

طراحی و بهینه‌سازی مبادله‌کن‌های گرمایی سه‌جریانی لوله‌ای با ساختار درختی با استفاده از نظریه ساختاری

امیرفرهنگ ستوده*

حسین نکومرام

مهرانگیز قاضی

مجید عمیدپور

استادیار، پژوهشکده انرژی و محیط‌زیست، پژوهشگاه نیرو، تهران، ایران

کارشناسی ارشد، گروه سیستم‌های انرژی، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد تاکستان، دانشگاه آزاد اسلامی، تاکستان، ایران

استاد، گروه سیستم‌های انرژی، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

چکیده

در این مقاله اصول نظریه ساختاری به منظور مدل‌سازی و طراحی مبادله‌کن‌های گرمایی سه‌جریانی لوله‌ای بسط و تعمیم داده می‌شود. هدف این است که با استفاده از اصول مربوط به نظریه ساختاری خصوصاً طراحی بر اساس ساختارهای درختی بتوان عملکرد این نوع مبادله‌کن‌های گرمایی را بهبود داد. در این راستا معادلات دیفرانسیلی مربوط به انتقال گرما یک مبادله‌کن گرمایی سه‌جریانی استخراج و حل این معادلات به دست می‌آید. سپس با استفاده از اصول نظریه ساختاری و با استفاده از روش لاگرانژ یک نسبت تقسیمات برای ساختارهای متوالی در یک درخت برای مبادله‌کن گرمایی سه‌لوله‌ای استخراج می‌گردد که این رابطه حجم محاسبات را کاهش چشمگیری می‌دهد. بر این مبنا و با استفاده از مدل‌سازی‌های هندسی و گرمایی، الگوریتم طراحی یک مبادله‌کن گرمایی سه‌جریانی استخراج و بیان می‌گردد. به منظور بررسی میزان بهبود عملکرد یک مبادله‌کن گرمایی سه‌جریانی لوله‌ای و بررسی قابلیت و کارایی روش فوق‌الذکر از یک مطالعه موردی استفاده شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که افت فشار و سطح انتقال گرما در مبادله‌کن‌های گرمایی ساختاری با ساختار درختی نسبت به نوع عادی آن کاهش قابل ملاحظه‌ای دارد.

واژه‌های کلیدی: مبادله‌کن گرمایی سه‌جریانی لوله‌ای، نظریه ساختاری، طراحی درختی، نسبت تقسیمات، افت فشار، سطح انتقال گرما.

Design and Optimization of Dendritic Tubular Three Stream Heat Exchangers Based on Constructal Theory

A. Farhang Sotoodeh

H. Nekumaram

M. ghazi

M. Amidpour

Energy and Environment, Niroo Research Institute (NRI), Tehran, Iran

Department of Mechanical Engineering, K.N.Toosi University of Technology, Tehran, Iran

Department of Mechanical Engineering, Takestan Branch, Islamic Azad University, Takestan, Iran

Department of Mechanical Engineering, K.N.Toosi University of Technology, Tehran, Iran

Abstract

In this paper, the principles of constructal theory is utilized for modeling and designing of three stream tubular heat exchangers. The target is improvement of thermal performance of this kind of heat exchangers using constructal theory especially dendritic systems. In this regard, the differential equations of a three stream heat exchanger are extracted and its solution is achieved. A consecutive division ratio is obtained using constructal theory and Lagrange method for three stream tubular heat exchangers. this ratio reduce remarkably the design and optimization procedures of a tree-shaped three stream heat exchanger which is actually a complicated and cumbersome task. Finally, the design algorithm of a three stream dendritic heat exchanger is extracted using geometric and thermal modeling. In order to evaluate the presented algorithm, a case study is used and the results will be shown. The results shows remarkable reduction of pressure drop and heat transfer area in tree-shaped heat exchanger rather than the typical tubular heat exchangers.

Keywords: Three Stream Tubular Heat Exchanger, Constructal Theory, Dendritic Design, Division Ratio, Pressure Drop, Heat Transfer Area.

ساختاری مسیرهای بهتری را برای سیالات درون آن مانند خون، هوا، آب و غیره ایجاد کنند. می‌توان این دیدگاه را که در سیستم‌های طبیعی از آن استفاده فراوان شده است به سیستم‌های ساخت دست بشر نیز به صورت "طراحی به کمک نظریه ساختاری" تعمیم داد. استفاده از نظریه ساختاری در مسایل و حوزه‌های مختلف علوم نظیر فیزیک، مهندسی، زیست‌شناسی، علوم اجتماعی و غیره در سال‌های اخیر گسترش چشم‌گیری داشته است. در واقع نظریه ساختاری در بسیاری از مجامع و مراکز معتبر علمی سراسر دنیا مورد توجه قرار گرفته و بسیاری از محققان و دانشمندان را کنار یکدیگر گرد آورده و نیل به یک هدف آرمان اصلی آن می‌باشد: استفاده از نظریه ساختاری در جهت مهندسی بهتر، سامان‌دهی بهترین حرکت و چیدمان برای

۱- مقدمه

نظریه ساختاری نخستین بار توسط آدریان بجان در سال ۱۹۹۶ به صورت زیر بیان گردید: اگر یک سیستم جریانی با اندازه محدود بخواهد در طول زمان دوام (بقاء) داشته باشد آرایش آن سیستم باید به گونه‌ای تکامل پیدا کند که دسترسی بهتر و آسان‌تری برای مسیر عبور جریان‌های آن ایجاد شود [۲۱]. این نظریه به نوعی بیان‌گر حداکثرسازی دستیابی به جریان در زمان و نیز آرایه چیدمان جریان‌هایی است که دارای آزادی تقسیم شدن می‌باشند. به طور مثال سیستم‌های طبیعی مانند عروق خونی، نای و نایژه‌ها در شش انسان، دلتای رودخانه و غیره ساختارهایی کسب می‌کنند که برطبق نظریه

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: asotoodeh@nri.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۷/۲۳

تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۹/۲۶

جریان‌های مختلف. محققان فراوانی تلاش نموده‌اند تا نظریه ساختاری و مفاهیم آن را به طراحی‌های مهندسی تعمیم دهند. یکی از دشواری‌های این مساله در این است که ساخت سیستم‌های ساختاری مهندسی برخلاف سیستم‌های طبیعی دارای پیچیدگی بسیار بالاتری است که این امر می‌تواند هزینه تمام شده آن را افزایش دهد. این دشواری دلیلی برای عدم گسترش نظریه ساختاری به مسایل مهندسی نبوده است چرا که پیشرفت در این امر نیز می‌تواند به مرور زمان بر چنین مشکلاتی غلبه نماید. کارهای علمی ارزشمندی در زمینه گسترش نظریه ساختاری به سیستم‌های مهندسی توسط محققان مختلف انجام گرفته شده است که به منظور اختصار کلام از بیان آن اجتناب نموده و صرفاً کارهای انجام گرفته در زمینه بسط نظریه ساختاری به منظور طراحی مبادله‌کن‌های گرمایی ارایه می‌گردد. در زمینه گسترش نظریه ساختاری در طراحی مبادله‌کن‌های گرمایی کارهایی توسط محققین انجام گرفته است. بجان [۳] یک روش ساختاری به منظور طراحی مفهومی یک مبادله‌کن گرمایی دو جریانی به منظور استحصال بیشترین نرخ انتقال گرما به ازای واحد حجم ارایه نمود. در این روش مبادله‌کن گرمایی به ساختارهای کوچک‌تر تقسیم بندی شده و طراحی به صورت گام به گام از کوچک‌ترین ساختار به ساختارهای بزرگ‌تر انجام می‌گیرد. راجا و همکاران [۴] بر مبنای روش ارایه شده توسط بجان [۳] به بررسی و تحلیل عددی و آزمایشگاهی این نوع مبادله‌کن گرمای ساختاری و مقایسه آن با انواع مرسوم کنونی پرداخته‌اند. آن‌ها دو نوع مبادله‌کن گرمای ساختاری یکی فین‌دار و دیگری بدون فین را ساخته و شبیه سازی نمودند و نتایج حاصل را با مبادله‌کن‌های مرسوم فین دار و بدون فین جریان ناهمسو مقایسه نموده‌اند. برای مقایسه بهتر نتایج، مساحت انتقال گرما در هر کدام از این مبادله‌کن‌ها ثابت فرض شده است. نتایج نشان می‌دهد که نرخ انتقال گرما در این نوع مبادله‌کن‌های گرمای ساختاری تقریباً ۲۰ درصد از مبادله‌کن‌های جریان ناهمسو متداول بیشتر می‌باشد. زیماوروف و همکاران [۵] به بررسی و تحلیل مبادله‌کن‌های گرمای جریان موازی ساختاری با ساختار درختی پرداخته‌اند. در این نوع مبادله‌کن گرمای هرکدام از جریان‌ها دارای یک ساختار درختی شکل در فضای اختصاص یافته شده می‌باشد. آن‌ها رابطه بین ضریب اثر مبادله‌کن گرمایی و تعداد واحدهای انتقال گرما را برای جریان‌های درختی موازی ارایه نمودند. وحدت آزاد و عمیدپور [۶] از مفهوم نظریه ساختاری در طراحی مبادله‌کن‌های گرمایی پوسته و لوله استفاده نمودند. از آن جا که استفاده از ساختارهای چندمقیاسی در طراحی‌های ساختاری متداول می‌باشد لذا در این مقاله پیشنهاد شده است که توزیع سیال درون لوله‌های مبادله‌کن گرمایی پوسته و لوله یک توزیع چندمقیاسی باشد. به عبارت دیگر جریان در هر لوله بعد از طی مسیر مشخص به دو جریان تقسیم می‌شود. نتایج حاصل از این روش باعث افزایش ضریب انتقال گرما مبادله‌کن و در نتیجه کاهش سطح انتقال گرما و در نهایت کاهش هزینه کلی مبادله‌کن می‌گردد. یانگ و همکاران [۷] کار وحدت آزاد و عمیدپور [۶] را در راستای مدل‌سازی و طراحی مبادله‌کن‌های گرمایی پوسته و لوله ساختاری بر طبق استاندارد TEMA گسترش داده و پارامترهای هندسی یک مبادله‌کن گرمایی پوسته و لوله ساختاری را با در نظر گرفتن هزینه نهایی به عنوان تابع هدف بهینه نمودند. ستوده و همکاران [۸] یک مبادله‌کن گرمایی

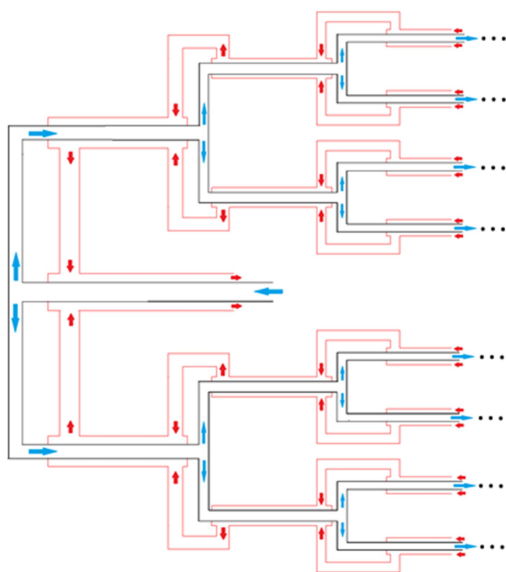
ساختاری صفحه‌ای- فین‌دار که دارای ساختاری چند مقیاسی می‌باشد، مدل سازی و از نقطه نظر بازیافت گرمایی بهینه نمودند. هدف اصلی آن‌ها این بود که نشان دهند استفاده از نظریه ساختاری و طراحی چند مقیاسی چگونه می‌تواند باعث بهبود عملکرد یک سیستم گرمایی گردد. به منظور مقایسه بهتر، مساحت سطح انتقال گرما، افت فشار جریان‌ها و حجم مبادله‌کن گرمایی ثابت و برابر مقادیر آن مبادله‌کن گرمایی غیرساختاری است که دارای بیشینه بار گرمایی می‌باشد. این مبادله‌کن گرمایی ساختاری سپس از نظر میزان انتقال گرما بهینه شده و مقدار آن با مبادله‌کن گرمایی معمولی بهینه مقایسه گردیده است. در این مقاله و در راستای بسط اصول نظریه ساختاری به خصوص طراحی بر مبنای ساختارهای درختی، طراحی و بهینه‌سازی مبادله‌کن‌های گرمایی سه‌جریانی لوله‌ای بر مبنای نظریه ساختاری انجام گرفته است. به همین منظور بر اساس مدل‌سازی هندسی، گرمایی و هیدرولیکی این نوع مبادله‌کن‌های گرمایی بر مبنای ساختارهای درختی الگوریتم طراحی آن‌ها ارایه می‌گردد. به طور کلی اهداف ارایه این مقاله را می‌توان به صورت زیر خلاصه نمود:

- تعمیم نظریه ساختاری به طراحی مبادله‌کن‌های گرمایی سه جریانی با تکیه بر مبادله‌کن‌های گرمایی لوله‌ای.
- تحلیل و تجزیه ساختاری مبادله‌کن‌های گرمایی سه‌لوله‌ای با ساختار درختی.
- ارایه چیدمان و آرایش بهتر از دیدگاه ساختاری در مبادله‌کن‌های گرمایی ساختاری سه‌جریانی.
- ارایه روش جدید به منظور طراحی مبادله‌کن‌های گرمایی سه‌جریانی لوله‌ای ساختاری.
- و نیز جنبه‌های نوآوری این مقاله را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:
- بسط و گسترش نظریه ساختاری و طراحی با کمک ساختارهای درختی به منظور طراحی مبادله‌کن‌های گرمایی سه‌جریانی
- ارایه روشی جدید به منظور طراحی و بهینه‌سازی مبادله‌کن‌های گرمایی ساختاری سه‌جریانی در مبادله‌کن‌های گرمایی لوله‌ای
- کاهش پیچیدگی‌های طراحی مبادله‌کن‌های گرمایی سه‌جریانی ساختاری

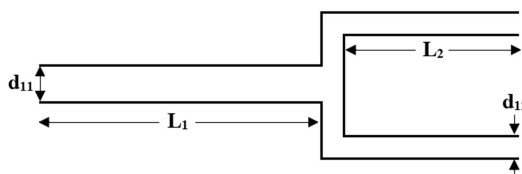
۲- مبادله‌کن گرمایی لوله‌ای سه جریانی لوله‌ای با

ساختار درختی

نمای کلی یک مبادله‌کن گرمای سه لوله‌ای ساختاری با انشعاب‌های دوتایی در شکل ۱ به تصویر کشیده شده است. در این مبادله‌کن گرمای برخلاف مبادله‌کن‌های گرمای مرسوم از طراحی چند مقیاسی و ساختار درختی استفاده شده است. جریان‌ها در این مبادله‌کن گرمای به صورت ساختار درختی و با آرایش جریانی موازی ناهمسو به تبادل گرمای می‌پردازند. لوله‌های رابط بین ساختارها به منظور ایجاد وضوح بهتر به صورت اغراق آمیزی بلندتر کشیده شده است و جریان سوم نیز به منظور وضوح بهتر شکل نشان داده نشده است. در این مبادله‌کن گرمایی دبی هر جریان پس از عبور از هر ساختار نصف شده و جریان به دو شاخه کاملاً یکسان تقسیم می‌گردد جریان‌ها در این مبادله‌کن گرمایی به صورت ساختار درختی و با آرایش



شکل ۱- یک مبادله‌کن گرمای سه لوله‌ای سه جریانی ساختاری (لوله های رابط بین ساختارها به منظور ایجاد وضوح بهتر به صورت اغراق آمیزی بلندتر کشیده شده است و جریان سوم به منظور وضوح بهتر نشان داده نشده است).



شکل ۲- یک سیستم جریانی با یک مرحله انشعاب دوتایی

افت فشار کل جریان را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 \quad (4)$$

از طرفی با توجه به این که $\dot{m}_1 = 2\dot{m}_2$ لذا می توان نوشت:

$$\Delta P = c\dot{m}_1 \frac{L_1}{d_{11}^4} + c\dot{m}_1 \frac{L_2}{d_{12}^4} \quad (5)$$

بنابراین:

$$\Delta P = c\dot{m}_1 \left(\frac{L_1}{d_{11}^4} + \frac{L_2}{2d_{12}^4} \right) \quad (6)$$

از طرفی با فرض ثابت بودن سطح جانبی این لوله ها یعنی:

$$A = \pi d_{11} L_1 + 2\pi d_{12} L_2 \quad (7)$$

می توان افت فشار کل را با در نظر گرفتن این قید و به روش

لاگرانژ کمینه نمود (توضیحات بیشتر در مورد روش لاگرانژ را می توان

با مراجعه به مرجع [۲] مطالعه نمود). تابع لاگرانژ برای این مساله را

می توان به صورت زیر نوشت:

$$\xi = \left(\frac{L_1}{d_{11}^4} + \frac{L_2}{2d_{12}^4} \right) + \lambda (d_{11} L_1 + 2d_{12} L_2) \quad (8)$$

که آن λ عدد لاگرانژ می باشد و می توان اکسترمم ξ را با حل

معادلات زیر بدست آورد:

$$\frac{\partial \xi}{\partial d_{12}} = -\frac{4L_2}{d_{12}^5} + \lambda L_2 = 0 \quad (9)$$

جریانی موازی ناهمسو به تبادل گرما می پردازند. در حالی که طول هر ساختار با ساختارهای دیگر متفاوت است، قطر لوله های هر سه جریان در هر ساختار نیز با ساختار دیگر متفاوت است. استفاده از نظریه ساختاری و ساختارهای درختی موجب بهبود قابل ملاحظه ای در سیستم های گرمایی از جمله مبادله کن های گرمایی می گردد. با این وجود استفاده از این ساختارهای درختی موجب افزایش پیچیدگی در ساخت آن مبادله کن گرمایی می گردد که می تواند بر هزینه نهایی آن تاثیر بگذارد. با این وجود در این مقاله نیز مانند کلیه کارهای انجام گرفته در زمینه نظریه ساختاری از هزینه های ناشی از افزایش پیچیدگی صرف نظر می گردد.

۱-۲- استخراج قانون نسبت قطرها در تقسیمات متوالی

به عنوان نخستین جز از اجزای طراحی، یک سیستم یک جریانی با یک انشعاب مطابق شکل ۲ در نظر گرفته می شود. همان طور که در شکل ۲ نشان داده شده است، جریانی از یک سیال با دبی \dot{m} وارد یک لوله به طول L_1 و قطر d_{11} می گردد و در ادامه به دو انشعاب مساوی هر یک به طول L_2 و قطر d_{12} تقسیم می گردد. بجان [۲] به منظور بررسی تاثیر افت فشارهای موضعی (شامل افت فشار در انشعابات) و به عنوان معیاری به منظور صرف نظر کردن از این نوع افت فشارها عدد بدون بعدی به نام اسولتنس به صورت زیر تعریف نمود:

$$Sv = \frac{L_1 + L_2}{(V)^{\frac{1}{3}}} \quad (1)$$

که در آن V حجم دو لوله متوالی است. بجان [۲] اثبات نمود که برای اسولتنس های تقریباً در مرتبه ۱۰ و بیشتر می توان از افت فشارهای موضعی در مقایسه با افت فشار اصلی صرف نظر نمود. در نتیجه با فرض این که جریان توسعه یافته، آرام، پوآزی، تراکم ناپذیر و پایا باشد و با فرض وجود عدد اسولتنس مناسب به منظور صرف نظر کردن از افت فشارها در انشعابات (افت های موضعی)، می توان نوشت:

$$\Delta P_1 = c\dot{m}_1 \frac{L_1}{d_{11}^4} \quad (1)$$

$$\Delta P_2 = c\dot{m}_2 \frac{L_2}{d_{12}^4} \quad (2)$$

که در آن $c = \frac{128\theta}{\pi}$ می باشد.

به طریقی مشابه برای جریان معشوش می‌توان اثبات کرد:

$$\frac{D_{11}}{D_{12}} = 8^{\frac{1}{6}} \quad (21)$$

همچنین می‌توان به طریقی مشابه اثبات نمود که برای سیستمی متشکل از هر تعداد انشعاب دوتایی، رابطه نسبت قطرهای در تقسیمات متوالی برای فضای حلقوی را می‌توان به ترتیب برای جریان آرام و معشوش به صورت زیر نوشت:

$$\frac{D_{i1}}{D_{i+1,1}} = 4^{\frac{1}{5}} \quad (22)$$

$$\frac{D_{i1}}{D_{i+1,1}} = 8^{\frac{1}{6}} \quad (23)$$

رابطه نسبت قطرهای در تقسیمات متوالی اهمیت بسیار بالایی در روش طراحی و بهینه‌سازی مبادله‌کن‌های گرمایی سه‌جریانی لوله‌ای با ساختار درختی دارد. این رابطه پارامترهای طراحی را به صورتی بسیار هوشمندانه کاهش قابل ملاحظه‌ای می‌دهد.

۳- استخراج روابط طراحی گرمایی یک مبادله‌کن گرمایی سه‌جریانی لوله‌ای

نمای کلی یک مبادله‌کن گرمایی سه‌جریانی لوله‌ای در شکل ۳ آورده شده است. همان‌طور که در شکل ۳ ملاحظه می‌گردد، این مبادله‌کن گرمایی از نوع دو ارتباط گرمایی می‌باشد. در این مبادله‌کن گرمایی جریان مرکزی با هر دو جریان جانبی به تبادل گرمایی می‌پردازد. مطابق شکل ۳ آرایش این نوع مبادله‌کن گرمایی به صورت موازی ناهمسو می‌باشد. به منظور ساده‌سازی در استخراج روابط مربوط به یک مبادله‌کن گرمایی سه‌جریانی لوله‌ای و بدون از دست دادن کلیات، فرضیات زیر در سرتاسر مقاله در نظر گرفته می‌شود:

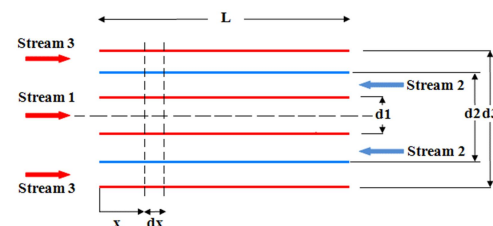
- ۱- مبادله‌کن گرمایی به صورت پایا کار می‌کند.
- ۲- خواص سیال و ضرایب انتقال گرما در طول مبادله‌کن گرمایی ثابت می‌باشد.
- ۳- از اثرات هدایت جانبی در سیال و صفحات صرف نظر می‌گردد.
- ۴- مبادله‌کن گرمایی به خوبی عایق شده است بنابراین مبادله‌کن گرمایی با محیط تبادل گرما ندارد.
- ۵- سیالات موجود در فرآیند انتقال گرما تغییر فاز نمی‌دهند.

با در نظر گرفتن یک المان به طول dx در طول مبادله‌کن گرمایی، برای جریان‌های ۱ تا ۳ مطابق شکل ۳ به ترتیب می‌توان نوشت:

$$\frac{d\theta_1}{dx} = NTU_1(\theta_2 - \theta_1) \quad (24)$$

$$\frac{d\theta_2}{dx} = NTU_1 C_{12} [(\theta_2 - \theta_1) + R_1(\theta_2 - \theta_3)] \quad (25)$$

$$\frac{d\theta_3}{dx} = NTU_1 \frac{C_{12}}{C_{32}} R_1(\theta_2 - \theta_3) \quad (26)$$



شکل ۳- نمای کلی یک مبادله‌کن گرمایی سه‌جریانی لوله‌ای با دو ارتباط گرمایی

$$\frac{\partial \xi}{\partial a_{12}} = -\frac{4L_2}{2a_{12}^5} + 2\lambda L_2 = 0 \quad (10)$$

با به دست آوردن مقدار λ از معادله ۹ و جای‌گذاری آن در رابطه ۱۰ می‌توان اثبات کرد:

$$\frac{d_{11}}{d_{12}} = 4^{\frac{1}{5}} \quad (11)$$

هس و دوازده سال بعد از وی مورای [۲] رابطه مشابهی را ولی با فرض ثابت بودن حجم لوله‌ها بدست آوردند که در آن نسبت بهینه قطرهای $\frac{d_1}{d_2} = 2^{\frac{1}{3}}$ بدست آمد. هس و مورای روابط خود را به منظور استفاده در سیستم‌های هیدرولیکی استخراج نمودند ولی رابطه ۱۱ به منظور استفاده در سیستم‌های گرمایی-هیدرولیکی (در این مقاله مبادله‌کن‌های گرمایی لوله‌ای) استخراج شده است. از آن جایی که در ادامه از رابطه ۱۱ به فراوانی استفاده خواهد شد لذا از آن به عنوان "رابطه نسبت قطرهای در تقسیمات متوالی" یاد خواهد شد. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد این رابطه مستقل از طول هر یک از لوله‌ها بدست آمده است. همچنین می‌توان اثبات نمود که با همین فرضیات ولی با در نظر گرفتن جریان معشوش می‌توان نوشت:

$$\frac{d_{11}}{d_{12}} = 8^{\frac{1}{6}} \quad (12)$$

می‌توان به طریقی مشابه اثبات نمود که برای سیستمی متشکل از هر تعداد انشعاب دوتایی نیز رابطه نسبت قطرهای در تقسیمات متوالی به ترتیب برای جریان لایه‌ای و معشوش به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{d_{i1}}{d_{i+1,1}} = 4^{\frac{1}{5}} \quad (13)$$

$$\frac{d_{i1}}{d_{i+1,1}} = 8^{\frac{1}{6}} \quad (14)$$

از آن جایی که هدف از استخراج روابط بالا، استفاده از آن‌ها به منظور طراحی مبادله‌کن گرمایی ساختاری لوله‌ای می‌باشد لذا ضروری است به صورت مشابه برای فضای حلقوی بین دو جریان نیز "رابطه نسبت قطرهای در تقسیمات متوالی" استخراج گردد. به طریقی مشابه می‌توان افت فشار در فضای حلقوی بین دو لوله را برای جریان آرام از رابطه زیر بدست آورد:

$$\Delta P_1 = cm_1 \frac{L_1}{dh_{11}^4} \quad (15)$$

که در آن dh قطر هیدرولیکی می‌باشد. قطر هیدرولیکی به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$dh = \frac{4A}{P} \quad (16)$$

که می‌توان اثبات کرد برای استفاده در روابط هیدرولیکی و افت فشار، قطر هیدرولیکی در فضای حلقوی بین دو لوله از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$dh = D_{11} - d_{11} \quad (17)$$

که در آن D_{11} قطر لوله بیرونی و d_{11} قطر لوله درونی است. با استدلالی مشابه می‌توان ثابت کرد که در تقسیمات متوالی برای جریان آرام می‌توان نوشت:

$$\frac{d_{h1}}{d_{h12}} = 4^{\frac{1}{5}} \quad (18)$$

یا به عبارتی دیگر:

$$\frac{D_{11} - d_{11}}{D_{21} - d_{21}} = 4^{\frac{1}{5}} \quad (19)$$

بنابراین با در نظر گرفتن رابطه ۱۱ می‌توان اثبات کرد:

$$\frac{D_{11}}{D_{12}} = 4^{\frac{1}{5}} \quad (20)$$

۴- الگوریتم طراحی مبادله‌کن گرمایی سه‌جریانی

لوله‌ای با ساختار درختی

نمای کلی یک مبادله‌کن گرمایی سه جریانی لوله‌ای با ساختار درختی دارای دو و سه ساختار در شکل ۴ آورده شده است. با توجه به ماهیت طراحی، دو نوع زیر طراحی با عنوان طراحی نوع اول و طراحی نوع دوم مطابق شکل ۴ در نظر گرفته می‌شود. روند هر یک از این طراحی‌ها را می‌توان به صورت خلاصه به صورت زیر بیان نمود:

۱- طراحی نوع اول؛ این طراحی شامل هر سه جریان موجود در ساختار اول (و برای سه‌ساختاری شامل ساختار دوم نیز) می‌باشد. تمامی پارامترهای هندسی هر جریان شامل طول و قطر آن‌ها به عنوان ورودی در نظر گرفته می‌شود. طراحی نوع اول به نوعی یک طراحی از نوع ریتینگ یا ارزیابی به منظور به‌دست آوردن دماهای مجهول ساختار اول بر حسب هندسه جریان‌های این ساختار می‌باشد. از آنجایی دمای کلی ورودی و خروجی به مبادله‌کن گرمایی ساختاری از ابتدا معلوم می‌باشد لذا کلیه دماهای سمت چپ ساختار اول معلوم است و هدف به‌دست آوردن دماهای سمت راست می‌باشد. در مبادله‌کن‌های گرمایی با بیش از سه ساختار این طراحی مربوط به کلیه ساختارهای موجود به جز ساختار اول می‌باشد.

۲- طراحی نوع دوم؛ این نوع طراحی مربوط به طراحی ساختار آخر می‌باشد. در مبادله‌کن گرمایی با سه ساختار، در ساختار سوم و در مبادله‌کن گرمایی دو ساختاری، در ساختار دوم از این نوع طراحی استفاده می‌گردد. کلیه دماهای ورودی و خروجی معلوم است و از آنجایی که بر اساس اصل تقسیمات متوالی قطر جریان‌های نیز معلوم است لذا هدف به‌دست آوردن طول مبادله‌کن گرمایی می‌باشد.



شکل ۴- انواع طراحی در یک مبادله‌کن گرمایی سه جریانی لوله‌ای با ساختار درختی دارای دو و سه ساختار

طراحی نوع دوم به نوعی یک طراحی از نوع سایزینگ به منظور به‌دست آوردن طول مجهول در ساختار آخر بر حسب سایر پارامترهای هندسی و دماهای جریان‌ها (که معلوم هستند) می‌باشد. در ادامه مراحل محاسبات هرکدام از انواع طراحی‌های نوع اول و دوم با جزئیات کافی و به ترتیب بیان و فلوجارت طراحی هریک رسم می‌گردد.

۴-۱- طراحی نوع اول

روش طراحی برای طراحی نوع اول به صورت زیر می‌باشد (بدون از دست دادن کلیت مساله روند برای ساختار اول و برای ساختار درختی با سه ساختار بیان می‌گردد):

ورودی‌ها:

که هر یک از اعداد بدون بعد موجود در روابط ۲۴ تا ۲۶ به صورت

زیر تعریف می‌گردد:

$$\hat{x} = \frac{x}{L} \quad (27)$$

$$NTU_1 = \frac{(UA)_{12}}{C_1} \quad (28)$$

$$R_1 = \frac{(UA)_{32}}{(UA)_{12}} \quad (29)$$

$$R_2 = \frac{(UA)_{13}}{(UA)_{12}} \quad (30)$$

$$\theta_i = \frac{T_i - T_{1,in}}{T_{2,in} - T_{1,in}} \quad (31)$$

$$C_{ij} = \frac{C_i}{C_j} \quad (32)$$

می‌توان اثبات نمود که به دلیل غیرمستقل بودن دستگاه معادلات ۲۴ تا ۲۶، حل آن‌ها منتج به جواب نمی‌شود. در این حالت معادله چهارمی برای یک المان کلی به طول dx که شامل کل جریان‌ها می‌باشد، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\theta_{1,out} C_{12} + (\theta_{2,out} - 1) + (\theta_{3,out} - \theta_{3,in}) C_{32} = 0 \quad (33)$$

با حل دستگاه معادلات دیفرانسیل شامل معادلات ۲۴، ۲۵ و ۳۳ می‌توان جواب عمومی برای محاسبه θ_1 ، θ_2 و θ_3 (پروفیل دمای بدون بعد) را به‌دست آورد.

سکولیک و شاه [۹] راه حل عمومی این چنین دستگاه معادلاتی

را به صورت زیر ارائه نمودند:

$$\theta_j(\hat{x}) = \theta_{2,\hat{x}=0} \phi_j(\hat{x}) + \theta_{3,\hat{x}=0} \psi_j(\hat{x}) \quad (34)$$

و $\theta_{2,\hat{x}=0}$ در جدول ۱ و مقادیر $\phi_j(\hat{x})$ و $\psi_j(\hat{x})$ مقادیر

به ترتیب برابر است با: $\theta_{3,\hat{x}=0}$

$$E^+(\xi) = e^{s_1 \hat{x}} + e^{s_2 \hat{x}} \quad (35)$$

$$E^-(\xi) = e^{s_1 \hat{x}} - e^{s_2 \hat{x}} \quad (36)$$

که در آن S_1 و S_2 برابر است با:

$$S_1 = -(\beta - \gamma) \frac{NTU_1}{2} \quad (37)$$

$$S_2 = -(\beta + \gamma) \frac{NTU_1}{2} \quad (38)$$

که در آن:

$$\beta = 1 - \frac{1}{C_{12}} \left[1 + R_1 \left(1 - \frac{1}{C_{32}} \right) \right] \quad (39)$$

$$\gamma = (\beta^2 + 4R_1 C_{12} \alpha)^{\frac{1}{2}} \quad (40)$$

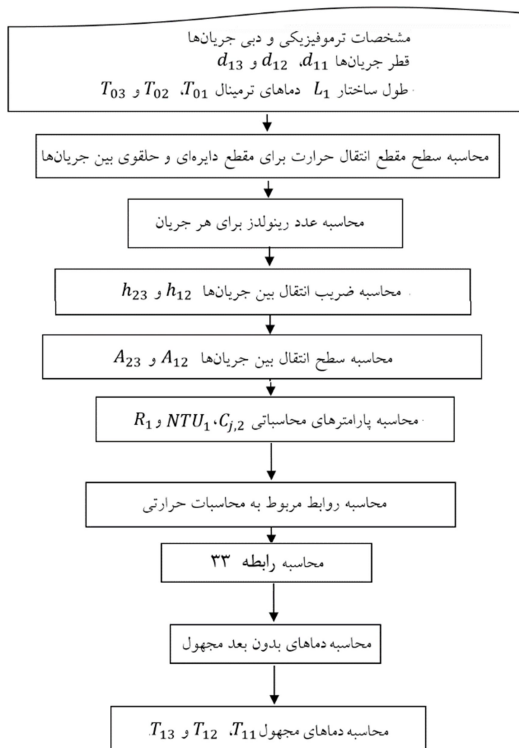
که مقدار α در رابطه ۴۰ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\alpha = 1 + \frac{1}{C_{32}} (-1 + C_{12}) \quad (41)$$

روابط مختلفی به منظور محاسبه ضرایب انتقال گرما در مبادله‌کن‌های گرمایی لوله‌ای در مراجع مختلف ارائه شده است. در این مقاله، به منظور محاسبه ضرایب انتقال گرما برای هر جریان از روابط ارائه شده توسط حمیدی [۱۰] - که در آن کلیه روابط محاسبه ضرایب انتقال گرما مبادله‌کن‌های لوله‌ای آورده شده است - استفاده می‌گردد.

جدول ۱- روابط محاسباتی مربوط به رابطه ۳۴

j	$\phi_j(\hat{x})$	$\psi_j(\hat{x})$
1	$-\frac{1}{C_{32}} \psi_1(\hat{x}) + \frac{1}{\gamma} E^-(\xi)$	$\frac{1}{2\alpha} [2 - E^+(\xi) - E^-(\xi) \frac{\beta}{\gamma}]$
2	$-\frac{1}{C_{32}} \psi_2(\hat{x}) + \frac{1}{2} [E^+(\xi) - E^-(\xi) \frac{\beta-2}{\gamma}]$	$\psi_1(\hat{x}) - \frac{R_1 C_{12}}{\gamma} E^-(\xi)$
3	$\frac{1}{C_{32}} [(\phi_2(\hat{x}) - 1) - C_{12} \phi_1(\hat{x})]$	$1 - \frac{1}{C_{32}} [-\psi_2(\hat{x}) + C_{12} \psi_1(\hat{x})]$



شکل ۵- فلوجارت مربوط به طراحی نوع اول

۲-۴- طراحی نوع دوم

این روش طراحی برای ساختار آخر از یک ساختار درختی کاربرد دارد. فلوجارت مربوط به الگوریتم طراحی نوع دوم بر مبنای مراحل ارایه شده زیر در شکل ۶ به تصویر کشیده شده است. ورودی‌ها:

۱- مشخصات ترموفیزیکی و دبی جریان‌ها.

۲- قطر جریان‌ها d_{11} , d_{12} و d_{13} .

۳- کلیه دماهای ورودی و خروجی.

خروجی:

۱- طول ساختار.

روش طراحی نوع اول به ترتیب برابر است با:

۱- محاسبه قطر جریان‌ها بر اساس رابطه نسبت تقسیمات متوالی و قطرهای ساختار قبلی.

۲- محاسبه سطح مقطع انتقال گرما برای مقاطع دایره‌ای و حلقوی بین جریان‌ها

۳- محاسبه عدد رینولدز برای هر جریان

۴- محاسبه ضریب انتقال بین جریان‌ها h_{12} و h_{23} .

۵- محاسبه سطح انتقال بین جریان‌ها A_{12} و A_{23} با توجه به معلوم بودن d_{11} , d_{12} و d_{13} بر حسب طول ساختار.

۶- محاسبه پارامترهای محاسباتی روابط ۴۲ تا ۴۴.

۶- محاسبه روابط ۳۴ تا ۴۱ بر حسب طول ساختار.

۷- استفاده از رابطه ۳۳ بر حسب طول ساختار به منظور محاسبه طول آن.

۱- مشخصات ترموفیزیکی و دبی جریان‌ها.

۲- قطر جریان‌ها d_{11} , d_{12} و d_{13} .

۳- طول ساختار L_1 .

۴- دماهای خروجی T_{01} , T_{02} و T_{03} .

خروجی‌ها:

۱- محاسبه دماهای مجهول T_{11} , T_{12} و T_{13} .

۲- بار گرمایی ساختار.

روش طراحی نوع اول به ترتیب برابر است با:

۱- محاسبه سطح مقطع انتقال گرما برای مقطع دایره‌ای و حلقوی بین جریان‌ها.

۲- محاسبه عدد رینولدز برای هر جریان.

۳- محاسبه ضریب انتقال بین جریان‌ها h_{12} و h_{23} .

۴- محاسبه سطح انتقال بین جریان‌ها A_{12} و A_{23} با توجه به معلوم بودن d_{11} , d_{12} و d_{13} و نیز L_1 .

۵- محاسبه پارامترهای محاسباتی بدون بعد زیر بر اساس روابط ارایه شده:

$$C_{j,2} = \frac{(mc)_j}{(mc)_2} \quad (42)$$

$$NTU_1 = \frac{(UA)_{12}}{(mc)_1} \quad (43)$$

$$R_1 = \frac{(UA)_{32}}{(UA)_{12}} \quad (44)$$

۶- محاسبه روابط ۳۴ تا ۴۱ به منظور انجام محاسبات گرمایی برای هر سه جریان و روابط بین آن‌ها.

۷- استفاده از رابطه ۳۳ به منظور محاسبه دماهای مجهول T_{11}

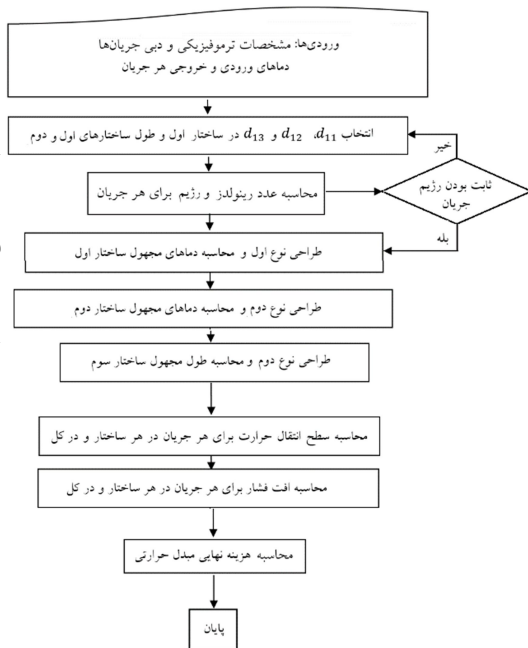
و T_{12} .

به این ترتیب می‌توان دماهای مجهول مورد نظر را به دست آورد.

نکته حائز اهمیت این است که مجهولات هر ساختار در این نوع طراحی در حکم معلومات ساختار بعدی می‌باشد. به این صورت که دماهای محاسبه شده در این ساختار به منظور محاسبات در ساختار بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

فلوجارت مربوط به الگوریتم طراحی نوع اول بر مبنای مراحل ارایه شده ۱ تا ۷ در شکل ۵ به تصویر کشیده شده است.

سالیانه به عنوان تابع هدف نتایج بهینه مورد بررسی قرار می‌گیرد.



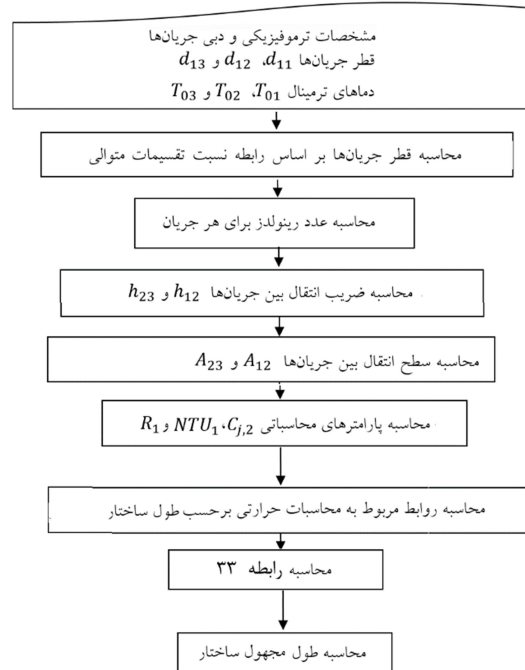
شکل ۷- فلوچارت مربوط به الگوریتم کلی طراحی

۵- مطالعه موردی

اگرچه مقالات محدودی در زمینه‌های مرتبط با مبادله‌کن‌های گرمایی سه‌جریانی توسط محققان ارائه شده، با این وجود در همین مقالات محدود نیز پیدا کردن یک مطالعه موردی که در آن خواص و نوع جریان‌های موجود در آن مطالعه موردی با جزئیات ذکر شده باشد لاقلاً توسط نویسندگان این مقاله پیدا نشد. اغلب این مقالات در مورد پیدا کردن و ارائه روش‌هایی به منظور طراحی مبادله‌کن‌های گرمایی غیرساختاری می‌باشد که در آن هدف به دست آوردن مقدار NTU است و بنابراین برای محاسبات مربوط به خواص ترموفیزیکی سیال نیست. مع‌الوصف نگارنده از مشخصات فرآیندی سه جریان از یک مطالعه موردی چندجریانی مربوط به نونز و همکاران [۱۱] به عنوان مطالعه موردی استفاده نموده‌اند. مشخصات ترموفیزیکی و دماهای ورودی و خروجی جریان‌های مربوط به این سه‌جریان در جدول ۲ آورده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، جریان‌های مربوط به این مطالعه موردی شامل یک جریان گرم و دو جریان سرد می‌باشد. فرضیات موجود به منظور شبیه‌سازی و بهینه‌سازی این مبادله‌کن گرمایی همان فرضیاتی است که در بخش ۲ نیز بیان گردید.

جدول ۲- مشخصات فرآیندی و ترموفیزیکی جریان‌های مطالعه

	موردی [۱۱]					
	$T_1(^{\circ}C)$	$T_2(^{\circ}C)$	$\dot{m}(kg/s)$	$\rho(kg/m^3)$	$C(j/kgK)$	
H1	۱۵۰	۶۰	۲۵	۷۰۰	۸۰۰	
C1	۲۰	۱۲۵	۲۷/۷	۷۵۰	۹۰۰	
C2	۲۵	۱۰۰	۳۷/۵	۷۵۰	۸۰۰	



شکل ۶- فلوچارت مربوط به طراحی نوع دوم

۴-۳- الگوریتم کلی طراحی یک مبادله‌کن گرمایی لوله‌ای ساختاری

بر مبنای طراحی نوع اول و دوم، الگوریتم کلی طراحی یک مبادله‌کن گرمایی سه‌جریانی لوله‌ای دارای ساختار درختی ارائه می‌گردد. فلوچارت کلی مربوط به طراحی یک مبادله‌کن گرمایی سه‌جریانی لوله‌ای دارای ساختار درختی در شکل ۷ نشان داده شده است. قبل از استفاده از این فلوچارت نکات مهم زیر می‌بایست مورد توجه و دقت قرار بگیرد:

۱- این الگوریتم برای یک مبادله‌کن گرمایی با سه ساختار ارائه شده است. با تغییرات بسیار اندک می‌توان از آن برای مبادله‌کن گرمایی دوساختاری و بیش از سه ساختاری استفاده نمود.

۲- در مورد شرط بررسی عدد رینولدز و رژیم جریان باید عنوان شود که به منظور اجتناب از پیچیدگی‌های ناشی از حالت گذار در هر لوله فرض می‌شود که جریان در هر لوله از ابتدا تا انتها دارای یک نوع رژیم جریان بوده و رژیم جریان آن تغییر نمی‌کند. به بیان دیگر اگر یک جریان با حالت آرام وارد ساختار اول شود، مبادله‌کن گرمایی را با همان رژیم آرام ترک می‌کند و یا اگر یک جریان با حالت مغشوش نیز وارد ساختار اول شود، مبادله‌کن گرمایی را با همان رژیم ترک می‌کند. در حالتی که هندسه مبادله‌کن گرمایی به صورتی باشد که در طول ساختارها تغییر رژیم جریان اتفاق بیفتد آن هندسه مبادله‌کن گرمایی از همان ابتدا در الگوریتم حذف می‌گردد.

۳- بر مبنای الگوریتم و فلوچارت کلی طراحی یک مبادله‌کن گرمایی سه‌جریانی لوله‌ای با ساختار درختی که در شکل‌های ۴ تا ۶ نشان داده شده است، می‌توان برحسب تابع هدف مورد نظر و روش بهینه‌سازی مناسب یک الگوریتم بهینه‌سازی رسم نمود. در مطالعه موردی انجام گرفته در بخش بعدی با در نظر گرفتن هزینه نهایی

۵-۱- قرارداد نام‌گذاری جریان‌ها

طول، قطر جریان‌ها و سایر پارامترهای هندسی هر ساختار می‌تواند با ساختار دیگر متفاوت باشد. به منظور سهولت در نام‌گذاری پارامترها و متغیرها مانند طول، سطح انتقال گرما و غیره، هر متغیر به صورت ψ_{ij} (متغیر دلخواه می‌باشد) نشان داده می‌شود که در آن i نشان دهنده ساختار نام و j نشان دهنده نوع جریان می‌باشد. مقادیر j شامل اعداد ۱ تا ۳ است. به طور مثال d_{31} بیان‌گر طول قطر اول در ساختار سوم می‌باشد و یا A_{22} بیان‌گر مساحت انتقال گرما جریان دوم در ساختار دوم می‌باشد.

۵-۲- روابط اقتصادی به منظور ارزیابی اقتصادی

هزینه نهایی سالیانه یک سیستم را می‌توان به صورت مجموع هزینه سرمایه‌گذاری سالیانه شده و هزینه عملیاتی و نگهداری آن سیستم در نظر گرفت. بنابراین می‌توان هزینه نهایی سالیانه TAC را به صورت زیر تعریف نمود:

$$TAC = ACI + OMC \quad (45)$$

که در آن ACI هزینه سرمایه‌گذاری سالیانه شده (در این‌جا هزینه خرید مبادله‌کن گرمایی) و OMC هزینه عملیاتی و نگهداری سیستم (در این‌جا عمدتاً هزینه پمپاژ جریان‌ها) می‌باشد. در این مقاله به منظور محاسبه هزینه سرمایه‌گذاری در مبادله‌کن‌های گرمایی لوله‌ای از روابط و مقادیر موجود در مرجع [۱۲] - که با استفاده از ضریب مارشال سویفت به روز شده است - استفاده می‌گردد.

مقدار ACI با ضرب ضریب هزینه سالیانه در قیمت نهایی مبادله‌کن گرمایی به دست می‌آید. ضریب هزینه سالیانه به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$C_1 = \frac{(1+i)^a}{a} \quad (46)$$

که در آن i نرخ بهره سالیانه و a عمر سیستم می‌باشد و مقادیر آن در این مطالعه موردی در جدول ۳ نشان داده شده است. از طرفی هزینه عملیاتی سیستم - که عمدتاً هزینه پمپاژ جریان‌ها است - را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$OMC = \frac{(E_1 + E_2 + E_3) f_e t_{ope}}{1000} \quad (47)$$

که در آن E_1 ، E_2 و E_3 مقدار توان پمپاژ به ترتیب در جریان‌های اول، دوم و سوم، f_e هزینه الکتریسیته بابت پمپاژ و t_{ope} مدت زمان سالیانه عملکرد سیستم می‌باشد که مقادیر هزینه الکتریسیته بابت پمپاژ و مدت زمان سالیانه عملکرد سیستم در جدول ۳ نشان داده شده است. با در نظر گرفتن η_p به عنوان بازده پمپ، مقدار E (توان پمپاژ) را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$E = \frac{\dot{m} \Delta P}{\rho \eta_p} \quad (48)$$

جدول ۳- مقادیر ضرایب محاسباتی به منظور استفاده در روابط اقتصادی

پارامتر	$f_e (\$/kWh)$	$t_{ope} (hr/yr)$	$i (%)$	$a (yr)$
مقدار	۰/۰۶۵	۸۰۰۰	۱۵	۱۰

۵-۳- روش بهینه‌سازی و حدود متغیرها

بهینه‌سازی تابع هدف یا به عبارتی کمینه‌سازی هزینه سالیانه نهایی بر اساس فلوجارت شکل‌های ۴ تا ۶ و به کمک الگوریتم ژنتیک انجام می‌گیرد. متغیرهای تصمیم (اصلی) پارامترهای هندسی جریان‌ها شامل قطر هر جریان در هر ساختار و طول ساختار است. بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک با ۱۰۰ تولیدمثل، احتمال کراس اور ۰/۸ و احتمال جهش ۰/۴ انجام گرفته شده است. کلیه محاسبات و الگوریتم‌ها در محیط نرم افزار MATLAB کدنویسی و انجام گرفته شده است.

در جدول ۴ متغیرهای موجود و محدوده تغییرات آن (حد پایین، حد بالا و گام هر متغیر) در یک مبادله‌کن گرمای دو ساختاری و سه ساختاری آورده شده است. تعداد متغیرهای ورودی برای یک مبادله‌کن گرمای سه جریانی با دو و سه ساختار در یک سطح انتقال گرما ثابت به ترتیب برابر ۴ و ۵ می‌باشد.

۵-۴- نتایج

مطالعه موردی حاضر مطابق الگوریتم ارائه شده در این مقاله و با در نظر گرفتن مبادله‌کن گرمای ساختاری با دو و سه ساختار و نیز مبادله‌کن گرمای غیر ساختاری شبیه‌سازی و با در نظر گرفتن هزینه نهایی سالیانه به عنوان تابع هدف بهینه گردیده است. هدف آن است که مقدار کمینه هزینه نهایی سالیانه برای حالت ساختاری با حالت غیرساختاری مقایسه شده و درصد بهبود سیستم مورد بررسی قرار گیرد.

در جدول ۵ نتایج مربوط به حالت بهینه برای یک مبادله‌کن گرمای سه جریانی لوله‌ای با دو و سه ساختار آورده شده است. در این جدول پارامترهای هندسی شامل قطر بهینه برای هر یک از سه جریان در ساختار اول و دوم و طول هر ساختار برای مبادله‌کن گرمایی لوله‌ای با دوساختار نشان داده شده است. همچنین در جدول ۵ پارامترهای هندسی شامل قطر بهینه برای هر یک از سه جریان در ساختار اول تا سوم و طول هر یک از سه ساختار برای مبادله‌کن گرمایی لوله‌ای با سه ساختار نشان داده شده است.

جدول ۴- متغیرهای تصمیم و حدود تغییرات آن‌ها

پارامتر	حد پایین	حد بالا	گام
دو ساختاری	$d_{1,1} (mm)$	۱۰۰	۵۰۰
	$d_{1,2} (mm)$	۱۵۰	۵۵۰
	$d_{1,3} (mm)$	۲۰۰	۶۰۰
	$L_i (m)$	۱۰	۶۰
سه ساختاری	$d_{1,1} (mm)$	۱۰۰	۵۰۰
	$d_{1,2} (mm)$	۱۵۰	۵۵۰
	$d_{1,3} (mm)$	۲۰۰	۶۰۰
	$L_i (m)$	۱۰	۶۰
	$L_2 (m)$	۱۰	۶۰

جدول ۵- مقادیر بهینه پارامترهای هندسی در حالت دو و سه

ساختاری				
ساختار	ردیف	پارامتر	دو ساختاری	سه ساختاری
۱	۱	$d_{1,1}(mm)$	۱۰۰	۱۵۰
	۲	$d_{1,2}(mm)$	۲۰۰	۲۵۰
	۳	$d_{1,3}(mm)$	۳۵۰	۴۰۰
۲	۴	$d_{2,1}(mm)$	۷۵/۸	۱۱۳/۸
	۵	$d_{2,2}(mm)$	۱۴۱/۴	۱۸۹/۵
	۶	$d_{2,3}(mm)$	۲۴۷/۵	۳۰۲/۱۴
۳	۷	$d_{3,1}(mm)$	---	۸۶/۲
	۸	$d_{3,2}(mm)$	---	۱۴۳/۶
	۹	$d_{3,3}(mm)$	---	۲۲۹/۷
۱	۱۰	$L_1(m)$	۳۵	۲۵
۲	۱۱	$L_2(m)$	۱۸/۶	۱۵
۳	۱۲	$L_3(m)$	---	۱۱/۴

کاهش قابل ملاحظه‌ای داشته است. شایان ذکر است که مقادیر درصد بهبود نسبت به مبادله‌کن گرمایی غیرساختاری لحاظ شده است.

جدول ۶- مقادیر افت فشار در حالت بهینه برای دوساختار

جریان	ساختار اول $\Delta P(kPa)$	ساختار دوم $\Delta P(kPa)$	کل $\Delta P(kPa)$
H1	۹۶/۶	۱۰۰/۳	۱۹۶/۹
C1	۴۸/۴	۵۰/۳	۹۸/۷
C2	۵۶/۶	۶۸/۲	۱۲۴/۲

جدول ۷- مقادیر افت فشار در حالت بهینه برای دوساختار

جریان	ساختار اول $\Delta P(kPa)$	ساختار دوم $\Delta P(kPa)$	ساختار سوم $\Delta P(kPa)$	کل $\Delta P(kPa)$
H1	۶۰/۲	۶۸/۲	۵۲/۵	۱۸۰/۹
C1	۳۰/۰	۲۹/۴	۲۲/۰	۸۱/۴
C2	۳۹/۶	۴۱/۷	۳۷/۵	۱۱۸/۸

جدول ۸- مقایسه نتایج بهینه برای مبادله‌کن گرمایی ساختاری و

غیرساختاری

جریان	$\Delta P(kPa)$	درصد بهبود	$A(m^2)$	درصد بهبود
دو ساختاری	۴۲۸/۸	۱۴/۴	۳۱/۹	۱۹/۰
سه ساختاری	۳۸۱/۱	۲۴/۰	۲۷/۷	۲۹/۷
غیرساختاری	۵۰۱/۲	---	۳۹/۴	---

جدول ۹- مقایسه هزینه نهایی سالیانه کمینه برای مبادله‌کن

گرمایی ساختاری و غیرساختاری

$\Delta P(kPa)$	هزینه نهایی (\$/yr)	درصد بهبود
دو ساختاری	۱۷۳۸۹/۲	۱۷/۲
سه ساختاری	۱۵۲۸۶/۲	۲۷/۲
غیرساختاری	۲۱۰۰۱/۸	---

نکته قابل توجه در این است که با توجه به قید محدودیت عدد اسولتنس که در بخش ۲-۱ ذکر گردید و در کدنویسی نیز لحاظ گردیده است، ابعاد بهینه استخراج شده است. در صورت عدم لحاظ قید مربوط به عدد اسولتنس احتمالاً نتایج بهینه‌تری به دست می‌آید ولی نتایج آن به دلیل غیر قابل صرف نظر نمودن افت فشارهای موضعی از دقت لازم برخوردار نخواهد بود.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله مفاهیم نظریه ساختاری به منظور مدل سازی، طراحی و بهینه‌سازی مبادله‌کن‌های گرمایی سه جریانی لوله‌ای بسط و گسترش داده شد. استفاده از مفاهیم طراحی چند مقیاسی (در مقابل تک مقیاسی) و ساختارهای درختی در این گونه مبادله‌کن‌های گرمایی مورد بررسی قرار گرفت. از آنجایی که طراحی مبادله‌کن‌های گرمایی سه‌جریانی در مقایسه با مبادله‌کن‌های گرمایی دو جریانی از پیچیدگی‌های بسیار بیشتری برخوردار است و از طرفی دیگر استفاده از ساختارهای درختی پارامترهای موجود در طراحی را چند برابر می‌نماید لذا طراحی این نوع مبادله‌کن‌های گرمایی از پیچیدگی زیادی برخوردار

در جدول ۶ نتایج مربوط به میزان افت فشار مربوط به حالت بهینه مبادله‌کن گرمایی سه جریانی لوله‌ای با دو ساختار آورده شده است. در این جدول میزان افت فشار هر جریان به تفکیک در هر ساختار آورده شده است. همچنین در جدول ۷ نتایج مربوط به میزان افت فشار مربوط به حالت بهینه مبادله‌کن گرمایی سه جریانی لوله‌ای با سه ساختار به تفکیک آورده شده است.

در جدول ۸ مقدار افت فشار کل و سطح انتقال گرما برای مبادله‌کن گرمایی سه جریانی - لوله‌ای با دو و سه ساختار با مقدار افت فشار کل و سطح انتقال گرما بهینه مبادله‌کن گرمایی سه جریانی لوله‌ای غیر ساختاری مقایسه و درصد بهبود هر کدام از آن‌ها نشان داده شده است. همان طور که ملاحظه می‌گردد، میزان افت فشار و سطح انتقال گرما در حالت سه ساختاری بهینه نسبت به دو ساختاری بهینه و آن نیز نسبت به حالت غیرساختاری بهینه بهبود قابل ملاحظه‌ای یافته است. تاثیر استفاده از ساختارهای درختی در مقدار افت فشار بسیار ملموس و قابل توجه بوده و این مساله به خصوص در مورد جریان‌های گازی بسیار با اهمیت و حیاتی می‌باشد. میزان کاهش سطح انتقال گرما در بار ثابت در حالت ساختاری نسبت به حالت غیرساختاری باعث کاهش هزینه خرید و سرمایه‌گذاری مبادله‌کن گرمایی خواهد بود که از این حیث بسیار قابل ملاحظه است. استفاده از ساختارهای درختی به نوعی موجب می‌گردد تا میزان افت فشار و انتقال گرما در کل مبادله‌کن گرمایی به صورت یکپارچه تقسیم شود و از این حیث موجب بهبود قابل توجه در پارامترهای اساسی یک مبادله‌کن گرمایی می‌گردد.

در جدول ۹ هزینه نهایی بهینه شده برای مبادله‌کن گرمایی غیرساختاری، دو ساختاری و سه ساختاری ارایه و مقایسه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد فارغ از هزینه‌های مربوط به پیچیدگی ساخت مبادله‌کن‌های گرمایی ساختاری، هزینه نهایی این نوع مبادله‌کن‌های گرمایی نسبت به مبادله‌کن‌های گرمایی غیرساختاری

است. استفاده از مفاهیم نظریه ساختاری و بررسی ساختاری مبادله‌کن‌های گرمایی به صورتی در این مقاله مدل‌سازی و بررسی شده است که موجبات کاهش پارامترهای طراحی را با استفاده از برخی قوانین مستخرج از مدل‌سازی هندسی، گرمایی و هیدرولیکی فراهم می‌نماید. در بسیاری از کارهای انجام گرفته شده در زمینه نظریه ساختاری مدل‌سازی هیدرولیکی یا گرمایی به تنهایی مورد بررسی قرار می‌گرفت و معدود کارهایی به بررسی همزمان این دو مقوله پرداخته است که هرکدام از آن‌ها به نوعی یک حالت خاص و ساده شده را شامل می‌گردد. با توجه به این که در مبادله‌کن‌های گرمایی هر دو مقوله انتقال گرما و افت فشار حائز اهمیت فراوان می‌باشد لذا هر دو این مقولات به منظور مدل‌سازی ساختاری در این مقاله مورد توجه قرار گرفته است.

نتایج کلی این مطالعه را می‌توان به اختصار به صورت زیر بیان نمود:

- استفاده از طراحی چند مقیاسی اثر قابل توجهی بر کاهش افت فشار و کاهش سطح انتقال گرما جریان‌ها دارد.
- استفاده از مبادله‌کن‌های گرمایی در یک افت فشار ثابت که می‌تواند برابر بیشترین افت فشار مجاز هر جریان در نظر گرفته شود، می‌تواند سطح انتقال گرما را به میزان قابل توجهی کاهش دهد.
- استفاده از نظریه ساختاری سبب توزیع بهینه مقاومت‌های گرمایی و هیدرولیکی سیستم می‌گردد.
- افزایش تعداد تقسیمات می‌تواند سبب بهبود عملکرد مبادله‌کن گرمایی گردد اما در مقابل بر پیچیدگی‌های مساله می‌افزاید.
- می‌توان با استفاده از طراحی چند مقیاسی و برای یک مبادله‌کن گرمایی در سطح انتقال گرما ثابت و افت فشار ثابت، بازافت گرما را در مقایسه با مبادله‌کن‌های گرمایی معمولی افزایش قابل توجهی داد.
- با توجه به نتایج حاصل پیشنهاد می‌گردد که در صنایع مختلف از مبادله‌کن‌های گرمایی ساختاری با ساختارهای درختی استفاده گردد. البته اشکال عمده استفاده از این نوع مبادله‌کن‌های گرمایی در افزایش پیچیدگی‌های مربوط به ساخت آن‌ها است که قطعاً می‌توان با اتخاذ تصمیمات و روش‌های مقتضی این ایراد را نیز به نحو موثر برطرف نمود.

۷- نمادها

A	سطح انتقال گرما (m^2)
a	عمر سیستم
ACI	هزینه سرمایه‌گذاری سالیانه شده
C	ظرفیت گرمایی (kJ/kg)
C_1	ضریب سالیانه
d	قطر (mm)
dh	قطر هیدرولیکی (mm)
E	توان (kW)
f_e	هزینه الکتریسیته (\$/kWh)
h	ضریب انتقال گرما جابه‌جایی (W/m^2K)

i	نرخ بهره
L	طول (m)
\dot{m}	دبی جرمی (kg/s)
NTU	تعداد مراحل انتقال
OMC	هزینه عملیاتی
P	فشار (kPa)
T	دما ($^{\circ}C$)
TAC	هزینه نهایی سالیانه
t_{ope}	مدت زمان سالیانه عملکرد سیستم (hr/yr)
U	ضریب کلی انتقال گرما (W/m^2K)
ξ	تابع لاگرانژ
λ	عدد لاگرانژ
η_p	بازده پمپ
ϑ	حجم مخصوص (m^3/kg)
ρ	چگالی (kg/m^3)

۸- مراجع

- [1] Bejan A., Constructral-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume, Int. J. Heat Mass Transfer, 40, 799–816, 1997.
- [2] Bejan A., Advanced Engineering Thermodynamics, 2nd ed. Wiley, NewYork, 1997.
- [3] Bejan A., Dendritic constructral heat exchanger with small-scale crossflows and larger-scale counterflows, Int. J. Heat Mass Transfer; 45, 4607–4620, 2002.
- [4] Raja V.A.P, Basak T. and Das S.K., Thermal performance of a multi-block heat exchanger designed on the basis of Bejan's constructral theory. Int J Heat Mass Transfer, 51, pp. 3582-3594, 2008.
- [5] Zimparov V.D., da Silva A.K., Bejan A., Thermodynamic optimization of tree-shaped flow geometries, Int. J. Heat Mass Transfer; 49, pp. 1619–1630, 2006.
- [6] Vahdat Azad A., Amidpour M, Economic optimization of shell and tube heat exchanger based on constructral theory, Energy Journal, 36, pp. 1-10, 2010.
- [7] Yang J., Fan A., Liu A. and Jacobi A.M., Optimization of shell-and-tube heat exchangers conforming to TEMA standards with designs motivated by constructral theory, Energy Conversion and Management, 78, pp. 468-476, 2014.
- [8] Sotoodeh A.F., Amidpour M., ghazi M., Developing of Constructral Theory Concept for Plate – Fin Heat Exchanger Modeling, Design and Optimization, International Journal of Exergy, 2014.
- [9] Sekulic D.P., Shah R.K., Thermal design theory of three-fluid heat exchanger, Adv. Heat Exchanger 26, pp. 219–327, 1995.
- [10] علی اصغر حمیدی، تبادل‌گره‌های گرمایی، انتشارات دانشگاه تهران، چاپ اول، ۱۳۹۰.
- [11] Picon-Núñez M., Polley G.T. and Medina-Flores M., Thermal design of multi-stream heat exchangers, Applied Thermal Engineering, 22, pp. 1643-1660, 2002 .
- [12] M. Peters, Timmerhaus K., West R., Plant Design and Economics for Chemical Engineers, McGraw-Hill, 2003.