شبيهسازي جريان ماسه به وسيله روش هيدروديناميك ذرات هموار با تراكم پذيري جزئي

امیره نوربخش*	استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران
فردين روزبهاني	استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد همدان، ایران
مجيد كوهينى تفرشى	دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

چکیدہ

در این تحقیق با استفاده از یک روش کاملا لاگرانژی مبتنی بر ذرات و آزاد از شبکه به نام روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)، شبیهسازی رفتار ماسه در تغییر شکل بستر سواحل ماسهای انجام شده است. در این پژوهش از شرط تراکمپذیری جزئی برای الگوریتم هیدرودینامیک ذرات هموار استفاده شده است. مبنای این الگوریتم استفاده از معادله حالت تیت بجای استفاده از معادله پواسون برای محاسبه فشار میباشد. در این پژوهش رفتار ماسه بهعنوان یک سیال غیر نیوتنی ارزیابی شده است. در فرایند اعتبارسنجی، جریان خروجی از زیر دریچهی غوطهور، مسأله کلاسیک شکست شد و پدیدهی انتقال رسوب بهصورت یک سیال دوفازی آب-رسوب مورد بررسی قرار گرفتند. نتایج با دادههای آزمایشگاهی و کارهای عددی مقایسه شد و تطابق خوبی مشاهده گردید. تغییرات ظاهر یک بستر ساحل ماسهای با مشخصات فیزیکی و رئولوژیکی مشخص، تحت تأثیر یک پدال موجساز سینوسی، تحت تأثیر تنش تسلیم ۲۰۰۹هر بستر ساحل ماسهای با مشخصات فیزیکی و رئولوژیکی مشخص، تحت تأثیر یک پدال موجساز سینوسی، تحت تأثیر تنش تسلیم ۲۰۰<u>مو</u> دو این چهر ثانیه، شکل ریپلهای مختلف مدلسازی شد. ظاهر بستر شبیهسازی شده تحت تأثیر تنش تسلیم ۲۰۰<u>مو</u> به سرعت تغییر کرده و بعد از گذشت

واژه های کلیدی: هیدرودینامیک ذرات هموار، تراکمپذیری جزئی، سیال غیر نیوتنی، بستر ساحل ماسهای، معادله حالت تیت.

Simulation of sand particles flow with weakly compressible smoothed particle hydrodynamics method

A. Nourbaksh	Department of Mechanical Engineering, University of Bu-Ali Sina, Hamedan, Iran
F. Rouzbahani	Department of Mechanical Engineering, University of Islamic Azad, Hamedan, Iran
M. Kouhini Tafreshi	Department of Mechanical Engineering, University of Bu-Ali Sina, Hamedan, Iran

Abstract

In this research, using a mesh free particle method based on Lagrangian formulation called smoothed particle hydrodynamics (SPH), sand behaviour on the transformation of sandy beaches was simulated. In this paper, weakly compressibility condition was used for SPH algorithm. This algorithm is based on the application of Tait equation of state rather than Poisson's equation for pressure calculation. In this research, sand behaviour was evaluated as a non-Newtonian fluid. In the validation process, flow under a gate, a dam break and sedimentation problem as a water-sediment two-phase flow were investigated. The results were validated with experimental data and numerical values and a good agreement was observed. The appearance of sandy beaches with given physical and rheological characteristics under the effect of a sinusoidal wave generator pedal was modeled under yield stress values of $\tau_y = 200$ Pa, so that the form of the bed ripples reached a relative stability after 2-4 seconds.

Keywords: Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), Weakly compressibility, Non-Newtonian fluid, Sandy beach, Tait equation of state.

۱– مقدمه

روش عددی هیدرودینامیک ذرات هموار که به اختصار SPH نامیده میشود، قدیمی ترین روش لاگرانژی آزاد از شبکه است که همچنان مورد استفاده قرار می گیرد. روش هیدرودینامیک ذرات هموار در سال ۱۹۷۷ برای حل عددی مسائل دینامیک گازی در فضای آزاد (جریانهای سماوی)، توسط لوسی [۱]، گینگلد و موناهان [۲] ابداع شد. هیدرودینامیک ذرات هموار روشی لاگرانژی است که در آن سیال به ذرات زیادی، که با سرعت جریان حرکت میکنند، گسسته میشود. روش عددی هیدرودینامیک ذرات هموار مزایای متعددی نسبت به روشهای شبکه مبنا دارد. به دلیل اینکه ذرات مشخصههای خود را با

در دو دهه اخیر تلاشهای زیادی برای شبیهسازی مسائل مختلف با استفاده از روش عددی هیدرودینامیک ذرات هموار صورت گرفته است که ازجمله اولین آنها میتوان به جریانات تراکمپذیر، جریان تراکمناپذیر با سطح آزاد (موناهان [۳])، جریان لزج (تاکدا و همکاران

خود حمل میکنند، جابجایی بهصورت خودکار در حل مسأله ملاحظه می شود و حرکت سیال به آسانی توسط حرکت این ذرات نمایش داده می شود. این مزیت، خود را در شبیه سازی جریان دوفازی با اختصاص هر ذره به فاز مخصوص خود، به طور واضح نمایان می سازد. در اینجا با توجه به اینکه سطح مشترک دو فاز به صورت ضمنی توسط مکان ذرات مشخص می شود، هیچ نیازی به ردیابی صریح مرز میانی نیست.

[°] نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: nourbakhsh@basu.ac.ir تاریخ دریافت: ۹۶/۰۳/۱۲ تاریخ پذیرش: ۹۷/۱۹ ۷۲۰

[۴]) و جریان با عدد رینولدز پایین (موریس و همکاران [۵]) اشاره نمود. الرو و همکاران [۶] مدل دیگری را برای جریان تراکمناپذیر معرفی نمودند. در این مدل تراکمناپذیری با ایجاد یک محدودیت سینماتیک، ثابت بودن حجم ذرات سیال، به دست میآید. خایر و همکاران [۷] با استفاده از ارائه روش عددی هیدرودینامیک ذرات هموار تراکمناپذیر اصلاحشده خود، شبیهسازی دقیقی از شکست موج پایداری یکی از مهمترین جنبههای همه روشهای عددی میدرودینامیک پایداری یکی از مهمترین جنبههای همه روشهای عددی میاشد. ذرات هموار ناپایداری کششی است که عموماً در موقعیتهایی اتفاق میکن است، منجر به نتایج غیر فیزیکی گردد. با انجام یک آنالیز پایداری از یک تنش مؤثر که از یک ضریب غیر فیزیکی منفی پدیدار میشود، نتیجه شده است.

تلاشهای زیادی برای شبیه سازی جریان های آشفته با استفاده از روش عددی هیدرودینامیک ذرات هموار صورت گرفته است که از جمله اولین آنها میتوان به تحقیقات ولتون [۹] اشاره کرد. واگنر و لیو [۱۰] نیز روش ذره کرنل باز تولید شده را به عنوان یک فیلتر در شبیه سازی گردابه های بزرگ در جریان آشفته استفاده نمودند. ویولیو و ایسا [۱۱] مدل های آشفته ارتقا یافته در روش عددی هیدرودینامیک ذرات هموار را از ساده ترین دیدگاه تا مدل های پیچیده همانند مدل تنش رینولدزهای جبری ضمنی مطالعه نمودند.

لی و همکاران [۱۲] بالاروی موج را با روش هیدرودینامیک ذرات هموار بر روی یک سازه ساحلی مورد بررسی قرار دادند. مقصودی و همکاران [۱۳] مدلسازی شکست سد با بستر فرسایشپذیر را با استفاده از روش عددی هیدرودینامیک ذرات هموار بررسی کردند. در تحقیق آنها، با توسعه کد دو بعدی سریال SPHysics به یک مدل دو فازی غیرنیوتنی با مدل بینگهام، مسأله شکست سد با بستر متحرک ناشی از رسوبات مدلسازی شده است. تانگ و همکاران [۱۴] مدلی را برای شبیه سازی جریان موئینگی گرمایی در حالت دو بعدی به کار گرفتند. این مدل که برای جریانهای چند فازی متعدد بهکار گرفتهشده، به دلیل توصیف مناسب آنتالپی و انتقال گرما، برای شبيهسازى تغيير فاز (انجماد، ذوب و...) مناسب مىباشد. روش هيدروديناميک ذرات هموار شبه تراکمپذير (WCSPH)، معمولاً در عدد ماخ پایین به دلیل نوسانات کم در متغیر چگالی بکار می روند. این روش برای شبیهسازی جریانات سطح آزاد مختلفی هم چون، موج در ساحل، شکستگی امواج و شکستگی ستونها در سواحل دریا به کار رفته است. یک روش جالب برای اجبار در تراکمناپذیری سیال این است که مشابه روش نیمه ضمنی ذرات متحرک، روش تصویر دو مرحلهای به کار رود. بر پایه این رویه، کومینز و رودمان [۱۵] یک روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکمناپذیر (ISPH) که در آن یک میدان سرعت میانگین در نظر گرفتهشده و معادله فشار پوآسون حل می شود را معرفی کردند. حسینی و همکاران [۱۶] یک نسخه از روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکمناپذیر را پیشنهاد کردند که در آن معادله فشار بهصورت تقریبی حل شده و نیازی به حل دستگاه معادلات ندارد. نسخه اصلاحشده دیگری از این روش را، هو و آدامز [۱۷] برای حل

جریانهای چند فاز با نسبت چگالی زیاد معرفی کردند. آنها همچنین نشان دادند که روش فوق جوابهای دقیقتری نسبت به رویکرد هیدرودینامیک ذرات هموار شبه تراکمپذیر میدهد و درعینحال، سريعتر هم مي باشد. لروى و همكاران [١٨] بر پايه روشي نيمه تحليلي، به اصلاح شرط مرزی جامد در روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکمناپذیر پرداختند. مزیت این روش بر روشهای پیشین، اعمال دقیق تر شرط مرزی نیومن برای حل میدان فشار با استفاده از معادله پواسون فشار و شبیه سازی دقیقتر جریان با هندسه های پیچیده، نسبت به مدلهای پیشین میباشد. دیلی و همکاران [۱۹] برای یافتن روش بهینه در هیدرودینامیک ذرات هموار تراکمناپذیر، انواع روشهای متداول در این زمینه را مورد بحث قرار دادند و نشان دادند که روش-های تراکم پذیر ضمنی معمول به دلیل حجم محاسباتی بالا و سرعت پایینی که در مقایسه با روشهای تراکم پذیر ضعیف دارند، نا کارآمد بوده که برای حل این مشکل روش تراکمناپذیر صریح پیشنهاد شده است. بررسی روش جدید نشان میدهد که این روش سرعت محاسباتی بالاتر و نمودار توزیع فشار هموارتری در مقایسه با روشهای تراکم پذیر ضعیف داشته اما در مقابل خطاهایی در محاسبه دیورژانس سرعت دارد. تحقیقات بیشتری بر روی روشهای هیدرودینامیک ذرات هموار و هيدروديناميك ذرات هموار تراكمناپذير انجام شده است [۲۰-۲۱].

با توجه به اینکه اکثر تحقیقات قبلی با روش های هیدرودینامیک ذرات هموار و هیدرودینامیک ذرات هموار تراکمناپذیر انجام شده است، پژوهش حاضر با هدف شبیهسازی جریانهای سطح آزاد، بهطور مشخص، بررسی عددی تغییر شکل بستر سواحل ماسهای با استفاده از روش WCSPH تعريفشده است. برای نائل شدن به این هدف، الگوریتمی با شرط تراکمپذیری اندک بهعنوان روش پایه معرفی شده است. مبنای این الگوریتم استفاده از معادله حالت تیت بجای استفاده از معادله پواسون برای محاسبه فشار میباشد. در بخش ۲، مبانی روش هیدرودینامیک ذرات هموار به صورت خلاصه بیان شده است. در بخش ۳، روابط حاکم بر مسئله معرفی شده و سپس در بخش ۴، ابتدا به بررسی صحتسنجی الگوریتم و کد کامپیوتری پرداخته میشود و به عنوان اولین مسئله، جریان خروجی از زیر دریچهی غوطهور بررسی می شود. سپس فرایند صحت سنجی برای پدیدهی شکست سد و شبیه-سازی یک مدل رسوب در حالت غیرنیوتنی تکرار می شود. در بخش ۵، فرایند حل مسئله و شبیه سازی هندسه ی بستر ساحلی تشریح می-گر دد.

۲– مفاهیم اصلی

۲–۱– درونیابی

گام کلیدی برای یافتن مقادیر کمیتهای فیزیکی در هر الگوریتم محاسباتی دینامیک سیال، تقریب این کمیتها با استفاده از اطلاعات تعداد محدودی از نقاط میاشد. در روشهای تفاضل محدود این نقاط، رئوس گرمهای شبکه (مشها) میباشند. درحالیکه در روش هیدرودینامیک ذرات هموار ، نقاط درونیابی، ذراتی هستند که همراه با جریان حرکت کرده و خواص سیال را با خود حمل میکنند. روش SPH در واقع یک روش میانگینگیری وزنی برای برآورد کمیت یک پارامتر است. این روش در مراجع به طور مفصل توضیح داده شده و در

اینجا به صورت مختصر آورده شده است.

۲-۲ انتگرال درونیابی

بیان انتگرالی یک کمیت A که تابعی از مختصات فضایی باشد، به شکل زیر ارائه میشود:

$$A(r) = \int A(r')\delta(r - r')dr'$$
⁽¹⁾

که در اینجا $\delta(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}')$ تابع دلتای دیراک است و $d\mathbf{r}'$ المان دیفرانسیلی حجم میباشد.

در روش هیدرودینامیک ذرات هموار، کمیت A که تابعی از مختصات فضایی می باشد، بر اساس درون یابی انتگرالی زیر معین می-شود[۵]:

$$A(r) \approx \int A(r') W(r-r',h) dr'$$
^(Y)

که در آن W تابع درونیابی میباشد. در صورتی که این درونیابی برای یک سیال به کار گرفته شود، محیط سیال به مجموعهای از المان-های جرمی کوچک تقسیم میشود. المان a به جرم m_a ، چگالی ρ_a و A_a موقعیت r_a خواهد داشت. مقدار کمیت A برای ذرهی a بهصورت r_a نمایش داده میشود. انتگرال درونیابی را بهصورت زیر میتوان نوشت:

$$\int \frac{A(\mathbf{r}')}{\rho(\mathbf{r}')} \rho(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \tag{7}$$

که ′p(r')dr یک المان جرم میباشد. این انتگرال را با استفاده از عملگر مجموع بر روی المانهای جرمی میتوان تقریب زد:

$$A_{a}\left(r\right)\approx\sum_{b}m_{b}\frac{A_{b}}{\rho_{b}}W\left(r_{a}\text{-}r_{b}\text{,}h\right) \tag{(f)}$$

علامت مجموع بر روی تمامی ذرات می باشد. اما در عمل، تنها ذرات همسایه نزدیک ذره a مؤثر می باشند. پارامتر h (طول هموارسازی) متناسب با اندازه فاصلهی بین ذرات انتخاب می شود [۲۲].

۲–۳– توابع میانیاب

توابع درونیابی در روش هیدرودینامیک ذرات هموار، نقش کلیدی دارند. این توابع که در واقع نوعی تابع وزن میباشند، چگونگی تقریب زدن مقدار یک کمیت و همچنین اندازه ناحیه تحت تأثیر هر ذره را بیان میکنند. تابع میانیاب بکار رفته در اینجا، تابع میانیاب اسپیلاین مکعبی میباشد[77]:

$$W(\mathbf{r},\mathbf{h}) = \alpha_{D} \times \begin{cases} \left(1 - \frac{3}{2}q^{2} + \frac{3}{4}q^{3}\right) & q < 1 \\ \frac{1}{4}(2 - q)^{3} & 1 < q < 2 \\ 0 & q > 2 \end{cases}$$

یکی از مشکلات رایج در روش های لاگرانژی و ذره-مبنا، در اعمال شرایط مرزی است. معمولاً این کار نسبت به روش های اویلری و

شبکه-مبنا با سختی بیشتری همراه است. روش به کار رفته در اینجا، استفاده از شرط مرزی دافعه است. در این روش، هدف اصلی، ممانعت از خروج ذرات از مرز دیواره میباشد. بهاین ترتیب که یک ردیف ذرات مجازی جامد در اطراف ناحیه سیال چیده میشوند. ذرات مجازی دارای یک نیروی ضربهای قوی هستند که با عکس فاصله دو ذره متناسب میباشد و هنگامی که یک ذره سیال وارد ناحیه تأثیر یک ذره مجازی میشود، با توجه به فاصله دو ذره، این نیرو در راستای خط المرکزین دو ذره به ذره سیال وارد میشو در راستای خط المرکزین

۳- معادلات حاکم

-1-۳ معادلات بقا

معادلات بقای جرم و بقای مومنتم که معادلات حاکم بر جریان سیالات می اشند، به صورت زیر بیان می شوند:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla . \vec{u} = 0 \tag{(7)}$$

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \frac{1}{\rho}\nabla . \vec{\tau} + \vec{g}$$
(Y)

۲-۳ – الگوريتم حل معادلات حاكم

در این پژوهش، یک الگوریتم برای حل معادلات به کار گرفته شده است. در گام اول این الگوریتم، معادله ممنتوم در حضور نیروهای حجمی و در غیاب سایر نیروها حل می شود. در نتیجه یک سرعت میانی محاسبه می گردد. در گام دوم، سرعتهای میانی محاسبه شده در گام اول برای محاسبه |D| (پایای دوم اصلی نرخ کرنش) توسط مؤلفههای سرعت هر ذره به روز شده و موقعیت هر ذره طبق سرعت-های میانی حرکت می کند. تا پایان این مرحله، هیچ شرطی برای تراکمناپذیری سیال اعمال نشده است و سرعتهای میانی به دست آمده معادله بقای جرم را ارضا نمی کنند. حال با اعمال معادله حالت تیت، فشار برحسب چگالی به دست آمده در مرحلهی قبل محاسبه می شود. بعد از محاسبه سرعت اصلاحی، سرعت نهایی ذرات و موقعیت نهای هر ذره در پایان گام زمانی محاسبه می شود.

۳-۳-تشریح معادلهی موقعیت ذرات

معادله حرکت ذره در هر گام زمانی به شکل زیر نوشته میشود:

$$\frac{d\vec{r}_{a}}{dt} = \vec{u}_{a} \tag{A}$$

زمانی که روش هیدرودینامیک ذرات هموار برای شبیهسازی حرکت سیالات استفاده میشود، اصلاحات بیشتری نیز میتواند صورت بگیرد. مثلاً بهجای حرکت ذره بر اساس معادله (۸) حرکت ذرات بر طبق رابطه زیر بدست میآید:

$$\frac{d \vec{r}_{a}}{d t} = \vec{u}_{a} + \varepsilon \sum_{b} m_{b} \frac{\vec{u}_{ba}}{\overline{\rho}_{ab}} W_{ab}$$
(9)

،که در اینجا
$$2/2$$
 $(
ho_{a}+
ho_{b})$ و $ar{u}_{ba}=ar{u}_{b}$. در این معادله $ar{v}_{ab}=(
ho_{a}+
ho_{b})/2$

3 یک ضریب ثابت است و معمولاً $0.5 \ge 3 \ge 0.$ معادله (۹) بهعنوان متغیر XSPH شناخته میشود و موناهان برای اولین بار آن را معرفی نمود. اعمال متغیر XSPH و عبارت تصحیح سرعت با هدف جلوگیری از تداخل ذرات، زمانی که روشهای ذرهای برای شبیهسازی جریانهای سیال که در تماس با یکدیگر هستند، استفاده میشود. بهعلاوه، معادله (۹) تضمین میکند که یک ذره با سرعتی نزدیک به سرعت میانگین ذرات همسایهاش حرکت میکند و برای سیالات نسبتاً تراکم ناپذیر مانند آب، در غیاب لزجت، ذرات را بهطور منظم در کنار هم نگه میدارد[13].

۳-۴- تشریح معادله حالت فشار

یک سیال مثل آب اندکی تراکم پذیر است؛ اما در بسیاری از مسائل دینامیک سیالات، آن را با یک سیال تراکم ناپذیر تقریب میزنند. یک دیدگاه دیگر که سازگاری بیشتری با روش هیدرودینامیک ذرات هموار دارد، این است که سیال، اندکی تراکم پذیر در نظر گرفته میشود. این روش که هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکمپذیری ضعیف نامیده میشود، با اعمال شرط تراکمپذیری ضعیف با استفاده از یک معادله حالت صورت میگیرد. این رویکرد، تقلیدی از یک سیال واقعی است، اما سرعت صوت پایینی دارد و در مقابل، به اندازه کافی بزرگ است تا عدد ماخ تقریباً برابر یک را تضمین سازد؛ بنابراین نوسانات چگالی $\Delta \rho$ کوچکتر از ρ 100 خواهد شد. متداولترین معادله حالتی که در شبیهسازیهای هیدرودینامیک ذرات هموار استاندارد با شرط تراکمپذیری جزئی استفاده میشود، به شکل زیر

$$\mathbf{P} = \mathbf{B} \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma} - 1 \right]$$
 (1.1)

در معادله بالا ρ_0 چگالی مرجع است که برای سیال آب در معادله بالا ρ_0 و $\gamma=7$. تنها اصلاحی که معادله حالت احتیاج $\rho_0=1000 \text{kg/m}^3$ دارد این است که مقدار ثابت B تغییر کند. سرعت صوت در چگالی مرجع عبارت است از [۲۶]:

$$c^2 = \frac{\gamma B}{2} \tag{11}$$

ینابراین اگر $B=100\rho_0u^2/\gamma$ انتخاب شود، نوسان چگالی موردنظر کمتر از ۰/۰۱ خواهد شد. در اینجا u سرعت سیال است. درنتیجه در هر مسئله جدیدی برای یافتن B سرعت بیشینه جریان باید تخمین زده شود. یک مثال ساده، مسئله فروریزش ستون آب به $u^2=2gH$ است. یک تقریب مناسب برای سرعت بیشینه آب، $u^2=2gH$ هست که g شتاب جاذبه زمین است. بر مبنای این رابطه، سرعت صوت به مورد H

۳-۵- تشريح مدل غيرنيوتني

برای شبیه سازی رفتار آب، از یک سیال نیوتنی و برای رفتار ماسه به عنوان یک سیال غیر نیوتنی، از یک مدل رئولوژیکی استفاده شده است. به عبارت دیگر ماسه به عنوان یک سیال بینگهام پلاستیک در نظر گرفته شده است. سیال بینگهام در تنشهای پایین تر از تنش تسلیم تغییر شکلی از خود نشان نمی دهد؛ ولی در مقادیر بالاتر از تنش

تسلیم ساختمان داخلی آن به هم ریخته و امکان حرکت برشی بوجود میآید. در صورتی که تنش برشی به مقدار کمتر از تنش تسلیم برسد، ساختمان داخلی دوباره شکل میگیرد. در سیالات غیرنیوتنی مانند سیال بینگهام برخلاف سیالات نیوتنی، ضریب لزجت بر اساس نرخ کرنش تغییر میکند. رابطه تنش در این مدل بصورت زیر است[۱۶]:

$$\mu_{\rm eff} = \mu_{\rm B} + \frac{\iota_{\rm B}}{\dot{\gamma}} \tag{17}$$

که $\mu_{\rm B}$ ضریب لزجت و $\tau_{\rm B}$ تنش تسلیم بینگهام است. $\dot{\gamma}$ نیز که معرف نرخ تغییر شکل برشی می اشد، به صورت زیر بیان می شود: (که در آن مؤلفه های u و v بردارهای سرعت هستند.)

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)^2}$$
(17)

۴- صحتسنجی

برای اعتبارسنجی و اطمینان از الگوریتم حل بکار رفته، از روش حل فعلی برای شبیهسازی سه مسئلهی متفاوت استفاده شده است.

۴–۱– جریان از زیر دریچهی غوطهور

به عنوان شبیهسازی نخست، با استفاده از روش عددی حاضر جریان خروجی از زیر دریچهی غوطهور مدلسازی می شود و برای صحتسنجی آن از روش VOF مطابق با مرجع [۲۶] استفاده شده است. هندسهی اولیهی مسئله به صورت طول مخزن و ارتفاع اولیهی آب، هر دو برابر با ۱۵/۰ متر و ارتفاع دریچه برابر با ۲۰۳۵ متر در نظر گرفته شده است. در لحظهی آغازین فرض می شود که دریچهی موجود به طور ناگهانی باز شود. مقدار گام زمانی با استفاده از معیارهای همگرایی برابر با ۲۰۰۱ ثانیه و گام مکانی برابر با ۲۰۰۵ متر در نظر گرفته شده است. مشخصات محاسباتی در روش حاضر در جدول ۱ نشان داده شده است. وضعیت سطح آزاد مخزن و جریان خروجی دریچه در لحظههای زمانی مختلف بر اساس روشهای ذکر شده در شکل ۱ نشان داده شده است.

جدول ۱- مشخصات محاسباتی در مسئله عبور جریان از زیر دریچهی غمامه.

گام زمانی	گام مکانی	تعداد ذرات	تعداد ذرات	تعداد
		کل	ديواره	ذرات آب
•/••\s	•/••∆m	1788	۳۳۶	٩٠٠

با توجه به شکل ۱ تطابق بسیار مناسبی بین دو روش، در تعیین وضعیت سطح آب در مخـزن و خروجی از دریچه به چشم میخورد.

به عنوان آخرین مسئلهی این بخش، جریان خروجی از اوریفیس مدلسازی و صحتسنجی شده است. بر مبنای مرجع [۲۶] برای این هندسه، بازشدگی اوریفیس در ارتفاع ۰/۰۵۵m از سطح زمین و به میزان ۰/۰۴۵۳ میباشد که تغییرات سطح آزاد سیال در ۰/۱۴ ثانیه پس از باز شدن دریچه در شکل ۲ نشان داده شده است. همانطور که در این شکل نیز مشاهده میشود، تطابق قابل قبولی

بین نتایج روش عددی VOF و روش WCSPH وجود دارد.

۲-۴- شبیهسازی مسأله کلاسیک شکست سد

یکی دیگر از شبیهسازیهای صورت گرفته که به منظور صحت-سنجی الگوریتم محاسباتی به کار رفته است، مدل کلاسیک مسألهی شکست سد میباشد که در طی آن، نتایج شبیهسازی فعلی با نتایج آزمایشگاهی کاکامن و ازمن مقایسه شده است[۲۷]. در این فرایند صحتسنجی با استفاده از یک مدل آزمایشگاهی انجام شده است. در محاسبات عددی مرز بالادست به واسطهی نبود جریان به داخل مخزن و طول ثابت مخزن دیوار است. مرز پاییندست برای آزمایش بستر خشک، بهصورت خروجی جریان لحاظ شده است؛ اما در آزمایش با کف تر، به علت بسته بودن با صفحهی فلزی عمودی (انتهای مخزن) بهصورت دیوار اعمال شده است. مرز زیر (کف) هم بهصورت بسته و مرز بالا (در سطح آب) بهصورت متقارن برای مقادیر فشار اتمسفری روی سطح لحاظ شده است.

در جدول ۲، میتوان مشخصات مربوط به ابعاد اولیه و پارامترهای محاسباتی را در مسألهی شکست سد جهت شبیهسازی و مقایسه با مدل آزمایشگاهی مشاهده نمود. براساس این مدل، هندسهی اولیهی شکست سد در شکل ۳ ترسیم شده است که در آن عمق اولیهی مربوط به آب بالادست ho=۲۵cm متر بوده و عمق اولیه آب پاییندست متغیر میباشد. در این مدل، طول مخزن m=b و ارتفاع مخزن مدل H=۲۶cm میباشد. طول بالادست و پاییندست نیز مطابق با مدل آزمایشگاهی به ترتیب ۴/۶۵m میباشد.



شکل ۱- پروفیل سطح آب در مخزن و خروجی دریچه با استفاده از روشهای WCSPH و VOF [۲۶] در لحظههای (الف) ۰۰ (ب) ۰۰/۰۴، (ج)۱/۰۰ (د) ۰/۱۴ ثانیه



شکل ۲- تغییرات سطح آب در ۰/۱۴ ثانیه پس از بازشدن اوریفیس

درشکلهای ۴ تا ۹، عمق جریان(h) و طول افقی(x) به وسیلهی مقدار عمق اولیه بالادست (h₀)، بیبعد شده است. زمان (t) هم بهصورت پارامتر بیبعد $T = t (g/h_0)^{0.5}$ لحاظ شده است. پارامتر بیانگر نسبت ارتفاع پاییندست به بالادست میباشد که نسبت آن برای سه شبیهسازی مختلف، به ترتیب برابر ۰، ۰/۱ و ۴/۰ لحاظ شده است.

341

جدول ۲- پارامترهای محاسباتی در مسألهی شکست سد

$\Delta { m t}$ گام زمانی
فاصلەي اوليەي ذرات L ₀
تعداد ذرات آب
تعداد ذرات ديواره
تعداد کل ذرات
طول هموارسازی h
ضریب XSPH
ارتفاع آب بالادست h ₀



شکل۳- ابعاد و مشخصات مدل شکست سد



شکل۴- نتایج شبیهسازی مدل WCSPH و مدل آزمایشگاهی [۲۷] پروفیل سطح آزاد در طول حالتهای اولیهی شکست سد در زمان بی بعد T=1.13 برای بستر خشک با α=0



شکل ۵- نتایج شبیه سازی مدل WCSPH و مدل آزمایشگاهی [۲۷] پروفیل سطح آزاد در طول حالتهای اولیهی شکست سد در زمان بی بعد T=2.76 برای بستر خشک با a=0



شکلeta- نتایج شبیهسازی مدل WCSPH و مدل آزمایشگاهی [۲۷] پروفیل سطح آزاد در طول حالتهای اولیهی شکست سد در زمان بی بعد T=1.57 برای بستر خیس با lpha



شکل ۷- نتایج شبیه سازی مدل WCSPH و مدل آزمایشگاهی [۲۷] پروفیل سطح آزاد در طول حالتهای اولیهی شکست سد در زمان بی بعد α =0.1 برای بستر خیس با α =0.1



شکل۸- نتایج شبیهسازی مدل WCSPH و مدل آزمایشگاهی [۲۷] پروفیل سطح آزاد در طول حالتهای اولیهی شکست سد در زمان بی بعد 1.5-3 برای بستر خیس با ۵.4-۵



شکل ۹ – نتایج شبیهسازی مدل WCSPH و مدل آزمایشگاهی [۲۷] پروفیل سطح آزاد در طول حالتهای اولیهی شکست سد در زمان بی بعد 1.38 بستر خیس با α=0.4

در این شکلها تغییرات کیفی در تراز سطح آب و موج ایجادی در اثر شکست سد، با نتایج حاصل از مدل آزمایشگاهی مرجع [۲۷] مقایسه و اعتبارسنجی شده است.

باتوجه به نتایج بدست آمده، تغییرات پروفیل سطح آزاد و پیش-روی موج شکل گرفته در اثر شکست سد با گذشت زمان قابل مشاهده است. نتایج حاصل، نشاندهنده مطابقت کیفی خوب بین نتایج مدل عددی و آزمایشگاهی می،اشد. بهطوریکه برای مدل مربوط به پاییندست خشک، نتایج مدل WCSPH و مدل آزمایشگاهی، به حدی به یکدیگر نزدیک هستند که تشخیص آنها از یکدیگر دشوار است. علت این رفتار را میتوان ماهیت دینامیکی ذرات در روش هیدرودینامیک ذرات هموار برشمرد که با توجه به این ماهیت، ذرات آشفتگی را بهصورت مستتر در خود حفظ میکنند.

۴-۳- جریان دوفازی آب-رسوب ناشی از شکست سد بر بستر فرسایش پذیر

شكست سد روى بستر فرسايش پذير، سبب انتقال رسوب پشت مخزن سد و تغییرات سریع بستر می شود. ماهیت و رفتار جریان های دو فازی جامد-مایع با جریانهای تکفازی متفاوت است. بررسی سرعت و رفتار این جریانها به دلیل وجود ذرات معلق و قابل تهنشینی پیچیده بوده و به دلیل کاربرد وسیعشان در صنعت همواره مورد توجه محققان قرار دارد. یکی از دشوارترین مسائل در شبیه سازی جریان های دوفازی، وجود اختلاف چگالی زیاد بین فازهای موجود است. در این قسمت، مدل پیشنهادی برای شبیهسازی جریان شکست سد بر بستر فرسایش-پذیر و بررسی مکانیزم فرآیندهای ساختارشناسی تشریح می شود. به -این منظور مدل فیزیکی مرجع [۲۸] مورد شبیهسازی و تحلیل قرار می گیرد. تعیین دقیق پارامترهای مختلف تأثیر گذار روی خواص جریانهای دو فازی از اهمیت بالایی برخوردار است. برای شبیهسازی رسوب، از مدل غیرنیوتنی بینگهام پلاستیک استفاده شده است که علت به کارگیری آن برای تقریب رسوب پیشتر بررسی شد. از جمله پارامترهای موثر در مدلسازی، تنش تسلیم و لزجت مؤثر بینگهام است. در این مدلسازی، تنش تسلیم بینگهام با استفاده از روابط آزمایشگاهی، $au_{\sf B}=$ ۰/۴۴۷ Pa در نظر گرفته شده است[۲۹]. همچنین لزجت پلاستیک بینگهام برابر $\mu = 0.04$ Pas قرار داده شده است. مشخصات هندسی و رئولوژیکی مقادیر مورد استفاده برای مدلسازی مسأله حاضر در جداول ۳ و ۴ گزارش شده است.

جدول ۳- مشخصات هندسی مدل شبیهسازی شدهی آب-رسوب

۰/۰۵ m	فاصله اوليه ذرات (L ₀)
•/•••• \ s	گام زمانی (dt)
•/•Y m	(ɛ) XSPH ضريب
\ m	$(\mathrm{d}_{\mathrm{w}})$ عرض ستون آب
$\tau/\Delta~m$	$\left(d_{_{\mathrm{S}}} ight)$ عرض ستون رسوب (
۰/۰۵ m	ارتفاع ستون آب(h _w)
•/\ m	(${ m h_s}$) ارتفاع ستون رسوب

جدول ۴- مشخصات رئولوژیکی مدل شبیهسازی شدهی آب-رسوب

۰/۴۴۷ Pa	$(au_{_B})$ تنش تسليم
۰/۰۰ ۲ Pa.s	$(\mu_{ m w})$ ويسكوزيته آب
۰/۰۴ Pa.s	$(\mu_{ m s})$ ويسكوزيته رسوب
$\dots kg/m^3$	چگالی آب (p _w)
いるや・kg/m ³	چگالی رسوب (p _s)

در شکل ۱۰ هندسهی اولیهی شبیهسازی شده و شکل ۱۱ مدل آزمایشگاهی جریان دوفازی آب-رسوب ناشی از شکست سد بر بستر فرسایشپذیر را نشان میدهند که در آنها سیال بالایی معرف آب و سیال زیرین معرف رسوب میباشند.



شکل ۱۱– هندسهی اولیهی نمونهی آزمایشگاهی مدل آب– رسوب[۲۸]

در شکلهای ۱۲ تا ۱۴ نتایج شبیهسازی پروفیل سطح آزاد مدل مورد بررسی با استفاده از روش حاضر در زمانهای متفاوت ارائه شده است. در این شکلها، نتایج آزمایشگاهی و نتایج حاصل از روش حاضر نشان داده شده است. با توجه به عدم وجود ابعاد و اندازههای دقیق در نتایج آزمایشگاهی و نیز وجود برداشتهای متفاوت، در این قسمت مقایسه بهطور کیفی صورت می گیرد. با مشاهدهی نتایج، روند پیشروی سیل در اثر شکست سد، حاکی از آن است که در ابتدای این فرایند، افزایش ناگهانی عمق آب می گردد. انرژی اولیهی موج، فرسایش قابل ملاحظهای در ابتدای بستر را به فاصلهای در پایین دست انتقال داده نرات شسته شدهی بستر را به فاصلهای در پایین دست انتقال داده نرسوب گذاری ذرات صورت می گیرد. این موج همچنان که به پایین رسوب گذاری ذرات صورت می گیرد. این موج همچنان که به پایین نشت. بنابراین با کاهش انرژی موج و افزایش تغییر شکل بستر، پدیده دست منتشر می شود، به تدریج فرود می یابد. پیشروی موج تشکیل شدهی ابتدایی در قسمت بالادست نیز سبب کاهش سطح آب می شود.







شکل ۱۴-ارزیابی پیشروی پیشانی موج، انتقال رسوب و سطح آزاد در لحظه t=0.75s بین مدل آزمایشگاهی (شکل بالا) [۲۸] و کار حاضر (شکل پایین)

۵- ارائه نتایج

ابتدا باید مشخصات بستر ساحلی که شبیهسازی می شود را در نظر \mathcal{R}_{c} فت. با توجه به شبیهسازی های مرجع [۳۰] که شیب معمول را بین \mathcal{R}_{c} نا ۲/۰ معرفی می کنند، شیب متعادل \mathcal{R} . انتخاب شده است. عمق نسبی که نسبت عمق به طول موج می باشد به صورت $d/L \approx 0.13$ در نظر گرفته شده است. با توجه به رابطهی $d/L \approx 0.13$ در نظر گرفته شده است. با توجه به رابطهی $0.5 \ge d/L \ge 0.50$ برای آبهای نیمه عمیق، مدل حاضر در دسته آبهای نیمه عمیق قرار می گیرد و با این شرایط برهم کنش موج و این برهم کنش افزایش می یابد. پارامترهای محاسباتی بکار گرفته شده این برای شبیه سازی جریان ساحلی که شامل خواص مربوط به آب (سیال نیوتنی لزج) و ماسه (سیال غیر نیوتنی مدل بینگهام) می شود، در جدول ۵ آورده شده است.

مقادیر تنش تسلیم و ضریب لزجت سیال بینگهام برای مدل سازی ماسه، مطابق مرجع [۱۶] میباشد که با سعی و خطا، مناسب ترین مقادیر را برای ماسه مورد مطالعه خود اختیار کردهاند. با توجه به مورد مطالعه قرار دادن دو نوع ماسه، مقادیر متفاوت تنش تسلیم $\mu_B = 0.1 \text{N.s/m}^2$ و $\tau_B = 200 Pa$ و $\mu_B = 0.2 \text{N.s/m}^3$ و $\mu_B = 0.1 \text{N.s/m}^2$ و $\pi_B = 1000 Pa$ و $\mu_B = 1050 \text{kg/m}^3$ است که مشخصات فیزیکی این بسترها مطابق با آزمایشات ژادکیویکس [۲۰]

نتایج حاصل از مدلسازی انجام شده برای سیال غیرنیوتنی ماسه با $\mu_{\rm B} = \cdot/1~{\rm N.s/m^2}$ و $\tau_{\rm B} = \tau \cdot \cdot {\rm Pa}$ ب در فواصل زمانی مختلف در شکلهای ۱۵ تا ۱۹ قابل مشاهده است. محدودهی نشان داده شده از نیمرخ ساحلی، ناحیه قبل و بعد از شکست موج را شامل میشود که

درصورت تأثیر شکست بر تغییر شکل بستر، اثرات آن دیده شود. ظاهر بستر شبیهسازی شده تحت تأثیر تنش تسلیم محدود $\mathcal{T}_{\rm B}=$ ۲۰۰ به سرعت تغییر کرده و بعد از گذشت ۲ الی ۴ ثانیه (متناسب با شرایط شبیهسازی)، شکل ریپلهای به وجود آمده به ثبات نسبی میرسد.

جدول ۵- پارامترهای محاسباتی بکار رفته در شبیهسازی مسأله

-				
چگالی ماسه	چگالی آب	تعداد ذرات کل	فاصله اوليه ذرات	گام زمانی
1900	۱۰۰۰	8411	۰/۰۴m	•/••••۲s



شکل ۱۶- تغییرات بستر ساحل ماسهای نوع اول در t=۰/۷ s



شکل ۱۸- تغییرات بستر ساحل ماسهای نوع اول در t=۴ s

AAAAAAAA

شکل ۱۹- تغییرات بستر ساحل ماسهای نوع اول در K = K دو نوع بستر ساحلی معرفی شده که به دلیل تفاوت در مقادیر تنش تسلیم از یکدیگر متمایز شدهاند، در شکل ۲۰ نشان داده شده است. شبیه سازی اثر موج در این دو بستر (در سمت چپ) و تصاویر بسترهای واقعی مشابه با این شبیه سازی ها (در سمت راست) مشخص است. با توجه به اینکه بستر نوع ۲ ریزدانه تر است، تغییر شکل محسوسی قابل مشاهده نیست؛ اما در مقابل، برای بستر ۱ با در نظر داشتن مقدار محدودتر تنش تسلیم، تغییر شکل به وجود آمده مشهود است. ظاهر دندانه ای شکل این نوع بسترها، از مهم ترین و معمول ترین تغییر شکل های بسترهای ماسه ای، یعنی به شکل ریپل می باشد.



شکل ۲۰- دو نوع بستر شبیهسازی شده با تنشهای تسلیم متفاوت (در سمت چپ) و مقایسه این دو نوع مدل با بسترهای واقعی ماسهای (سمت راست)

کانتورهای تغییرات فشار برای بستر ساحل ماسه ای در شکلهای ۲۱ تا ۲۴ به نمایش درآمده است. با توجه به آن که تنها نیروی مؤثر در لحظات ابتدایی، نیروی گرانش وارد بر ذرات می باشد، توزیع فشار به عمل آمده از نوع فشار هیدرواستاتیک است. در ادامه با پیش روی موج و تغییرات بستر ماسه ای، نوع توزیع فشار از حالت هیدرواستاتیک خارج شده و به صورت لایه های فشار دندانه ای شکل درخواهد آمد.



شکل ۲۴- تغییرات فشار بستر ساحل ماسهای نوع اول در t=۸ s

۶- جمع بندی و نتیجه گیری

در این پژوهش به عنوان مدل اصلی، بستر ساحل ماسهای مورد بررسی قرار گرفت. در طی این فرایند، تغییرات ظاهر یک بستر ساحل ماسهای با مشخصات فیزیکی و رئولوژیکی مشخص، تحت تأثیر یک پدال موجساز سینوسی در زمانهای مختلف مدلسازی

شد و روند تغییرات بستر ماسهای در گذر زمان مورد بررسی قرار گرفت. در این شبیهسازی، بستر هموار اولیهی ماسه در اثر موجهای ایجاد شده تغییر شکل داده و به مرور، ظاهر ریپل شکل به خود می گیرد. در ادامه ظاهر ریپلهای ایجاد شده به نظم مشخصی رسیده و پس از مدت زمان معینی به شکل پایداری میرسند. در مرحلهی آخر این شبیهسازی، تاثیر تنش تسلیم در بستر ماسهای مورد بررسی قرار گرفت. این مدلسازی، بر اساس هندسهی مرحله-ی قبل و برای دو بستر با تنشهای تسلیم متفاوت انجام شد. بر اساس نتایج بدست آمده، بستری که تنش تسلیم بزرگتری دارد، ديرتر به شکل ريپل در آمده و نميتوان انتظار تغييرشکل محسوسی را برای این گونه بسترها داشت. در بخش ۴ نیز، به منظور صحتسنجى روش هيدروديناميك ذرات هموار شبه تراکم پذیر، فرایند شبیه سازی برای چند پدیده ی مختلف سیالاتی انجام شد. در طي اين مرحله، مسائل جريان خروجي از زير دريچه و پدیدهی شکست سد در دو حالت بستر خیس و خشک به عنوان پدیدههای نیوتنی و مسئلهی جریان دوفازی آب-رسوب به عنوان یک پدیده سیالاتی غیرنیوتنی مورد شبیهسازی و صحتسنجی قرار گرفت که بررسیهای انجام شده حاکی از صحت مدلسازی و دقت مطلوب روش حاضر دارد.

۷- نمادها

- h طول هموارسازی (m)
 - P فشار (Pa)
- (m) فاصله اوليه ذرات (L
 - m جرم (kg)
 - r بردار موقعیت (m)
- ε ضریب ثابت XSPH
- τ تنش برشی (Pa)
- (Pa) تنش برشی تسلیم $au_{
 m B}$
- μ لزجت دینامیکی (N.s/m²)
 - $(N.s/m^2)$ لزجت مؤثر (μ_{eff}
- γ نرخ تغییرشکل برشی (^{s-1})
 - D ثابت نيروي دافعه
 - T زمان بی بعد شدہ
- α نسبت ارتفاع پایین دست به ارتفاع بالادست
 - g شتاب گرانشی (m/s²)

۸- مراجع

- Lucy, L. B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *The astronomical journal*, Vol. 82, pp. 1013-1024, 1977.
- [2] Gingold, R. A., Monaghan, J. J. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to nonspherical stars. *Monthly notices of the royal astronomical society*, Vol. 181, pp. 375-389, 1977.
- [3] Monaghan, J. J. Simulating Free Surface Flows with SPH. *Journal of Computational Physics*, Vol. 110, pp. 399-406, 1994.
- [4] Takeda, H., Miyama, S. M., Sekiya, M. Numerical simulation of viscous flow by smoothed particle hydrodynamics. *Progress of Theoretical Physics*, Vol. 92, pp. 939-960, 1994.

Journal of Computational Physics, Vol. 228, pp. 8380-8393, 2009.

- [23] Monaghan, J. J. Extrapolating B splines for interpolation. *Journal of Computational Physics*, Vol. 60, pp. 253-262, 1985.
- [24] Hirt, C. W., Amsden, A. A., Cook, J. L. An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds. *Journal of Computational Physics*, Vol. 14, pp. 227-253, 1974.
- [25] Molteni, D., Colagrossi, A. A simple procedure to improve the pressure evaluation in hydrodynamic context using the SPH. *Computer Physics Communications*, Vol. 180, pp. 861-872, 2009.
- [26] Girolamo, P., Wu, T., Liu, P., Panizzo, A., Bellotti, G., Risio, M. Numerical simulation of three dimensional tsunamis water waves generated by landlsides: comparison between physical model results, VOF, SPH, *Proceedings of the Coastal Engineering Conference*, 2007.
- [27] Ozmen-Cagatay, H., Kocaman, S. Dam-break flows during initial stage using SWE and RANS approaches. *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 48, pp. 603-611, 2010.
- [28] Fraccarollo, L., Capart, H. Riemann wave description of erosional dam-break flows. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 461, pp. 183-228, 2002.
- [29] Ken-Ichi, K. A plasticity theory for the kinematics of ideal granular materials. *International Journal of Engineering Science*, Vol. 20, pp 1-13, 1982.
- [30] Neshaei, M. L., Holmes, P., Salimi, M. G. A semiempirical model for beach profile evolution in the vicinity of reflective structures. *Ocean Engineering*, Vol. 36, pp. 1303-1315, 2009.
- [31] Rzadkiewicz, S. A., Mariotti, C., Heinrich, P. Numerical simulation of submarine landslides and their hydraulic effects. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, Vol. 123, pp. 149-157,1997.

- [5] Morris, J. P., Fox, P. J., Zhu, Y. Modeling low Reynolds number incompressible flows using SPH. *Journal of computational physics*, Vol. 136. pp. 214-226, 1997.
- [6] Ellero, M., Serrano, M., Espanol, P. Incompressible smoothed particle hydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, Vol. 226, pp. 1731-1752, 2007.
- [7] Khayyer, A., Gotoh, H., Shao, S. Corrected incompressible SPH method for accurate watersurface tracking in breaking waves. *Coastal Engineering*, Vol. 55, pp. 236-250, 2008.
- [8] Swegle, J., Hicks, D., Attaway, S. Smoothed particle hydrodynamics stability analysis. *Journal of* computational physics, Vol. 116, pp. 123-134, 1995.
- [9] Welton, W. C. Two-dimensional PDF/SPH simulations of compressible turbulent flows. *Journal* of Computational Physics, Vol. 139, pp. 410-443, 1998.Ozmen-Cagatay, H., Kocaman, S. Dam-break flows during initial stage using SWE and RANS approaches. Journal of Hydraulic Research, Vol.48: 603-611, 2010.
- [10] Wagner, G. J., Liu, W. K. Turbulence simulation and multiple scale subgrid models. *Computational Mechanics*, Vol. 25, pp. 117-136, 2000.
- [11] Violeau, D., Issa, R. Numerical modelling of complex turbulent free-surface flows with the SPH method: an overview. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 53, pp. 277-304, 2007.
- [12] Lee, E., Violeau, D., Benoit, M., Issa, R., Laurence, D., Stansby, P., Prediction of wave overtopping on coastal structures by using extended Boussinesq and SPH models, *Proceeding of Coastal Engineering*, 2007.

[۱۳] مقصودی م، شفیعی فر م. مدل سازی شکست سد با بستر

فرسایش پذیر با اسـتفاده از روش SPH، مجلـه علمـی-پژوهشـی هیدرولیک، شماره ۱۰ (۳)، ص. ۴۱–۵۲، ۱۳۹۴.

- [14] Tong, M., Browne, D. J. An incompressible multiphase smoothed particle hydrodynamics (SPH) method for modelling thermocapillary flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 73, pp. 284-292, 2014.
- [15] Cummins, S. J., Rudman, M. An SPH projection method. *Journal of computational physics*, Vol. 152, pp. 584-607, 1999.
- [16] Hosseini, S., Manzari, M., Hannani, S. A fully explicit three-step SPH algorithm for simulation of non-Newtonian fluid flow. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 17, pp. 715-735, 2007.
- [17] Hu, X., Adams, N. A. An incompressible multi-phase SPH method. *Journal of computational physics*, Vol. 227, pp. 264-278, 2007.
- [18] Leroy, A., Violeau, D., Ferrand, M., Kassiotis, C. Unified semi-analytical wall boundary conditions applied to 2-D incompressible SPH. *Journal of Computational Physics*, Vol. 261, pp. 106-129, 2014.
- [19] Daly, E., Grimaldi, S., Bui, H. H. Explicit incompressible SPH algorithm for free-surface flow modelling: A comparison with weakly compressible schemes. *Advances in Water Resources*, Vol. 97, pp. 156-167, 2016.
- [20] Ghadampour, Z., Talebbeydokhti, N., Hashemi, M. R., Nikseresht, A. H, Neilli, S. P. Numerical simulation of free surface mudflow using incompressible sph. *IJST*, *Transactions of Civil Engineering*, Vol. 37, No. C1, pp. 77-95, 2013.
- [21] Omidvar, P., Nikeghbali, P. Simulation of violent water flows over a movable bed using smoothed particle hydrodynamics. *Journal of Marine Science* and Technology, Vol. 22, Issue 2, pp. 270–287, 2017.
- [22] Grenier, N., Antuono, M., Colagrossi, A., Le Touzé, D., Alessandrini, B. An Hamiltonian interface SPH formulation for multi-fluid and free surface flows.