

مقایسه اندرکنش همسایهوار دو ذره دایروی صلب و تغییر شکل پذیر در جریان برشی

کارشناسی ارشد، گروه سیالات دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی شهرود، شهرود، ایران

دانشیار، گروه سیالات دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی شهرود، شهرود، ایران

استاد، گروه سیالات دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی شهرود، شهرود، ایران

بهروز افرا

* محسن نظری

محمد حسن کیهانی

چکیده

در این مطالعه، تقابل سازه و سیال در جریان برشی با استفاده از روش ترکیبی مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن - شبکه فنر مورد مطالعه قرار گرفته است. در این روش ترکیبی، با اضافه کردن الگوریتم اعمال نیروی چند مرحله‌ای به معادلات شبکه بولتزمن دقت محاسبات را تا دو برابر افزایش دادیم. مرز غوطه‌ور که به عنوان یکی از روش‌های شبکه ثابت شناخته می‌شود، جهت محاسبه نیروی مرزی به کار گرفته می‌شود. در این مطالعه، جهت اعمال تغییر شکل سازه تغییرشکل‌پذیر در برابر سیال اطرافش، از روش شبکه فنر استفاده شده است که بر مبنای این روش جسم جامد با مجموعه‌ای از فنرها جایگزین می‌شود. در بخش روش‌های عددی این مقاله، الگوریتمی ضمنی منطبق بر روش شبکه فنر ارائه شده که به راحتی می‌تواند با با حلگرهای جریان ترکیب شده و باعث ارتقا روش‌های صریح قابلی شود. صحت حلگرهای جسم جامد و سیال به ترتیب با شبیه سازی تغییرشکل تیر یکسرگیار و حرکت تکذله صلب دایروی داخل جریان برشی نشان داده می‌شود. در بخش نتایج نیز حرکت همسایهوار دو ذره دایروی در جریان برشی برای دو حالت جسم صلب و تغییرشکل پذیر با هم مقایسه می‌شود که نشان داده خواهد شد انعطاف‌پذیری جسم جامد چگونه باعث تغییر در مسیر حرکت ذرات خواهد شد.

واژه‌های کلیدی: روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن، روش شبکه فنر ضمنی، اعمال نیروی چند مرحله‌ای، اندرکنش همسایه‌وار، عدد کپیلاری.

Comparison of nearby-interaction of two rigid/deformable circular particles in shear flow

B. Afra

Department of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

M. Nazari

Department of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

M. H. Kayhani

Department of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

Abstract

In this study, fluid-structure interaction is studied by using of Lattice-Boltzmann-Lattice Spring Model (IB-LB-LSM). In this hybrid method, second-order accuracy is achieved by adopting split-forcing technique. The immersed-boundary method which is known as a fixed-mesh method is implemented to calculate boundary force. To apply deformation of elastic solid due to vicinal fluid, Lattice Spring Model (LSM) is utilized in which solid is substituted by collection of springs. In numerical method section of this paper, a implicit algorithm based on lattice spring model is represented which it can easily combine with fluid solvers and promote previous explicit method. Validation of structure and fluid solver are done by simulation of cantilever beam and motion of single particle in shear flow, respectively. In the results section, nearby motions of circular particles in shear flow are compared for two different types of rigid and deformable condition which it is shown how the deflection of solid body changes particles path.

Keywords: Immersed Boundary-Lattice Boltzmann Method, Implicit Lattice Spring Method, split-forcing technique, nearby interaction, Capillary number.

را بر روی مرز جامد ارضا کند. اتخاذ این ساختار (عمدتاً شبکه دکارتی)، روند پیچیده‌ی تولید شبکه مخصوصاً در هندسه‌های پیچیده را تسکین می‌دهد. بهطور کلی، در روش مرز غوطه‌ور دو راه برای محاسبه جمله نیروی مرزی وجود دارد: روش مرز غوطه‌ور بازگشتی و روش مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم. در روش مرز غوطه‌ور بازگشتی [۳، ۴، ۵]، نیروی مرزی در یک فرآیند بازگشتی محاسبه می‌شود. در روش اعمال نیروی مستقیم [۷-۵] نیروی مرزی به طور مستقیم و با استفاده از معادلات جریان محاسبه می‌شود که شامل معادله تاویر استوکس یا معادلات شبکه بولتزمن است. روش مرز غوطه‌ور ذاتاً نیازمند الگوریتم‌های واسط است. الگوریتم‌های واسط می‌توانند به دو نوع پخش و شارپ تقسیم شوند [۸]. گلددستین و همکارانش [۹] و سایکی و بیریجن [۱۰] روش مرز غوطه‌ور بازگشتی را با تعریف دو پارامتر آزاد توسعه دادند (روش مرز مجازی) که این دو پارامتر مرتبط با روش اختلاف محدود هستند. روش اعمال نیروی مستقیم برای اولین بار توسط موحد یوسف [۱۱] معرفی شد. فاصلون و همکارانش [۱۲] این

۱- مقدمه

دینامیک سیالات محاسباتی همواره به دنبال افزایش دقت محاسبات در تحلیل هندسه‌های پیچیده و مسائل باوجود مرزهای متحرك بوده است. محققان زیادی در سال‌های اخیر روش‌های عددی ترکیبی گوناگونی را جهت تحلیل اندرکنش سیال و جسم جامد تغییر شکل‌پذیر ارائه داده‌اند. برای مثال، باکستون و همکارانش [۱] رفتار تنفسی (نوسانی) یک پوسته نازک تغییرشکل پذیر حاوی سیال را شبیه‌سازی کردند. به این منظور آن‌ها از ترکیب روش شبکه بولتزمن و شبکه فنر برای تحلیل میدان جریان و پوسته تغییرشکل پذیر استفاده کردند. مک مکان و همکارانش [۲] روش اجزای محدود را با روش شبکه بولتزمن ترکیب کرد تا تغییر شکل خطی گلبلوهای قرمز را در جریان برشی تشریح کند. روش مرز غوطه‌ور می‌تواند به عنوان یک روش با شبکه محاسباتی غیر منطبق بر مرز معرفی گردد که جمله نیرویی (شتاب) را به معادلات جریان اضافه می‌کند تا شرط مرزی عدم لغزش

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: nazari_me@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۹/۱۹

تاریخ پذیرش: ۹۶/۰۳/۱۶

حالت دو بعدی و $1/4$ در حالت سه بعدی را دارد [۲۴، ۲۵]. ضریب پواسون می تواند با در نظر گرفتن نیروی پتانسیل خمی یا چرخشی برای فنر اصلاح شود [۲۶]. به هر حال در دو دهه اخیر، محققان تلاش زیادی جهت اصلاح و انطباق این روش با حلگرهای جریان انجام دادند. به طور مثال، تحلیل شکست و تغییر شکل با ایجاد شبکه دو بعدی مرتعی و شش ضلعی منتظم فنری توسط مونت و اندرسون [۲۴] به کارگیری فنرها برتری در کنار فنرها خطی توسط پاریسی و کالداری [۲۷]، ترکیب روش شبکه بولتزمن و شبکه فنر جهت شبیه سازی اندرکنش سیال داخل یک پوسه نازک تغییر شکل پذیر توسط باکستون و همکارانش [۱] و ارائه مدلی جدید در محاسبه تنش و کرنش در شبکه فنر به روش حداقل مربuat همراه با بحث در مورد مدل هایی با شبکه های غیر منتظم منطبق بر مز توسط ژاوو و همکارانش [۲۸]. در این روش به دلیل نگاشت حالت پیوسته به ساختار گستته فنری، نیاز است که رابطه بین خواص تغییر شکل پذیر ماده و ضریب سختی فنرها، جرم نقاط و همچنین ضریب پواسون مشخص شود. به همین دلیل دقت روش های ارائه شده به نحوی تولید پارامترهای فیزیکی با توجه به خواص فنرها بستگی دارد [۲۹]. در مقایسه ای این روش با روش المان محدود، علاوه بر سادگی در کاربرد، شبکه فنر قدرت بالاتری در شبیه سازی تغییر شکل های زیاد و حتی شکست دارد. همچنین به طور ذاتی پیچیدگی های محاسباتی و هزینه محاسباتی بسیار پایین تری نسبت به روش های دیگر دارد.

هدف از این مطالعه به کارگیری و نمایش توانایی روش مز غوطه ور- شبکه بولتزمن با الگوریتم اعمال نیرو چند مرحله ای- شبکه فنر برای شبیه سازی حرکت ذرات صلب و تغییر شکل پذیر در بستر سیال نیوتونی می باشد. به این منظور، ابتدا جزئیات روش ترکیبی مز غوطه ور با اعمال نیروی مستقیم- شبکه بولتزمن با اعمال نیروی چند مرحله ای بیان می شود و سپس روش شبکه فنر منطبق بر هندسه های دو بعدی توضیح داده می شود. در این مطالعه، برای اولین بار یک الگوریتم ترکیبی مز غوطه ور- شبکه فنر ضمنی ارائه می شود که قادر به محاسبه تغییر شکل جسم جامد غوطه ور در سیال است. در قسمت پایانی این مطالعه، ابتدا روش های عددی ترکیبی به طور جداگانه صحت سنجی شده و سپس با استفاده از این روش ترکیبی رفتار دو ذره دایری را در دو حالت صلب و تغییر شکل پذیر موردن مطالعه قرار خواهیم داد.

۲- روش های عددی

۱-۱- روش شبکه بولتزمن

دروش اعمال نیرو تک مرحله ای به فرم صریح زیر قابل بیان است:

$$f_i(\vec{r} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) = f_i(\vec{r}, t) - \tau^{-1} [f_i(\vec{r}, t) - f_i^{eq}(\vec{r}, t)] + F_i(\vec{r}, t) \delta t \quad (1)$$

که \vec{e}_i بردار سرعت ذره در جهت i ام شبکه است. در کار حاضر از مدل شبکه بولتزمن دو بعدی با نه جهت سرعت مستقل ($D_2 Q_9$) استفاده شده است [۵]. $F_i(\vec{r}, t)$ تابع توزیع گسسته نیروی خارجی در جهت i ام و τ زمان آسایش منفرد مرتبط با معادلات جریان سیال است. سرعت هایی گسسته در 9 جهت به صورت زیر معرفی می شود:

روش را برای حل مسائل گوناگون در قالب روش اختلاف محدود به کاربرد نمود. در قالب روش اعمال نیروی مستقیم، الگوریتم واسطه پخش اولین بار توسط سیلووا و همکارانش [۱۳] ارائه شد. آن ها از یک تقریب با دقت مرتبه دوم برای محاسبه فشار و سرعت استفاده کردند که این سرعت برای محاسبه نیرو روی مز نیاز است. فنگ و میخایلز [۱۴] برای اولین بار روش مز غوطه ور- شبکه بولتزمن را مطرح کردند. روش آن ها بر مبنای روش مز غوطه ور بازگشته ارائه شده توسط لای و پسکین [۱۵] ارائه شد، با این تفاوت که آن ها به جای حل معادله ناویر استوکس، معادلات بولتزمن را وارد روش حل میدان جریان کردند. مدت ها بعد آن ها رویکرد ترکیبی خود را با روش اعمال نیروی مستقیم و در قالب الگوریتم واسطه پخش صریح مطرح کردند [۱۶] و توانستند جریان حاوی ذرات را در فضای سه بعدی شبیه سازی کنند. با این وجود، آن ها برای محاسبه نیروی مزی از معادله ناویر استوکس استفاده کردند. نیو و همکارانش [۱۷] نوع دیگر از روش ترکیبی مطرح شده قبلی را با الگوریتم پخش صریح توسعه دادند که روش مبادله مومنتوم مبتنی بر روش مز غوطه ور- شبکه بولتزمن نامیده می شود. دو پیوس و همکارانش [۱۸] نوعی دیگر از روش ترکیبی بالا پیشنهاد کردند که نیاز به حل معادله ناویر استوکس برای اندازه گیری چگالی نیروی مزی ندارد. مدل آن ها به عنوان اولین مدل بی نیاز از معادله ناویر استوکس و به طور کامل وابسته به معادلات بولتزمن معرفی شد. آن ها الگوریتم های واسطه پخش صریح و شارپ برای تحلیل جریان عبوری از روی یک سیلندر نوسانی در رژیم لایه ای به کار برند. اخیراً روش مز غوطه ور- شبکه بولتزمن با روش اعمال نیروی مستقیم مبتنی بر مدل اعمال نیروی چند مرحله ای مورد استقبال محققان زیادی جهت شبیه سازی جریان های حاوی ذرات ساکن و متحرک قرار گرفته است [۲۰، ۱۹]. برای اولین بار، روش اعمال نیروی چند مرحله ای توسط گو و همکارانش [۲۱] مطرح شد. اتخاذ این روش همراه با مدل های ترکیبی مطرح شده در قسمت های قبل نه تنها دقت مرتبه دوم در محاسبه نیرو را بازیابی می کند، بلکه موجب افزایش دقت بیشتری در استفاده از الگوریتم های واسطه می شود.

روش اختلاف محدود و روش شبکه فنر به عنوان دو روش اصلی در تحلیل عددی مکانیک محیط های پیوسته به شمار می روند و اغلب در مسائل دارای دو فاز سیال و جامد به عنوان حلگر جسم جامد استفاده می شوند. روش شبکه فنر نگاشتی جبری از معادلات ساده شده روش المان محدود [۲۲] است که در آن فرض می شود المان های فنری منظم چیده شده در کلار هم به طور خطی تغییر شکل می دهند. شبکه فنر اقتباس شده از شاخه های فیزیک حالت جامد و به عنوان یک روش گسسته ای عددی برای حل معادلات پیوسته مکانیک محیط پیوسته می باشد. تغییر شکل و شکست میادن کاربرد وسیعی دارد. در این روش که اولین بار توسط هرنیکوف [۲۳] پایه گذاری شد، نشان داده شد که یک شبکه منظم فنری قادر به حل مسائل الاستیستیه در اجسام با ضریب پواسون $1/3$ است. شبکه فنر شامل یک شبکه منظم دو بعدی و سه بعدی از فنر های یک بعدی است که بین دونقطه جرمی قرار گرفته اند و فضای جسم جامد را اشغال کرده است. اگر فنرها تنها نیروی مرکزی و در راستای بردار اتصال دونقطه جرمی اعمال کند، طبق قانون هوک، این مدل اجازه شبیه سازی اجسام به ضریب پواسون خاص $1/3$ در

درنهایت تحلیل عددی معادلات شبکه بولتزمن با جمله نیروی اضافی را می‌توان در ۴ مرحله بیان کرد:

• اعمال نیروی اولیه

$$\rho(x, t)\vec{u}(x, t) = \sum_i \vec{e}_i \cdot f_i(\vec{r}, t) + \frac{\delta t}{2} \vec{F}(\vec{r}, t) \quad (9)$$

• برخورد

$$f_i(\vec{r}, t) = f_i(\vec{r}, t) - \tau^{-1} [f_i(\vec{r}, t) - f_i^{eq}(\vec{r}, t)] \quad (10)$$

• اعمال نیروی ثانویه

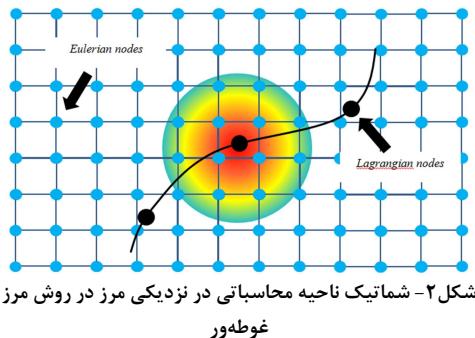
$$f_i(\vec{r}, t) = f_i(\vec{r}, t) + F_i(\vec{r}, t) \delta t \quad (11)$$

• جاری شدن

$$f_i(\vec{r} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) = f_i(\vec{r}, t + \delta t) \quad (12)$$

۲-۲- روش مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم

در اینجا جهت ارضی این شرط از روش مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم استفاده شده است. شکل ۲ نشان می‌دهد که در این روش نیازی به همپوشانی نقاط مرزی (لاگرانژی) و نقاط سیال (اویلری) نیست. در این روش ابتدا سرعت سیال بر روی نقاط مرزی میانیابی شده و نیروی اندرکنش مرزی محاسبه می‌شود. سپس این نیروی بر روی نقاط اویلری اطراف پخش و به معادلات حرکتی سیال اضافه می‌شود.



شکل-۲- شماتیک ناحیه محاسباتی در نزدیکی مرز در روش مرز غوطه‌ور

با اعمال نیروی چندمرحله‌ای پیشنهاد شده، الگوریتم اعمال نیروی مستقیم به صورت زیر خواهد بود [۶]:

$$\vec{F}(\vec{r}_b, t + \delta t) = \rho \frac{\vec{U}_b^{desire} - \vec{u}_b^{nof}(\vec{r}_b, t + \delta t)}{\delta t / 2} \quad (13)$$

که \vec{U}_b^{desire} سرعت موردنظر مسئله بر روی مرز که در اینجا برابر صفر و \vec{u}_b^{nof} سرعت میانیابی شده نقاط اویلری بر روی نقاط لاغرانژی قبل از اعمال نیرو و \vec{r}_b موقعیت نقاط لاغرانژی می‌باشد.

سرعت \vec{u}_b^{nof} با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود [۶]:

$$\vec{u}_b^{nof} = \sum_{b=1}^n \vec{u}^{nof}(\vec{r}_{ij}, t) D(\vec{r}_{ij} - \vec{r}_b) \quad (14)$$

که D و \vec{r}_{ij} به ترتیبتابع میانیاب و مکان نقاط اویلری می‌باشد.

نیرو پس از محاسبه توسط معادله (۱۳) بر روی گره‌های اویلری مجاور توسط معادله زیر توزیع می‌شود:

$$\vec{F}(\vec{r}, t) = \sum_{b=1}^n \vec{F}(\vec{r}_b, t + \delta t) D(\vec{r}_{ij} - \vec{r}_b) \Delta S_b \quad (15)$$

$$\vec{e}_i = c \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

که $c = \delta x / \delta t$ برابر سرعت شبکه بولتزمن است و δx اندازه شبکه و δt گام زمانی است.تابع توزیع تعادلی f_i^{eq} در حالت دو بعدی برابر مقدار زیر تعریف می‌شود [۶]:

$$f_i^{eq} = w_i \rho [1 + \frac{3}{c^2} (\vec{e}_i \cdot \vec{u}) + \frac{9}{2c^4} (\vec{e}_i \cdot \vec{u})^2 - \frac{3}{2c^2} \vec{u} \cdot \vec{u}] \quad (3)$$

که $w_0 = 4/9$ و $w_{5-8} = 1/36$. همچنین توزیع نیروی F_i گسسته به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F_i(\vec{r}, t) = \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right) w_i \left[3 \frac{\vec{e}_i - \vec{u}(\vec{r}, t)}{c^2} + 9 \frac{\vec{e}_i \cdot \vec{u}(\vec{r}, t)}{c^4} \vec{e}_i \right] \vec{F}(\vec{r}, t) \quad (4)$$

متغیرهای چگالی ρ ، سرعت \vec{u} و فشار p در واحد شبکه بولتزمن به صورت زیر تعریف می‌شوند [۷]:

$$\rho = \sum_{i=1}^9 f_i \quad (5)$$

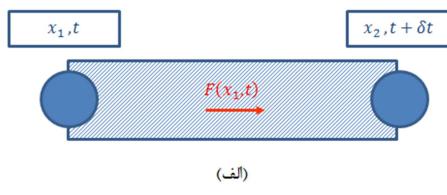
$$\rho \vec{u} = \sum_{i=1}^9 f_i \vec{e}_i + \frac{\delta t}{2} \vec{F} \quad (6)$$

$$p = \rho c_s^2 \quad (7)$$

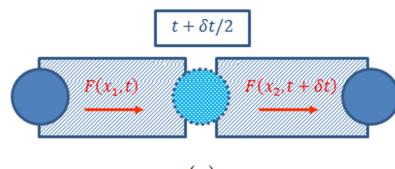
علاوه بر این با استفاده از بسط چاپمن-اینسکاک، لجست سیال ۷ به طریق زیر محاسبه خواهد شد:

$$v = c_s^2 (\tau - \frac{1}{2}) \delta t \quad (8)$$

برای رسیدن بدقت بالاتر خصوصاً در جریان‌های غیرکنواخت و غیر دائم، یک روش شبکه بولتزمن با اعمال نیروی چندمرحله‌ای توسط گو و همکاران [۲۱] پیشنهاد شده است. تفاوت بین روش اعمال نیروی تک مرحله‌ای و چندمرحله‌ای براحتی بر اساس جنبش ذرات قابل توضیح است. همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌کنید، ذره تحت اثر نیروی $F(x_1, t)$ و $F(x_2, t + \delta t)$ از نقطه ۱ به نقطه ۲ حرکت می‌کند. تغییرات مومنتوم ذره برابر است با ضرب نیرو در گام زمانی. در روش اعمال نیروی تک مرحله‌ای (شکل ۱-الف)، تنها نیروی $F(x_1, t)$ در یک گام زمانی جهت تغییر در مومنتوم ذره اعمال می‌شود. در مقابل، در روش اعمال نیروی چندمرحله‌ای (شکل ۱-ب) $F(x_1, t)$ و $F(x_2, t + \delta t)$ به ترتیب در دو نیم گام زمانی به ذره اعمال می‌شود.



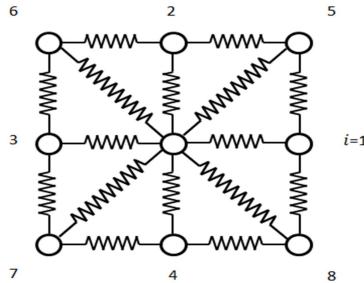
(الف)



(ب)

شکل ۱- نحوه اعمال نیروی تک مرحله‌ای و چند مرحله‌ای

مناسب بین خواص مکانیکی و ماکروسکوپی جسم جامد و مقدار سختی فنرها است.



شکل ۳-نمایش یک واحد از شبکه فنر مربعی که نقاط ۱ تا ۴ همسایه‌های نوع ۱ و نقاط ۵ تا ۸ همسایه‌های نوع ۲ هستند.

به طور کلی دو نوع شبکه فنر منظم جهت شبیه‌سازی تغییر شکل جسم جامد وجود دارد که شامل شبکه‌های مربعی و شش‌ضلعی منظم است. شبکه‌های مربعی به دلیل انطباق راحت با مرز و همین‌طور سادگی در ایجاد شبکه محاسباتی دارای کاربرد بیشتری است. شکل ۳ یک واحد از شبکه مربعی در شبکه فنر را نشان می‌دهد. در این شبکه هر نقطه جرمی دارای ۸ همسایه در اطراف خود است که با فنر خطی به آن متصل شده است. انرژی ذخیره شده در یک نقطه از شبکه فنر به واسطه تغییر شکل فنرها متصل به آن برابر است با:

$$E = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} k_n (\vec{r}_{ij} - \vec{r}_n^{eq})^2 + \sum_{i=5}^8 \frac{1}{2} k_{n-n} (\vec{r}_{ij} - \vec{r}_{n-n}^{eq})^2 \quad (20)$$

که \vec{r}_{n-n}^{eq} و k_{n-n} به ترتیب برابر ثوابت فنرها و طول آزاد فنرها متصل به همسایه‌های نوع ۱ و نوع ۲ هستند. همسایه‌های نوع ۱ آن نقاط مجاوری هستند که به طور عمومی و افقی قرار به نقطه مرکزی متصل شده و همسایه‌های نوع ۲ نقاطی هستند که در راستای قطر در یک واحد شبکه فنر قرار گرفته‌اند. \vec{r}_{ij} بردار موقعیت نسبی بین همسایه ۱ام و نقطه مرکزی است. خواص مکانیکی می‌تواند با برابر قرار دادن انرژی حاصل شده از معادله (۲۰) و انرژی تغییرشکل پذیر دو بعدی از روابط مکانیک محیط‌های پیوسته به دست می‌آید که از برابری این رابطه‌ها ضربی پواسون $1/3$ حاصل می‌شود. درنهایت می‌توان نوشت:

$$E_Y = \frac{8k_n}{3} \quad (21)$$

$$k_n = \frac{k_{n-n}}{2} \quad (22)$$

که E_Y مدول الاستیسیته (مدول یانگ) جسم جامد است. طول

$\sqrt{2}a_0$ فنرها برای همسایه‌های نوع ۱ و ۲ به ترتیب برابر a_0 و a_0 است. مقدار نیروی فنر اعمالی به زامین نقطه از شبکه فنر از طرف ۸ همسایه خود برابر است با:

در مطالعه حاضر از روش پخش برای حل مسائل استفاده شده است. در الگوریتم واسطه پخش، مرز توسط نقاط پیوسته لایگرانزی تقسیم‌بندی شده است و دامنه جریان توسط نقاط اویلری منطبق بر شبکه دکارتی نمایش داده می‌شوند. ازین‌رو میانیابی توسط الگوریتم‌های واسطه از گره‌های مجاور روی نقاط مرزی برای به دست آوردن نیرو و توزیع مجدد آن روی گره‌های اویلری مجاور موردنیاز می‌باشد. در کار حاضر ازتابع دلتای گسسته D چهار نقطه‌ای معرفی شده توسط پسکین [۳۱] برای تبادل نیروها و سرعت‌ها بین گره‌های اویلری و لاغرانزی استفاده شده است.

$$D(\vec{r}_{ij} - \vec{r}_b) = \frac{1}{h^2} d(x_{ij} - x_b) d(y_{ij} - y_b) \quad (16)$$

با در نظر گرفتن $h=1$ و الگوریتم واسطه چهار نقطه‌ای می‌توان نوشت:

$$d(r) = \begin{cases} \frac{1}{8} \left(3 - 2|\vec{r}| + \sqrt{1 + 4|\vec{r}| - 4|\vec{r}|^2} \right), & 0 \leq |\vec{r}| < 1 \\ \frac{1}{8} \left(5 - 2|\vec{r}| - \sqrt{-7 + 12|\vec{r}| - 4|\vec{r}|^2} \right), & 1 \leq |\vec{r}| < 2 \\ 0, & |\vec{r}| \geq 2 \end{cases} \quad (17)$$

۳-۲- معادلات حرکت

با انتگرال‌گیری عددی از قانون دوم نیوتون معادلات حرکتی خطی و چرخشی جسم جامد حاصل می‌شود که معادلات زیر شکل گسسته شده‌ی این معادلات است که در مقاله‌ی دولی و همکارش [۱۹] گزارش شده است:

$$\vec{U}_c^{n+1} = \vec{U}_c^n + \frac{1}{M_s} \left[-\sum_b \vec{F}_b^n \Delta V_b \right] \delta t + \frac{M_f}{M_s} \left(\vec{U}_c^n - \vec{U}_c^{n-1} \right) \quad (18)$$

$$\vec{\Omega}_c^{n+1} = \vec{\Omega}_c^n + \frac{1}{I_s} \left[-\sum_b (\vec{r}_b - \vec{r}_c) \times \vec{F}_b^n \Delta V_b \right] \delta t + \frac{I_f}{I_s} \left(\vec{\Omega}_c^n - \vec{\Omega}_c^{n-1} \right) \quad (19)$$

که در این معادلات \vec{U}_C ، $\vec{\Omega}_C$ ، ΔV_b و I_s به ترتیب سرعت مرکز جسم، سرعت زاویه‌ای، گام زمانی و حجم محصور شده توسط نقاط لاغرانزی هستند که در حالت دو بعدی برابر $\vec{s}_b = \Delta V_b$ است. همین‌طور I_s ، M_f و I_f به ترتیب برابر جرم جسم جامد، حرم سیال مجازی محصور شده داخل جسم جامد، ممان اینرسی جسم جامد و ممان اینرسی سیال محصور است. \vec{r}_c نیز مرکز جرم جسم جامد است.

۴-۲- روش شبکه فنر

در این مطالعه جسم جامد به صورت شبکه‌ای از فنرها متصل به هم مدل می‌شوند که به طور منظم به یکدیگر متصل شده‌اند. ارائه یک جسم جامد در قالب این شبکه نیازمند تعیین یک رابطه

$$\sum_{j=1}^4 -k_1 \Delta r_{ij} + \sum_{j=5}^8 -k_2 \Delta r_{ij} = -(F_{ij}^{ext} + F_{ij}^{boundary}) \quad (26)$$

$$r_i = \frac{1}{4} \left[\frac{F_{ij}^{ext} + F_{ij}^{boundary}}{k_1 + k_2} + \frac{k_1}{k_1 + k_2} \sum_{j=1}^4 \frac{a_0}{|r_{ij}|} r_{ij} + \frac{k_2}{k_1 + k_2} \sum_{j=5}^8 \frac{\sqrt{2}a_0}{|r_{ij}|} r_{ij} \right] \quad (27)$$

که \vec{r}_{ij} در این معادله برابر است با مکان جدید نقاط شبکه فنر در هر گام زمانی. واضح است که نقاط مرزی هم تحت تأثیر نیروی سیال و هم نیروی فنریت اعمال شده از طرف نقاط شبکه فنر داخل جسم هست. برای نقاط شبکه فنر داخل جسم (در فقدان نیروی جاذبه)، اولین ترم سمت راست معادله (۲۷) برابر صفر می‌شود. در این شرایط، حالت تعادلی نیرویی توسط موازنۀ نیروهای فنری همسایه هر نقطه مرکزی ایجاد می‌شود. این نیرو از نحوه جایگیری نقاط فنری نسبت به یکدیگر شکل می‌گیرد.

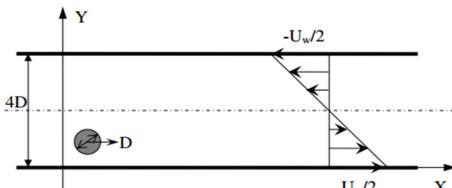
۳- نتایج عددی

۳-۱- صحت‌سنجه

در این قسمت، از مقایسه نتایج در دو مسئله‌ی (الف) حرکت تک ذره صلب دایروی در داخل جریان برشی و (ب) بارگذاری خمی در تیر یک سرگیردار به ترتیب جهت سنجه روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن و روش شبکه فنر استفاده کردایم.

۰- حرکت تک ذره صلب دایروی در داخل جریان برشی

روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن قادر به محاسبه‌ی نیروی اندرکنش مرزی برای یک جسم غوطه‌ور در سیال است به‌طوری که شرط عدم لغزش بر روی مرز جامد را به‌خوبی ارضا می‌کند. جهت اینات میزان دقت و تأثیرگذاری این روش بر نتایج، حرکت یک ذره‌ی منفرد دایروی خنثی در جریان برشی ساده موردنرسی قرار گرفته است. این مسئله توسط افراد مختلفی نظری فنگ و همکارانش [۱۶] و وو همکارانش [۲۲] مورد مطالعه قرار گرفته است



شکل ۴- طرحواره حرکت ذره صلب دایروی در پستر جریان برشی

آن‌ها دریافتند که ذره مستقل از موقعیت و سرعت در لحظه‌ی اول، به سمت مرکز کانال حرکت کرده و در آن مکان با سرعت زاویه‌ای ثابت می‌چرخد. شکل ۴ طرحواره این مسئله را نشان می‌دهد. پارامترهای مورداستفاده در این مسئله به شرح زیر است: فاصله‌ی بین دو صفحه بالایی و پایینی برابر است با $H = 4D$ که D قطر ذره است. طول صفحات برابر است با $L = 100D$ ، صفات بالایی و پایینی با سرعت ثابت $U_w/2$ در جهت خلاف یکدیگر حرکت می‌کنند. چگالی

$$\vec{F}_{ij}^{spring} = \sum_{i=1}^4 -k_n \Delta \vec{r}_{ij} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} &+ \sum_{i=5}^8 -k_{n-n} \Delta \vec{r}_{ij} \\ \text{که برای همسایه نوع ۱ } &\Delta \vec{r}_{ij} = (1 - a_0 / |\vec{r}_{ij}|) \vec{r}_{ij} \text{ و برای} \\ \text{همسایه نوع ۲ } &\Delta \vec{r}_{ij} = (1 - \sqrt{2}a_0 / |\vec{r}_{ij}|) \vec{r}_{ij} \text{ که در این} \\ &\text{روابط } \vec{r}_{ij} = \vec{r}_i - \vec{r}_j \text{ فرض می‌شود.} \end{aligned}$$

برای محاسبه اندرکنش سیال و سازه تغییرشکل پذیر با استفاده از روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن ترکیب شده با روش شبکه فنر دو دیدگاه صریح و ضمنی می‌توان در نظر گرفت. روش صریح تغییر شکل جسم انعطاف‌پذیر را در قالب یک فریم دینامیکی اعمال می‌کند؛ به عبارت دیگر، در هر گام زمانی، پس از محاسبه نیرو مرزی واردۀ از طرف سیال با روش مرز غوطه‌ور، به منظور محاسبه‌ی مکان جدید نیوتون نقاط جرمی تشکیل‌دهنده‌ی شبکه فنر با استفاده از قانون دوم نیوتون جایجا می‌شوند. در نتیجه مجموعه‌ی جدید نقاط شبکه فنر، مکان جدید ذره و شکل جدید آن را ایجاد می‌کنند. روش صریح زمانی که با روش شبکه بولتزمن به عنوان حلگر سیال ترکیب می‌شود، در شرایطی دچار ناپایداری‌هایی می‌شود. بدین گونه که در روش شبکه فنر صریح گام زمانی dt باید مقداری انتخاب شود که عدد بی‌بعد کورانت (Cr) کوچکتر از ۱ شود. عدد کورانت به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$Cr = \frac{c_s dt}{\Delta x^{lsm}} \quad (24)$$

که c_s سرعت پخش صوت درون جسم جامد را نشان می‌دهد. برای شبکه دوبعدی مربعی داریم:

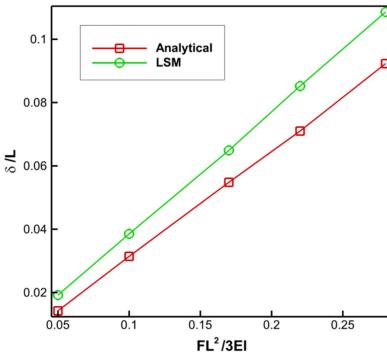
$$c_s = \sqrt{\frac{K_s + 4G_s/3}{\rho_s}} \quad (25)$$

که K_s و G_s به ترتیب برابر مدول بالک، مدول برشی و چگالی جسم جامد هستند. این شرط نیز توسط مرجع [۲۸] نیز معرفی گردید. به جهت کاهش هزینه محاسباتی، اعمال این شرط و کاهش ناپایداری‌ها اغلب توصیه می‌شود که $\Delta x^{lm} > \Delta x^{lsm}$

در روش ضمنی که برای اولین بار در این مطالعه گزارش شده است، جهت به روزرسانی مکان و شکل جسم انعطاف‌پذیر در هر گام زمانی در حضور سیال عبور کننده از روی آن، رفتار فیزیکی جسم با دو گام مجازی جایگزین می‌شود. در ابتدا جسم به صورت جسم صلب تحت اثر برآیند نیروهای خارجی حرکت می‌کند و مکان مرکز سطح و سرعت‌های نقاط مرزی و نقاط شبکه فنر درون مکان نقاط می‌شود. سپس تغییر شکل جسم جامد اعمال شده و دوباره مکان نقاط شبکه فنر در حالت نزدیک به شرایط تعادلی (گرادیان سرعت صفر) به روزرسانی می‌شود؛ بنابراین در هر گام زمانی برای نقطه‌ی i ام شبکه فنر مغروق در سیال داریم:

$$F_i^{spring} = -(F_i^{ext} + F_i^{boundary}) \quad (26)$$

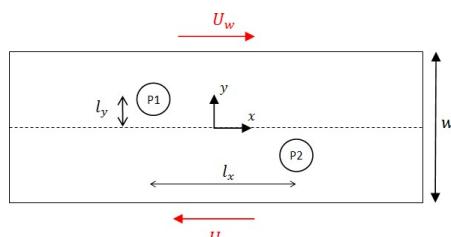
که F_i^{ext} و $F_i^{boundary}$ به ترتیب برابر نیروهای حجمی (مثل جاذبه، نیروی مغناطیسی و ...) و نیروهای مرزی هستند. با مقایسه معادلات (۲۳) و (۲۶) یک معادله کلی برای تغییر شکل (تغییر مکان نقاط شبکه فنر) می‌توان نوشت. بنابراین مکان نقطه‌ی i از شبکه فنر مربعی طبق رابطه زیر تغییر پیدا می‌کند:



شکل ۷- مقایسه میزان خیز تیر به دست آمده از شبکه فنر با نتایج نظری و کارهای قبلی

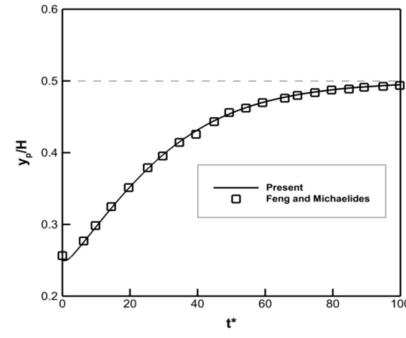
۴-۱- شبیه‌سازی حرکت همسایهوار دو ذره صلب در جریان پرشی

این قسمت شامل دو بخش می‌باشد: ۱- شبیه‌سازی اندکنش همسایهوار (بدون برخورد) دو ذره صلب در جریان پرشی ۲- شبیه‌سازی جریان حاوی ذرات تغییرشکل پذیر در جریان پرشی و مقایسه آن‌ها با حالت صلب. در مطالعه هیدرودینامیکی سیستم‌های دوفازی معمولاً بر جریان‌های با رینولدز پایین تمرکز شده است که به صورت $Re_p = \dot{\gamma}R^2/\nu$ تعریف می‌شود که R , $\dot{\gamma}$ و ν به ترتیب شعاع ذره، نرخ پرشی دیوارهای لغزندۀ و لرخت سینماتیکی سیال هستند. اندکنش همسایهوار را این‌گونه می‌توان توضیح داد که با قرار گرفتن دو ذره در دو جهت مخالف یکدیگر در جریان پرشی (مانند شکل ۸)، دو ذره بدون برخورد به یکدیگر بر روی هم نیروی دافعه ایجاد می‌کنند. علت ایجاد این نیرو، وجود ناحیه چرخشی ایجادشده در بین دو ذره می‌باشد که با تندیکتر شدن دو ذره به هم شدیدتر می‌شود. عدم برخورد دو ذره به یکدیگر وابسته به موقعیت اولیه دو ذره و رینولدز هست. این شرایط توسط یان و همکارانش به تفصیل ذکر شده است [۳۳]. تمام محاسبات انجام شده در این قسمت بر مبنای وجود مرز تنابوی در ابتدا و انتهای کanal می‌باشد. ما در ابتدای حرکت یک ذره متحرک را در حضور ذره ثابت دوم موردمطالعه قرار می‌دهیم. ذره ثابت در مرکز کanal قرار گرفته است و ذره دوم در موقعیت‌های مختلف در حالت تعادلی رها می‌شود. هر دو ذره دلای قطر برابر $D = 2R$ هستند و عرض کanal و طول کanal به ترتیب برابر $W = 4D$ و $L = 5W$ می‌باشد که تغییر در این پارامترها باعث تغییر در رفتار کلی ذرات در



شکل ۸- طرحواره حرکت یک ذره صلب در حضور یک ذره ثابت مستقر در مرکز کanal

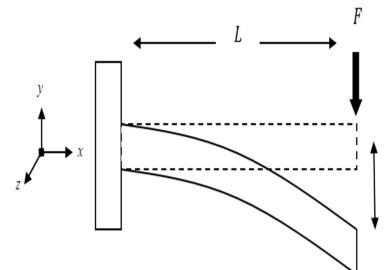
ذره با چگالی سیال برابر است. عدد بی بعد رینولدز برابر $Re = \frac{U_w H}{\nu} = 4$ است. یک شبکه یکنواخت 200×81 نقطه بولتزمن در ورودی و خروجی (سمت راست و چپ) کanal استفاده شده است. موقعیت اولیه ذره $y_0 = H/4$ در بالای صفحه پایینی و در حالت سرعت صفر است. همان‌طور که در شکل ۵ واضح است، نتایج مطابقت خوبی باکار قبلی دارد.



شکل ۵- تغییرات زمانی مکان عرضی ذره منفرد رهاشده از نقطه‌ای خارج از مرکز در جریان پرشی و مقایسه باکارهای قبلی

۰- تغییر شکل تیر یکسر گیردار

در این قسمت به منظور اطمینان از روش شبکه فنر، از مقایسه نتایج عددی تغییر شکل یک تیر یک سرگیردار و نتایج نظری استفاده کردایم که نیروی عمود بر راستای میله به انتهای تیر وارد می‌شود.



شکل ۶- طرحواره تیر یکسر گیردار تحت نیروی خمشی

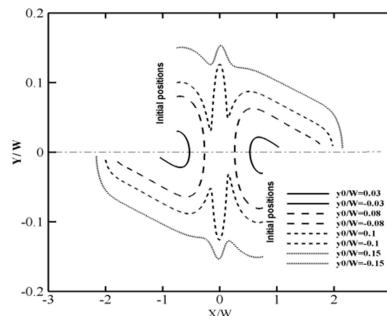
در این حالت تیر یکسر گیردار با سطح مقطع A تحت بارگذاری تک نیروی F قرار گرفته که در انتهای آن اعمال می‌شود. شکل ۶ شماتیک این مسئله را نشان می‌دهد. علت انجام این شبیه‌سازی، اطمینان از نتایج روش شبکه فنر در حالتی که تیر تحت خمش قرار می‌گیرد. از لحاظ نظری و طبق قانون اولیه-برنولی خیز تیر در انتهای تیر تحت اثر تک نیروی اعمالی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{\delta}{L} = \frac{FL^2}{EI} \quad (28)$$

که I نشانگر ممان دوم سطح است. شکل ۷ نشان می‌دهد نتایج عددی حاصل از روش شبکه فنر ذکر شده در این مطالعه تطابق خوبی با کار نتایج تئوری دارد. علت اختلاف مقادیر تئوری با نتایج حاصل از روش مطالعه حاضر صرف نظر کردن از نیروهای خمشی اتصالات فنری است.

۲-۴- شبیه‌سازی حرکت همسایه‌وار دو ذره تغییرشکل پذیر در جریان برشی و مقایسه آن با حالت صلب

در این قسمت اندرکش همسایه‌ای دو ذره تغییرشکل پذیر در جریان برشی را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. هدف از این بخش مقایسه رفتار ذره



شکل ۱۰- مسیر حرکت دو ذره صلب در ۴ موقعیت عرضی اولیه به صورت $(0, Y_0)$ در $Re_p = 75 \pm 0.75W$

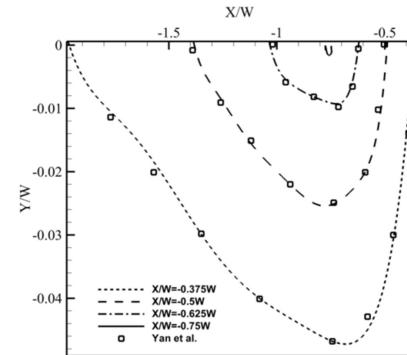
تغییرشکل پذیر در یک جریان ذره‌ای با حالت صلب است. در اینجا با معروفی عدد بی بعد مویینگی (Ca) به صورت نسبت نیروی لزج به نیروی تغییرشکل پذیر، لزوم تبدیل واحد از مقیاس بولترمن به مقیاس فیزیکی را از بین برده و امکان مقایسه‌ای منطقی و منصفانه از رفتار جسم تغییرشکل پذیر در برابر سیال را ایجاد می‌کنیم. عدد بی بعد مویینگی Ca به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$Ca = \frac{G_s}{\mu_f \dot{\gamma}} \quad (29)$$

که G_s و μ_f به ترتیب مویینگی دینامیکی و مدول برشی را نشان می‌دهند. ذکر این نکته مهم است که در این قسمت تعریف عدد مویینگی اندکی با قسمت مربوط به جریان عبوری از روی یک صفحه تغییر شکل پذیر تفاوت دارد. در این قسمت به جای مدول یانگ از مدول برشی جسم جامد استفاده شده است. در این بخش به منظور افزایش تأثیر کاهش صلبیت ذرات در جریان برشی به جای دو ذره توپر دایروی از دو حلقه یا دایره توخالی با شاعر داخلی $r_i = 7R$ استفاده شده است. همانند حالت صلب، دو ذره دارای قطر برابر $D = 2R$ و عرض و طول کanal به ترتیب برابر $L = 5W$ و $W = 4D$ می‌باشد. طول شبکه فنر برابر $\Delta x_{lsm} = 0.5$ است.

در قسمت اول، دو جسم بر روی مرکز کanal قرار گرفته و در فواصل افقی مختلف l_x مسیر حرکت آنها با حالت صلب مقایسه می‌شود. همان‌طور که در شکل ۱۱ مشاهده می‌کنید، زمانی که جسم تغییر شکل پذیر می‌شود ($Ca = 2E3$)، جسم تغییر شکل پذیر به نقاطی دورتر نسبت به حالت صلب منتقل می‌شود. شکل ۱۲ نیز حرکت دو ذره تغییر شکل پذیر در $l_x/W = 0.4$ در پست جریان برشی در طی زمان نمایش می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، همانند شکل ۱۱، دو جسم تغییرشکل پذیر با رهایی از روی خط مرکزی کanal به نقاط دورتری نسبت به حالت اولیه خود منتقل خواهد شد.

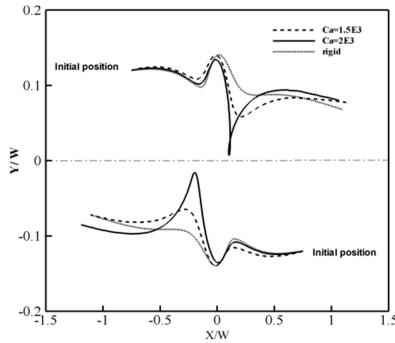
کanal نخواهد شد. ناحیه محاسباتی شامل 400×80 واحد شبکه بولترمن می‌باشد. به طور کلی ذره دوم می‌تواند در موقعیت‌های مختلفی نسبت به ذره اول قرار گیرد اما ما در اینجا بر روی دو حالت تمرکز می‌کنیم: در حالت اول هر دو ذره بر روی خط مرکزی کanal قرار گرفته‌اند ($l_y = 0$) اما در حالات مختلف دارای فواصل متفاوت (۳) از یکدیگر هستند و در حالت بعدی، ذره دوم در موقعیت اولیه دارای فواصل متفاوتی نسبت به محور افقی (y) هستند اما فاصله افقی آنها از یکدیگر (۳) ثابت است. در حالت اول مراکز ذرات ثابت و متوجه در فواصل $\pm l_x/2$ از مرکز کanal و $l_y = 0$ در شکل نمایش داده شده است. همان‌طور که شکل ۹ مشاهده می‌کنید، اگرچه مرکز کanal یک نقطه پایدار برای ذره منفرد می‌باشد، اما حضور یک ذره در همسایه این ذره متوجه باعث ناپایداری مرکز کanal می‌شود. وقتی که ذره متوجه در فاصله‌ای نزدیک به ذره ثابت رها می‌شود، ابتدا در راستای جریان نیمه پایینی کanal به سمت پایین کشیده شده و به نقطه‌ی پایداری در فاصله‌ای دور از مکان اولیه خود مددایت می‌شود. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌کنید، با افزایش فاصله اولیه دو ذره از هم، موقعیت تعادلی نهایی ذره متوجه به مکان اولیه آن نزدیک می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود نتایج تطبیق خوبی با کاریان و همکارانش دارد [۳۳].



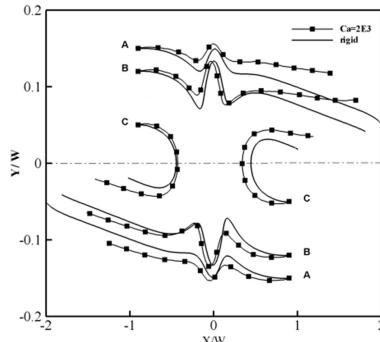
شکل ۹- مسیر حرکت یک ذره صلب متوجه که از مرکز کanal رها شده در حضور ذره صلب ثابت مستقر در مرکز کanal و $Re_p = 75$. در این نمودار ۴ موقعیت طولی اولیه برای ذره متوجه در نظر گرفته شده است.

در قسمت بعدی، ما قید ذره ثابت در مرکز کanal را برداشته تا ذره به صورت آزاد منتقل شده و بچرخد. در این حالت، دو ذره در حالت $l_x = 1.5W$ و $l_y = 1$ متغیر قرار می‌گیرند. همان‌طور که در شکل ۱۰ مشاهده می‌کنید، اگر l_y کوچک باشد، ذرات در حرکت آینه‌وار تحت اثر جریان برشی به سمت یکدیگر جذب شده سپس با نزدیک شدن دو ذره به یکدیگر نیروی دافعه افزایش یافته و ذره‌ها را در خلاف مسیر قبلی هدایت می‌کنند. اگر l_y بزرگ‌تر شود، ذرات باز هم در یک حرکت آینه‌وار همراه با جریان برشی به سمت مرکز کanal هدایت شده تا اینکه با نزدیک شدن ذرات با یکدیگر تحت اثر نیروی دافعه از هم فاصله گرفته و درنهایت دوباره همراه با جهت جریان برشی به سمت مرکز کanal حرکت می‌کنند.

با کاهش بیشتر کپیلاری، این سهم از انرژی افزایش پیدا می‌کند. تا حدی که برای حالت $Ca = 1.5E3$ ، دو ذره بسیار به یکدیگر نزدیک می‌شوند. شکل ۱۴ نیز مسیر حرکت ذرات را با تغییر فاصله اولیه ذرات از محور افقی در دو حالت صلب و تغییر شکل پذیر نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با تغییر شکل پذیر شدن ذرات، در مسیر حرکت آن‌ها غایب محسوسی ایجاد می‌شود. باز هم همانند حالت صلب نمایان است که با کاهش فاصله اولیه از مرکز کانال، ذرات به جهت خلاف جهت راستای سرعت اولیه آن‌ها هدایت می‌شوند.



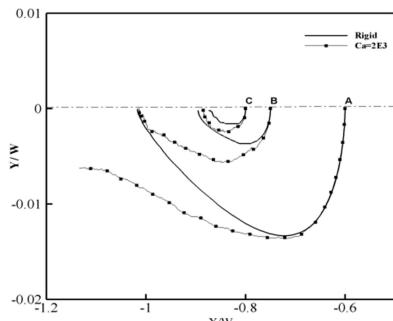
شکل ۱۳- نمایش تغییر مسیر حرکت دو ذره متحرک با کاهش صلبیت آن‌ها در ۲ حالت صلب، $Re_p = 75$ و $Ca = 1.5E3$ و $Ca = 2E3$



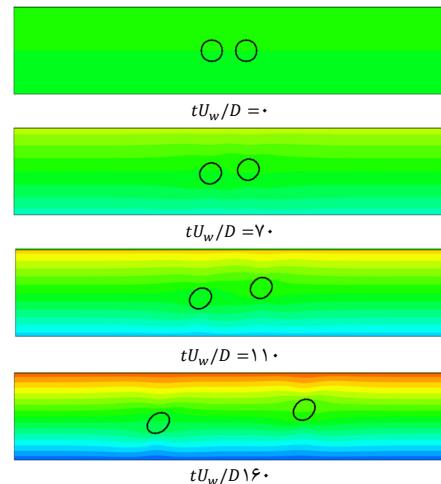
شکل ۱۴- مسیر حرکت دو ذره متحرک در دو حالت صلب و تغییر شکل پذیر در ۳ موقعیت عرضی اولیه به صورت ($\pm 0.9W, Y0$) در $Re_p = 75$. نقاط A, B و C نقطه رهایی ذرات هستند.

۵- جمع‌بندی

در این مطالعه، اندرکنش همسایه‌وار دو ذره دایروی در جریان برشی مورد مطالعه قرار گرفته است. بدین ترتیب ذرات صلب و تغییر شکل پذیر در نظر گرفته می‌شود و رفتار آنها با هم مقایسه می‌شود. بدین منظور، از روش ترکیبی مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن - شبکه فر استفاده شده است. روش شبکه بولتزمن به عنوان حلگر ناحیه سیال با الگوریتم اعمال نیروی چند مرحله‌ای ادغام شده و دقت محاسبات را تا دوبرابر افزایش می‌دهد. روش مرز غوطه‌ور نیز اتخاذ شده تا نیروی اندرکنش سیال و ذره تغییر شکل پذیر را در یک دستگاه کارترین و بدون وابستگی به شکل مرز محاسبه کند. روش شبکه فر نیز به عنوان حلگر ت جسم جامد انتخاب شده است که در آن تغییر شکل ذره ناشی از تغییر طول فنرهای خطی می‌باشد. در



شکل ۱۱- مقایسه مسیر حرکت یک ذره صلب و تغییر شکل پذیر متحرک که از خط مرکزی کانال رها شده در حضور ذره صلب ثابت مستقر در مرکز کانال و $Re_p = 75$. نقاط A, B و C نقطه رهایی ذرات هستند



شکل ۱۲- حرکت دو ذره تغییر شکل پذیر دایروی در جریان برشی زمانی که از موقعیت اولیه روی خط مرکزی کانال به فاصله $l_x/W = 0.4$ از هم رها می‌شوند.

در قسمت بعدی، همانند حالت صلب حرکت عرضی دو جسم تغییر شکل پذیر را در کپیلاری‌های مختلف موردمطالعه قرار می‌دهیم. هندسه مساله همانند موارد قبل می‌باشد. در ابتدا نقش عدد کپیلاری در تغییر مسیر حرکت ذرات را نشان می‌دهیم، به این منظور، زمانی که ذرات در موقعیت‌های اولیه $l_x/W = 1/5$ و $l_x/W = 1/12$ در $l_y/W = \pm l_y/W = \pm 0.9W$ قرار گرفته‌اند، در سه حالت صلب، $Ca = 2E3$ و $Ca = 1.5E3$ موردمطالعه قرار می‌گیرند. شکل ۱۳ مسیر حرکت را در این سه حالت نشان می‌دهد. در ابتدا، ذرات در حالت صلب پیرو حرکت جریان برشی به سمت یکدیگر (مرکز کانال) جذب شده و با نزدیک شدن به یکدیگر نیروی دافعه بر نیروی جاذبه کرده و دو ذره از مرکز کانال فاصله می‌گیرند. درنهایت و بار دیگر دو ذره در مسیر جریان برشی به سمت مرکز جذب می‌شوند. نکته قابل ذکر این است که با کاهش صلبیت و کاهش عدد مویینگی، دو ذره تغییر شکل پذیر نسبت به حالت صلب، نفوذ بیشتری به سمت مرکز کانال کرده و بیشتر به هم نزدیک می‌شوند. علت این مسئله این است که با کاهش صلبیت ذرات، بخشی از انرژی نیروی دافعه صرف تغییر پیکربندی جسم شده و

- boundary method. *Journal of Computational Physics*, 189(2), 351-370. doi: [https://doi.org/10.1016/S0021-9991\(03\)00214-6](https://doi.org/10.1016/S0021-9991(03)00214-6)
- [14] Feng Z.-G. and Michaelides E. E., The immersed boundary-lattice Boltzmann method for solving fluid-particles interaction problems, *Journal of Computational Physics*, vol. 195, pp. 602-628, 2004.
- [15] Lai M.-C. and Peskin C. S., An immersed boundary method with formal second-order accuracy and reduced numerical viscosity, *Journal of Computational Physics*, vol. 160, pp. 705-719, 2000.
- [16] Feng Z.-G., & Michaelides E. E., The immersed boundary-lattice Boltzmann method for solving fluid-particles interaction problems. *Journal of Computational Physics*, 195(2), 602-628. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2003.10.013>, 2004.
- [17] Niu X. D., Shu C., Chew Y. T., & Peng Y., A momentum exchange-based immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulating incompressible viscous flows. *Physics Letters A*, 354(3), 173-182. doi: <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2006.01.060>, 2006.
- [18] Dupuis A., Chatelain P., & Koumoutsakos P., An immersed boundary-lattice-Boltzmann method for the simulation of the flow past an impulsively started cylinder. *Journal of Computational Physics*, 227(9), 4486-4498. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2008.01.009>, 2008.
- [19] Amiri Delouei A., Nazari M., Kayhani M. H., Kang S. K., & Suci S., Non-Newtonian particulate flow simulation: A direct-forcing immersed boundary-lattice Boltzmann approach. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 447, 1-20. doi: <https://doi.org/10.1016/j.physa.2015.11.032>, 2016.
- [20] Wu J., & Shu C., Implicit velocity correction-based immersed boundary-lattice Boltzmann method and its applications. *Journal of Computational Physics*, 228(6), 1963-1979. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2008.11.019>, 2009.
- [21] Guo Z., Zheng C., & Shi B., Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method. *Physical Review E*, 65(4), 046308. doi: [10.1103/PhysRevE.65.046308](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.65.046308), 2002.
- [22] Ashurst W. T., & Hoover W. G., Microscopic fracture studies in the two-dimensional triangular lattice. *Physical Review B*, 14(4), 1465-1473. doi: [10.1103/PhysRevB.14.1465](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.14.1465), 1976.
- [23] Hrennikoff A., Solution of Problems of Elasticity by the Framework Method. *J. Appl. Mech* 1941.
- [24] Monette L., & Anderson M. P., Elastic and fracture properties of the two-dimensional triangular and square lattices. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 2(1), 53-66. doi: [10.1088/0965-0393/2/1/004](https://doi.org/10.1088/0965-0393/2/1/004), 1994.
- [25] Buxton G. A., Care C. M., & Cleaver D. J., A lattice spring model of heterogeneous materials with plasticity. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 9(6), 485-497. doi: [10.1088/0965-0393/9/6/302](https://doi.org/10.1088/0965-0393/9/6/302), 2001.
- [26] Hassold G. N., & Srolovitz D. J., Brittle fracture in materials with random defects. *Physical Review B*, 39(13), 9273-9281. doi: [10.1103/PhysRevB.39.9273](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.39.9273), 1989.
- [27] Parisi A., & Caldarelli G., Self-affine properties of fractures in brittle materials. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 280(1), 161-165. doi: [https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(99\)00633-0](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(99)00633-0), 2000.
- [28] Zhao G.-F., Fang J., & Zhao J. A 3D distinct lattice spring model for elasticity and dynamic failure. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 35(8), 859-885. doi: [10.1002/nag.930](https://doi.org/10.1002/nag.930), 2011.
- [29] Omori T., Ishikawa T., Barthès-Biesel D., Salsac A. V., Walter J., Imai Y., & Yamaguchi T., Comparison between spring network models and continuum constitutive laws: Application to the large deformation of a capsule in shear flow. *Physical Review E*, 83(4), 041918. doi: [10.1103/PhysRevE.83.041918](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.83.041918), 2011.
- [30] Agresar G., Linderman J. J., Tryggvason G., & Powell K. G. An Adaptive, Cartesian, Front-Tracking Method for the Motion, Deformation and Adhesion of Circulating Cells. *Journal of Computational Physics*, 143(2), 346-380. doi: <https://doi.org/10.1006/jcph.1998.5967>, 1998.

این مطالعه، برای نخستین بار، الگوریتمی ضمنی بر مبنای شبکه فنر ارایه شده که محدودیتهای موجود در انتخاب سایز شبکه را از بین برده است. در این مقاله، صحت سنجی هر یک از روش‌های ترکیبی به طور جداگانه با شیوه سازی حرکت تک ذره داخل جریان برشی و تغییر طول یک تیر یکسر گیردار انجام شده است. در نهایت نشان داده شد که ذرات در حالت تغییرشکل پذیر، در حین حرکت در جریان برشی، رفتاری متفاوت از خود نشان می‌دهند. در واقع مسیر حرکت ذرات با کاهش صلیبت ذرات تغییر چشمگیری خواهد داشت.

۶- مراجع

- [1] Buxton G. A., Verberg R., Jasnow D. & Balazs A. C. (2005). Newtonian fluid meets an elastic solid: Coupling lattice Boltzmann and lattice-spring models. *Physical Review E*, 71(5), 056707. doi: [10.1103/PhysRevE.71.056707](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.71.056707) 71, pp. 056707, 2005.
- [2] MacMeccan R. M., Clausen J. R., Neitzel G. P., & Aidun C. K. Simulating deformable particle suspensions using a coupled lattice-Boltzmann and finite-element method. *Journal of Fluid Mechanics*, 618, 13-39. doi: [10.1017/S0022112008004011](https://doi.org/10.1017/S0022112008004011), 2009.
- [3] Peskin C. S., Numerical analysis of blood flow in the heart. *Journal of Computational Physics*, 25(3), 220-252. doi: [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(77\)90100-0](https://doi.org/10.1016/0021-9991(77)90100-0), 1977.
- [4] Peskin C. S., Flow patterns around heart valves: A numerical method. *Journal of Computational Physics*, 10(2), 252-271. doi: [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(72\)90065-4](https://doi.org/10.1016/0021-9991(72)90065-4), 1972.
- [5] Afra B., Nazari M., Kayhani M. H., & Ahmadi G. (2019). Direct numerical simulation of freely falling particles by hybrid immersed boundary – Lattice Boltzmann – discrete element method. *Particulate Science and Technology*, 1-13. doi: [10.1080/02726351.2018.1536092](https://doi.org/10.1080/02726351.2018.1536092).
- [6] Delouei A. A., Nazari M., Kayhani M., and Ahmadi G., A non-Newtonian direct numerical study for stationary and moving objects with various shapes: An immersed boundary-Lattice Boltzmann approach," *Journal of Aerosol Science*, vol. 93, pp. 45-62, 2016.
- [7] Afra, B., Nazari, M., Kayhani, M. H., Delouei, A. A., & Ahmadi, G. (2018). An immersed boundary-lattice Boltzmann method combined with a robust lattice spring model for solving flow-structure interaction problems. *Applied Mathematical Modelling*, 55, 502-521. doi: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2017.10.014>
- [8] Kang, S. K., & Hassan, Y. A. (2011). A comparative study of direct-forcing immersed boundary-lattice Boltzmann methods for stationary complex boundaries. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 66(9), 1132-1158. doi: [10.1002/fld.2304](https://doi.org/10.1002/fld.2304)
- [9] Goldstein, D., Handler, R., & Sirovich, L. (1993). Modeling a No-Slip Flow Boundary with an External Force Field. *Journal of Computational Physics*, 105(2), 354-366. doi: <https://doi.org/10.1006/jcph.1993.1081>
- [10] Saiki, E. M., & Biringen, S. (1996). Numerical Simulation of a Cylinder in Uniform Flow: Application of a Virtual Boundary Method. *Journal of Computational Physics*, 123(2), 450-465. doi: <https://doi.org/10.1006/jcph.1996.0036>
- [11] Mohd-Yusof, J., Combined immersed-boundary/B-spline methods for simulations of flow in complex geometries, *Annual Research Briefs. NASA Ames Research Center=Stanford University Center of Turbulence Research: Stanford*, pp. 317-327, 1997.
- [12] Fadlun E. A., Verzicco R., Orlandi P., & Mohd-Yusof, J., Combined Immersed-Boundary Finite-Difference Methods for Three-Dimensional Complex Flow Simulations. *Journal of Computational Physics*, 161(1), 35-60. doi: <https://doi.org/10.1006/jcph.2000.6484>, 2000.
- [13] Lima E Silva, A. L. F., Silveira-Neto, A., & Damasceno, J. J. R. (2003). Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed

[31] Peskin C. S. (). The immersed boundary method. *Acta Numerica*, 11, 479-517. doi: 10.1017/S0962492902000077, 2003.

[32] Wu J. and Shu C., Particulate flow simulation via a boundary condition-enforced immersed boundary-lattice Boltzmann scheme, *Communications in Computational Physics*, vol. 7, pp. 793, 2010.

[33] Yan Y., Morris J. F., & Koplik J. Hydrodynamic interaction of two particles in confined linear shear flow at finite Reynolds number. *Physics of Fluids*, 19(11), 113305. doi: 10.1063/1.2786478, 2007.