

بررسی کمانش ورق مستطیلی کامپوزیتی دارای گشودگی با هندسه‌های مختلف تحت اثر بارهای متغیر صفحه‌ای

*احمد مامنده

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد پرند، دانشگاه آزاد اسلامی، پرند، ایران

محسن پرویز

کارشناس ارشد، گروه مهندسی مکانیک، واحد پرند، دانشگاه آزاد اسلامی، پرند، ایران

چکیده

در این مقاله، تحلیل رفتار کمانش ورق‌های کامپوزیتی مستطیلی دارای گشودگی (*Cutout*) و بدون گشودگی تحت بارهای فشاری درون صفحه‌ای در حالت الاستیک خطی انجام شده است. برای بررسی تأثیر گشودگی با هندسه‌های مختلف شامل گشودگی دایروی، مستطیلی و ترکیبی از این دو نوع گشودگی و با توزیع گشودگی‌های متفاوت از نظر چیدمان (مانند ورق با یک گشودگی و بیشتر) بر روی رفتار کمانشی ورق کامپوزیتی مستطیلی از روش عددی المان محدود (*FEM*) استفاده شده است. در این راستا، تأثیر شرایط مرزی و نسبت طول به عرض ورق مستطیلی شکل (a/b) بر روی رفتار کمانشی ورق کامپوزیتی دارای گشودگی برسی شده است. همچنین، تأثیر انواع متفاوت بارهای متغیر درون صفحه‌ای بر روی رفتار کمانشی ورق کامپوزیتی دارای گشودگی مورد تحلیل قرار گرفته است. با استفاده از روش‌های تحلیلی نظریه کلاسیک لایه‌ای (*CLT*) و نظریه تغییر شکل بر بشی مرتبه اول (*FSDT*)، رفتار کمانش ورق‌های کامپوزیتی بدون گشودگی و تحلیل شده است. در انتها با استفاده از روش تجربی تحلیل رفتار کمانش ورق‌های کامپوزیتی دارای گشودگی دایره‌ای و بدون گشودگی و مقایسه نتایج آزمایشگاهی با نتایج روش المان محدود انجام شده است.

واژه‌های کلیدی: ورق کامپوزیتی مستطیلی، بار کمانش، گشودگی، روش المان محدود، روش تحلیلی، روش تجربی.

Buckling analysis of a rectangular composite plate with different cutout shapes subjected to various linearly varying in-plane loadings

A. Mamandi

Department of Mechanical Engineering, Parand Branch, Islamic Azad University, Parand, Iran

M. Parviz

Department of Mechanical Engineering, Parand Branch, Islamic Azad University, Parand, Iran

Abstract

In this study, the buckling behavior of laminated composite plates with and without cutouts subjected to in-plane loading has been investigated. The composite plate with different cutout shapes is subjected to various types of in-plane compressive loads. A numerical study using finite element method (*FEM*) has been carried out to study the effect of various cutout shapes including circular, rectangular and combination of these two types of cutout shapes. Furthermore, the effects of plate aspect ratio, plate length/thickness (a/t), ply orientation and boundary conditions on the buckling behavior of laminated rectangular composite plates are all considered in the analysis. In order to have a basic reference in our study two analytical solutions based on *CLT* and *FSDT* methods are also have been used to predict the buckling behavior of laminated composite plates without cutouts. An experimental method has been used to investigate the behavior of buckling loads of the composite rectangular composite plates with and without cutouts. Finally, the outcome results of the FE and experimental methods are compared.

Keywords: Rectangular composite plate, Buckling load, Cutout, *FEM*, Analytical method, Experimental method.

جنگی (مانند در و پنجره)، موشک‌ها، عرشه کشته‌ها به منظور ایجاد دسترسی به سیم‌های هیدرولیکی و الکتریکی استفاده می‌شود. واکر [۱] در سال ۱۹۹۸، رفتار کمانشی ورق کامپوزیتی مستطیلی با گشودگی دایره‌ای را با استفاده از نظریه تغییر شکل بر بشی مرتبه اول و روش المان محدود مورد تحقیق و بررسی قرار داد. جانا و بسکار [۲] در سال ۲۰۰۶، پایداری کمانشی ورق‌های مستطیلی تحت بارهای درون صفحه‌ای را با استفاده از حل تحلیلی-تقریبی با بکارگیری حالت تنفس در سال ۲۰۰۷، تأثیر شرایط صفحه‌ای مورد بررسی قرار دادند. بابا [۳] در سال ۲۰۰۷، تأثیر شرایط هندسه‌های مختلف را بر روی بار کمانشی ورق کامپوزیتی مستطیلی با گشودگی با هندسه‌های مختلف را بررسی و اثر نسبت طول به ضخامت ورق کامپوزیتی در پاسخ را مورد بررسی قرار داد. همچنین اثر زاویه لایه‌های

۱- مقدمه

مواد کامپوزیتی به دلیل داشتن جگالی بسیار کم و از سوی دیگر مقاومت بالا، نسبت به دیگر مواد مرسوم کاربرد بالایی در صنایع مختلف مانند صنایع هوانوردی، دریاباری، خودروسازی و حمل و نقل، ساختمان‌سازی دارند. ورق‌ها کاربردهای وسیعی در سازه‌های مهندسی دارند. این ورق‌ها معمولاً تحت بارگذاری‌های درون صفحه‌ای و خارج صفحه‌ای قرار دارند. بنابراین، بررسی پاسخ سازه‌ای و مقاومت آنها مانند تغییر شکل، بار کمانشی، توزیع تنفس و کرنش تحت بارگذاری دارای اهمیت بالایی می‌باشد. برای نمونه از ورق‌های کامپوزیتی با گشودگی در طراحی و ساخت بدنه و بالهای هواپیماهای تجاری و

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: am_2001h@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۱/۲۷

تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۸/۰۷

مقاله، با استفاده از روش‌های تحلیلی شامل نظریه کلاسیک لایه‌ای^۱ (CLT) و نظریه تغییر شکل برشی مرتبه اول^۲ (FSDT)، رفتار کمانش ورق‌های کامپوزیتی بدون گشودگی (و با گشودگی در حالت‌های خاص) با شرایط مرزی متفاوت بررسی شده‌است. همچنین برای بررسی تاثیر گشودگی شامل گشودگی دایروی، مستطیلی و ترکیبی از این دو نوع و توزیع گشودگی‌های متفاوت از نظر چیدمان مانند ورق با یک گشودگی و بیشتر، شرایط مرزی متفاوت در لبه‌های ورق و توزیع متنوع بارهای کمانشی-خمشی درون صفحه‌ای متغیر بر روی رفتار کمانشی ورق کامپوزیتی مستطیلی از روش عددی المان محدود^۳ (FEM) استفاده شده‌است. در انتها با استفاده از روش تجربی مقایسه نتایج آزمایش با نتایج روش المان محدود در کمانش ورق‌های کامپوزیتی دارای گشودگی دایره‌ای و بدون گشودگی انجام شده‌است.

۲- مدل‌سازی کمانش ورق کامپوزیتی

۱-۱- نظریه کلاسیک لایه‌ای (CLT)

با استفاده نظریه کلاسیک می‌توان از خصوصیات لایه‌ها به منظور تجزیه و تحلیل رفتار چندلایه‌ها استفاده نمود. با استفاده از نظریه کلاسیک لایه‌ای رابطه تنش-کرنش برای یک لایه از ورق کامپوزیتی در مختصات هندسی سازه عبارت است از [۱]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} \quad (1)$$

مولفه‌های نیروها و ممان‌ها برای بار N لایه از روابط زیر بدست می‌آیند [۱]:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz = \sum_{k=1}^N \int_{Z_{k-1}}^{Z_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k dz, \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^N \int_{Z_{k-1}}^{Z_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k z dz$$

که در رابطه بالا z_k فاصله سطح پایینی لایه k از سطح میانی ورق k و z_{k-1} فاصله سطح بالایی این لایه از سطح میانی ورق می‌باشد. مولفه‌های نیروها و ممان‌ها برای یک ورق چند لایه ارتوتورپ بر اساس رابطه (۱) عبارتند از

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix}$$

ورق کامپوزیتی بر روی بار کمانش ورق کامپوزیتی را محاسبه نمود. وی از دو روش عددی و آزمایشگاهی برای بررسی و تحلیل بار کمانش ورق کامپوزیتی استفاده کرد. کارگروین و مامنندی [۴] در سال ۲۰۰۸، با استفاده از روش ریتز بار کمانش ورق ارتوتورپ تحت شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده و بار ترکیبی خمی-فشاری درون صفحه‌ای را بررسی کردند. آنها با استخراج انرژی داخلی و کار نیروی خارجی کل و استفاده از اصل کمینه کردن انرژی پتانسیل بار کمانش ورق ارتوتورپ مستطیلی را بدست آوردند. توالی و ازمان [۵] در سال ۲۰۰۸، بار کمانش ورق کامپوزیتی مستطیلی با گشودگی دایره‌ای را بررسی کردند. آنها از نظریه تغییرشکل برشی مرتبه اول و روش انرژی استفاده کردند. تاثیرات اندازه گشودگی، نسبت ضخامت به طول ورق، زاویه لایه‌ها و شرایط مرزی بر روی بار کمانش ورق کامپوزیتی را مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند. حسام القبلان و همکارانش [۶] در سال ۲۰۰۹، با استفاده از روش المان محدود تاثیرات عوامل و پارامترهای مختلف را بر روی بار کمانش ورق کامپوزیتی مربعی با گشودگی دایره‌ای با سه نوع بازگذاری درون صفحه‌ای شامل بار فشاری تک محوره، بار فشاری دو محوره و بار برشی را مطالعه و کردند. برای ورق با گشودگی نسبتاً کوچک، زمانی که گشودگی نزدیک به لبه ورق داده شود عملکرد بهتری را می‌توان بدست آورد. اگرچه برای ورق با گشودگی‌های نسبتاً بزرگ در صورتی که گشودگی‌ها در مرکز ورق کامپوزیتی قرار گیرند عمکرد بالاتری را می‌توان مشاهده کرد. لاکشمی نارایانا و همکارانش [۷] در سال ۲۰۱۳، با استفاده از روش المان محدود تاثیرات موقعیت و زاویه گشودگی مستطیلی و نسبت طول به عرض ورق کامپوزیتی مستطیلی شکل با تعداد لایه‌های گوناگون را بر روی بار کمانش ورق بررسی کردند. آنها مشاهده کردند که با افزایش نسبت طول به عرض ورق کامپوزیتی، بار کمانش ورق کامپوزیتی کاهش می‌یابد. موهان کومار [۸] در سال ۲۰۱۳، با استفاده از نرم‌افزار المان محدود NASTRAN و ساخت نمونه‌های از ورق کامپوزیتی به بررسی رفتار کمانش ورق‌های کامپوزیتی با گشودگی‌های دایره‌ای، مستطیلی و مربعی پرداخت. وی مشاهده کرد که میزان بار کمانش ورق کامپوزیتی با افزایش نسبت طول به ضخامت ورق کاهش می‌یابد. ردی و همکارانش [۹] در سال ۲۰۱۴، رفتار کمانشی ورق کامپوزیتی مستطیلی ارتوتورپ گرافیت/اپوکسی ۴ لایه با لایچینی ۰/۰/۴۵/۴۵/۰ نسبت طول به عرض ورق مستطیلی را مطالعه کردند. نتایج بدست آمده نشان‌دهنده آن است که مقدار بار کمانشی ورق با افزایش نسبت طول به ضخامت ورق کامپوزیتی حاوی گشودگی مربعی و مستطیلی و نسبت طول به عرض ورق مستطیلی کاهش می‌یابد. آنها برای بدست آوردن نتایج از نرم‌افزار ANSYS استفاده کردند. با بررسی پژوهش‌های انجام گرفته پیشین مشاهده می‌گردد که تاکنون تحقیق جامعی که دربرگیرنده بررسی انواع گشودگی (دایره‌ای، مستطیلی و ترکیبی) و تعداد آنها بر روی ورق، موقعیت و چیدمان آنها نسبت به یکدیگر (فاصله و نحوه قرارگیری آنها) در شکل پاسخ کمانشی ورق کامپوزیتی با استفاده از روش‌های حل تحلیلی، المان محدود و آزمایشگاهی باشد انجام نشده‌است. از این‌رو پژوهش کنونی انجام گرفته‌است. در این

¹ Classical Laminate Theory (CLT)

² First-order Shear Deformation Theory (FSDT)

³ Finite Element Method (FEM)

لازم به ذکر است که در استخراج رابطه (۱۱) فرض شده است که تنها بارهای لبهای درون صفحه ای قائم (N_x و N_y) بر ورق ارتوتروپ وارد می‌شوند و $N_{xy} = 0$

۲-۲- نظریه تغییر شکل برشی مرتبه اول (FSDT)

نظریه تغییر شکل برشی مرتبه اول (FSDT) بر مبنای نظریه ورق Reissner-Mindlin می‌باشد. این نظریه برای ورق‌های نازک و نسبتاً ضخیم قابل استفاده می‌باشد. کرنش‌های درون‌صفحه‌ای (ε_x , ε_y و γ_{xy}) به صورت زیر می‌باشند و کرنش‌های برشی (γ_{xz} و γ_{yz}) به صورت زیر می‌باشند

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \psi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial x} + \psi_x \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} + \psi_y \end{Bmatrix} \quad (13)$$

در روش FSDT به منظور ساده کردن تجزیه و تحلیل ورق ماتریس تنش را به دو بخش برشی و خمشی تقسیم می‌کنند. بخش برشی به صورت زیر نمایش داده می‌شود

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = k \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \psi_y \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \psi_x \end{Bmatrix} \quad (14)$$

که ضریب تصحیح برشی می‌باشد. بخش خمشی ماتریس تنش به صورت زیر می‌باشد

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} + z \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \psi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (15)$$

مولفه‌های نیروها و ممان‌ها در روش FSDT همانند روش CLT می‌باشند. نیروهای برش R_{yz} و R_{xz} بر اساس کرنش‌های برشی به صورت زیر نوشه شوند

$$\begin{Bmatrix} R_{yz} \\ R_{xz} \end{Bmatrix} = k \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \psi_y \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \psi_x \end{Bmatrix} \quad (16)$$

و معادلات تعادل به صورت زیر نوشه شوند

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - R_{xz} &= 0, \quad \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - R_{yz} = 0, \\ \frac{\partial R_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial R_{yz}}{\partial y} + p^* &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

که

$$p^* = p + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \rho^* \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (18)$$

که در آن

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^N \left(\bar{Q}_j \right)_k \left(Z_k - Z_{k-1} \right), \quad B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \left(\bar{Q}_j \right)_k \left(Z^2_k - Z^2_{k-1} \right), \\ D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N \left(\bar{Q}_j \right)_k \left(Z^3_k - Z^3_{k-1} \right), \end{aligned} \quad (19)$$

که در روابط بالا، A_{ij} سختی محوری، B_{ij} سختی خمشی-محوری و D_{ij} سختی خمشی می‌باشند. مولفه‌های کرنش‌ها و انحنایها به صورت زیر نوشه شوند

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x}, \quad \varepsilon_y^0 = \frac{\partial v_0}{\partial y}, \quad \gamma_{xy}^0 = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \\ k_x &= -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}, \quad k_y = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}, \quad k_{xy} = -\frac{2\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (20)$$

انرژی کرنشی ورق ارتوتروپ عبارت است از

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{L_y} \left[D_{11} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right)^2 + D_{22} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right)^2 + D_{66} \left(\frac{2\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 \right. \\ \left. + 2 \left(D_{12} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + D_{16} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{2\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + D_{26} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \frac{2\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) \right] dy dx \quad (21)$$

کار نیروی خارجی ورق تحت نیروهای صفحه‌ای به صورت زیر می‌باشد

$$Q = \frac{1}{2} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \left[N_x \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 + N_y \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 + 2N_{xy} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) \right] dy dx \quad (22)$$

که در روابط بالا، N_x و N_y نیروهای درون صفحه‌ای (بر واحد طول) می‌باشند. برای بدست آوردن تغییرمکان، از روش ریتز استفاده می‌شود. برای ورق روی تکیه گاه ساده، در لبه‌ها تغییر مکان صفر است

$$w_0 = \begin{cases} x = 0 & \text{و} & 0 \leq y \leq L_y \\ x = L_x & \text{و} & 0 \leq y \leq L_y \\ 0 \leq x \leq L_x & \text{و} & x = 0 \\ 0 \leq x \leq L_x & \text{و} & y = L_y \end{cases} \quad (23)$$

برای ارضای شرایط مرزی، می‌توان از جواب زیر برای تغییرمکان استفاده نمود

$$w_0 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J w_{ij} \sin \frac{i\pi x}{L_x} \sin \frac{j\pi y}{L_y} \quad (24)$$

w_{ij} ثابت و بر اساس اصل کمینه کردن انرژی پتانسیل محاسبه می‌شود

$$\frac{\partial \pi_p}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial (U+Q)}{\partial w_{ij}} = 0 \quad (25)$$

با جایگذاری w_0 از رابطه (۲۴) در عبارات U و Q در روابط (۲۰) و (۲۱)، و بهره‌گیری از رابطه (۲۵). برای ورق‌های ارتوتروپ (که

$(\lambda_{cr})_{ij}$ می‌باشد) مقادیر ویژه $(\lambda_{cr})_{ij}$ از رابطه زیر بدست

می‌آیند $(i, j = 1, 2, \dots)$

$$(\lambda_{cr})_{ij} = \frac{\pi^2 \left[D_{11} \left(\frac{i}{L_x} \right)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) \left(\frac{i}{L_x} \right)^2 \left(\frac{j}{L_y} \right)^2 + D_{22} \left(\frac{j}{L_y} \right)^4 \right]}{N_{x0} \left(\frac{i}{L_x} \right)^2 + N_{y0} \left(\frac{i}{L_x} \right)^2} \quad (26)$$

که i و j تعداد نیم‌دامنه موج به ترتیب در جهت‌های طولی و عرضی می‌باشند. کمترین مقدار $(\lambda_{cr})_{ij}$ بار بحرانی کمانش ورق می‌باشد.

می باشد. در مشبندی از المان های چهار ضلعی استفاده شده است. لازم به ذکر است که در شبیه سازی های المان محدود با توجه به ابعاد ورق در حالت های مختلف بارگذاری و شرایط مرزی، اندازه المان ها در مشبندی ورق جهت دستیابی به همگرایی حل مورد بررسی قرار گرفته است. همچین، در حالت های خاص که پاسخ های تحلیلی در مقالات و مراجع در دسترس بوده اند با صحت سنجی نتایج تایید همگرایی و استقلال از مش در حل با توجه به اندازه المان ها در مشبندی بدست آمده است. از سوی دیگر، در این مقاله نتایج بدست آمده از روش آزمایشگاهی و روش حل عددی المان محدود نیز تأکیدی بر انتخاب مناسب مشبندی مورد استفاده می باشد.

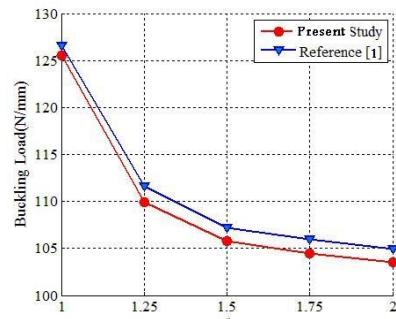
۳- اعتبارسنجی نتایج

برای اعتبارسنجی، کمانش ورق کامپوزیتی مستطیلی با طول ۲۰ اینچ و عرض ۱۰ اینچ با شرایط مرزی تکیه گاه ساده و تحت بار فشاری تک محوره در نظر گرفته می شود. نتایج بدست آمده با روش تحلیلی CLT در تحقیق کنونی و مرجع [۱۰] در جدول ۱ آورده شده است. نتایج نشان داده شده در این جدول، دقت مناسبی بین نتایج بار کمانش بدست آمده در پژوهش کنونی و مرجع [۱۰] را نشان می دهد.

جدول ۱- بار کمانش ورق مریعی کامپوزیتی مستطیلی تحت بار فشاری تک محوره در پژوهش کنونی و مرجع [۱۰]

نام مشبندی (N)	پژوهش کنونی (CLT)	مرجع [۱۰]	اختلاف (%)
۱/۴۴	۱/۴۱	۲/۱۲	

در شکل ۱، برای مقایسه، نتایج بار کمانش ورق کامپوزیتی ۴ لایه از جنس گرافیت اپوکسی (T300) [۱] تحت بار فشاری دو محوره و تحت شرایط مرزی تکیه گاه ساده برای نسبت های مختلف a/b با استفاده از روش تحلیلی FSDT در پژوهش کنونی و مرجع [۱] آورده شده است.



شکل ۱- بار کمانش ورق کامپوزیتی مستطیلی ۴ لایه بر حسب ضریب منظری

در شکل ۲، نتایج بار کمانش ورق کامپوزیتی ۱۶ لایه دارای گشودگی مستطیلی برای نسبت های مختلف طول به عرض ورق (a/b) برای انواع مختلف بارگذاری های بکار برده شده (بارگذاری های مختلف

برای محاسبه بار کمانش ورق کامپوزیتی با شرایط مرزی تکیه گاه ساده و تحت اثر نیروی فشاری تک محوره با استفاده از روش FSDT رابطه (۱۷) به صورت زیر نوشته می شود

$$\begin{aligned} D_{11} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x^2} + (D_{12} + D_{66}) \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x \partial y} + D_{66} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial y^2} - A_{33}k \left(\psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) &= 0 \\ D_{22} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial y^2} + (D_{12} + D_{66}) \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x \partial y} + D_{66} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x^2} - A_{44}k \left(\psi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right) &= 0 \\ A_{33}k \left(\frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + A_{44}k \left(\frac{\partial \psi_y}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - N \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (19)$$

شرایط مرزی برای ورق مانند CLT می باشد. برای شکل پاسخ w و ψ_x و ψ_y از سری های فوریه به صورت زیر استفاده شده است

$$\begin{aligned} w(x, y) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} w_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ \psi_x(x, y) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} x_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ \psi_y(x, y) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} y_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \end{aligned} \quad (20)$$

با قرار دادن رابطه (۲۰) در رابطه (۱۹)، رابطه زیر به دست می آید

$$\begin{bmatrix} -D_{11}\alpha^2 - D_{66}\beta^2 - A_{33}k & -D_{12}\alpha\beta - D_{66}\alpha\beta & -A_{33}k\alpha \\ -D_{12}\alpha\beta - D_{66}\alpha\beta & -D_{22}\beta^2 - D_{66}\alpha^2 - A_{44}k & -A_{44}k\beta \\ -A_{33}k\alpha & -A_{44}k\beta & N\alpha^2 - A_{33}k\alpha^2 - A_{44}k\beta^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{mn} \\ y_{mn} \\ w_{mn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (21)$$

که $\beta = \frac{m\pi}{b}$ و $\alpha = \frac{m\pi}{a}$ می باشد. با تعریف روابط زیر

$$H_1 = -D_{11}\alpha^2 - D_{66}\beta^2 - A_{33}k, H_2 = -D_{12}\alpha\beta - D_{66}\alpha\beta, H_3 = -A_{33}k\alpha, H_4 = -D_{22}\beta^2 - D_{66}\alpha^2 - A_{44}k, H_5 = -A_{44}k\beta \quad (22)$$

رابطه (۲۱) به صورت زیر خلاصه می شود

$$\begin{bmatrix} H_1 & H_2 & H_3 \\ H_2 & H_4 & H_5 \\ H_3 & H_5 & N\alpha^2 + \alpha H_3 + \beta H_5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{mn} \\ y_{mn} \\ w_{mn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (23)$$

برای جواب های غیر بدیهی، با حل رابطه (۲۳)، بار کمانش ورق کامپوزیتی (N) از رابطه زیر به دست می آید

$$N = \frac{H_1 H_5^2 + \alpha H_3 H_2^2 + \beta H_2^2 H_5 + H_2^2 H_4 - \alpha H_1 H_3 H_4 - \beta H_1 H_4 H_5 - 2 H_2 H_3 H_5}{\alpha^2 (H_1 H_4 - H_2^2)} \quad (24)$$

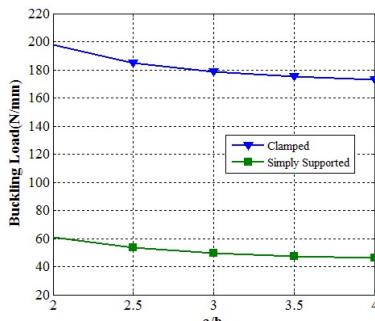
که بار بحرانی کمانش (شکل مد اول) در $n=m=1$ در اتفاق FSDT برای حل معادلات در روش های تحلیلی CLT و برنامه ای با استفاده از نرم افزار MATLAB نوشته شده است.

۳-۲- مدل سازی المان محدود

برای صحت سنجی نتایج بدست آمده از روش های تحلیلی و آزمایشگاهی در تحلیل کمانش ورق های کامپوزیتی مستطیلی دارای گشودگی با هندسه های مختلف و با توزیع گشودگی های متفاوت از نظر شکل و چیدمان تحت اثر بارهای متغیر درون صفحه ای از روش المان محدود به کمک نرم افزار ANSYS استفاده شده است. در شبیه سازی از المان SHELL281 برای مدل سازی ورق ارتوتروب استفاده شده است. این المان دارای ۸ گره با ۶ درجه آزادی برای هر گره می باشد. در این المان، استفاده تا ۲۵۰ لایه مختلف برای مدل سازی ورق ها امکان پذیر

۴-۱-۱-۴- بررسی تاثیر ضریب منظری (نسبت طول به عرض) ورق و شرایط مرزی بر روی کمانش ورق کامپوزیتی بدون گشودگی در روش CLT

برای انجام تحلیل در روش *CLT*, ورق کامپوزیتی ۱۶ لایه با ضخامت ۲ mm با لایه‌چینی $[0/+45/-45/0]_{2S}$ که تحت بار فشاری تک محوره (N_x) قرار دارد در نظر گرفته شده است. در این بخش تاثیر دو نوع شرایط مرزی *SSSS* و *CCCC* (با استفاده از روش المان محدود) بر روی بار کمانش ورق بررسی شده است. به این صورت که *S* بیانگر شرایط مرزی به صورت تکیه گاه ساده و *C* بیانگر شرایط مرزی گیردار می‌باشدند. در شکل ۴، تاثیر این دو نوع شرایط مرزی لبه‌ها گیردار می‌باشند. در شکل ۴، تاثیر این دو نوع شرایط مرزی مختلف بر روی مقدار بار کمانش ورق کامپوزیتی نمایش داده است. در این شکل، شرایط مرزی *CCCC* دارای بار کمانش بیشتری در مقایسه با شرایط مرزی *SSSS* می‌باشد به طوریکه بار کمانش ورق کامپوزیتی ۱۶ لایه با شرایط مرزی *CCCC* تقریباً ۳ برابر بار کمانش ورق کامپوزیتی تحت شرایط مرزی *SSSS* برای نسبت‌های مختلف a/b می‌باشد. همچنین با توجه به شکل ۴ با افزایش ضریب منظری ورق از ۲ به ۴ میزان بار کمانش ورق کامپوزیتی تقریباً ۱۵ درصد با شرایط شرایط مرزی *CCCC* و ۳۰ درصد با شرایط مرزی *SSSS* کاهش می‌یابد.

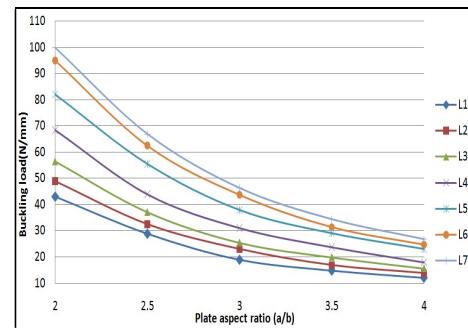


شکل ۴- تاثیر شرایط مرزی بر روی میزان بار کمانش ورق کامپوزیتی به روش *CLT*

۴-۱-۲- بار کمانش ورق کامپوزیتی بدون گشودگی در روش *FEM* *CLT* با

بار کمانش ورق کامپوزیتی شباهایزوتropیک از جنس گرافیت/اپوکسی با طول ۱۰۰ mm و عرض ۸ لایه با ضخامت ۱ mm با لایه‌چینی ۱ با $[0/+45/-45/0]_{2S}$ به صورت $[0/+45/-45/0]_{2S}$ ، ورق ۱۶ لایه با ضخامت ۲ mm با لایه‌چینی $[0/+45/-45/0]_{2S}$ و ورق ۲۴ لایه با ضخامت ۳ mm با لایه‌چینی $[0/+45/-45/0]_{3S}$ در روش تحلیلی *CLT* و روش المان محدود با استفاده از نرم افزار ANSYS در این بخش بررسی و مقایسه شده است. نتایج بار کمانش ورق کامپوزیتی بدست آمده برای تعداد لایه‌های مختلف در روش تحلیلی *CLT* و روش المان محدود در شکل ۵ نشان داده شده است. بار کمانش ورق کامپوزیتی با افزایش تعداد لایه (N) افزایش قابل توجهی می‌یابد. به این صورت که مقدار بار کمانش

($L1, L2, L3, L4, L5, L6, L7$) به روش المان محدود نشان داده شده است. لازم به ذکر است که نتایج بار کمانش بدست آمده در این پژوهش با نتایج بدست آمده در مرجع [۱] بر روی یکدیگر منطبق می‌باشند.



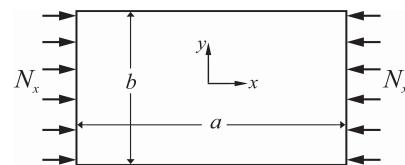
شکل ۲- مقادیر بار کمانش ورق کامپوزیتی ۱۶ لایه دارای گشودگی مستطیلی در پژوهش کنونی به روش المان محدود

۴- تحلیل نتایج و بررسی پارامتری کمانش ورق ارتوتروپ با گشودگی و بدون گشودگی

در این قسمت به بررسی عوامل موثر بر رفتار کمانشی ورق‌های کامپوزیتی و ایزوتروپ دارای گشودگی یا بدون گشودگی پرداخته شده است.

۴-۱-۴- بار کمانش ورق کامپوزیتی مستطیلی بدون گشودگی با استفاده از روش‌های تحلیلی *CLT* و *FSDT*

در شکل ۳، ورق کامپوزیتی مستطیلی شکلی که تحت بار فشاری تک محوره (N_x) قرار دارد نشان داده شده است. با استفاده از روش تحلیلی *FSDT* و *CLT* می‌توان بار کمانش ورق کامپوزیتی بدون گشودگی را بدست آورد. همچنین، تاثیر تغییر پارامترهای مختلف بر مقدار بار کمانش ورق به صورت جداگانه بررسی و تحلیل شده است.



شکل ۳- ورق کامپوزیتی مستطیلی تحت بار فشاری تک محوره (N_x)

در ادامه برای تحلیل، از ورق کامپوزیتی با مشخصات گرافیت/اپوکسی در *Hercules AS/350-۱-۶* [۷] برای تحلیل بار کمانش ورق در روش‌های تحلیلی و المان محدود استفاده شده است. مشخصات فیزیکی ماده کامپوزیتی گرافیت/اپوکسی در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲- مشخصات فیزیکی ماده کامپوزیتی گرافیت/اپوکسی

E_{11} (GPa)	E_{22} (GPa)	ν_{12}	$G_{12} = G_{13}$ (GPa)	G_{23} (GPa)
۱۲۸	۱۱	۰.۲۵	۴/۴۸	۱/۵۳

در جدول ۴ مقادیر بار کمانش ورق بدست آمده در شکل ۶ و درصد اختلاف بار کمانش ورق کامپوزیتی بدون گشودگی در دو روش تحلیلی (FSDT) و روش المان محدود آورده شده است. با توجه مقادیر بار کمانش نشان داده در جدول ۴ و جدول ۳ و مقایسه نتایج بدست آمده از نرم افزار ANSYS، می‌توان مشاهده کرد که روش تحلیلی FSDT در پیش‌بینی رفتار کمانش ورق‌های کامپوزیتی دارای دقت بیشتری نسبت به روش تحلیلی CLT می‌باشد. همچنین مشاهده شده است که با افزایش تعداد لایه و در نهایت افزایش ضخامت ورق کامپوزیتی درصد خطای روش تحلیلی CLT در پیش‌بینی بار کمانش ورق کامپوزیتی افزایش می‌یابد. بنابراین، از نتایج بدست آمده در پژوهش کنونی می‌توان نتیجه گرفت که روش تحلیلی CLT تنها برای پیش‌بینی رفتار کمانش ورق‌های کامپوزیتی نازک مناسب می‌باشد. از طرفی روش تحلیلی FSDT برای پیش‌بینی رفتار ورق‌های نازک و نسبتاً ضخیم نیز می‌تواند قابل استفاده باشد.

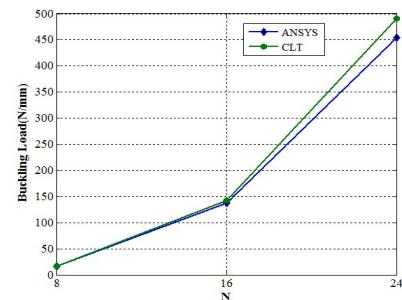
جدول ۴- بار کمانش ورق در روش تحلیلی FSDT و روش المان محدود

بار کمانش ورق (N/mm)			
N (تعداد لایه)	FSDT	ANSYS	اختلاف (%)
۸	۱۶/۵۸	۱۶/۶۶	۰/۴۸
۱۶	۱۴۱/۱۲	۱۳۷/۰۷	۲/۹۴
۲۴	۴۷۹/۷۲	۴۵۳/۷۳	۵/۷۳

۲-۴- بار کمانش ورق‌های کامپوزیتی دارای گشودگی با هندسه‌های مختلف به روش المان محدود در این بخش با استفاده از روش عددی المان محدود به بررسی رفتار کمانش ورق‌های کامپوزیتی مستطیلی شکل دارای گشودگی با هندسه‌های مختلف شامل گشودگی دایروی، مستطیلی و ترکیبی از این دو نوع گشودگی پرداخته شده است. از نرم افزار ANSYS به منظور شبیه‌سازی کمانش ورق‌های کامپوزیتی استفاده شده است.

۴-۱- بررسی تأثیر هندسه و چیدمان گشودگی بر روی رفتار بار کمانشی ورق کامپوزیتی در روش FEM در شکل ۷، ورق کامپوزیتی ۱۶ لایه با طول ۲۰۰ mm و عرض ۱۰۰ mm با ضخامت ۲ mm با لایه چینی [۰/+۴۵/-۴۵/۹۰]_{۲۸} که تحت بار فشاری تک محوره و شرایط مرزی CCFE دارای گشودگی‌های مستطیلی (۷-الف)، دایره‌ای (۷-ب) و ترکیبی افقی مرکزی (۷-پ) می‌باشد نشان داده است. مساحت گشودگی‌ها برابر درنظر گرفته شده است. شعاع گشودگی دایره‌ای ۱۲ mm، طول و عرض گشودگی مستطیلی بترتیب ۳۰ mm و ۱۵ mm و گشودگی ترکیبی شامل یک گشودگی مستطیلی با طول و عرض بترتیب ۱۸/۳۶ mm و ۱۵ mm و ۱۵ mm دو نیم دایره با شعاع ۷/۵ mm می‌باشند.

ورق ۳۲ لایه، به طور تقریبی به ترتیب ۴۵، ۷ و ۲/۳ برابر نسبت به مقادار بار کمانش ورق‌هایی با ۸، ۱۶ و ۲۴ لایه می‌باشد. با توجه به نتایج ارائه شده در شکل ۵ بار کمانش ورق در روش تحلیلی و المان محدود در $N=8$ بیشترین دقت و نزدیکی ($0/24$ درصد) را نشان داده و در $N=24$ بیشترین اختلاف (8 درصد) را نشان می‌دهد. در جدول ۳ مقادیر بار کمانش ورق بدست آمده در شکل ۵ آورده شده و درصد اختلاف بار کمانش ورق کامپوزیتی بدون گشودگی محاسبه شده با دو روش تحلیلی و المان محدود آورده شده است.



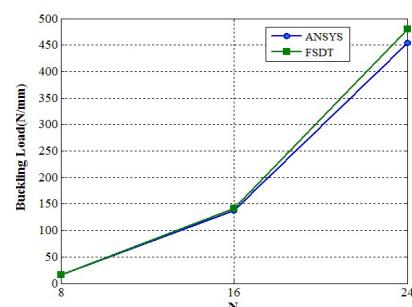
شکل ۵- بار کمانش ورق کامپوزیتی بدون گشودگی در روش تحلیلی CLT و روش المان محدود

جدول ۳- بار کمانش ورق کامپوزیتی بدون گشودگی در روش تحلیلی FEM و روش المان محدود

بار کمانش ورق (N/mm)			
N (تعداد لایه)	CLT	ANSYS	اختلاف (%)
۸	۱۶/۶۶	۱۶/۶۲	۰/۲۴
۱۶	۱۴۲/۴۷	۱۳۷/۰۸	۳/۹۳
۲۴	۴۹۰/۲۳	۴۵۳/۷۳	۸/۰۴

۳-۱-۴- بار کمانش ورق کامپوزیتی بدون گشودگی در روش تحلیلی FEM با FSDT

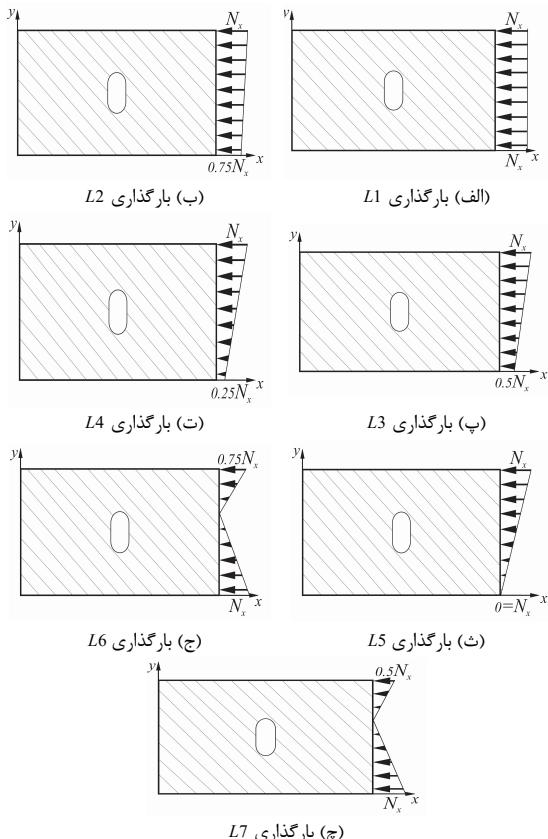
نتایج بار کمانش ورق کامپوزیتی بدون گشودگی از جنس گرافیت/اپوکسی با طول ۱۰۰ mm و عرض ۱۰۰ mm با شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده و بار فشاری تک محوره برای تعداد لایه‌های مختلف در روش تحلیلی FSDT و روش المان محدود در شکل ۶ نشان داده شده است.



شکل ۶- بار کمانش ورق در روش تحلیلی FSDT و روش المان محدود

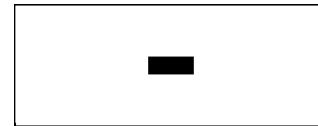
۲-۲-۴- بررسی تاثیر انواع مختلف بارگذاری‌ها بر رفتار بار کمانشی ورق کامپوزیتی مستطیلی

در شکل ۹، انواع مختلف بارگذاری‌های به کار برده شده در این پژوهش (بارگذاری‌های مختلف $L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6, L_7$) نمایش داده شده‌اند. در ادامه تاثیر این بارگذاری‌ها بر روی بار کمانش ورق‌های کامپوزیتی دارای گشودگی با هندسه‌های مختلف بررسی شده است.

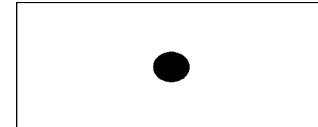


شکل ۹- انواع بارگذاری‌های کمانشی- خمسی درون صفحه‌ای در نظر گرفته شده برای تحلیل کمانش ورق مستطیل کامپوزیتی

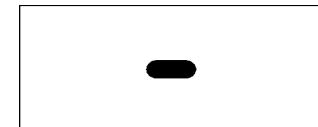
در شکل ۱۰، مقادیر بدست آمده از روش المان محدود برای بار کمانشی ورق‌های کامپوزیتی با لایه‌چینی $[0/+45/-45/90]_{2S}$ در نظر گرفته شده‌اند. با توجه به شکل‌های ۱۰-الف و ۱۰-ب مشاهده می‌گردد که افزایش نسبت طول به ضخامت ورق کامپوزیتی (a/t) (a) باعث کاهش مقدار بار کمانشی ورق می‌گردد بهطوری که مقدار بار کمانش ورق کامپوزیتی ۱۶ لایه با لایه‌چینی $[0/+45/-45/90]_{2S}$ با نسبت $a/t=100$ حدوداً شش برابر بار کمانش ورق لایه کامپوزیتی با لایه‌چینی بصورت $[0/+45/-45/90]_S$ با نسبت $a/t=200$ می‌باشد. از این شکل مشاهده می‌شود که بیشترین مقدار بار کمانشی متعلق به بارگذاری L_7 و کمترین مقدار آن متعلق به بارگذاری L_1 می‌باشد. به این صورت که مقدار بار کمانش بارگذاری L_7 ب تقریباً $2/5$ برابر مقدار بار کمانش بارگذاری L_1 می‌باشد.



(الف)



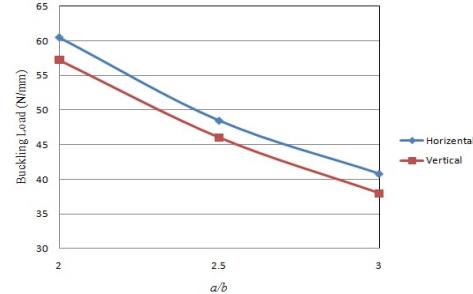
(ب)



(پ)

شکل ۷- ورق دارای یک گشودگی دایره‌ای، مستطیلی و ترکیبی افقی مرکزی، (الف): ورق با یک گشودگی مستطیلی افقی، (ب): ورق با یک گشودگی دایره‌ای، (پ): ورق با یک گشودگی ترکیبی افقی

در شکل ۸ بار کمانش ورق کامپوزیتی دارای گشودگی ترکیبی عمودی و افقی مرکزی برای نسبت‌های مختلف a/b نشان داده شده است. ورق ۱۶ لایه با لایه‌چینی به صورت $[0/+45/-45/90]_{2S}$ تحت بار فشاری تک محوره و شرایط مرزی $CCFF$ قرار دارد. با توجه به نتایج نشان داده شده، مقدار بار کمانشی ورق کامپوزیتی دارای گشودگی عمودی نسبت به ورق کامپوزیتی دارای گشودگی افقی ۵ درصد کمتر می‌باشد.



شکل ۸- تفاوت بار کمانش ورق کامپوزیتی دارای گشودگی ترکیبی FEM عمودی و افقی مرکزی در روش

در جدول ۵، مقادیر بار کمانش ورق ۱۶ لایه با نسبت a/b برابر ۲ و ۳ گشودگی‌های مستطیلی و ترکیبی عمودی مرکزی و گشودگی دایره‌ای آورده شده‌اند. با توجه به مقادیر نشان داده شده در این جدول، بیشترین مقدار بار کمانشی به ترتیب متعلق به ورق کامپوزیتی با گشودگی دایره‌ای، ورق با گشودگی ترکیبی و سپس ورق با گشودگی مستطیلی می‌باشد.

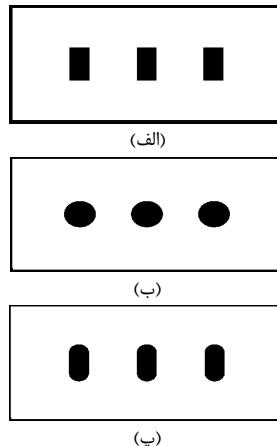
جدول ۵- بار کمانش ورق کامپوزیتی مستطیلی دارای گشودگی عمودی با هندسه‌های مختلف در روش FEM

هندسه گشودگی	بار کمانش ورق (N/mm)
دایره‌ای	۶۰/۱۲
ترکیبی	۵۷/۲۳
مستطیلی	۵۵/۰۵

لازم به ذکر است که معمولاً محققین جهت ساده‌سازی تحلیل رفتار کمانشی ورق از بارگذاری یکنواخت فشاری در یکبعد (حالت کلاسیک بارگذاری $L1$) و یا حالت دو بعدی آن استفاده می‌نمایند. در موارد واقعی و کاربردی برای جامعیت دادن به مساله علاوه بر بارگذاری $L1$ به عنوان نمونه تأثیر رفتار کمانشی بارگذاری‌های درون صفحه‌ای غیریکنواخت ($L2, L3, L4, L5, L6, L7$) بر ورق نیز می‌توانند مطالعه شوند.

۳-۲-۴- بررسی تأثیر هندسه و توزیع گشودگی بر روی رفتار بار کمانشی ورق کامپوزیتی با استفاده از FEM

در این قسمت به بررسی و تحلیل تأثیرات توزیع گشودگی با هندسه‌های مختلف پرداخته شده است. ورق کامپوزیتی مستطیلی با لایه‌چینی $[0/+45/-45/90]$ تحت شرایط مرزی $CCFF_{25}$ بارگذاری اعمال شده به صورت $L1, L2, L3$ می‌باشد. در شکل ۱۱، ورق‌های بررسی شده دارای سه گشودگی با هندسه‌های مستطیلی (شکل ۱۱-الف)، دایره‌ای (شکل ۱۱-ب) و ترکیبی (شکل ۱۱-پ) با چیدمان عمودی نشان داده شده‌اند.



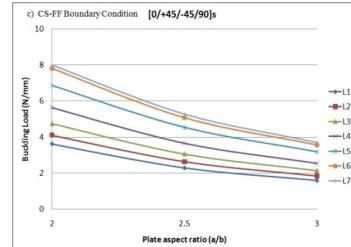
شکل ۱۱- ورق‌های کامپوزیتی دارای سه گشودگی با هندسه‌های دایره‌ای، مستطیلی و ترکیبی، (الف): ورق با سه گشودگی مستطیلی عمودی، (ب) ورق با سه گشودگی دایره‌ای، (پ) ورق با سه گشودگی ترکیبی عمودی

در جدول ۶ نتایج بدست آمده از تحلیل بار کمانش ورق‌های کامپوزیتی دارای سه گشودگی با هندسه‌های مختلف آورده شده است. با توجه به نتایج بدست آمده، ورق کامپوزیتی دارای سه گشودگی دایره‌ای بیشترین مقدار بار کمانش و ورق کامپوزیتی دارای سه گشودگی مستطیلی کمترین مقدار بار کمانش را به خود اختصاص داده‌اند. بیشترین مقدار بار کمانش در بین بارگذاری‌ها متعلق به بارگذاری $L3$ می‌باشد.

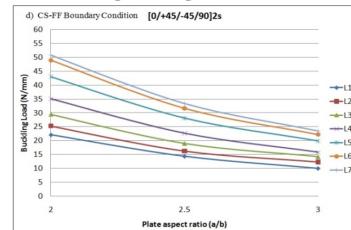
جدول ۶- بار کمانش ورق‌های کامپوزیتی دارای سه گشودگی با

هندسه‌های مختلف در بارگذاری $L1, L2, L3$

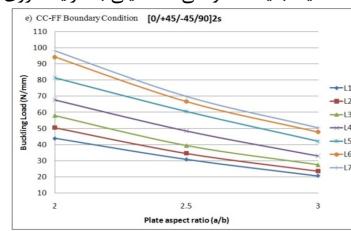
	نوع بارگذاری			هندسه گشودگی
	$L3$	$L2$	$L1$	
دایره‌ای	۷۲/۷۹	۶۲/۶۸	۵۴/۸۳	داری
ترکیبی	۷۱/۸	۶۱/۷۶	۵۴/۰۶	ترکیبی
مستطیلی	۷۱/۶۹	۶۱/۶۳	۵۳/۹۲	مستطیلی



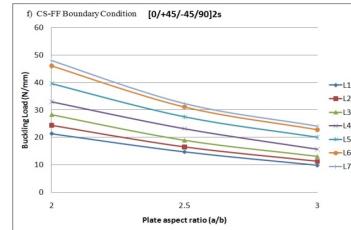
(الف): ورق (الایه) با یک گشودگی مستطیلی با شرایط مرزی $CSFF$



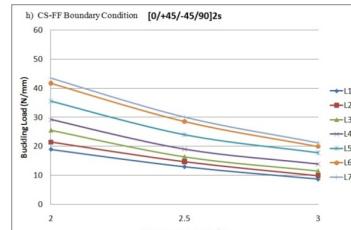
(ب): ورق (الایه) با یک گشودگی مستطیلی با شرایط مرزی $CSFF$



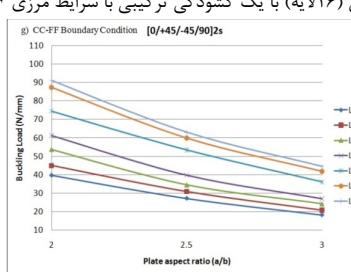
(ب): ورق (الایه) با یک گشودگی دایره‌ای با شرایط مرزی $CCFF$



(ت): ورق (الایه) با یک گشودگی دایره‌ای با شرایط مرزی $CSFF$



(ث): ورق (الایه) با یک گشودگی ترکیبی با شرایط مرزی $CCFF$



(ج): ورق (الایه) با یک گشودگی ترکیبی با شرایط مرزی $CCFF$

شکل ۱۰- تغییرات بار کمانشی ورق کامپوزیتی بر حسب نسبت طول به عرض ورق (a/b) با شرایط مرزی $CCFF$ و $CSFF$ تحت بارگذاری متفاوت و هندسه‌های مختلف گشودگی

۳-۴-۱- تست کشش

برای بدست آوردن مشخصات فیزیکی ورقهای ساخته شده، از تست کشش بر اساس استاندارد *D3039* استفاده شده است. در شکل ۱۴ ورق کامپوزیتی ساخته شده از جنس شیشه/وینیل استر براساس استاندارد *D3039* نشان داده شده است.



(الف)



(ب)

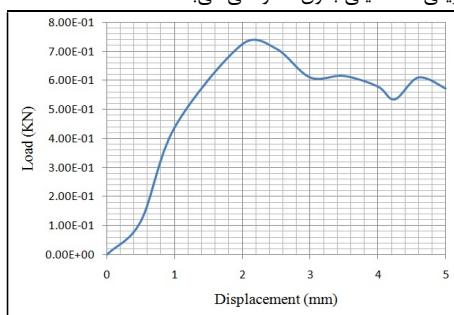
شکل ۱۴- ورق کامپوزیتی ساخته شده از جنس شیشه/وینیل استر براساس استاندارد *D3039*. (الف): نمای روی، (ب): نمای جانبی مشخصات فیزیکی ورق کامپوزیتی از جنس شیشه/وینیل استر که تست کشش بر روی نمونه ساخته شده از آن (شکل ۱۲) انجام شده در جدول ۷ ارائه شده است.

جدول ۷- مشخصات فیزیکی ورق کامپوزیتی از جنس شیشه/وینیل استر

$E_{11}=E_{22}$ (GPa)	E_{33} (GPa)	ν_{12}	$G_{12}=G_{13}$ (GPa)
۸۸/۴	۱۲	۰/۲۱	۳۵

۳-۴-۲- بار کمانش ورق کامپوزیتی مستطیلی بدون گشودگی و دارای گشودگی دایره‌ای به روش تجربی

برای بدست آوردن نتایج بار کمانش ورقهای کامپوزیتی ساخته شده از دستگاه *INSTRON* استفاده شده است. در شکل ۱۵، نمودار نیرو-جایگاهی ورق کامپوزیتی مستطیلی ۱۲ لایه بدون گشودگی بر حسب جایگاهی افقی نشان داده شده است. با توجه به شکل ۱۵ مشاهده می‌گردد که نیرو تا مقدار بیشینه 72 kN افزایش یافته و سپس تقریباً ثابت مانده است. این بیشینه نیرو، بار کمانش ورق کامپوزیتی مستطیلی بدون گشودگی می‌باشد.



شکل ۱۵- نمودار نیرو-جایگاهی(افقی) ورق کامپوزیتی مستطیلی بدون گشودگی

نمودار نیرو-جایگاهی (افقی) ورق کامپوزیتی مستطیلی دارای گشودگی دایره‌ای مرکزی (ورق شکل ۱۲-الف) در شکل ۱۶ نشان داده شده است. با توجه به شکل ۱۶، نیروی اعمالی بر ورق کامپوزیتی مستطیلی دارای گشودگی دایره‌ای تا 72 kN افزایش پیداکرده و سپس ثابت مانده است. بنابرین مقدار بار بحرانی کمانش ورق کامپوزیتی ۱۲ لایه دارای گشودگی دایره‌ای با قطر 24 mm برابر با 72 kN می‌باشد.

۳-۴-۳- بار کمانش ورقهای کامپوزیتی با گشودگی دایره‌ای

و بدون گشودگی با استفاده از روش تجربی در این تحقیق، برای مقایسه نتایج تحلیلی و المان محدود با نتایج تجربی از سه ورق کامپوزیتی ساخته شده که دارای گشودگی دایره‌ای و بدون گشودگی می‌باشند در انجام آزمایش‌ها استفاده شده است. در شکل ۱۲، نمایهای از ورقهای کامپوزیتی مستطیلی ساخته شده دارای گشودگی دایره‌ای مرکزی و بدون گشودگی نشان داده شده است.



(الف)



(ب)



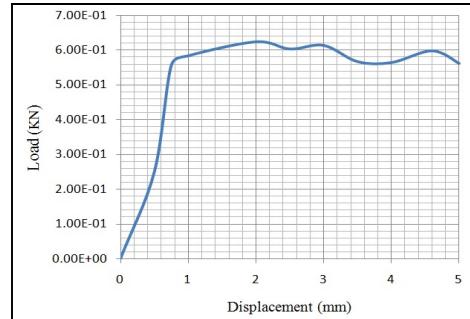
(پ)

شکل ۱۲- ورقهای کامپوزیتی مستطیلی ساخته شده در روش تجربی، (الف) ورق ۱۲ لایه با گشودگی دایره‌ای مرکزی، (ب) ورق ۱۲ لایه بدون گشودگی، (پ) ورق ۱۲ لایه با گشودگی دایره‌ای مرکزی

ورقهای کامپوزیتی با استفاده از روش لایه‌چینی دستی ساخته شده‌اند. ورقهای ساخته شده از جنس شیشه/وینیل استر [۱۱] (جدول ۷) می‌باشند. به این صورت که از الیاف شیشه نوع S به عنوان تقویت کننده و از رزین وینیل استر به عنوان ماتریس استفاده شده است. تعداد لایه‌ها برابر با ۱۲ لایه با لایه‌چینی $[0/90]_6$ می‌باشد. ضخامت هر لایه به طور تقریبی برابر با $2/19\text{ mm}$ می‌باشد. بنابراین، ضخامت کل ورق ۱۲ لایه برابر با $2/63\text{ mm}$ می‌باشد. طول و عرض ورق‌ها برابر با 200 mm و 100 mm می‌باشند. برای ورقهای کامپوزیتی دارای گشودگی دایره‌ای مرکزی، قطر دایره برابر با 24 mm در نظر گرفته شده است. برای اعمال نیروی فشاری بر روی نمونه‌های آزمایش، فیکسچری ساخته شده است. شرایط مزدی مورد نظر در طراحی و ساخت فیکسچر در این پژوهش *SSFF* می‌باشد. نحوه قرارگیری نمونه ورق کامپوزیتی مستطیلی شکل داخل فیکسچر در شکل ۱۳ نشان داده شده است.



شکل ۱۳- فیکسچر ساخته شده به منظور اعمال بار فشاری



شکل ۱۶- نمودار نیرو- جابجایی(افقی) ورق کامپوزیتی مستطیلی دارای گشودگی دایره‌ای مرکزی

آزمایشگاهی تحلیل رفتار کمانش ورق کامپوزیتی مستطیلی با گشودگی با هندسه‌های مختلف و بارگذاری‌های درون‌صفحه‌ای متنوع مورد بررسی قرار گرفت. تاثیر تغییر پارامترهای مختلف در مقدار بار کمانشی ورق کامپوزیتی بررسی گردید. خلاصه‌ای از نتایج علارتند از:

- ۱- بار کمانش ورق کامپوزیتی مستطیلی با نسبت a/b برابر با ۲، به طور تقریبی به ترتیب $1/5$ و 2 برابر بار کمانش ورق کامپوزیتی مستطیلی با نسبت a/b برابر با $2/5$ و 3 می‌باشد.
- ۲- بار کمانش ورق کامپوزیتی مستطیلی با شرایط مرزی $CCFF$ تقریباً دو برابر بار کمانش ورق کامپوزیتی با شرایط مرزی $CSFF$ می‌باشد.
- ۳- در بین انواع بارگذاری‌ها بیشترین میزان بار کمانش متعلق به بارگذاری $L7$ و کمترین مقدار متعلق به بارگذاری $L1$ می‌باشد.
- ۴- بیشترین مقدار بار کمانش به ترتیب متعلق به ورق با گشودگی دایره‌ای، ورق با گشودگی ترکیبی سپس ورق با گشودگی مستطیلی می‌باشد.
- ۵- مشاهده شد که روش CLT تنها برای پیش‌بینی رفتار کمانش ورق‌های کامپوزیتی نازک مناسب می‌باشد در صورتیکه از روش $FSDT$ می‌توان هم برای پیش‌بینی رفتار کمانش ورق‌های نازک و هم برای پیش‌بینی رفتار کمانش ورق‌های نسبتاً ضخیم بهره برد.

۶- منابع

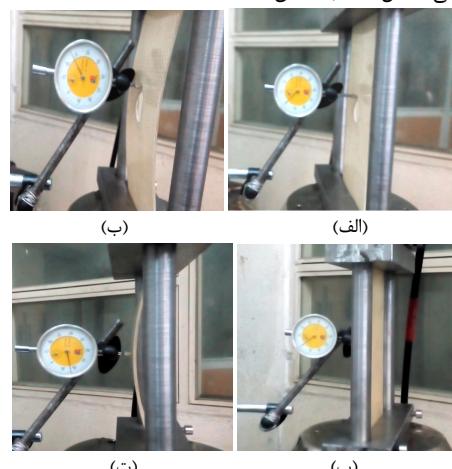
- [1] Walker M., Optimal design of symmetric laminates with cutouts for maximum buckling load, *Computers and Structures*, Vol. 70, pp. 337-343, 1999.
- [2] Jana P, Baskar K., Stability analysis of simply-supported rectangular plates under non-uniform uniaxial compression using rigorous and approximate plane stress solutions, *Thin-Walled Structures*, Vol. 44, pp. 507-516, 2006.
- [3] Baba B., Buckling behavior of laminated composite plates, *Journal Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 26, pp. 1637-1655, 2007.
- [4] Kargarnovin M.H. and Mamandi A., Buckling of generally orthotropic rectangular simply supported edgewise plate under compound in-plane linearly bending-compressive loading, using the Ritz method, *Proceedings of the 3rd IASME/WSEAS International Conference on Continuum Mechanics*, Cambridge, United Kingdom, pp. 22-29, 2008.
- [5] Topal U. and Uzman U., Maximization of buckling load of laminated composite plates with central circular holes using MFD method, *Structural Multidisciplinary Optimization*, Vol. 35, pp. 131-139, 2008.
- [6] Al Qablan H., et al., Assessment of the buckling behavior of square composite plates with circular cutout subjected to in-Plane shear, *Jordan Journal of Civil Engineering*, Vol. 3, No. 2, 2009.
- [7] Lakshminarayana A., et al., Effect of location of cutout and plate aspect ratio on buckling strength of rectangular composite plate with square/rectangular cutout subjected to various linearly varying in-plane loading using FEM, *International Journal of Mechanics*, Vol.4, pp. 508-517, 2013.
- [8] Mohan Kumar M., et al., Buckling analysis of woven glass epoxy laminated composite plate, *AJER*, e-ISSN: 2320-0847 p-ISSN: 2320-0936, Vol.e-02, Issue 07, pp. 33-40, 2013.
- [9] Ravinder Reddy P., et al., Buckling analysis of orthotropic laminated composite plate with rectangular cut-outs by using FEA, *IJETCAS*, 14-719; IJETCAS, 2014.
- [10] Haftka R.T., and Walsh J.L., Stacking-sequence optimization for buckling of laminated plates by integer programming, *NASA Technical Memorandum*, 04033, January 1991.
- [11] www.azom.com/properties.aspx?ArticleID=76

در جدول ۸، مقادیر بار کمانش ورق‌های کامپوزیتی مستطیلی بدون گشودگی و با گشودگی دایره‌ای به روش‌های تجربی و المان محدود آورده شده‌است. با توجه به جدول ۸ مشاهده می‌شود که مقدار بار کمانشی ورق کامپوزیتی دارای گشودگی دایره‌ای 24 درصد کمتر از مقدار بار کمانشی ورق کامپوزیتی بدون گشودگی می‌باشد.

جدول ۸- مقادیر بار کمانش ورق کامپوزیتی بدون گشودگی و گشودگی دایره‌ای به روش‌های تجربی و المان محدود

نحوه (K ²)	گشودگی	تجربی	ANSYS	اختلاف (%)
بدون	۰/۷۲	۰/۶۹	۴/۳۴	
دایره‌ای	۰/۵۸	۰/۶	۳/۴	

در شکل ۱۷، نهایی از مراحل آزمایش در قبل و بعد از کمانش ورق کامپوزیتی دارای گشودگی دایره‌ای (شکل ۱۷-الف) و بدون گشودگی (شکل ۱۷-ب) نشان داده شده است.



شکل ۱۷- ورق کامپوزیتی دارای گشودگی دایره‌ای و بدون گشودگی قبل و بعد از کمانش، (الف): ورق دارای گشودگی قبل از کمانش، (ب): ورق بدون گشودگی قبل از کمانش، (ت): ورق بدون گشودگی بعد از کمانش

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، با استفاده از کدهای کامپیوتری نوشته شده از روش‌های تحلیلی CLT , $FSDT$ و CPT ، المان محدود و نتایج