انواع لوله‌های خمیده صورت گرفته است [۱-۷]. اما با توجه به پیچیدگی‌های جریان و انتقال حرارت در این هندسه‌ها، نیاز به بررسی‌های بیشتر ضروری به نظر می‌رسد.

از طرف دیگر، یکی از محدودیت‌های اساسی بر سر راه توسعه و پیشرفت مبدل‌های حرارتی، ضریب هدایت بسیار پایین سیالات عامل بکار رفته در این تجهیزات می‌باشد. این سیالات عموماً آب، روغن و اتیلن گلیکول هستند که در مقایسه با برخی جامدات ضریب هدایت ناچیزی دارند. به عنوان مثال ضریب هدایت حرارتی اکسید آلومینیوم در دمای محیط حدود ۶۷ برابر آب و ۲۷۵ برابر روغن موتور است. به همین دلیل، پیش‌بینی می‌شود که اضافه کردن ذرات جامد معلق فلزی یا اکسید فلزی به سیالات باعث افزایش هدایت حرارتی این سیالات گردد. این ایده از سال‌ها قبل مطرح بوده است و مدل‌سازی‌های مربوط به افزودن ذرات جامد به منظور افزایش ضریب هدایت سیالات توسط ماکسول از حدود ۱۰۰ سال پیش آغاز گشته است. ذرات جامد مورد مطالعه تا سال‌های اخیر در اندازه‌های میلیمتری یا نهایتاً میکرومتری بوده‌اند که به دلیل سنگینی و ته‌نشینی سریع، بروز مشکلاتی مانند انسداد مجاری، ایجاد سایش و خوردگی جداره‌ها و افزایش افت فشار را به دنبال داشته‌اند. خصوصاً این ذرات به دلیل اندازه بزرگ در کانال‌های با ابعاد میکرومتری قابل استفاده نبوده‌اند. در نتیجه استفاده از ذرات جامد جهت بهبود راندمان حرارتی مبدل‌ها با مشکل جدی مواجه بوده است.

تا اینکه فن آوری جدید نانو تکنولوژی امکان تولید ذرات در ابعاد نانو را فراهم آورد. نانوسیالات، نسل جدیدی از سیالات شامل ذرات با ابعاد نانو هستند که در مقایسه با ذرات میکرو، مدت طولانی‌تری در سیال پایدار می‌مانند و خواص انتقال حرارتی بسیار مطلوب‌تری دارند.

بررسی‌های انجام گرفته بیانگر افزایش چشم‌گیر ضریب هدایت حرارتی نانوسیالات نسبت به سیال پایه است، به گونه‌ای که مدل‌های کلاسیک قادر به پیش‌گویی آن نیستند [۸-۱۲]. به این منظور تلاش‌های زیادی جهت مدل‌سازی ضریب هدایت حرارتی نانوسیالات صورت گرفته است [۹-۱۴]. در کنار مطالعات گسترده در زمینه اندازه‌گیری و مدل‌سازی ضریب هدایت، تحقیقاتی نیز در زمینه جریان و انتقال حرارت جابجایی نانوسیالات انجام شده است [۱۵-۳۷]. رژیم جریان در این مراجع ارائه شده آرام می‌باشد. مطالعات آزمایشگاهی نشان داده‌اند که نانوسیالات نه تنها باعث افزایش ضریب هدایت حرارتی می‌شوند بلکه ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی را نسبت به سیال پایه نیز افزایش می‌دهند [۱۶-۱۸، ۲۱-۲۵، ۳۱-۳۴ و ۳۷].

در کنار بررسی‌های آزمایشگاهی، برخی به مطالعه تئوری و شبیه‌سازی عددی جریان و انتقال حرارت نانوسیالات داخل هندسه‌های مختلف پرداخته‌اند [۲۰، ۲۵-۳۰، ۳۵ و ۳۶]. جهت مدل‌سازی معادلات حاکم دو روش وجود دارد. در برخی مراجع [۱۹، ۲۷ و ۲۸] نانوسیال به صورت یک مخلوط دو فاز در نظر گرفته شده است، یعنی فازهای جامد و مایع به صورت مجزا مورد تحلیل قرار می‌گیرند. اما اکثر محققین [۲۶، ۲۹، ۳۰، ۳۵ و ۳۶] با در نظر گرفتن نانوسیال به صورت یک محیط تک‌فاز، فرض کرده‌اند که نانوذرات جامد و سیال پایه از نظر حرارتی و سرعتی در تعادل هستند. فرض محیط تک‌فاز با توجه به اندازه بسیار کوچک نانوذرات و کسر حجمی بسیار پایین آن‌ها در نانوسیال منطقی به نظر می‌رسد. در این حالت نانوسیال مانند یک سیال معمولی عمل می‌کند و تمام معادلات حاکم بر سیال معمولی برای نانوسیال نیز برقرار است و اثر نانوذرات در سیال با انتخاب خصوصیات موثر مناسب برای نانوسیال در معادلات حاکم منظور می‌شود. این مدل‌سازی تک‌فاز نسبت به دو فاز ساده‌تر و از نظر زمان محاسبات سریع‌تر است.

شبیه‌سازی‌های عددی انتقال حرارت جابه‌جایی در هندسه‌های مختلف و شرایط مرزی متفاوت برای انواع نانوسیالات قابل کاربرد است. در شبیه‌سازی‌های عددی موجود، نانوسیالات شامل انواع نانوذرات مثل Al_2O_3 [۲۶-۳۰]، Cu [۳۵] و CNT [۳۶] مطالعه شده‌اند. هندسه جریان در اغلب این شبیه‌سازی‌ها لوله مستقیم است [۱۸، ۲۷-۲۹، ۳۵ و ۳۶].

مدل‌های کلاسیک مخلوط دو فاز محاسبه می‌شوند. از آن‌جایی که تاکنون مدل جامعی برای پیش‌گویی لزجت دینامیکی و ضریب هدایت حرارتی نانوسیال ارائه نشده است، مقدار این دو خصوصیت با توجه به داده‌های آزمایشگاهی موجود بدست آمده است.

مساله مورد بررسی حل جریان پایا، غیرقابل تراکم، و آرام داخل لوله است. با توجه به روش عددی بکار رفته، معادلات ناویر-استوکس به شکل ناپایا برای یک سیستم مختصات منطبق بر جسم با استفاده از روش حجم‌کنترلی، توسط برنامه نوشته شده به زبان فرترن، تا رسیدن به شرایط پایا حل شده‌اند. به منظور افزایش سرعت همگرایی عددی میدان جریان، یک تصحیح فشار جهت برقراری معادله پیوستگی در هر مقطع لوله انجام می‌گیرد. به این صورت که اختلاف دبی جرمی عبوری از هر مقطع نسبت به دبی جرمی ورودی اندازه‌گیری می‌شود و سپس با استفاده از رابطه اولر یک گرادیان فشار جهت تصحیح میدان فشار حاصل می‌گردد. در این مقاله اثر خم لوله و کسر حجمی‌های مختلف نانوذرات بر روی الگوی جریان، تنش برشی جداری، افت فشار در لوله، انتقال حرارت و عدد ناسلت در شرایط مرزی مختلف شار حرارتی دیواره ثابت و دمای دیواره ثابت مورد مطالعه قرار می‌گیرند.

۲- شرح مساله

هندسه مورد بررسی یک لوله خمیده ۹۰ درجه به قطر ۸ میلیمتر است که دارای دو قسمت مستقیم در ورود و خروج مطابق شکل ۱ می‌باشد. جریان در ورودی لوله از نظر هیدرودینامیکی توسعه یافته فرض شده است. مساله به صورت جداگانه برای شرایط دمای دیواره ثابت و شار حرارتی دیواره ثابت حل شده است. با توجه به اینکه خصوصیات ترموفیزیکی بکار رفته در مقاله در حدود دمای محیط می‌باشند، برای شرایط دما ثابت، دمای دیواره $T_w = 343.15K$ و دمای جریان ورودی به لوله $T_i = 293.15K$ در نظر گرفته شده است. در شرایط شار حرارتی ثابت، مقدار شار حرارتی دیواره به نحوی محاسبه شده که حرارت کل منتقل شده به سیال برابر حرارت منتقل شده در شرایط دمای دیواره ثابت، در شرایط جریانی متناظر باشد (جدول ۱). نانوسیال نیوتنی مورد مطالعه مخلوط آب و نانوذرات Al_2O_3 با کسر حجمی‌ها مختلف ۱٪ تا ۴٪ است که در اعداد رینولدز ۳۰۰ تا ۱۲۰۰ داخل لوله جریان می‌یابد.

۳- مدل ریاضی و روش عددی

مساله مورد بررسی حل جریان پایا، غیرقابل تراکم، و آرام داخل لوله است. با توجه به روش عددی بکار رفته، معادلات

مطالعات کمی در مورد جریان داخل لوله‌های خمیده در دسترس است. اکبری‌نیا و بهزادهمهر [۲۶] و اکبری‌نیا [۳۰] به شبیه‌سازی عددی جابجایی ترکیبی آرام نانوسیال Al_2O_3 در آب، داخل یک خم ۱۸۰ درجه پرداخته‌اند. نتایج آن‌ها بیانگر بهبود انتقال حرارت در اثر افزایش نانوذرات به سیال در جریان داخل لوله خمیده است. در اکثر کارهای عددی موجود شرط مرزی شار دیواره ثابت برای دیواره منظور شده [۲۶-۳۰] و تحقیقات کمتری در مورد شرط مرزی دمای دیواره ثابت ارائه شده است [۳۵].

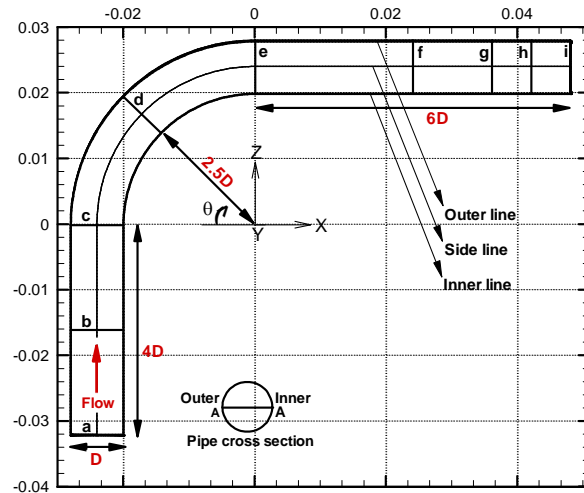
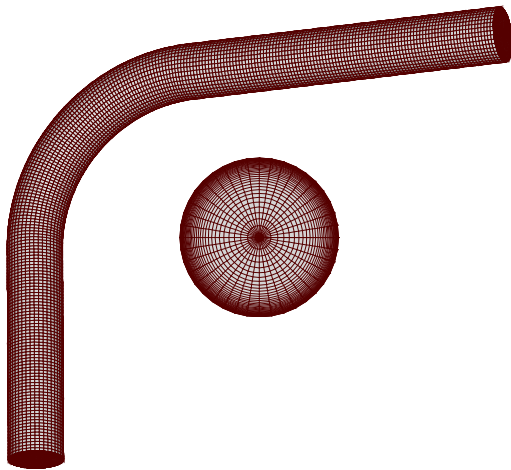
یکی از عوامل محدود کننده ناشی از افزایش کسر حجمی نانوذرات، افت فشار داخل لوله‌ها و افزایش توان پمپ است. افزایش افت فشار در اثر استفاده از نانوسیالات خصوصا در ناحیه در حال توسعه، توسط محققین مختلف [۲۷، ۳۰ و ۳۷] گزارش شده است. رفتار غیرنیوتنی نانوسیالات نیز در برخی مطالعات [۲۴، ۳۱، ۳۵ و ۳۶] مورد بررسی قرار گرفته، اما در اکثر گزارشات نانوسیال به صورت سیال نیوتنی در نظر گرفته شده است.

پتانسیل بالای نانوسیالات در افزایش انتقال حرارت، محققان را بر آن داشته است که مدل‌های جدیدی برای پیش‌گویی افزایش ضریب انتقال حرارت نانوسیالات ارائه دهند [۱۵، ۱۶ و ۳۴]. در عین حال که نیاز به تحقیقات جدید در این زمینه و ارائه مدل‌های مناسب‌تر وجود دارد، مجموعه قابل اعتمادی از نتایج آزمایشگاهی وجود دارد که بتواند به عنوان مبنایی برای تحقیقات دینامیک سیالات محاسباتی قرار گیرد. در تحقیقات عددی بر مبنای مدل‌های موجود، پس از ارزیابی عملکرد صحیح مدل عددی در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی موجود، جریان نانوسیال در هندسه‌های مختلف مثل لوله مستقیم و خمیده مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین ترتیب نه تنها رفتار نانوسیال بر مبنای اطلاعات موجود در این هندسه‌ها مورد مطالعه قرار می‌گیرد بلکه حوزه‌های جدیدی برای مطالعات آزمایشگاهی نیز فراهم می‌شود. به علاوه تحقیقات عددی در کنار مطالعات آزمایشگاهی می‌توانند به توسعه مدل‌های موجود برای خواص انتقال حرارتی نانوسیالات کمک قابل ملاحظه‌ای بنمایند.

این مقاله به بررسی ترکیب دو روش افزایش انتقال حرارت یعنی استفاده از نانوسیال و جریان در داخل لوله خمیده می‌پردازد. در مقاله حاضر، شبیه‌سازی عددی جریان و انتقال حرارت اجباری نانوسیالات در یک لوله با خم ۹۰ درجه مطالعه می‌شود که طبق مطالعات نویسندگان تاکنون کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. جریان ورودی به لوله از نظر هیدرودینامیکی توسعه‌یافته می‌باشد. چگالی و ظرفیت حرارتی نانوسیال مورد بررسی که مخلوط آب و نانوذرات Al_2O_3 است، به کمک

ناویر-استوکس در شکل ناپایا، تا رسیدن به شرایط پایا حل شده‌اند. این معادلات در شکل انتگرالی ارایه شده‌اند.

$$\iint \rho_e \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (1)$$



شکل ۱- هندسه مساله و سطح مقاطع مورد بررسی به همراه شبکه بندی بکار رفته

جدول ۱- شار حرارتی ثابت اعمال شده برای دیواره در شرایط مختلف

q_w				
$Re = 1200$	$Re = 900$	$Re = 600$	$Re = 300$	
۱۷۳۲۲	۱۴۹۲۳	۱۲۱۳۱	۸۵۱۹	آب
۱۸۰۰۹	۱۵۵۱۴	۱۲۶۱۲	۸۸۶۰	نانوسیال (۱٪ ϕ)
۱۸۸۴۱	۱۶۲۳۱	۱۳۱۹۶	۹۲۷۵	نانوسیال (۲٪ ϕ)
۱۹۸۰۰	۱۷۰۵۸	۱۳۸۷۱	۹۷۵۷	نانوسیال (۳٪ ϕ)
۲۰۸۶۹	۱۷۹۸۰	۱۴۸۲۴	۱۰۲۹۶	نانوسیال (۴٪ ϕ)

برای شرط مرزی سرعت، جریان ورودی به لوله توسعه یافته، در خروج از لوله شرط گرادیان سرعت برابر صفر و در دیواره شرط عدم لغزش اعمال شده است. برای شرایط مرزی حرارتی، در ورود به لوله دما یکنواخت و در خروج از لوله برای شرایط دمای دیواره ثابت، گرادیان دمای خروجی صفر، ولی برای شرایط شار حرارتی دیواره ثابت، شیب دمای خروجی ثابت در نظر گرفته شده است.

همچنان که در معادلات (۱) تا (۳) مشاهده می‌شود، نانوسیال یک محیط تک فاز در نظر گرفته شده و اثر نانوذرات به صورت تصحیح خصوصیات موثر وارد معادلات گردیده‌است. خصوصیات موثر نانوسیال مورد بررسی به صورت زیر تعیین می‌شوند:

چگالی:

$$\rho_e = (1 - \phi)\rho_f + \phi\rho_p \quad (4)$$

$$\int_{\forall} \rho_e \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} d\forall + \iint \vec{V} \rho_e \vec{V} \cdot d\vec{A} = - \iint p \vec{n} \cdot d\vec{A} + \iint \mu_e \nabla \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (2)$$

که در آن \vec{V} سرعت، ρ_e چگالی موثر نانوسیال، μ_e لزجت دینامیکی موثر نانوسیال، \vec{n} بردار عمود بر سطح A و p فشار دینامیکی می‌باشند.

معادله انرژی عبارت است از:

$$\int_{\forall} (\rho C_p)_e \frac{\partial T}{\partial t} d\forall + \iint (\rho C_p)_e T \vec{V} \cdot d\vec{A} = \iint k_e \nabla T \cdot d\vec{A} \quad (3)$$

در این رابطه T دما و k_e ضریب هدایت موثر نانوسیال هستند.

توسط دوایر [۴۰] و رنکسیزبلوت و نیازمند [۴۱] بهبود و توسعه داده شده است.

به منظور افزایش سرعت همگرایی عددی میدان جریان، یک تصحیح فشار جهت برقراری معادله پیوستگی در هر مقطع لوله انجام می‌گیرد. انحراف سرعت متوسط در هر سطح مقطع از سرعت متوسط ورودی توسط رابطه (۸) تعریف می‌گردد.

$$\Delta U' = \frac{\iint_A \vec{V} \cdot d\vec{A}}{A_{pipe}} - \bar{U} \quad (8)$$

که در آن \bar{U} سرعت متوسط ورودی، A_{pipe} سطح مقطع محلی لوله و $\iint_A \vec{V} \cdot d\vec{A} / A_{pipe}$ سرعت متوسط هر مقطع در جهت جریان می‌باشد. $\Delta U'$ نقصان مقطعی سرعت را می‌توان به یک تصحیح فشار مقطعی از طریق معادله (۹) ربط داد:

$$\rho \frac{\Delta U'}{\Delta t} = -\nabla P' \quad (9)$$

که در آن Δt ، گام زمانی می‌باشد. P' تصحیح فشار بر مبنای نقصان محلی سرعت مقطعی است که برای کلیه نقاط واقع در مقطع یکسان است. این تصحیح فشار به فشار بدست آمده بر مبنای معادله پیوستگی که برای کلیه مناطق حوزه حل محاسبه می‌شود، اضافه شده و در محاسبه حوزه سرعت بکار می‌رود. این تصحیح فشار جدید، باعث افزایش قابل ملاحظه سرعت همگرایی می‌شود.

جهت بررسی استقلال حل عددی از تعداد گره، شبکه‌بندی‌های مختلفی مطالعه شد. شکل ۲ برخی از این شبکه‌بندی‌ها و اثر آن‌ها بر سرعت محوری در صفحه تقارن مقطع d (وسط خم) و همچنین ضریب انتقال حرارت محلی در راستای لوله را برای عدد رینولدز ۱۲۰۰ نشان می‌دهد. با توجه به نتایج بدست آمده از محاسبات، واضح است که شبکه بندی 41×42 ، که تعداد گره‌ها را به ترتیب در راستای محوری، شعاعی و محیطی نشان می‌دهد، میدان سرعت و حرارت را با دقت مناسب تعیین می‌کند. لازم به ذکر است که گره بکار رفته در راستای محوری به گونه ای است که برای لوله راست ورودی ۶۹ گره، در قسمت خم ۸۰ گره و در قسمت لوله راست خروجی ۱۰۲ گره انتخاب شده‌اند تا اندازه شبکه در محل اتصال لوله‌های راست به خم لوله تغییرات یکنواختی را داشته باشد. در راستای محیطی و محوری شبکه بندی یکنواخت و در راستای شعاعی، گره‌ها با ضریب انبساط ۱/۱۱ به سمت دیواره ریز می‌شوند.

طبق بررسی مرجع [۳۸] بهترین رابطه جهت پیش‌گویی ظرفیت حرارتی موثر نانوسیالات عبارت است از:

$$C_{pe} = \frac{(1-\phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_p}{(1-\phi)\rho_f + \phi\rho_p} \quad (5)$$

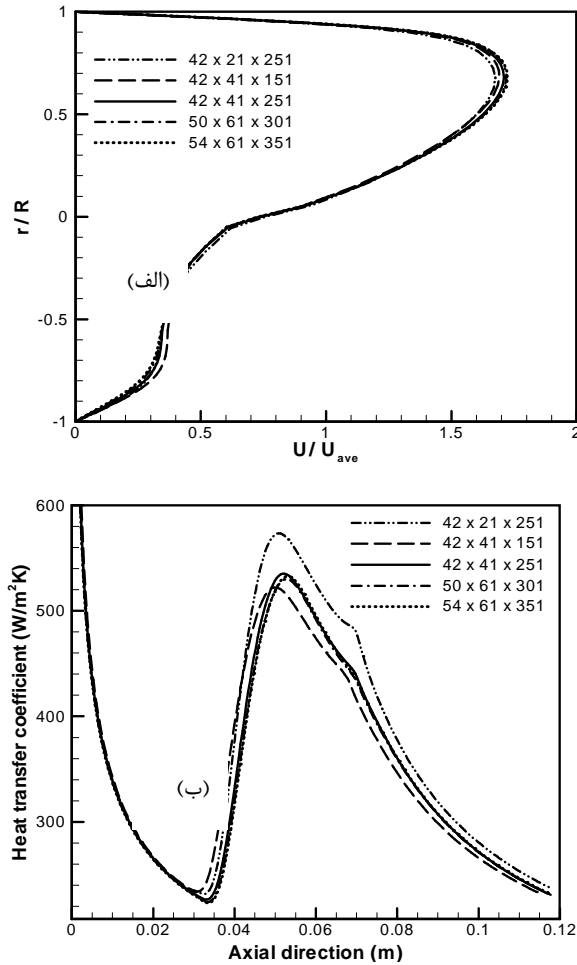
با توجه به داده‌های آزمایشگاهی موجود و برآزش خم صورت گرفته توسط مرجع [۲۰]، روابط زیر برای لزجت دینامیکی و ضریب هدایت حرارتی نانوسیال Al_2O_3 و آب بکار می‌رود:

$$\frac{\mu_e}{\mu_f} = (1 + 7.3\phi + 123\phi^2) \quad (6)$$

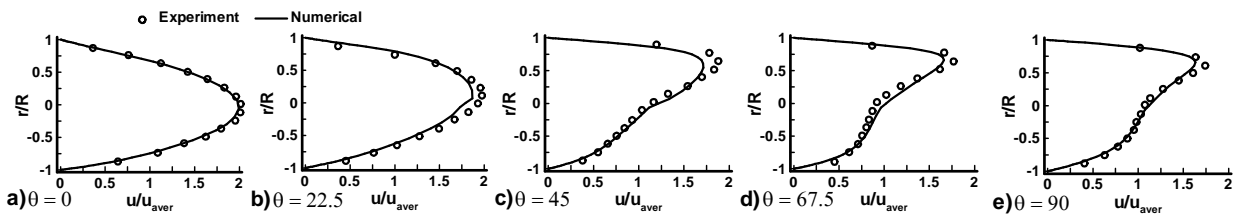
$$\frac{k_e}{k_f} = (1 + 2.72\phi + 4.97\phi^2) \quad (7)$$

در روابط بالا ϕ کسر حجمی نانوذرات، زیر نویس‌های f, p و e به ترتیب نمایانگر نانو ذره، سیال پایه و خصوصیات موثر نانوسیال هستند.

به دلیل وجود خم در هندسه مورد بررسی، سیستم مختصات منطبق بر جسم بکار رفته است. پس از شبکه بندی حوزه حل، معادلات حاکم بر روی حجم کنترل‌های مربوطه انتگرال گرفته می‌شوند. نهایتاً معادلات گسسته شده به روش ADI حل شده‌اند. اساس روش حل عددی بر پایه محاسبه یک میدان سرعت میانی از معادلات اندازه حرکت با استفاده از میدان فشار قبلی (یا حدس اولیه در ابتدای حل) است. به دلیل نقص در میدان فشار، این میدان سرعت میانی الزاماً بقای جرم را ارضا نمی‌کند و بنابراین نیاز به یک تصحیح سرعت وجود دارد که از ارضای معادله پیوستگی حاصل می‌شود. از آنجایی که فشار در حوزه سرعت ایجاد چرخش نمی‌کند بنابراین تصحیح سرعت مربوطه را می‌توان به یک تابع پتانسیل به نام پتانسیل سرعت ربط داد که از جایگزینی آن در معادله پیوستگی، یک معادله پواسون برای تصحیح سرعت حاصل می‌شود که با استفاده از روش GMRES حل می‌شود. این روش نرخ همگرایی حل معادله پواسون را برای جریان‌های داخلی در مقایسه با سایر روش‌های حل تکرار متوالی فوق تخفیف مرسوم افزایش قابل ملاحظه‌ای می‌دهد. می‌توان نشان داد که این تصحیح سرعت مستقیماً با تصحیح فشار از طریق معکوس گام زمانی مربوط است. با داشتن تصحیح سرعت و فشار، میدان سرعت و فشار جدید بدست می‌آیند. این روش توسط چورین [۳۹] ارایه شد و



شکل ۲- اثر اندازه شبکه بر الف) سرعت محوری در صفحه تقارن مقطع d و ب) ضریب انتقال حرارت محلی در راستای لوله برای نانوسیال Al_2O_3 با کسر حجمی ۴٪ در $Re=1200$



شکل ۳- ارزیابی نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی [۵] در مقاطع مختلف خم ۹۰ درجه

جدول ۲- خصوصیات ترموفیزیکی مواد

Pr	$C_p(Jkg^{-1}K^{-1})$	$\rho(kgm^{-3})$	$\mu(Pa s)$	$k(Wm^{-1}K^{-1})$	
-	۷۶۵	۳۹۷۰	-	۳۶	Al_2O_3
۵٫۹۳	۴۱۸۳	۱۰۰۰	۰٫۰۰۰۸۵۱۳	۰٫۶	آب
۶٫۰۷	۴۰۵۱٫۲۲	۱۰۲۹٫۷	۰٫۰۰۰۹۲۴	۰٫۶۱۶۶	نانوسیال ($\phi = 1\%$)
۶٫۳۰	۳۹۲۶٫۸۳	۱۰۵۹٫۴	۰٫۰۰۱۰۱۷	۰٫۶۳۳۸	نانوسیال ($\phi = 2\%$)
۶٫۶۲	۳۸۰۹٫۲۲	۱۰۸۹٫۱	۰٫۰۰۱۱۳۲	۰٫۶۵۱۶	نانوسیال ($\phi = 3\%$)
۶٫۹۹	۳۶۹۷٫۵۶	۱۱۱۸٫۸	۰٫۰۰۱۲۶۷	۰٫۶۷	نانوسیال ($\phi = 4\%$)

۳- اعتبار روش عددی

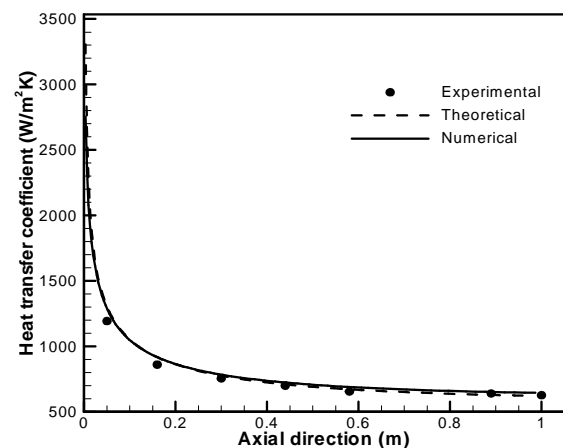
به منظور ارزیابی حل عددی به کار رفته، نتایج روش عددی حاضر پس از رسیدن جریان به حالت پایا، با نتایج آزمایشگاهی مرجع [۴] در یک خم ۹۰ درجه در شکل ۳ مقایسه گردیده است. در این بررسی شعاع لوله برابر ۴ mm و شعاع انحنای ۲۴mm است و جریان با $Re=300$ وارد لوله می شود. با توجه به شکل ۳، پروفیل سرعت محوری در صفحه تقارن لوله برای چند مقطع مختلف لوله با توجه به زاویه θ ، با نتایج تجربی مقایسه شده که تطابق قابل قبولی را نشان می دهد.

همچنین ضریب انتقال حرارت بدست آمده از حل عددی حاضر برای جریان در رینولدز ۷۵۰ در لوله مستقیم با شرایط شار حرارتی دیواره ثابت با نتایج آزمایشگاهی موجود [۳۷] و رابطه تئوری ارائه شده در مرجع [۴۲] در شکل ۴ مقایسه شده است که تطابق قابل قبولی را ارائه می دهد.

۴- ارائه نتایج و بحث

مقادیر خصوصیات ترموفیزیکی موثر نانوسیال مورد بررسی در جدول ۲ برای کسر حجمی های مختلف، با توجه به روابط (۴) تا (۷) ارائه شده اند. با توجه به جدول ۲ با افزایش کسر حجمی نانوذرات، مقدار گرمای ویژه نانوسیال کاهش ولی مقادیر چگالی، لزجت دینامیکی و ضریب هدایت حرارتی افزایش می یابند که این افزایش در مورد لزجت دینامیکی چشم گیرتر است.

لازم به ذکر است در ادامه تمام نتایج پس از رسیدن میدان به حالت پایا ارائه شده اند. سرعت میانگین ورودی به گونه ای تنظیم شده است که عدد رینولدز در کسر حجمی های مختلف نانوذرات یکسان باشد. نتایج بدست آمده برای حوزه سرعت و دما به شرح زیر است.



شکل ۴- مقایسه نتایج عددی حل حاضر با نتایج آزمایشگاهی [۳۷] و رابطه تئوری [۴۲] برای ضریب انتقال حرارت در طول لوله مستقیم در $Re=750$

نتایج برای حوزه سرعت: در این قسمت پروفیل سرعت در مقاطع مختلف و برای اعداد رینولدز متفاوت ارائه می شود و اثر خم لوله بر میدان جریان مورد بحث قرار می گیرد. شکل ۵ بیانگر پروفیل های سه بعدی سرعت محوری بی بعد (بر اساس سرعت میانگین) در مقاطع مختلف لوله، که در شکل ۱ مشخص شده اند، در عدد رینولدز ۳۰۰ می باشد که با توجه به راستای حرکت جریان در لوله رسم شده اند. همچنین جهت نمایش بهتر پروفیل سه بعدی در صورت نیاز، پروفیل ها حول محور مرکزی لوله کمی چرخانده شده اند. خط پر رنگ در وسط پروفیل ها بیانگر سرعت مربوط به قسمت دیواره خارجی لوله است. بر طبق شکل، پروفیل سرعت جریان توسعه یافته ورودی به لوله تا ورودی خم تغییر قابل ملاحظه ای نمی کند (مقاطع a تا c). در ورودی خم، جریان تا حدی به سمت دیواره داخلی خم متمایل می شود (مقطع c) که علت آن را می توان به عملکرد خم به عنوان یک مانع در جهت جریان مستقیم ورودی نسبت داد که منجر به افزایش فشار در ناحیه دیواره خارجی ورودی خم و راندن سیال به سمت دیواره داخلی می گردد. ولی سیال پس از ورود به خم تحت تاثیر شتاب گریز از مرکز ناشی از انحنای خم نیز قرار می گیرد که باعث تمایل نقطه حداکثر سرعت از مرکز به سمت دیواره خارجی می شود (مقاطع d تا e). این تغییر در پروفیل سرعت محوری متناظر با ایجاد جریان ثانویه در جهت عمود بر جریان است. جریان پس از خم به دلیل وجود اثرات جریان ثانویه، همچنان رفتار مشابه قبل دارد که به تدریج از میزان آن کاسته شده و به سمت پروفیل جریان سهموی توسعه یافته متقارن پیش می رود (مقاطع e تا f).

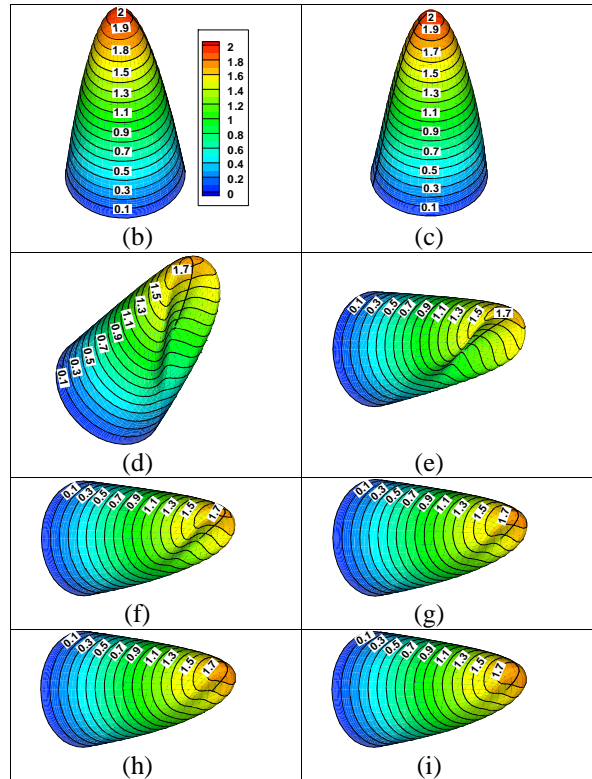
جهت درک بهتر جریان داخل لوله خمیده، جریان ثانویه (نیمه بالایی) به همراه کانتور سرعت محوری (نیمه پایینی) در مقاطع مختلف خم در شکل ۶ ارائه می شوند. جریان ثانویه تحت تاثیر شتاب گریز از مرکز ناشی از انحنای خم داخلی به طرف خم خارجی شکل می گیرد و سیال را در ناحیه مرکزی از طرف خم داخلی به طرف خم خارجی می راند. سپس سیال از کناره دیواره جانبی به طرف خم داخلی برمی گردد. این جریان چرخشی در واقع "گردابه های دین" را تشکیل می دهد که باعث اختلاط مناسب سیال می شود. با توجه به شکل ۶، جریان ثانویه با ورود جریان به خم تقویت می شود و در مقطع (d) وسط خم ($\Theta=22.5^\circ$) به مقدار بیشینه خود می رسد.

¹ Dean vortices

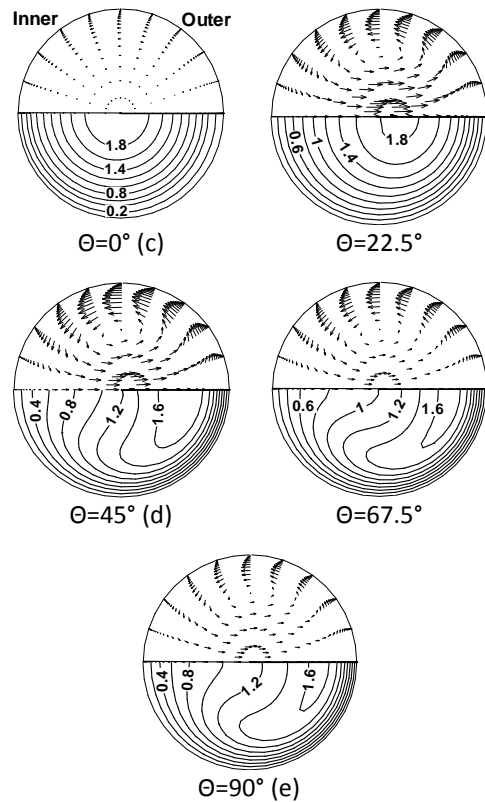
در یک هندسه ثابت تغییرات پروفیل سرعت در مقاطع مختلف خم، فقط تابع عدد رینولدز جریان است. به همین جهت پروفیل‌های سرعت در صفحه تقارن لوله (خط A-A در شکل ۱) در دو مقطع مختلف و اعداد رینولدز متفاوت در شکل ۷ مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. با توجه به شکل ۷ که پروفیل سرعت محوری بی‌بعد را در مقاطع مختلف خم نشان می‌دهد، نقطه حداکثر سرعت از مرکز لوله به سمت دیواره خارجی در اثر شتاب گریز از مرکز ناشی از وجود خم منتقل شده است. افزایش عدد رینولدز باعث تقویت جریان ثانویه می‌گردد و این تمایل بیشتر جریان به سمت دیواره خارجی را در پی دارد. با توجه به شکل ۷-د (مقطع ۱) اثرات خم با افزایش عدد رینولدز روی جریان پایین دست بعد از خم افزایش یافته که این خود بیانگر جریان‌های ثانویه قوی‌تر در اعداد رینولدز بالاتر است. لازم به ذکر است که در کسر حجمی‌های مختلف نانوذرات سرعت طوری تنظیم شده است که رینولدز جریان ثابت باقی بماند. در نتیجه در یک عدد رینولدز ثابت، در کسر حجمی‌های مختلف نانوذرات سرعت بی‌بعد تغییری نمی‌کند. به همین جهت اثرات کسر حجمی در حوزه سرعت مورد بررسی قرار نگرفته است. البته باید توجه داشت که اثر کسر حجمی در حوزه دما حتی در یک رینولدز ثابت، از طریق عدد پرانتل ظاهر می‌شود.

یکی دیگر از پارامترهایی که در این مقاله مورد بررسی قرار می‌گیرد، تنش برشی جداری است. اهمیت این پارامتر از جهت ایجاد افت فشار و نیز سایش بر روی جداره لوله است که می‌تواند عاملی محدود کننده در استفاده از نانوسیالات در لوله خمیده باشد. تنش برشی نشان دهنده شیب پروفیل سرعت در دیواره لوله نیز می‌تواند باشد. تغییرات شیب پروفیل سرعت نزدیک دیواره منجر به تغییر ضخامت لایه مرزی حرارتی و در نتیجه تغییر در ضریب انتقال حرارت می‌گردد. همچنین رابطه مستقیمی بین تنش برشی جداری و میزان افت فشار در لوله خصوصاً در جریان توسعه‌یافته وجود دارد.

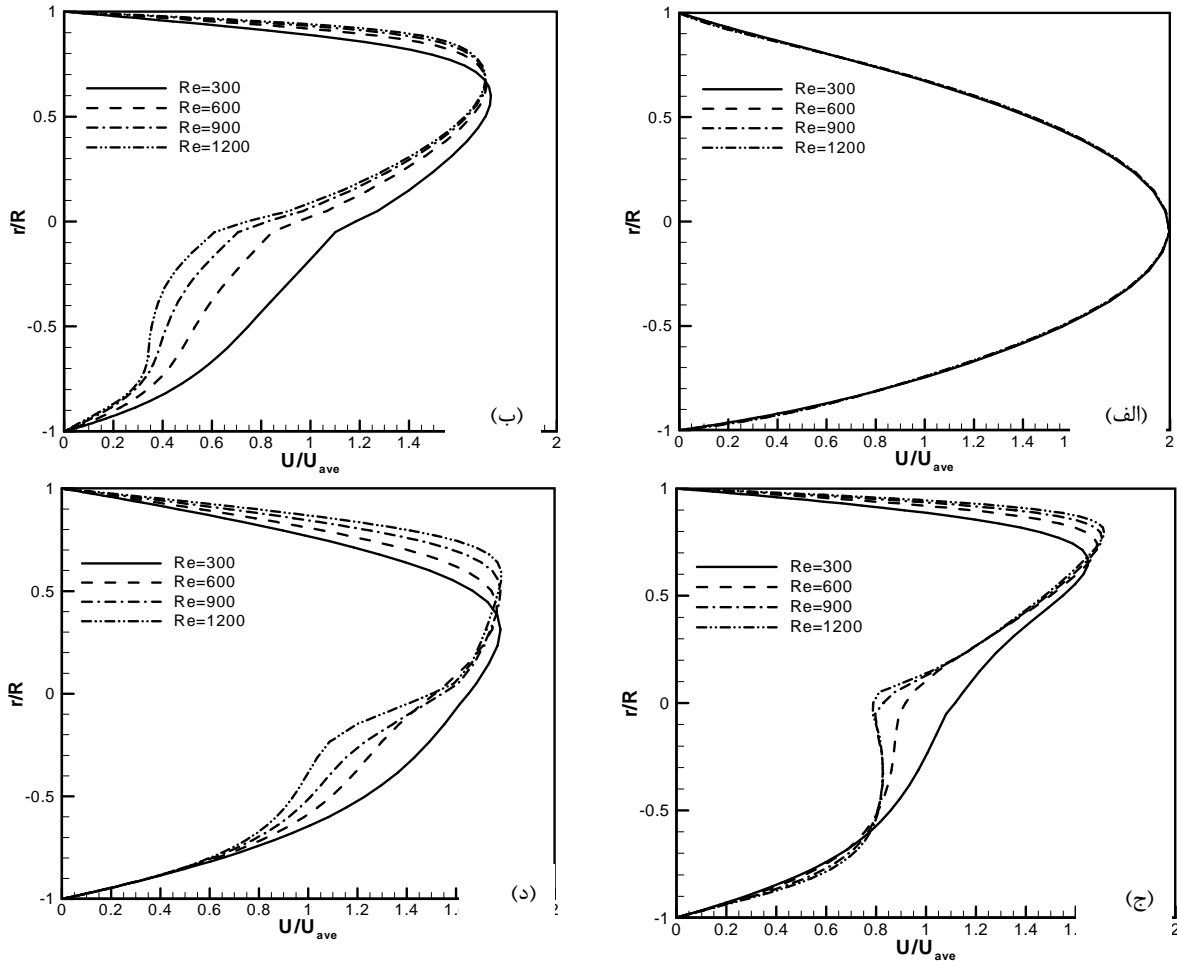
شکل ۸ تنش برشی جداری بی‌بعد، WSS را در نقاط مختلف جداره لوله نشان می‌دهد که مطابق رابطه (۱۰) تعریف می‌شود.



شکل ۵- پروفیل سه‌بعدی سرعت محوری بی‌بعد در مقاطع مختلف لوله برای $Re = 300$



شکل ۶- کانتور سرعت محوری بی‌بعد (نیمه پایینی) و جریان ثانویه (نیمه بالایی) در مقاطع مختلف خم لوله برای $Re = 300$



شکل ۷- پروفیل سرعت محوری در صفحه تقارن لوله برای اعداد رینولدز مختلف در الف) مقطع c ورودی خم؛ ب) مقطع d وسط خم؛ ج) مقطع e انتهای خم؛ د) مقطع i انتهای لوله

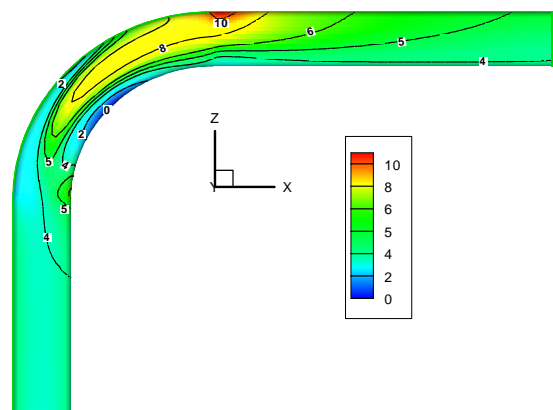
$$\tau_w = \frac{|\bar{F}_s|}{|\bar{A}_n|} \quad (11)$$

که در آن \bar{A}_n بردار سطح عمود بر دیواره و \bar{F}_s نیروی برشی روی دیواره لوله است.

$$\bar{F}_s = (\tau_{zx}dA_z + \tau_{yx}dA_y)\hat{i} + (\tau_{zy}dA_z + \tau_{xy}dA_x)\hat{j} + (\tau_{xz}dA_x + \tau_{yz}dA_y)\hat{k} \quad (12)$$

در رابطه فوق، \hat{i} ، \hat{j} و \hat{k} به ترتیب بردارهای یکه مربوط به راستای x ، y و z در مختصات دکارتی هستند.

با توجه به شکل ۸، مقدار تنش برشی در مناطق با گرادیان سرعت بالا افزایش می‌یابد. در لوله‌های راست قبل و بعد خم، به دلیل تمایل به برقراری شرایط تقارن جریان توسعه یافته، تنش برشی تقریباً ثابت می‌ماند. با توجه به شکل، بیشترین مقدار تنش برشی و در نتیجه گرادیان سرعت در دیواره خارجی لوله و هنگام خروج از خم (مقطع e) می‌باشد. در دیواره‌های جانبی خم نیز گرادیان سرعت بالایی حاکم است.

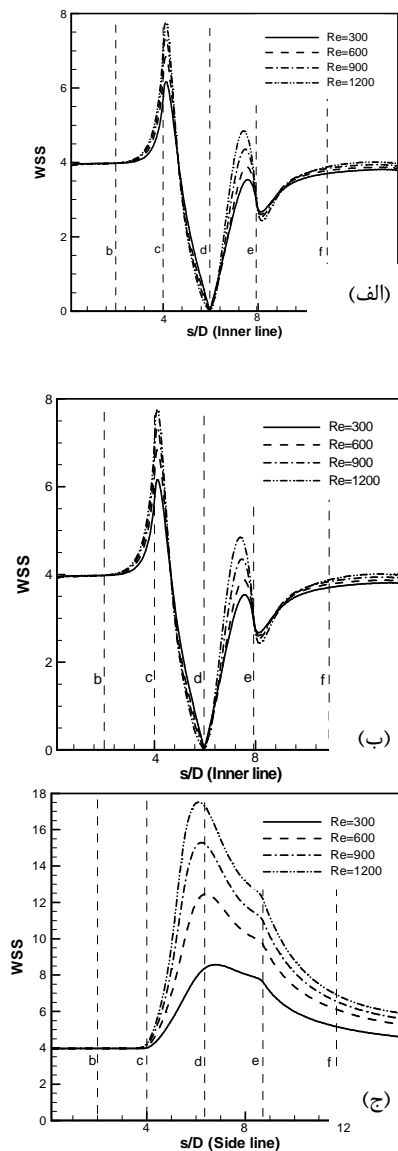


شکل ۸- تنش برشی جدار بی بعد برای $Re=300$

$$WSS = |\tau_w| / (2\mu_e U_{ave} / D) \quad (10)$$

این نحوه بی‌بعدسازی، تنش برشی را مستقل از کسر حجمی نانوذرات و تنها تابعی از عدد رینولدز نمایش می‌دهد. در رابطه فوق تنش برشی جدار، τ_w عبارت است از:

با توجه به روابط (۱۰) تا (۱۲)، هنگامی که WSS صفر شود نشان دهنده این است که گرادیان سرعت در جهت عمود بر دیواره صفر شده است که بیانگر نقطه شروع جدایش جریان نیز می‌باشد. در وسط خم روی دیواره خارجی مقدار حداقل WSS دقیقاً صفر نیست، بلکه برای عدد رینولدز ۳۰۰ و ۱۲۰۰ مقدار آن به ترتیب حدود ۰/۰۴ و ۰/۱۷ می‌باشد. دلیل کاهش زیاد گرادیان‌های سرعت روی سطح دیواره خارجی، افزایش فشار محلی در اثر جریان ثانویه قوی در قسمت وسط خم است. در قسمت وسط دیواره داخلی خم، به علت کاهش قابل ملاحظه اندازه حرکت جریان، تنش برشی به حدود صفر می‌رسد (برای عدد رینولدز ۳۰۰ و ۱۲۰۰ به ترتیب برابر ۰/۰۰۳ و ۰/۰۱۵۶) که جریان را در آستانه جدایش قرار می‌دهد.



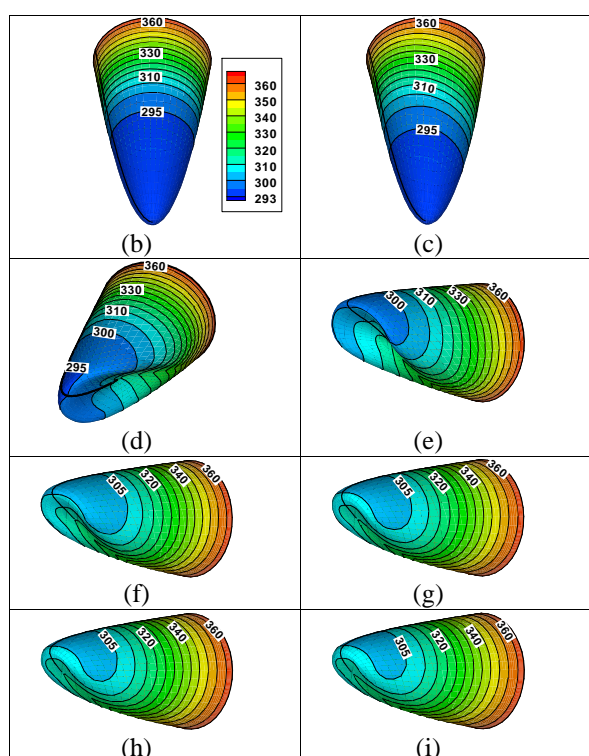
شکل ۹- تنش برشی جدار بی بعد برای اعداد رینولدز مختلف در خطوط محوری مختلف لوله الف) خط داخلی لوله، ب) خط خارجی لوله، ج) خط جانبی لوله

نقاط با گرادیان سرعت بالاتر، پتانسیل بیشتری برای افزایش ضریب انتقال حرارت دارند. بعلاوه مشاهده می‌شود در جداره داخلی خم گرادیان سرعت به کمترین مقدار خود که متناظر با کمترین تنش برشی جدار است می‌رسد. این ناحیه همچنانکه بعداً ملاحظه خواهد شد متناظر با ناحیه کمترین نرخ انتقال حرارت است.

در ادامه اثر وجود خم و عدد رینولدز بر تغییرات تنش برشی جدار در طول لوله مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل‌های ۹-الف تا ۹-ج بیانگر تنش برشی جدار بی بعد در خط دیواره داخلی، خارجی و جانبی بر حسب طول بی بعد شده (بر اساس قطر لوله، s/D) در اعداد رینولدز مختلف می‌باشد، که در آن S راستای محوری لوله است. به دلیل رفتار متفاوت جریان در خم، خطوط خارجی، داخلی و جانبی، معرفی شده در شکل ۱، جهت مطالعه رفتار جریان انتخاب شده‌اند. تغییرات تنش برشی جدار در هر سه امتداد مورد بررسی نشان می‌دهد که پروفیل سرعت حین عبور از خم تغییرات زیادی را طی می‌نماید و رفتار نسبتاً پیچیده‌ای دارد که به بعضی از جنبه‌های آن اشاره می‌شود.

بررسی شکل نشان می‌دهد که تنش برشی جدار در خط داخلی (شکل ۹-ب) قبل از ورود به خم افزایش قابل ملاحظه‌ای یافته است که مقدار آن در ورود به خم به بیشترین مقدار می‌رسد. دلیل این امر همچنانکه ذکر شد انحراف جریان به سمت دیواره داخلی در ابتدای خم و در نتیجه افزایش گرادیان سرعت در این ناحیه است. در قسمت لوله خمیده به علت وجود جریان ثانویه، گرادیان سرعت و در نتیجه تنش برشی در دیواره جانبی خم افزایش می‌یابد (شکل ۹-ج). در جداره خارجی حتی قبل از ورود به خم تنش برشی اندکی کاهش می‌یابد که دلیل آن چنان که قبلاً ذکر شد به علت تمایل جریان در ورودی خم به سمت دیواره داخلی و در نتیجه کاهش گرادیان سرعت در دیواره خارجی است. به تدریج با تقویت جریان‌های ثانویه در طول خم و تمایل بیشتر نقطه حداکثر سرعت به طرف دیواره خارجی، گرادیان‌های سرعت و در نتیجه تنش برشی در دیواره خارجی افزایش می‌یابد (شکل ۹-الف). سرعت پس از خم، رفته رفته با حذف اثرات جریان ثانویه به سمت پروفیل سهموی متقارن حرکت می‌کند و لذا گرادیان سرعت و در نتیجه تنش برشی در دیواره‌های خارجی و جانبی از مقطع e به بعد کاهش و در دیواره داخلی افزایش می‌یابد. با توجه به شکل‌ها، افزایش عدد Re باعث تشدید گرادیان‌های سرعت و در نتیجه تنش برشی جدار می‌شود. همچنین وجود لوله خمیده باعث افزایش میانگین تنش برشی جدار می‌گردد.

با مقایسه پروفیل‌های دمایی مشاهده می‌شود که در شرایط مرزی دمای دیواره ثابت یکنواختی بیشتری در پروفیل دمای مقطع لوله مشاهده می‌شود. اما تفاوت دمایی بین دیواره و سیال در شرایط شار حرارتی ثابت بیشتر است. دمای دیواره در طول لوله در شرایط شار حرارتی ثابت افزایش بیشتری نسبت به شرایط دمای دیواره ثابت دارد. حداکثر دمای سیال در مقطع خروجی از لوله در شرایط دمای دیواره ثابت ۳۶۳ کلوین و در شرایط شار حرارتی ثابت در حدود ۳۹۵ کلوین است. با توجه به این که در هر دو حالت دمای کمینه هر مقطع ۳۰۰ کلوین است، بنابراین در حالت دما ثابت توزیع دمای تقریباً یکنواخت‌تری در هر مقطع وجود دارد.



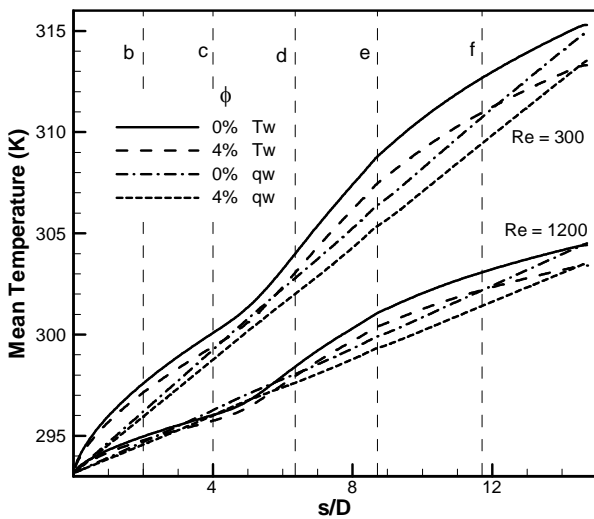
شکل ۱۰- پروفیل سه‌بعدی سرعت محوری بی‌بعد در مقاطع مختلف لوله برای $Re = 300$

علاوه بر میزان نرخ انتقال حرارت، نکته دیگری که در مبدل‌های حرارتی اهمیت زیادی دارد، دمای میانگین سیال خروجی از مبدل حرارتی است. در برخی از کاربردها هدف مبدل حرارتی افزایش دمای میانگین خروجی است. در برخی دیگر از کاربردها هدف، برداشت حداکثر حرارت از دیواره با کمترین تغییرات دمایی سیال است. در این حالت استفاده از سیالی که در یک نرخ ثابت انتقال حرارت، کمترین دمای خروجی را ایجاد کند مطلوب خواهد بود. زیرا کاهش دمای این

نتایج برای حوزه دما: در این قسمت اثر ترکیب دو روش استفاده از لوله خمیده و افزودن نانوذرات به سیال بر روی حوزه دمایی و افزایش انتقال حرارت مورد بحث قرار می‌گیرد. در شکل ۱۰ پروفیل‌های سه‌بعدی دما در مقاطع مختلف لوله برای نمونه در $Re = 300$ و $\phi = 4\%$ ، و شرایط دمای دیواره ثابت ارائه شده‌اند. پروفیل‌های دما با پروفیل‌های سرعت محوری شکل ۵ سازگاری دارند. مقایسه شکل ۱۰ با شکل ۵ نشان می‌دهد که هرکجا گرادیان‌های سرعت شدیدتر است، گرادیان‌های دمایی شدیدتر و در نتیجه نرخ برداشت حرارت از دیواره بیشتر است. با توجه به شکل، پروفیل دما بعد از خم به سمت پروفیل متقارن حرکت می‌کند.

جهت درک بهتر از حوزه دمایی و بررسی اثر خم و افزودن نانوذرات بر تغییرات حوزه دمایی و نرخ انتقال حرارت، پروفیل‌های دما در صفحه تقارن لوله (خط A-A در شکل ۱) در مقاطع مختلف و در اعداد رینولدز متفاوت مطالعه می‌شوند. در شکل ۱۱ پروفیل‌های دما در وسط خم (مقطع d)، خروجی خم (مقطع e) و همچنین خروجی لوله (مقطع i) در اعداد رینولدز، کسر حجمی‌ها و شرایط حرارتی مختلف دیواره مقایسه شده‌اند. با توجه به شکل‌ها، افزایش کسر حجمی نانوذرات و نیز عدد رینولدز باعث افزایش گرادیان دمایی شعاعی دیواره خصوصاً در قسمت دیواره خارجی می‌شود. جهت توضیح این رفتار می‌توان گفت که در شرایط مرزی شار حرارتی ثابت، با توجه به جدول ۱ افزایش عدد رینولدز و کسر حجمی نانوذرات، افزایش شار حرارتی اعمال شده در مرز، و در نتیجه گرادیان دمای دیواره را به دنبال دارد. در شرایط مرزی دمای دیواره ثابت، افزایش عدد رینولدز که متناسب با افزایش سرعت ورودی است باعث افزایش گرادیان سرعت و در نتیجه گرادیان دمایی دیواره می‌گردد. از طرفی در این مقاله، جهت ثابت نگه داشتن عدد رینولدز در کسر حجمی‌های بالاتر، سرعت ورودی افزایش می‌یابد که منجر به افزایش گرادیان دمایی می‌شود. در مقاطع مورد بررسی، در قسمت دیواره داخلی ($r/R = -1$) شیب دما کمتر از قسمت دیواره خارجی ($r/R = 1$) است. در نتیجه در دیواره داخلی نرخ برداشت حرارت به صورت جابه‌جایی کمتر می‌باشد و مکانیزم انتقال حرارت هدایتی در این قسمت نسبت به دیواره خارجی قوی‌تر است. با توجه به شکل ۷، از آنجایی که سرعت نزدیک دیواره داخلی در مقاطع مورد بررسی، کمتر از دیواره خارجی است، سیال فرصت بیشتری برای تبادل حرارت با دیواره دارد و در نتیجه دما در نزدیک دیواره داخلی نسبت به دیواره خارجی افزایش بیشتری می‌یابد.

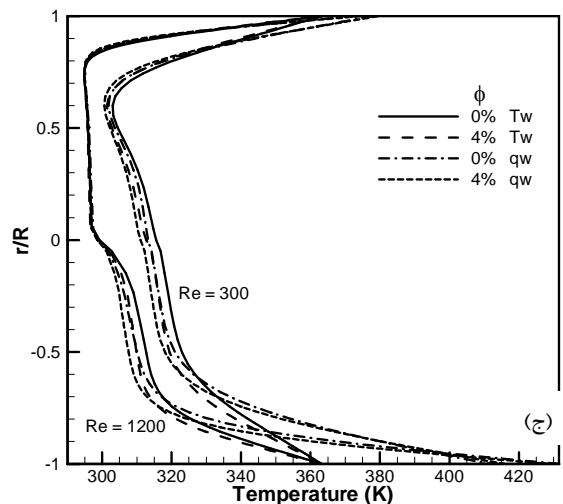
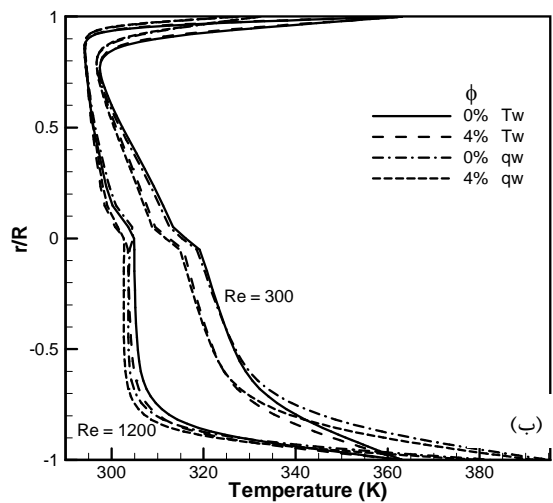
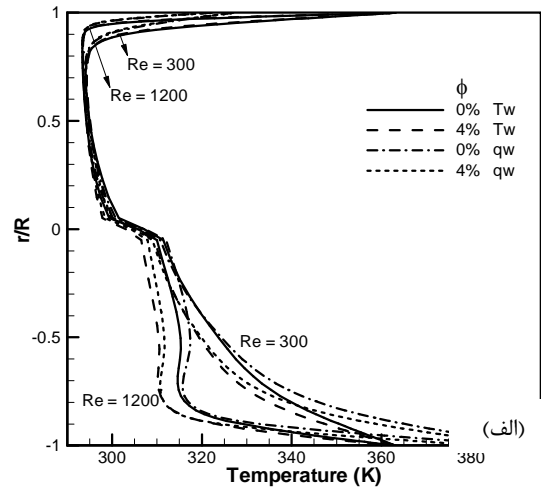
شکل ۱۲ بیانگر دمای میانگین هر مقطع در طول لوله برای اعداد Re و ϕ مختلف در شرایط مرزی دمای دیواره ثابت و شار حرارتی دیواره ثابت است. در شرایط مرزی دمای دیواره ثابت، افزایش عدد رینولدز و در نتیجه سرعت در نزدیک دیواره لوله، افزایش اختلاف دمایی دیواره و سیال را در پی دارد لذا دمای میانگین مقطع کاهش پیدا می‌کند. در واقع با افزایش عدد رینولدز، زمان اقامت و تبادل حرارت ذرات سیال با دیواره لوله کم و در نتیجه دمای متوسط سیال کاهش می‌یابد. این نکته بدین معنی نیست که مقدار انتقال حرارت کاهش یافته است زیرا با افزایش عدد رینولدز مقدار سیال بیشتری تحت تاثیر انتقال حرارت قرار می‌گیرد. هر چند که دمای متوسط سیال تا حدی کاهش یافته است، ولی این کاهش با افزایش دبی جریان جبران می‌شود که اثر کلی آن، افزایش انتقال حرارت در اثر افزایش عدد رینولدز است.



شکل ۱۲- دمای میانگین هر مقطع در طول لوله برای اعداد رینولدز و کسر حجمی‌های مختلف، برای شرایط شار حرارتی دیواره ثابت و دمای دیواره ثابت

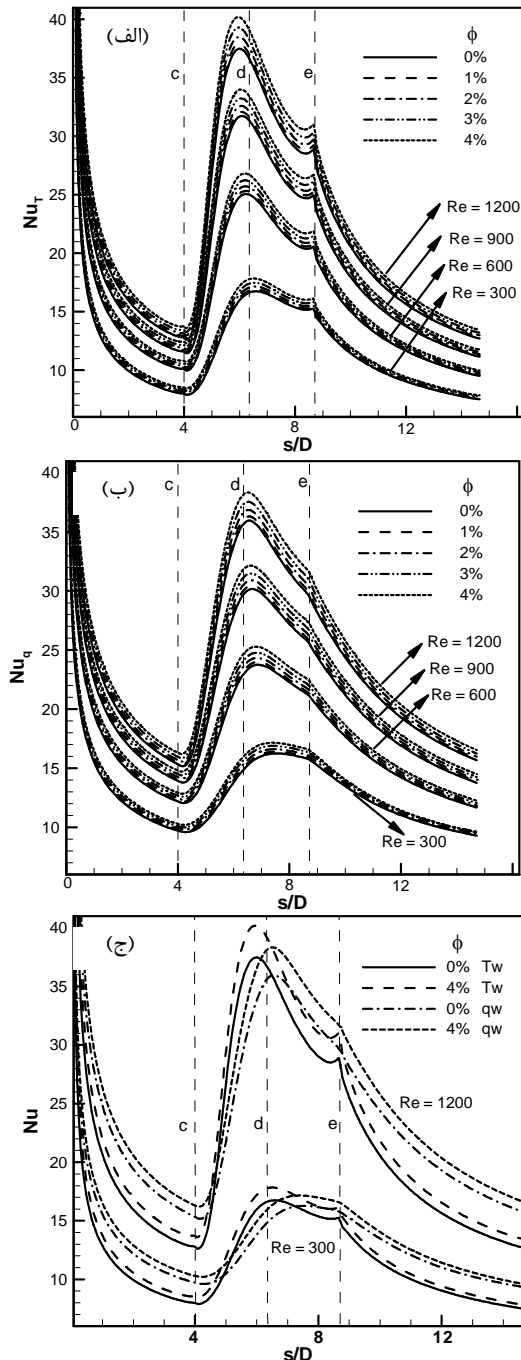
مشابه قبل با افزایش کسر حجمی نانوذرات دمای میانگین مقطع کاهش می‌یابد. اثر افزایش کسر حجمی نانوذرات بر دمای ذکر شد، میانگین کاملاً مشابه اثر افزایش عدد رینولدز بر دمای میانگین سیال می‌باشد زیرا در مساله مورد بررسی، افزایش کسر حجمی نانوذرات در یک عدد رینولدز ثابت متناظر با افزایش سرعت متوسط جریان است، که منجر به کاهش دمای متوسط سیال می‌شود. با توجه به شکل ۱۲ دمای

سیال خروجی در یک سیکل بسته جهت برگرداندن مجدد آن به مبدل (مانند رادیاتور اتومبیل) هزینه‌بر است.



شکل ۱۱- پروفیل دما در صفحه تقارن لوله برای اعداد رینولدز مختلف و کسر حجمی‌های مختلف، برای شرایط شار حرارتی دیواره ثابت و دمای دیواره ثابت در مقاطع الف) وسط خم، d، خروجی خم، e و ج) خروجی لوله، i

ضریب انتقال حرارت در این ناحیه به خصوص برای شرایط دمای دیواره ثابت می شود. دلیل این امر تأثیر پذیری گرادیان دمای دیواره از حوزه سرعت، در شرایط دمای دیواره ثابت است، در حالی که در شرایط شار حرارتی ثابت، گرادیان دمای دیواره از حوزه سرعت تأثیر نمی پذیرد.



شکل ۱۳- تغییرات عدد ناسلت در طول لوله در اعداد رینولدز و کسر حجمی های مختلف در الف) دمای دیواره ثابت، ب) شار حرارتی دیواره ثابت و ج) مقایسه شرایط مختلف

میانگین در شرایط شار حرارتی ثابت به صورت خطی افزایش می یابد. اما در شرایط دمای دیواره ثابت، در سه قسمت ورودی، خم و خروجی، شیب دمای میانگین تغییر می کند.

در ادامه اثر خم و افزودن نانوذرات به سیال، بر روی نرخ انتقال حرارت در لوله با مطالعه تغییرات عدد ناسلت در طول لوله برای شرایط مرزی حرارتی مختلف مورد بررسی قرار می گیرد. در این مقاله، تعریف عدد ناسلت محلی Nu_p ، عدد ناسلت میانگین محیطی در هر مقطع Nu ، برای شرایط دمای دیواره ثابت عبارتند از:

$$Nu_T = \frac{\overline{\partial T / \partial n}|_{wall} D}{(T_w - T_m)}$$

و

$$Nu_{p,T} = \frac{hD}{k_e} = \frac{\partial T / \partial n|_{wall} D}{(T_w - T_m)}$$

و برای شرایط شار حرارتی دیواره ثابت:

$$Nu_q = \frac{q_w}{k_e (\bar{T}_w - T_m)} D$$

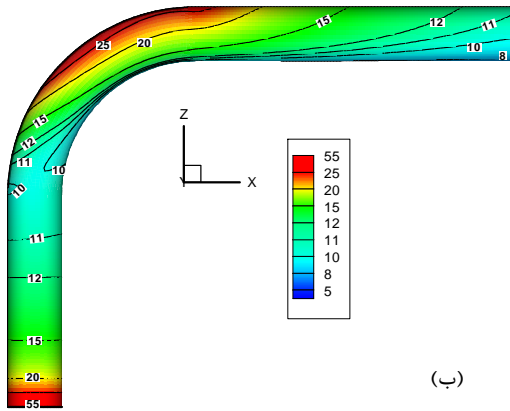
و

$$Nu_{p,q} = \frac{hD}{k_e} = \frac{q_w}{k_e (T_w - T_m)} D$$

در روابط مذکور h ضریب انتقال حرارت جابجایی و T_m دمای میانگین مقطع می باشد.

شکل ۱۳ عدد ناسلت میانگین هر مقطع از لوله را در طول لوله برای اعداد Re و ϕ مختلف و شرایط مرزی متفاوت نشان می دهد. با توجه به شکل، افزایش عدد رینولدز و افزایش کسر حجمی نانوذرات، که متناظر با افزایش سرعت متوسط مقطع هستند، باعث افزایش عدد ناسلت در شرایط مرزی مختلف می شوند. در قسمت لوله راست ورودی، به دلیل رشد ضخامت لایه مرزی حرارتی، عدد ناسلت کاهش می یابد. در قسمت لوله خمیده، با افزایش قدرت جریان های ثانویه در طول خم تا مقطع d ، و اختلاط جریان، عدد ناسلت افزایش چشمگیر نشان می دهد. ولی از مقطع d به بعد با کاهش قدرت جریان های ثانویه، عدد ناسلت کاهش می یابد.

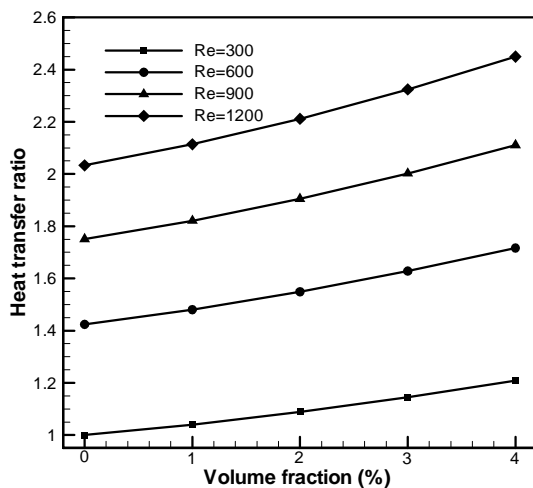
در خروجی خم (مقطع e) جهش کوچکی در عدد ناسلت مشاهده می شود که در اعداد رینولدز بالاتر مشهودتر است. دلیل این پدیده، تغییر ناگهانی شعاع انحنای لوله از یک مقدار محدود (شعاع انحنای لوله راست) است که باعث می شود جریان های ثانویه در مقطع خروجی به طور محلی تقویت گردند (جزئیات بیشتر را در [۴۳] مشاهده کنید). این پدیده موجب افزایش



(ب)

شکل ۱۴- عدد ناسلت محلی در نقاط مختلف جداره لوله برای $Re=300$ و $\phi = 4\%$ در الف) دمای دیواره ثابت و ب) شار حرارتی دیواره ثابت

پس از شناخت حوزه دما و شدت انتقال حرارت در نقاط مختلف لوله، برای ارزیابی عملکرد حرارتی نانوذرات، میزان انتقال حرارت کلی از دیواره لوله به سیال در کسر حجمی‌های مختلف نانوذرات و اعداد رینولدز متفاوت در شکل ۱۵ مقایسه شده‌است. در شکل جهت نشان دادن میزان افزایش انتقال حرارت، مقادیر انتقال حرارت در شرایط مختلف بر انتقال حرارت شرایط مرجع تقسیم شده‌اند. شرایط مرجع، عدد رینولدز ۳۰۰ و کسر حجمی صفر در نظر گرفته شده است.

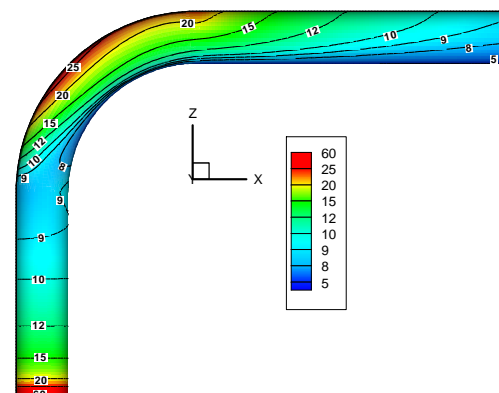


شکل ۱۵- نسبت افزایش انتقال حرارت بر حسب کسر حجمی، برای اعداد رینولدز مختلف

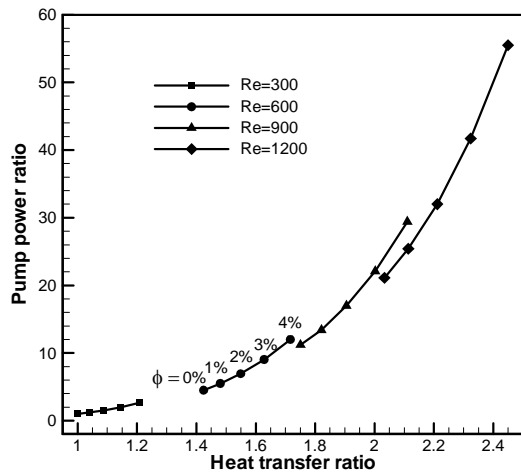
با توجه به افت فشار بالا و در نتیجه افزایش توان مصرفی پمپ در حالت استفاده از نانوسیالات، برخی از محققان این سوال را مطرح می‌کنند که اگر همین توان پمپ را به سیال

با ورود به لوله راست خروجی مجدداً عدد ناسلت در طول لوله رو به کاهش می‌گذارد. به طور کلی، نتایج این شکل تأثیر مطلوب خم بر افزایش ضریب انتقال حرارت را نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۱۳-الف و ۱۳-ب، برای شرایط دمایی دیواره و شار حرارتی ثابت، با افزایش کسر حجمی نانوذرات عدد ناسلت افزایش می‌یابد که این افزایش در اعداد رینولدز بالاتر مشهودتر است. از طرف دیگر مشاهده می‌شود که اثر افزایش کسر حجمی نانوذرات بر افزایش عدد ناسلت در قسمت لوله خمیده بیستراست. همچنین با توجه به شکل افزایش کسر حجمی نانوذرات باعث افزایش طول توسعه‌یافتگی حرارتی در لوله‌های راست می‌گردد. مقایسه عدد ناسلت در طول لوله برای شرایط مرزی مختلف در شکل ۱۳-ج نشان می‌دهد که عدد ناسلت در قسمت لوله‌های راست برای شرایط شار حرارتی ثابت بیشتر از شرایط دمایی دیواره ثابت است. ولی در قسمت لوله خمیده مقدار ناسلت شرایط دمایی دیواره ثابت افزایش بیشتری نشان می‌دهد. این افزایش در اعداد رینولدز بالاتر چشمگیرتر است. در نتیجه به نظر می‌رسد که استفاده از لوله‌های خمیده در شرایط دمایی دیواره ثابت تأثیر بیشتری بر نرخ تبادل حرارت در مبدل‌ها داشته باشد.

جهت بررسی دقیق‌تر نرخ انتقال حرارت در نقاط مختلف لوله، عدد ناسلت محلی مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل ۱۴ عدد ناسلت محلی روی جداره لوله برای $Re=300$ و $\phi = 4\%$ در شرایط مرزی حرارتی مختلف را نشان می‌دهد. در قسمت دیواره داخلی خم به دلیل کاهش گرادیان سرعتی (شکل ۹-الف)، عدد ناسلت نسبت به دیواره خارجی کاهش می‌یابد. از آنجایی که گرادیان سرعت در قسمت دیواره خارجی خم افزایش قابل ملاحظه‌ای می‌یابد، افزایش چشمگیر عدد ناسلت مشاهده می‌شود، به طوری که بیشترین مقدار عدد ناسلت در لوله (با صرف نظر از منطقه ورودی به لوله) مربوط به دیواره خارجی خم است. آن‌چنان‌که مشاهده می‌شود عدد ناسلت در شرایط شار حرارتی در طول لوله یکنواخت‌تر است.



(الف)



شکل ۱۶- نسبت افزایش توان پمپ بر حسب نسبت افزایش انتقال حرارت، برای اعداد رینولدز و کسر حجمی های مختلف

در یک نگاه اجمالی به شکل، افزایش بیشتر توان پمپ نسبت به انتقال حرارت باعث کاهش راندمان اقتصادی مبدل می شود. در نتیجه این نانوسیال در کاربردهایی که افزایش انتقال حرارت ضروری بوده و محدودیتی از جهت افزایش توان پمپ وجود ندارد، مناسب است.

با توجه به شکل ۱۶ مقادیر افزایش انتقال حرارت و توان پمپ در برخی از نقاط تقریباً بر هم منطبق هستند. جهت انتخاب نقطه مناسب برای عملکرد بهتر حرارتی و اقتصادی پارامتر دیگری مورد بررسی قرار می گیرد. این عامل مؤثر جهت انتخاب شرایط مطلوب تر، تنش برشی جداری است که بر سایش مسیر جریان تأثیر می گذارد. این پارامتر به صورت میانگین محیطی هر مقطع در طول لوله در شکل ۱۷ برای برخی از نقاط منطبق برهم (با توجه به شکل ۱۶) رسم شده است. برای مثال، با توجه به شکل ۱۶، شرایط عدد رینولدز ۶۰۰ و کسر حجمی ۰.۴، از نظر انتقال حرارت و توان پمپ تقریباً بر مقادیر شرایط رینولدز ۹۰۰ و کسر حجمی صفر منطبق است. با توجه به شکل ۱۷، تنش برشی در شرایط $Re = 600$ و $\phi = 0.4$ نسبت به شرایط $Re = 900$ و کسر حجمی صفر بیشتر است. لذا شرایط $Re = 900$ و کسر حجمی صفر مطلوب تر است.

بصورت مشابه با توجه به شکل ۱۶، شرایط $Re = 900$ و $\phi = 3\%$ را با $Re = 1200$ و کسر حجمی صفر می توان مقایسه کرد. با توجه به شکل ۱۷، در قسمت لوله راست شرایط $Re = 900$ و $\phi = 3\%$ تنش برشی کمتری دارد و شرایط مطلوب تر است. اما در قسمت لوله خمیده، شرایط $Re = 1200$ و کسر حجمی صفر مناسب تر است.

با نگاهی به شکل ۱۶ می توان دید که شرایط $Re = 900$ و $\phi = 4\%$ ، با $Re = 1200$ و $\phi = 2\%$ از نظر افزایش انتقال حرارت

معمولی (سیال پایه) اعمال کنیم، آیا همان افزایش انتقال حرارت ناشی از نانوسیالات حاصل نمی شود. در این مقاله سعی شد با در نظر گرفتن یک نقطه مرجع ($Re=300, \phi=0$) و سنجش میزان افزایش افت فشار و نیز انتقال حرارت نسبت به این نقطه مرجع، به این سوال پاسخ داده شود. یعنی شرایطی از کسر حجمی و عدد رینولدز جستجو شوند که نسبت به این نقطه مرجع افزایش انتقال حرارت و افت فشار بهینه داشته باشند.

با توجه به این که در شرایط شار حرارتی ثابت، مقدار شار حرارتی اعمال شده به نحوی تنظیم شده است که کل حرارت منتقل شده به سیال برابر حرارت منتقل شده در شرایط دمای دیواره ثابت متناظر باشد، شکل ۱۵ مستقل از شرایط مرزی حرارتی است. با توجه به شکل با افزایش کسر حجمی نانوذرات، کل حرارت منتقل شده به سیال افزایش یافته است که این بهبود خصوصیات انتقال حرارتی نانوسیالات را نشان می دهد. این در حالی است که با توجه به شکل ۱۲ این افزایش انتقال حرارت با کاهش دمای میانگین خروجی همراه است. این یعنی نانوسیال باعث افزایش انتقال حرارت کلی از دیواره لوله به سیال، بدون افزایش دمای خروجی سیال از لوله (و حتی کاهش آن) نسبت به حالت مرجع شده است. این امر به دلیل افزایش دبی جریان در اثر افزایش کسر حجمی نانوذرات در عدد رینولدز ثابت است که اثر کلی آن افزایش انتقال حرارت در عدد رینولدز ثابت می باشد. با توجه به شکل افزایش عدد رینولدز نیز افزایش میزان انتقال حرارت کلی را به همراه دارد.

نکته مهم در استفاده از نانوسیال جهت افزایش راندمان حرارتی مبدل ها این است که باید تأثیر نانوذرات بر افت فشار در لوله ها مورد بررسی قرار گیرد. شکل ۱۶ نسبت افزایش توان پمپ بر حسب نسبت افزایش انتقال حرارت را برای اعداد رینولدز و کسر حجمی های مختلف نشان می دهد. اعداد ارائه شده در شکل بر اعداد شرایط مرجع (عدد رینولدز ۳۰۰ و کسر حجمی صفر) تقسیم شده اند. نقاط مشخص شده بر روی شکل، در هر منحنی عدد رینولدز ثابت، به ترتیب از چپ به راست مربوط به کسر حجمی های ۰، ۱، ۲، ۳ و ۴ درصد هستند (آن چنان که برای نمونه در منحنی مربوط به عدد رینولدز ۶۰۰ مشخص شده است). با توجه به شکل با افزایش کسر حجمی نانوذرات میزان انتقال حرارت و میزان توان پمپ افزایش می یابد که این افزایش در مورد توان پمپ بیشتر است.

مبدل‌های حرارتی می‌گردند. بر طبق نتایج استفاده از لوله‌های خمیده در شرایط دمایی دیواره ثابت تاثیر بیشتری بر نرخ تبادل حرارت در مبدل‌ها نسبت به شرایط شار حرارتی دیواره ثابت دارد که با افزایش رینولدز تفاوت مشهودتر است. همچنین پروفیل دما در مقطع خروجی برای شرایط دمایی دیواره ثابت یکنواخت‌تر است. نکته دیگری که اهمیت زیادی در کاربرد نانوسیالات در انواع هندسه‌ها دارد این است که با توجه به افزایش افت فشار در اثر افزایش کسر حجمی نانوذرات، نانوسیالات در کاربردهایی که افزایش انتقال حرارت ضروری بوده و محدودیتی از جهت افزایش توان پمپ وجود ندارد، مناسب هستند. این نکته در مورد افت فشار ناشی از استفاده از لوله خمیده نیز صادق است. در یک نتیجه‌گیری کلی باید گفت که برای شرایط بهینه عملکرد جریان نانوسیالات در مبدل‌های مختلف و انتخاب کسر حجمی مناسب نانوذرات، متغیرهای مختلفی چون افزایش انتقال حرارت، افت فشار و سایش جداره لوله را باید مدنظر قرار داد.

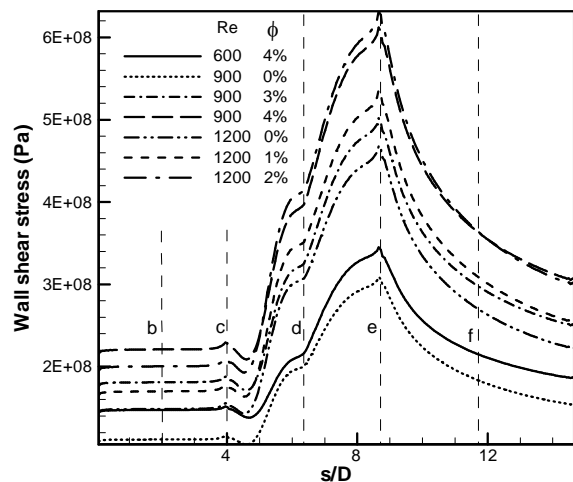
مراجع

[1] Naphon, P., Wongwises, S. "A review of flow and heat transfer characteristics in curved tubes", Renewable and Sustainable Energy Reviews, Vol. 10, Issue 5, pp. 463-490, 2006.
 [2] Kalb, C.E., Seader, J.D. "Fully developed viscous-flow heat transfer in curved circular tubes with uniform wall temperature", AIChE J.; Vol. 20, pp.340-346, 1974.
 [3] Yao, L.S., Berger, S.A. "Flow in heated curved pipes", J. Fluid Mechanics, Vol. 88, pp. 339-354, 1978.
 [4] Prusa, J., Yao, L.S. "Numerical solution for fully developed flow in heated curved tubes", J. Fluid Mechanics, Vol. 123, pp. 503-22, 1982.
 [5] Van de Vosse, F.N., Van Steenhoven, A.A., Segal, A., Janssen, J.D. "A finite element analysis of the steady laminar entrance flow in a 90 curved tube", Int. J. Numerical Methods in Fluids, Vol. 9, pp. 275-287, 1989.
 [6] Mandal, S.N., Das, S.K. "Pressure losses in bends during two-phase gas-Newtonian liquid flow", Industrial and Engineering Chemistry Research, Vol. 40, Issue10, pp. 2340-2351, 2001.
 [7] Kumar, V., Gupta, P., Nigam, K.D.P. "Fluid flow and heat transfer in curved tubes with temperature-dependent properties", Industrial and Engineering Chemistry Research, Vol. 46, pp. 3226-3236, 2007.
 [9] Jang, S.P., Choi, S.U.S. "Role of Brownian motion in the enhanced thermal conductivity of nanofluids", Applied Physics Letters, Vol. 84, pp. 4316-4318, 2004.
 [10] Xue, Q., Xu, W. M. "A model of thermal conductivity of nanofluids with interfacial shells",

و توان پمپ، شرایط تقریباً یکسانی دارند. با مقایسه این شرایط بر روی شکل ۱۷ می‌توان نتیجه گرفت که شرایط $Re = 1200$ و $\phi = 2\%$ نسبت به $Re = 900$ و $\phi = 4\%$ از نظر تنش برشی مطلوب‌تر است.

در نتیجه برای شرایط بهینه عملکرد نانوسیالات باید متغیرهای مختلفی چون افزایش انتقال حرارت، افت فشار و سایش جداره لوله را مدنظر قرار داد.

نکته دیگری که در شکل ۱۷ مشاهده می‌شود این است که در ورودی خم (مقطع c) و خروجی خم (مقطع e) جهش کوچکی در عدد تنش برشی جداره مشاهده می‌شود که در اعداد رینولدز بالاتر مشهودتر است. چنانکه قبلاً گفته شد این پدیده به دلیل تغییر ناگهانی شعاع انحنا لوله از یک مقدار محدود (شعاع انحنا خم ۹۰ درجه) به یک مقدار نامحدود (شعاع انحنا لوله راست) و بالعکس است.



شکل ۱۷- تنش برشی جداره میانگین هر مقطع در طول لوله برای اعداد رینولدز و کسر حجمی‌های مختلف

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله جریان و انتقال حرارت نانوسیال Al_2O_3 / آب در یک لوله با خم ۹۰ درجه به صورت عددی مورد تحلیل قرار گرفت. چگالی، ظرفیت، لزجت دینامیکی و ضریب هدایت حرارتی نانوسیال تابعی از کسر حجمی نانوذرات در نظر گرفته شدند. طبق نتایج، افزایش کسر حجمی نانوذرات باعث بهبود خواص انتقال حرارتی می‌شود که این افزایش در اعداد رینولدز بالا چشمگیرتر است. وجود خم باعث اختلاط مناسب‌تر جریان، تغییر پروفیل دما و افزایش نرخ انتقال حرارت می‌شود. نتایج نشان دادند که ترکیب دو روش استفاده از نانوسیالات و لوله‌های خمیده باعث بهبود هر چه بیشتر خواص انتقال حرارتی

- pipe", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 2272–2281, 2007.
- [25] Zeinali Heris, S., Nasr Esfahany, M., Etemad, S. G. "Experimental investigation of convective heat transfer of Al_2O_3 /water nanofluid in circular tube," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 28, Issue 2, pp. 203–210, 2007.
- [26] Akbarinia, A., Behzadmehr, A. "Numerical study of laminar mixed convection of a nanofluid in horizontal curved tubes", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 27, pp. 1327–1337, 2007.
- [27] Mirmasoumi, S., Behzadmehr, A. "Numerical study of laminar mixed convection of a nanofluid in a horizontal tube using two-phase mixture model", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 28, pp. 717–727, 2008.
- [28] Mirmasoumi, S., Behzadmehr, A. "Effect of nanoparticles mean diameter on mixed convection heat transfer of a nanofluid in a horizontal tube", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, pp. 557–566, 2008.
- [29] Akbari, M., Behzadmehr, A., Shahraki, F. "Fully developed mixed convection in horizontal and inclined tubes with uniform heat flux using nanofluid", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, pp. 545–556, 2008.
- [30] Akbarinia, A. "Impacts of nanofluid flow on skin friction factor and Nusselt number in curved tubes with constant mass flow", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, pp. 229–241, 2008.
- [31] Chen, H., Yang, W., He, Y., Ding, Y., Zhang, L., Tan, C., Lapkin, A. A., Bavykin, D. V. "Heat transfer and flow behaviour of aqueous suspensions of titanate nanotubes (nanofluids)", *Powder Technology*, Vol. 183, pp. 63–72, 2008.
- [32] Hwang, K. S., Jang, S. P., Choi, S.U.S. "Flow and convective heat transfer characteristics of water-based Al_2O_3 nanofluids in fully developed laminar flow regime", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, pp.193–199, 2009.
- [33] Lai, W. Y., Vinod, S., Phelan, P. E., Prasher, R. "Convective heat transfer for water-based alumina nanofluids in a single 1.02-mm tube", *J. Heat Transfer*, Vol. 131, Issue 11, pp. 1-9, 2009.
- [34] Anoop, K.B., Sundararajan, T., Das, S. K. "Effect of particle size on the convective heat transfer in nanofluid in the developing region", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 2189–2195, 2009.
- [35] A. K. Santra, Sen, S., Chakraborty, N. "Study of heat transfer due to laminar flow of copper–water nanofluid through two isothermally heated parallel plates", *Int. J. Thermal Sciences*, Vol. 48, pp.391–400, 2009.
- [36] He, Y., Men, Y., Liu, X., Lu, H., Chen, H., Ding, Y. "Study on forced convective heat transfer of non-Newtonian nanofluids", *J. Thermal Science* Vol.18, Issue 1, pp. 20–26, 2009.
- [37] Rea, U., McKrell, T., Hu, L., Buongiorno, J. "Laminar convective heat transfer and viscous Materials Chemistry and Physics, Vol. 90, pp. 298–301, 2005.
- [11] Gao, L., Zhou, X. F. "Differential effective medium theory for thermal conductivity in nanofluids, *Physics Letters A*, Vol. 348, pp. 355–360, 2006.
- [12] Murshed, S. M. S., Leong, K. C., Yang, C. "Investigations of thermal conductivity and viscosity of nanofluids", *Int. J. Thermal Sciences*, Vol. 47, pp. 560–568, 2008.
- [13] Koo, J., Kleinstreuer, C. "A new thermal conductivity model for nanofluids", *Journal of Nanoparticle Research*, Vol. 6, pp. 577–588, 2004.
- [14] Trisaksri, V., Wongwises, S. "Critical review of heat transfer characteristics of the nanofluids", *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 11, pp. 512–523, 2007.
- [15] Daungthongsuk, W., Wongwises, S. "A critical review of convective heat transfer of nanofluids", *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 11, pp. 797–817, 2007.
- [16] Li, Q., Xuan, Y. "Convective heat transfer and flow characteristics of Cu-water nanofluid", *Science in China (Series E)*, Vol. 45, Issue 4, 408–416, 2002.
- [17] Wen, D., Ding, Y. "Experimental investigation into convective heat transfer of nanofluids at the entrance region under laminar flow conditions," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 47, pp. 5181–5188, 2004.
- [18] Yang Y., Zhang Z. G., Grulke E. A., Anderson W. B., Wu G. "Heat transfer properties of nanoparticle-in-fluid dispersions (nanofluids) in laminar flow", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 48, Issue 6, pp. 1107–16, 2005.
- [19] Ding, Y., Wen, D. "Particle migration in a flow of nanoparticle suspensions", *Powder Technology*, Vol. 149, pp. 84–92, 2005.
- [20] Maiga, S.E.B., Palm, S.J., Nguyen, C.T., Roy, G., Galanis, N. "Heat transfer enhancement by using nanofluids in forced convection flows", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 26, pp. 530-546, 2005.
- [21] Ding, Y., Alias, H., Wen, D., Williams, R. A. "Heat transfer of aqueous of carbon nanotubes (CNT nanofluids)", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 49, pp. 240–250, 2006.
- [22] Zeinali Heris, S., Nasr Esfahany, M., Etemad, S. G. "Investigation of CuO/ water nanofluid laminar convective heat transfer through a circular tube", *J. Enhanced Heat Transfer*, Vol. 13, Issue 4, pp. 279–289, 2006.
- [23] Zeinali Heris, S., Etemad, S. G., Nasr Esfahany, M. "Experimental investigation of oxide nanofluids laminar flow convective heat transfer", *Int. Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 33, pp. 529–535, 2006.
- [24] He, Y., Jin, Y., Chen, H., Ding, Y., Chang, D., Lu, H., "Heat transfer and flow behaviour of aqueous suspensions of TiO_2 nanoparticles (nanofluids) flowing upward through a vertical

pressure loss of alumina–water and zirconia–water nanofluids”, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 2042–2048, 2009.

[38] Zhou, S.Q., Rui, N. “Measurement of the specific heat capacity of water-based Al_2O_3 nanofluid”, *Applied Physics Letters*, Vol. 92, Issue 9 (093123), pp. 1-3, 2008.

[39] Chorin, A.J. “Numerical solution of the Navier-Stokes equations”, *Math. Comput.*, Vol. 22, pp. 745-762, 1968.

[40] Dwyer, H. A. “Calculation of droplet dynamics in high temperature environments”, *Progress in Energy and Combustion Science*, Vol. 15, pp. 131-158, 1989.

[41] Renksizbulut, M., Niazmand, H. “Laminar flow and heat transfer in the entrance region of trapezoidal channels with constant wall temperature”, *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 128, pp. 63-74, 2006.

[42] Bejan, A., Kraus, A.D. “Heat Transfer Handbook”, John Wiley and Sons, 2003.

[43] Niazmand, H., Rajabi Jaghargh, E. “ Bend sweep angle and Reynolds number effects on hemodynamics of S-shape arteries”, *Annals of Biomedical Engineering*, Vol. 38, Issue 9, pp. 2817-2828, 2010.