

تحلیل عددی و تجربی الگوی نشتی در یک پمپ دنده‌ای دندانه خارجی

فرهاد سدري

علیرضا ریاسی*

کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

چکیده

پمپ دنده‌ای از پرکاربردترین انواع پمپ‌های دورانی و جابجایی مثبت است که به دلیل ساختار ساده، ابعاد کوچک و کارایی مطمئن، به‌صورت گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد. این پمپ‌ها برای تولید فشارهای بالا و یا اندازه‌گیری دقیق دبی سیالات به‌طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرند. علیرغم مزایای فراوان، نشتی زیاد سیال در فشارهای بالا، اصلی‌ترین نقطه‌ضعف این گونه از پمپ‌ها است؛ به همین دلیل مطالعه انواع نشتی، الگوی آن و راه‌های برطرف کردن آن، اهمیت به‌سزایی در کاهش اتلاف انرژی در این گونه پمپ‌ها دارد. در این تحقیق، یک پمپ دنده‌ای دندانه خارجی به‌صورت عددی، تحلیلی و آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار گرفته است. پارامترهای مهم عملکرد پمپ نظیر نشتی، بازدهی حجمی و توان مصرفی پمپ در اختلاف فشارهای مختلف از ۲ تا ۶۰ اتمسفر به‌صورت تجربی اندازه‌گیری شده است. سپس شبیه‌سازی دوبعدی جریان توسط نرم‌افزار تجاری Fluent انجام شده و میزان نشتی، بازدهی و توان پمپ به صورت عددی محاسبه و با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه شده است. با رعایت مقادیر دقیق لقی‌ها، نتایج حل عددی پمپ با دقت مناسبی با نتایج آزمایشگاهی مطابقت دارد. نتایج نشان می‌دهد که وجود لقی مرکزی با اندازه مناسب بین چرخ‌دنده‌های پمپ و نشتی ناشی از آن، نه‌تنها سبب افت کارایی پمپ نمی‌شود، بلکه با تخلیه بخشی از روغن پرفشار حبس شده بین دندانه‌ها به ناحیه پرفشار خروجی، باعث افزایش بازدهی و دبی حجمی می‌شود.

واژه‌های کلیدی: پمپ دنده‌ای، نشتی، توان، آزمایشگاهی، عددی.

Numerical and Experimental investigation of leakage pattern within an external gear pump

F. Sedri

A. R Riasi

School of Mechanical Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

School of Mechanical Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

Abstract

Gear pump is one the most common types of static type (positive displacement) pumps with properties such as small size and safe performance. These pumps are mainly used for handling high pressure fluids and flow measuring in hydraulic systems. The most important weakness of this type of pump is high leakage in high working pressures. So, it is important to study the leakage types and the ways to eliminate them in order to decrease the amount of energy lost. In this study, an external gear pump has been studied numerically, analytically and experimentally. Using FLUENT software, the pump leakage, efficiency and power consumption are studied numerically and then have been compared with the experimental data. The numerical results have a good agreement with the experimental data. The results show that the leakage due to a suitable central clearance does not reduce the pump performance. Moreover, this clearance causes the fluid to convey from the space between gears to the high pressure outlet zone without using any decompression slots on the side bearings of the pump. As a result, the flow rate and the pump overall performance are improved.

Keywords: Gear pump, Leakage, Power, Experimental, Numerical.

۱- مقدمه

پمپ‌های دنده‌ای به دلیل ساختار ساده، عملکرد مطمئن، ابعاد کوچک، تعداد کم قطعات متحرک و توانایی تولید فشارهای زیاد، برای کاربردهای متعددی در صنعت از جمله تولید فشارهای بالا و یا اندازه‌گیری دقیق دبی سیال استفاده می‌شود. این پمپ‌ها حداقل از دو چرخ‌دنده تشکیل می‌شوند که درگیری دندانه‌های آن‌ها با یکدیگر باعث مکش سیال از ناحیه کم‌فشار و تخلیه آن در ناحیه پرفشار می‌شود [۱]. در پمپ‌های جابجایی مثبت، ظرفیت جابجایی تنها تابعی از سرعت دورانی پمپ است. اختلاف فشار دو سمت پمپ نیز مستقل از سرعت دورانی پمپ است و این سیستم هیدرولیک است که اختلاف فشار را روی پمپ اعمال می‌کند که در این پژوهش این کار توسط یک شیر سوزنی انجام می‌شود. یکی از مهم‌ترین مشکلات این گونه پمپ‌ها، وجود

نشتی‌های قابل‌توجه در اختلاف فشارهای زیاد است که مقدار آن معمولاً با اختلاف فشار نسبت مستقیم دارد؛ به‌طوری که در اختلاف فشارهای بسیار زیاد ممکن است مقدار نشتی از مقدار سیال پمپ شده بیشتر شود. [۲] به همین علت، بررسی رفتار جریان و نشتی‌ها در این پمپ‌ها و رفع مشکلات آن، اهمیت فراوانی در کاهش نشتی و مصرف انرژی پمپ‌های دنده‌ای دارد.

در تحقیقات منرینگ و کاساراگادا [۳] اثر تعداد دندانه‌های چرخ‌دنده‌های راننده و رانده‌شده در پمپ دنده‌ای بر نوسانات فشار و جریان پمپ به‌صورت تحلیلی بررسی شده که مطابق نتایج به‌دست‌آمده، اگر تعداد دندانه‌های چرخ‌دنده راننده زیاد و تعداد دندانه‌های چرخ‌دنده رانده‌شده کم باشد، نوسانات فشار کم می‌شود و در نتیجه، اندازه پمپ می‌تواند کوچک‌تر شود.

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: ariasi@ut.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۵/۱۱/۳۰

تاریخ پذیرش: ۹۶/۱۰/۱۸

در سال‌های اخیر پیشرفت‌های فراوانی در دینامیک سیالات محاسباتی صورت گرفته که آن را به اصلی‌ترین ابزار برای تحلیل پمپ‌های دنده‌ای تبدیل کرده است [۴]. شبیه‌سازی عددی پمپ‌های دنده‌ای معمولاً به وسیله شبکه‌سازی متحرک صورت می‌گیرد که در آن حرکت چرخ‌دنده‌ها توسط گام‌های زمانی بسیار کوچکی انجام می‌شود. با طی شدن هر گام زمانی، دامنه سیالاتی یک مرتبه حل می‌شود و جواب آن به عنوان حدس اولیه برای گام بعد مورد استفاده قرار می‌گیرد. با طی شدن تعداد زیادی گام زمانی، شبیه‌سازی حرکت پمپ صورت می‌گیرد.

در پژوهش صورت گرفته توسط کومار [۵]، یک پمپ دنده‌ای با اندازه لقی‌های شعاعی مختلف و به صورت دوبعدی در نرم‌افزار تجاری Fluent با روش شبکه‌سازی متحرک شبیه‌سازی شده و اثر کاهش اندازه لقی‌ها بر نشتی و بازدهی حجمی پمپ بررسی شده است.

در روشی که توسط کاستیلا و همکاران [۶] توسعه یافته است، شبیه‌سازی متحرک پمپ دوبعدی با تعویض متناوب شبکه انجام می‌شود. در این فرایند که پیچیده‌تر از روش شبکه‌سازی متحرک پیش-فرض در کد نرم‌افزار است، بعد از گذر تعداد معینی گام زمانی، یک شبکه جدید تولید می‌شود که علاوه بر حفظ و افزایش کیفیت مش، تماس دو سطح از دو چرخ‌دنده در محل تماس برقرار می‌شود که باعث عدم نشت سیال از بین دندانه‌ها در مرکز پمپ و افزایش بازدهی و نزدیک شدن آن به مقدار واقعی در آزمایش‌های تجربی می‌شود.

در تحقیقات دل‌کمپو و همکاران [۷]، شبیه‌سازی یک پمپ دنده‌ای دندانه خارجی به صورت دوبعدی و شبکه‌سازی متحرک پیش-فرض انجام شده است که از روش موسوم به دیواره سلول لزج برای محاسبه دقیق بازدهی حجمی پمپ استفاده شده است. برای جلوگیری از نشت جریان بین چرخ‌دنده‌ها در حل عددی (که در واقعیت چنین نیست)، شرایط مرزی دیواره چرخ‌دنده‌ها در مکان مجازی اتصال دندانه‌ها در مرکز پمپ به صورتی تغییر داده می‌شود که لزج جریان در سلول‌های نزدیک به این مکان افزایش یابد که سبب می‌شود یک دیوار مجازی تشکیل شود تا مانع از عبور سیال شود. نتایج به دست آمده از حل عددی، به شرایط واقعی کارکرد پمپ نزدیک‌تر است. اما پیچیدگی‌های این روش زیاد است و نیازمند کد نویسی پیچیده برای تعیین لزج متشخص در نواحی خاصی از میدان سیالاتی است. درحالی‌که اگر لقی‌ها به اندازه واقعی در نظر گرفته شود، روش حل دینامیک پیش‌فرض دقت قابل قبولی دارد.

در پژوهش کاستیلا و همکاران [۸] شبیه‌سازی یک پمپ دنده‌ای به روش دیواره سلول لزج و تغییر متناوب شبکه به صورت سه‌بعدی انجام شده و الگوی خطوط جریان در ناحیه ورودی پمپ مورد بررسی قرار گرفته اما به دلیل شبکه محاسباتی بسیار پرتراکم و در نتیجه محاسبات بسیار زیاد، مطالعه شبکه انجام نشده است.

در پژوهش غضنفریان و همکاران [۹] تحلیل عددی اثر توربولانس و کاویتاسیون در یک پمپ دوقلوی دندانه خارجی با نرم‌افزار متن‌باز Open Foam استفاده شده است. برای مدل‌سازی کاویتاسیون از فرض جریان دو فاز استفاده شده است. همچنین اثر کاهش لقی‌ها بر بهبود بازدهی حجمی نیز بررسی شده است.

در تحقیق حاضر، به منظور کاهش نشتی سیال، یک پمپ دنده‌ای دندانه خارجی به صورت عددی و آزمایشگاهی و تحلیلی مورد بررسی

قرار گرفته است. اثر لقی بین دو چرخ‌دنده در مرکز پمپ به صورت عددی شبیه‌سازی و تأثیر آن بر الگوی جریان بررسی و همچنین راه-حلی جدید برای ایجاد این نوع نشتی که می‌تواند مفید باشد معرفی شده است.

۲- روش تحلیلی

علاوه بر راه‌های عددی و تجربی برای مشخص کردن عملکرد پمپ مانند بازدهی و توان آن، راه‌های تحلیلی نیز قابل استفاده است. روش-های گوناگونی برای تحلیل نشتی شعاعی پمپ دنده‌ای پیشنهاد شده است؛ یکی از این روش‌ها توسط هوزیاکس [۱۰] معرفی شده است. مطابق این روش، به دلیل این‌که فاصله بین نوک چرخ‌دنده و پوسته پمپ بسیار کوچک و در حدود ۰.۵ درصد شعاع نوک چرخ‌دنده است، می‌توان از انحنای مسیر چشم‌پوشی کرد و جریان در داخل این لقی‌ها را لایه‌ای و توسعه‌یافته در نظر گرفت. فرض جریان لایه‌ای فرض درستی است. زیرا عدد رینولدز جریان در این ناحیه به صورت رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$Re = \frac{VD}{\nu} \quad (1)$$

که در آن سرعت جریان V کمتر از ۴ متر بر ثانیه، ارتفاع لقی D حدود ۵۰ میکرومتر و لزج سینماتیکی ν حدود 10^{-4} است. بنابراین مقدار عدد رینولدز حدود ۱۰ می‌شود که بسیار کمتر از ۲۳۰۰ است، پس جریان قطعاً لایه‌ای است. در این صورت معادله جریان برای این ناحیه مطابق رابطه (۲) است:

$$\mu \frac{d^2 u}{dy^2} = \frac{dp}{dx} \quad (2)$$

که با فرض شرایط مرزی دیواره ثابت برای پوسته پمپ و دیواره متحرک برای نوک چرخ‌دنده، روابط (۳) و (۴) برقرار است و می‌توان جریان عبوری از لقی‌ها را جریان کوئت^۱ فرض کرد:

$$u(H) = 0 \quad (3)$$

$$u(-H) = U = \omega r \quad (4)$$

که در آن H نصف مقدار ارتفاع لقی، ω سرعت دورانی چرخ‌دنده و r شعاع خارجی چرخ‌دنده است. با حل معادله (۲)، پروفیل سرعت در شکل ۱ به صورت رابطه (۵) و برای دبی نشتی رابطه (۶) به دست می‌آید:

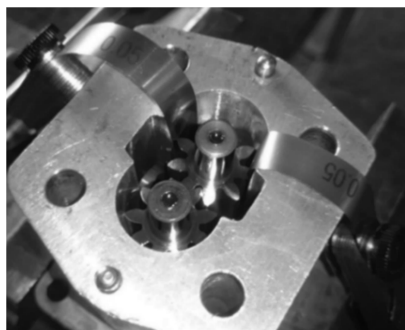
$$u = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} y^2 - \frac{U}{H} y + U - \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} H^2 \right) \quad (5)$$

$$Q_l = \frac{4}{3\mu} \frac{dp}{dx} H^3 \quad (6)$$

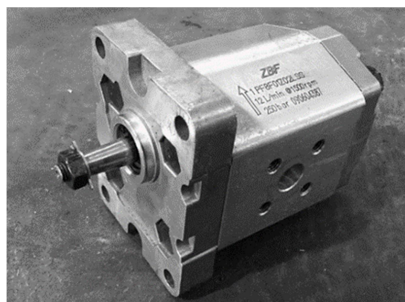
حفره‌ها به دلیل داشتن اندازه بزرگ نسبت به فضای لقی‌ها، تأثیر ناچیزی بر افت فشار دارند و علت اصلی افت فشار، فواصل و لقی‌های کوچک است. در فاصله میان ناحیه پرفشار و کم‌فشار در پمپ مذکور به طور متوسط ۶ لقی شعاعی وجود دارد. بنابراین اختلاف فشار دو سمت پمپ مطابق رابطه (۷) است:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{P_{out} - P_{in}}{6L} \quad (7)$$

¹ Couette Flow



شکل ۲- اندازه‌گیری لقی شعاعی پمپ دنده‌ای توسط فیلر



شکل ۳- پمپ دنده‌ای دندانه خارجی مورد آزمایش

برای انجام آزمایش‌های تجربی از نوعی روغن‌موتور استاندارد^۳ با لزجت دینامیکی ۰/۱ در دمای ۶۰ درجه سلسیوس و چگالی ۸۷۲ استفاده شده و همچنین دمای محیط ۲۵ درجه بوده و دمای روغن در ۶۰ درجه سلسیوس ثابت قرار گرفته است. طرح مدار آزمایش در شکل ۴ مشخص شده است.

در جدول ۳ نتایج توان هیدرولیکی تحلیلی خروجی پمپ و توان ورودی شفت پمپ مشخص شده است. توان هیدرولیکی یک پمپ از رابطه (۹) بدست می‌آید که در آن Q دبی حجمی پمپ (بدون در نظر گرفتن دبی نشتی) و ΔP اختلاف فشار دو سمت پمپ است. توان ورودی شفت پمپ نیز از طریق آزمایش بدست آمده است. نتایج تجربی و هیدرولیکی در کنار نتایج عددی، در بخش تحلیل عددی، در یک نمودار مشخص شده است.

$$\dot{W} = Q\Delta P \quad (9)$$

۴- تحلیل عددی

۴-۱- هندسه

ابتدا ابعاد اصلی پمپ که در جدول ۱ مشخص شده است به‌صورت دقیق اندازه‌گیری شده و سپس هندسه پمپ، شامل چرخ‌دنده‌ها و محفظه پمپ در نرم‌افزار CATIA مطابق اندازه‌های به‌دست‌آمده به صورتی که در شکل ۵ نشان داده شده مدل‌سازی شده است. در این تحقیق، برای کاهش هزینه محاسباتی، از تحلیل دوبعدی به‌جای سه-بعدی استفاده شده است، زیرا هزینه محاسباتی به‌طور چشمگیری کاهش می‌یابد درحالی‌که نسبت به داده‌های آزمایشی دقت قابل قبولی

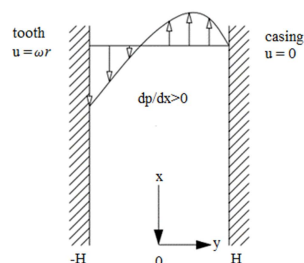
که در آن $6L$ مجموع طول لقی‌ها بین ناحیه پرفشار و کم‌فشار است. به‌این‌ترتیب دبی حجمی پمپ مطابق رابطه (۸) به دست می‌آید:

$$Q_{net} = Q_0 - Q_l = Q(dp/dx = 0) - \frac{4}{3\mu} \frac{dp}{dx} H^3 \quad (8)$$

۳- تحلیل آزمایشگاهی

پمپ دنده‌ای مورد آزمایش در شکل ۲ و ۳ از نوع دندانه خارجی است که مشخصات آن در جدول ۱ ذکر شده است. نتایج اندازه‌گیری شده بازدهی حجمی و توان مصرفی پمپ به ترتیب در جدول ۲ آمده است. برای اندازه‌گیری لقی شعاعی^۱ (فاصله میان نوک دندانه و بدنه پمپ) که پارامتر بسیار مهمی در پمپ‌های دنده‌ای است، از دو عدد فیلر^۲ مطابق با شکل ۲ استفاده شده است.

در این آزمایش از یک موتور الکتریکی سه فاز با توان ۱/۵ کیلووات، بازدهی ۸۳ درصدی و دور ثابت ۱۴۸۰ دور بر دقیقه استفاده شده است. برای اینکه اثرات ناشی از کاویتاسیون به حداقل برسد، در همه آزمایش‌ها سرعت دورانی پمپ در حدود ۵۰۶ دور بر دقیقه، معادل ۵۳ رادیان بر ثانیه است. دبی ایده‌آل پمپ در این سرعت حدود ۰/۰۶۱۳ کیلوگرم بر ثانیه است. بیشینه فشار تولیدی این پمپ ۲۰۰ اتمسفر است.



شکل ۱- پروفیل سرعت جریان لایه‌ای و توسعه‌یافته دوبعدی بین صفحه ثابت و متحرک [۱۰]

جدول ۱- مشخصات پمپ دنده‌ای مورد آزمایش

نوع کمیت	مقدار کمیت	واحد کمیت
تعداد دندانه هر چرخ‌دنده	۹	
ظرفیت جابجایی	۸/۳۴	cm ³ /rev
زاویه فشار چرخ‌دنده	۲۹	degree
مدول چرخ‌دنده	۱۱/۲	mm
عرض چرخ‌دنده	۳۰	mm
شعاع نوک چرخ‌دنده	۱۱/۶	mm
لقی شعاعی	۰/۰۵	mm

جدول ۲- نتایج تجربی بازدهی حجمی

اختلاف فشار (اتمسفر)	بازدهی حجمی (درصد)
۲	۹۲/۱۵
۲۰	۷۹/۱۹
۴۰	۶۴/۸۴
۶۰	۴۹/۵۱

^۱ Radial clearance

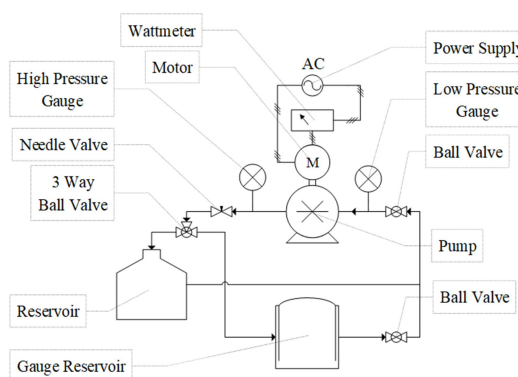
^۲ Feeler

^۳ SAE 20W50

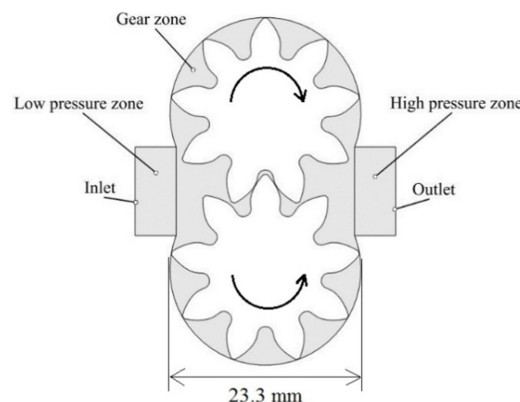
دارد، به ویژه زمانی که تاثیر ویژگی های سه بعدی هندسه، همانند شکل مقاطع ورودی و خروجی یا شکاف های ضد فشار بر الگوی جریان داخل پمپ موضوع بررسی نباشند. [۱۱].

جدول ۳- نتایج توان مصرفی پمپ

اختلاف فشار (اتمسفر)	توان هیدرولیکی (وات)	توان ورودی شفت (وات)
۰/۵	۳/۵	۸/۳
۲	۱۴/۱	۱۶/۶
۱۰	۷۰/۷	۵۸/۱
۲۰	۱۴۱/۱	۱۳۲/۸
۳۰	۲۱۱/۷	۱۸۲/۶
۴۰	۲۸۲/۳	۲۵۷/۳
۵۰	۳۵۲/۸	۳۳۲
۶۰	۴۲۳/۴	۳۹۸/۴



شکل ۴- طرحواره مدار آزمایش



شکل ۵- دامنه سیالاتی دوبعدی پمپ دنده ای

۲-۴- آنالیز عدم قطعیت نتایج تجربی

آنالیز عدم قطعیت برای بازدهی حجمی و توان مصرفی پمپ مطابق با استاندارد انجام شده و نتایج در جدول ۴ نشان داده شده است [۱۲]. برای تابع r با تعداد z متغیر، u_r عدم قطعیت هر آزمایش را نشان می-دهد که در آن b_r مقدار عدم قطعیت سیستماتیک، و s_r عدم قطعیت

اتفاقی است؛ در این پژوهش از مقدار s_r صرف نظر می شود.

$$r = r(X_1, X_2, \dots, X_j) \quad (۱۰)$$

$$u_r = \sqrt{b_r^2 + s_r^2} = \sqrt{b_r^2} \quad (۱۱)$$

برای تابع بازدهی حجمی (مقداری بی بعد بین ۰ و ۱) که تنها تابع دو متغیر زمان و حجم ظرف مدرج است داریم:

$$r = \frac{v}{t \times c} \quad (۱۲)$$

در این رابطه، مقدار v حجم ظرف مدرج و t زمان لازم برای پر شدن ظرف است. مقدار c ثابت و برابر با ظرفیت جابجایی پمپ است. برای خطای سیستمی تابعی با دو متغیر داریم:

$$b_r^2 = \left(\left(\frac{\partial r}{\partial X_1} \times b_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial X_2} \times b_2 \right)^2 \right) \quad (۱۳)$$

که در اینجا مقادیر b_1 و b_2 به ترتیب برابر با خطای ظرف مدرج و خطای زمانسنج است برابر با ۱۰ میلی لیتر و ۰/۱ ثانیه است.

اما توان ورودی به شفت پمپ تنها تابع مقداری است که توسط توان سنج اندازه گیری شده است. بنابراین مقدار عدم قطعیت آن برابر با خطای اندازه گیری توان سنج است که برابر با ۲۰ وات است. واضح است که برای فشارهای کمتر از ۳۰ اتمسفر، مقدار اندازه گیری شده برای توان، دقت کافی ندارد و هرچه اختلاف فشار و به تبع آن توان ورودی لازم افزایش یابد، دقت اندازه گیری افزایش می یابد.

جدول ۴- آنالیز عدم قطعیت متوسط

برای بازدهی حجمی (درصد)	برای توان ورودی شفت (درصد)
۴/۵	۵

۳-۴- معادلات حاکم

در حل جریان متلاطم از معادله توربولانسی $\epsilon - \kappa$ Realizable با تابع دیواره بهبود یافته^۱ در کنار معادلات پیوستگی و مومنتوم استفاده شده است که این معادلات به صورت مرتبه دو گسسته سازی شده اند [۱۳]. در این تحقیق، انتقال گرما بررسی نشده است، بنابراین معادله انرژی جزء معادلات حاکم در نظر گرفته نشده است. همچنین به دلیل تک فاز بودن سیال، اثر نیروی حجمی ناشی از جاذبه قابل چشم پوشی است.

۴-۴- تولید شبکه

شبکه بندی دامنه سیالاتی توسط نرم افزار ANSYS Workbench و شبکه سازی متحرک و حل توسط نرم افزار Fluent صورت گرفته و برای تعریف حرکت دیواره های متحرک (چرخ دنده ها) از یک کد متنی^۲ استفاده شده است [۱۴]. بر اساس پژوهش کاستیلا و همکاران [۱۶]، اگر سلول های نزدیک به دیواره به قدری کوچک باشند که $y^+ < 5$ آن ها کمتر از ۳ باشد، می توان حل را مستقل از شبکه گرفت، با این حال برای اطمینان از استقلال حل از شبکه و آگاهی از تاثیر اندازه و تعداد سلول های شبکه بر هزینه محاسباتی، مطالعه شبکه انجام شده است.

^۱ Enhanced wall treatment

^۲ UDF

در ابتدا اندازه کوچک‌ترین سلول‌های روی دیواره به گونه‌ای تعیین می‌شود که حداقل یک لایه شبکه در کوچک‌ترین فاصله‌ها ایجاد شود، سپس تا سه مرحله دیگر اندازه سلول‌های روی دیواره نصف می‌شود. باید توجه داشت که در همه حالات اندازه y^+ سلول‌های روی دیواره‌ها کوچک‌تر ۱ است.

نکته مهم این است که نیازی به ایجاد شبکه با سلول‌های کوچک و یکنواخت^۱ نیست، زیرا این کار هزینه محاسباتی را بسیار بالا می‌برد در حالی که جواب نهایی کمتر از یک درصد با جواب کنونی اختلاف خواهد داشت که علت آن این است که نشستی در یک پمپ دنده‌ای از طریق فواصل بسیار کوچک بین دیواره‌ها (لقی‌ها) رخ می‌دهد و برای افزایش دقت حل تنها کافی است تراکم سلول‌ها در این نواحی زیاد شود [۸]. در شکل ۶ نمایی نزدیک از شبکه بین دنده‌ها قابل مشاهده است.

حل شبکه متحرک از نوع گذرا^۲ است؛ به همین دلیل نمی‌توان انتهایی برای فرآیند حل در نظر گرفت، بنابراین معمولاً هنگامی می‌توان مسئله را حل شده در نظر گرفت که شرایط مسئله مانند دبی خروجی یا ممان حول محور پمپ به شرایط شبه پایا^۳ و تکرارشونده برسد. اما قبل از آن، همگرایی هر یک از گام‌های حل باید با معیارهای قابل قبولی ارضا شود. به دلیل حجم سنگین محاسباتی ناشی از تعداد زیاد سلول‌های شبکه و گام‌های زمانی، معیار 10^{-4} برای باقیمانده‌ها به عنوان معیار همگرایی باقیمانده‌ها در نظر گرفته شده است که تعادل مناسبی میان سرعت و دقت حل برقرار می‌کند [۷].

ماهیت جریان پمپ دنده‌ای، تکرارشونده است و چون هر چرخ‌دنده ۹ دنده دارد، در یک دور دوران محور پمپ، نمودار دبی و ممان حول محور پمپ نیز ۹ سیکل نوسانی دارند که به دلیل یکسان بودن چرخ‌دنده‌ها، هر نوسان خود شامل دو نوسان یکسان است. در اینجا برای حل مسئله پمپ دنده‌ای، انجام محاسبات برای دو نوسان تکرارشونده (دو نهم یک دور) کافی خواهد بود، زیرا نتایج هر نوسان یکسان و تکرارپذیر است و شرایط مسئله به حالت شبه پایا می‌رسد [۱۱].

در طی فرایند بازتولید شبکه^۴ که روش پیش‌فرض تولید شبکه متحرک در کد نرم‌افزار است، مقدار عدم تقارن^۵ سلول‌ها به کمتر از ۰/۶ محدود شده است تا از حفظ کیفیت سلول‌های شبکه اطمینان حاصل گردد [۱۵].

۴-۵- نتایج عددی و مقایسه با نتایج تجربی

برخلاف عملکرد ساده مکانیکی، جریان داخل پمپ‌های دنده‌ای پیچیدگی‌های فراوانی دارد که بهترین راه برای تحلیل آن، محاسبات عددی به کمک کامپیوتر است. محاسبات عددی در این زمینه نیز باید با دقت ویژه‌ای انجام شود تا نتایج قابل قبولی به دست آید.

نتایج مطالعه استقلال حل از شبکه در شکل ۷ برای بازدهی و گشتاور حول محور پمپ برحسب تعداد سلول‌های شبکه رسم شده

است. همچنین در شکل ۸، هزینه محاسباتی نسبت به تعداد سلول‌ها رسم شده است. این مطالعه برای هر فشار دلخواهی قابل قبول است که در اینجا برای فشار ۲۰ اتمسفر صورت گرفته است، زیرا این فشار در میانه بازه فشار کاری در آزمایش است.

با توجه به اینکه بیشترین تعداد سلول‌های شبکه را سلول‌های نزدیک به دیواره تشکیل می‌دهد، با نصف شدن اندازه سلول‌های روی دیواره‌ها، تعداد سلول‌های شبکه تقریباً دو برابر می‌شود. با توجه به مطالعه شبکه، اندازه ۰/۰۲ میلی‌متر، مناسب‌ترین اندازه برای کوچک‌ترین سلول‌های روی دیواره است. در این وضعیت، حدود دو تا سه لایه سلول در بین کوچک‌ترین فواصل و لقی‌ها شکل می‌گیرد. در جدول ۵ نتایج مطالعه شبکه نشان داده شده است.

همانطور که در شکل‌های ۸ و ۹ قابل مشاهده است، با افزایش فشار خروجی پمپ، نوسانات دبی افزایش می‌یابد ولی نوسانات گشتاور حول محور پمپ کاهش می‌یابد. همچنین به طور واضح، نوسان نمودارها تکرارپذیر و شبه پایا است.

با به کارگیری روش هوزیاکس برای پمپ مورد آزمایش، میزان نشستی ناشی از لقی شعاعی به دست آمده در شکل ۱۰ و نمودار توان-های هیدرولیکی، تجربی و عددی در شکل ۱۱ با داده‌های تجربی و عددی مقایسه شده است. همان‌طور که قابل مشاهده است، در روش هوزیاکس مقدار نشستی کمتر از مقدار واقعی پیش‌بینی شده که علت آن نشستی از میان دنده‌های دو چرخ‌دنده است که در روش هوزیاکس در نظر گرفته نشده است. در این تحقیق برای راحتی در استفاده، نشستی از میان دو چرخ‌دنده، نشستی مرکزی نامیده شده است. بنابراین در نظر گرفتن نشستی مرکزی در شبیه‌سازی اهمیت زیادی دارد.

مطابق شکل ۱۰، مقادیر عددی و تجربی بازدهی حجمی در اختلاف فشارهای کمتر از ۵۰ اتمسفر، کمتر از دو درصد با یکدیگر تفاوت دارند، اما در اختلاف فشارهای نزدیک به ۶۰ اتمسفر، این اختلاف به حدود ۸ درصد می‌رسد. بنظر می‌رسد بخشی از این اختلاف ناشی از سایر منابع نشستی باشد که به دلیل کوچک بودن مقدار آنها، پیچیدگی هندسی و دشواری در اندازه‌گیری تجربی در مدل‌سازی‌های ریاضی و عددی در نظر گرفته نشده‌اند، بطور مثال، نشستی جانبی بین چرخ‌دنده‌ها و یاتاقان‌ها که برای مدل‌سازی عددی نیاز به تحلیل سه بعدی دارد. همچنین به دلیل نوسانات قابل توجه عقربه فشارسنج در فشارهای بالا، در هنگام خواندن مقدار دقیق اختلاف فشار خطاهایی رخ می‌دهد که ناشی از عدم دقت وسیله اندازه‌گیری است.

مطابق شکل ۱۱، مقادیر تحلیلی و عددی گشتاور پمپ در اختلاف فشارهای بالا بسیار به هم نزدیک‌اند و کمتر از ۳ درصد اختلاف دارند، اما در فشارهای کمتر از ۲۰ اتمسفر، اختلافی در حدود ۲۰ درصد دارند. نتایج تجربی نیز به طور کلی در حدود ۵ درصد با مقادیر تحلیلی یا عددی اختلاف دارند، به ویژه در اختلاف فشارهای میانی این اختلاف بیشتر می‌شود که می‌تواند ناشی از خطای آزمایش باشد.

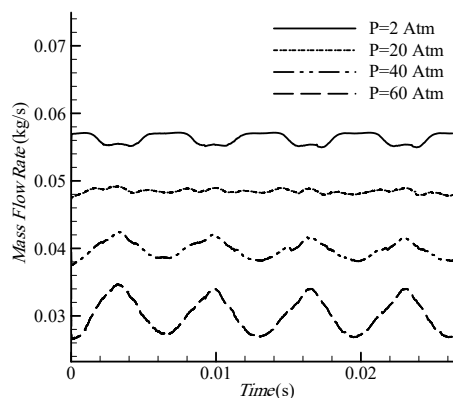
¹ Uniform

² Transient

³ Quasi-Steady

⁴ Remeshing

⁵ Skewness



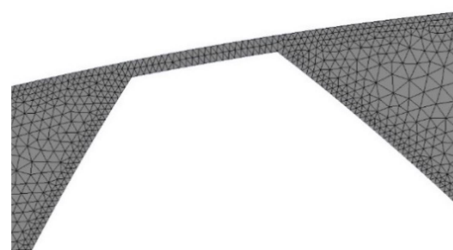
شکل ۹- حل عددی دبی جرمی

نیروی وارد شده از طرف سیال به دندانه‌های چرخ‌دنده‌ها که ناشی از اختلاف فشار دو سمت پمپ است باعث ایجاد گشتاوری خلاف جهت چرخش چرخ‌دنده‌ها می‌شود؛ همچنین، نشتی سیال تأثیری قابل توجهی بر گشتاور ندارد؛ به همین دلیل گشتاور شفت پمپ یا توان مصرفی پمپ، با دقت خوبی تنها تابع اختلاف فشار است؛ به همین دلیل، نمودار توان تجربی برحسب فشار به صورت خطی است. همان‌طور که در شکل ۱۱ قابل مشاهده است، مقادیر توان هیدرولیکی تحلیلی و عددی کمتر از ۱۰ درصد با نتایج تجربی اختلاف دارد.

در شکل ۱۲ نشتی مرکزی و شعاعی مشخص شده است. انتظار می‌رود در سرعت‌های نسبتاً کم، سیال از طریق لقی مرکزی، از ناحیه پرفشار به کم‌فشار نشت کند. اما سیال حبس شده در حفره‌های ایجاد شده توسط دندانه‌های درگیر دو چرخ‌دنده، نمی‌تواند در سرعت‌های بالا به سرعت و راحتی تخلیه شود، در نتیجه فشار سیال داخل حفره افزایش می‌یابد. در نمودار فشار حاصل از حل عددی پمپ که در شکل ۱۳ نشان داده شده، فشار سیال حبس شده ۶ اتمسفر بیشتر از فشار ۲۰ اتمسفری خروجی است.

مطابق شکل ۱۴، دو نوع گشتاور به چرخ‌دنده رانده شده B در خلاف جهت دوران آن وارد می‌شود؛ گشتاور $M1$ به دلیل اختلاف فشار دو سمت پمپ و گشتاور $M2$ به دلیل افزایش فشار سیال حبس شده در حفره (مشخص شده با رنگ تیره) ایجاد می‌شوند. تا زمانی که حفره پرفشار به مرکز پمپ نرسیده باشد، همیشه سطح $S2$ از دندانه چرخ‌دنده B بزرگ‌تر از سطح $S1$ خواهد بود، به همین خاطر، برآیند نیروی وارد شده بر آن‌ها به صورت گشتاور $M2$ و در جهت گشتاور $M1$ است. پس برآیند گشتاورهای وارد شده بر چرخ‌دنده، همیشه در خلاف جهت دوران آن خواهد بود.

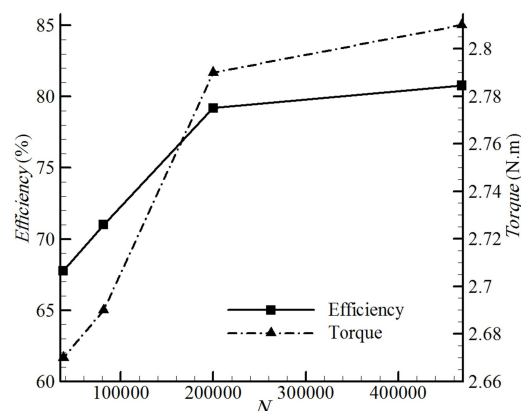
با توجه به موارد ذکر شده درباره گشتاورها، همیشه سطح یکی از دندانه‌های چرخ‌دنده B در مرکز پمپ (سمت چپ هر دندانه)، در تماس با یکی از دندانه‌های چرخ‌دنده A قرار می‌گیرد؛ در نتیجه مسیر عبور



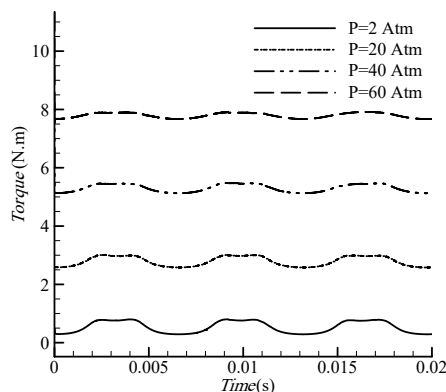
شکل ۶- شبکه‌بندی بین نوک دندانه و محفظه پمپ

جدول ۵- اندازه کوچک‌ترین سلول در شبکه‌های مختلف به منظور مطالعه شبکه

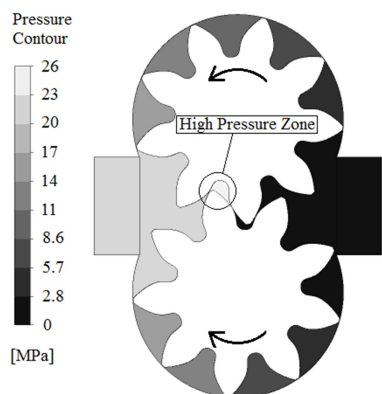
اندازه کوچک‌ترین سلول (mm)	تعداد سلول	هزینه محاسباتی نسبی
۰/۰۸	۳۸۰۰۰	۱
۰/۰۴	۸۱۴۰۰	۴/۱
۰/۰۲	۲۰۰۰۰۰	۲۰/۴
۰/۰۱	۴۶۸۵۰۰	۹۷/۹



شکل ۷- مطالعه شبکه برحسب مقدار بازدهی حجمی و اندازه گشتاور روی محور پمپ



شکل ۸- حل عددی گشتاور حول محور پمپ

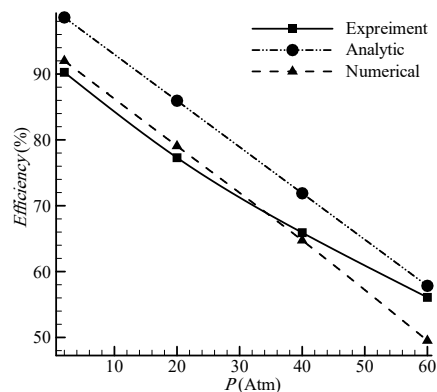


شکل ۱۳- سیال حبس شده پرفشار در مرکز پمپ

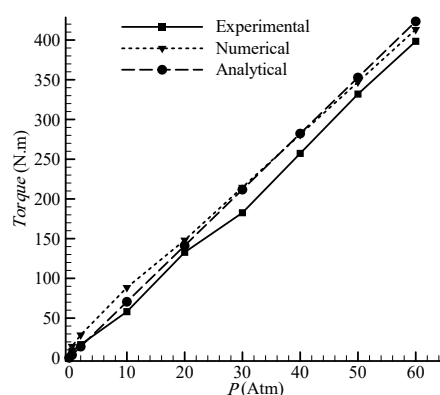
سیال از مرکز پمپ به سمت ناحیه پرفشار بسته می‌شود و در مقابل، مسیر عبور سیال از مرکز به ناحیه کم‌فشار باز می‌شود. نتیجه این امر این است که تمام سیال حبس شده در حفره از راه مشخص شده در ناحیه $P2$ به داخل ناحیه کم‌فشار نشت می‌کند و بازدهی حجمی پمپ را کاهش می‌دهد.

اما نتایج حل عددی نشان داده شده در شکل ۱۵ که جهت جریان سیال در آن مشخص است، نشان می‌دهد با این که لقی مرکزی مشخصی در بین دو چرخ‌دنده وجود دارد، نه‌تنها سیال از ناحیه پرفشار به کم‌فشار نشت نمی‌کند، بلکه بخشی از سیال از راه لقی مرکزی مشخص شده در ناحیه $P1$ به ناحیه پرفشار تخلیه می‌شود و باعث افزایش دبی خروجی و بازدهی پمپ می‌شود که این حقیقت را نشان می‌دهد که وجود لقی مرکزی با اندازه مناسب، بازدهی پمپ را بهبود می‌دهد.

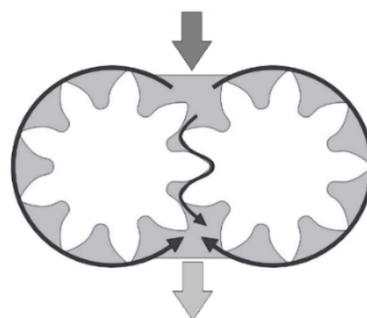
در مرکز و سمت چپ شکل ۱۵، می‌توان نقاط سکون^۱ سیال را مشاهده کرد که در داخل دایره مشخص شده است. عوامل متعددی می‌تواند باعث نشتی مرکزی شوند، ناهمواری‌های سطحی روی دندانه‌ها که ناشی از بروز خطا و عدم دقت بالا در ساخت چرخ‌دنده‌ها است، می‌تواند باعث ایجاد مسیری برای نشتی مرکزی شود. هرچند که معمولاً روی یاتاقان‌های دو سمت چرخ‌دنده‌ها، که وظیفه نگهداری چرخ‌دنده‌ها را دارند، شیارهایی موسوم به شیارهای ضد فشار جهت تخلیه سیال حفره‌ها ایجاد می‌شود، اما اگر عرض چرخ‌دنده‌ها زیاد باشد، این شیارها کارایی کافی نخواهند داشت. هیسلسر و همکاران [۱۶] در پژوهش خود، مطابق شکل ۱۶، شکاف‌هایی عمیق بر روی سطح چرخ‌دنده‌ها به‌منظور عبور راحت‌تر سیال از میان دندانه‌ها پیشنهاد داده‌اند، اما این روش کارایی کافی ندارد، زیرا به دلیل اتصال پیوسته حفره‌های دو سمت هر دندانه از طریق این شکاف‌ها، باعث ایجاد نشتی شعاعی مستقیم از ناحیه پرفشار به کم‌فشار می‌شود. در پژوهش حاضر، راه دیگری برای ایجاد مسیر نشتی مرکزی پیشنهاد می‌شود که مطابق شکل ۱۷، در آن با ایجاد شیارهایی کم‌عمق بر روی سطح دندانه‌ها و نزدیک به نوک آن، مسیری برای عبور سیال ایجاد می‌شود بدون آن‌که تأثیری بر روی نشتی شعاعی داشته باشد و در نتیجه بازدهی پمپ افزایش یابد.



شکل ۱۰- نمودار مقایسه بازدهی تجربی، عددی و تحلیلی نسبت به فشار کاری

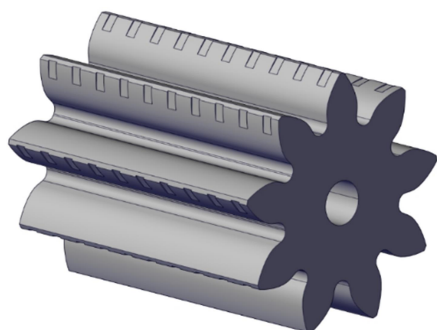


شکل ۱۱- نمودار مقایسه گشتاور تجربی، عددی و هیدرولیکی تحلیلی نسبت به اختلاف فشار



شکل ۱۲- مسیر نشتی شعاعی و مرکزی

¹ Stagnation



شکل ۱۷- شیرهای پیشنهادی ضد فشار روی سطح دندانه‌های چرخ دنده

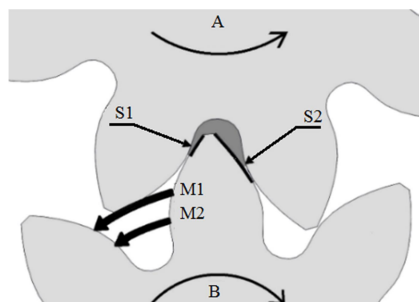
۵- نتیجه‌گیری

تحلیل و بررسی‌های انجام شده در این پژوهش، مشخص می‌کند که سیال حبس شده میان دندانه‌ها در مرکز پمپ، فشاری به مراتب بیشتر از فشار خروجی پمپ دارد که به علت وجود لقی مرکزی، بخشی از آن به سمت ناحیه پرفشار و بخشی به ناحیه کم‌فشار تخلیه می‌شود، بخشی از سیال که از این طریق به ناحیه پرفشار تخلیه می‌شود بازدهی حجمی را افزایش می‌دهد. اما در پمپ مورد آزمایش، مسیر حفره به ناحیه پرفشار همیشه بسته است و تمام سیال به ناحیه کم‌فشار تخلیه می‌شود. پس انتظار می‌رود مقادیر بازدهی حجمی تجربی، اندکی از مقادیر عددی کمتر باشد. بنابراین ایجاد شیرهایی روی سطح چرخ دنده‌ها به منظور تخلیه سیال داخل حفره به ناحیه پرفشار، می‌تواند کارایی پمپ را افزایش دهد. علاوه بر این، برای یافتن مقادیر درست نشتی به صورت تحلیلی در پمپ‌های دنده‌ای، در نظر گرفتن نشتی مرکزی از بین دندانه‌های دو چرخ دنده درگیر الزامی است، به همین دلیل روش هوزیاکس نمی‌تواند نشتی یک پمپ را به درستی محاسبه کند.

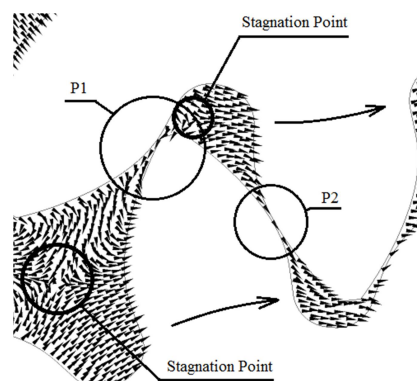
۶- نمادها

b	خطای سیستمی وسایل سنجش
C	هزینه محاسباتی
c	ظرفیت جابجایی پمپ ($\text{cc} \times \text{rev}^{-1}$)
D	ارتفاع (m)
dl	جابجایی گام زمانی (m)
dL	اندازه کوچک‌ترین سلول (m)
dP	تغییرات فشار (Pa)
dx	تغییرات طولی (m)
g	شتاب گرانش ($\text{m} \times \text{s}^{-2}$)
H	نصف ارتفاع لقی (m)
L	طول لقی شعاعی (m)
N	تعداد
P	فشار (Pa)
Q	دبی حجمی ($\text{m}^3 \times \text{s}^{-1}$)
r	شعاع خارجی چرخ دنده (m)
Re	عدد رینولدز

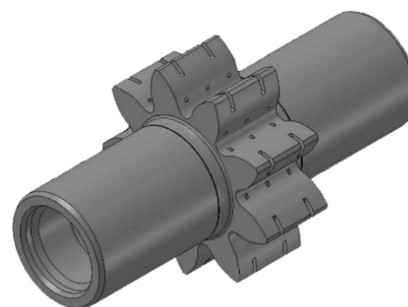
باید توجه داشت که در حل عددی به روش بازتولید شبکه، مرزهای دو چرخ دنده نمی‌توانند باهم در تماس باشند تا تماس دیواره‌های چرخ دنده‌ها که در یک پمپ واقعی وجود دارد، به صورت متحرک مدل سازی شود و الزاماً باید فاصله‌ای میان دیواره‌ها، که در این تحقیق تحت عنوان لقی مرکزی شناخته می‌شوند، وجود داشته باشد. در این پژوهش، برای سادگی، این فاصله به اندازه لقی شعاعی در نظر گرفته شده است تا تراکم سلول‌های میان لقی مرکزی به اندازه لقی شعاعی باشد. هنگامی که چرخ دنده‌ها حرکت می‌کنند، اندازه این فاصله تغییر قابل توجهی نمی‌کند و همواره در حدود ۵۰ میکرون حفظ می‌شود.



شکل ۱۴- سیال حبس شده پرفشار در مرکز پمپ و ممان‌های برآیند



شکل ۱۵- بردار جهت حرکت سیال در ناحیه پرفشار



شکل ۱۶- شیرهای ضد فشار روی نوک دندانه‌های چرخ دنده [۱۶]

- [12] Standard for Verification and Validation in Computational Fluid Dynamics and Heat Transfer, *ASME Standards*, 2009.
- [13] ANSYS Fluent User's Guide, ANSYS Fluent Release 15.0, 2013.
- [14] ANSYS Fluent UDF Manual, ANSYS Fluent Release 15.0, 2013.
- [15] Kim H., Marie H. and Patil S., Two-Dimensional CFD Analysis of a Hydraulic Gear Pump, *American Society for Engineering Education*, 2007.
- [16] Heisler A. S. and Moskwa J., The Design of Low-Inertia, High-Speed External Gear Pump/Motors for Hydrostatic Dynamometer Systems, *SAE World Congress & Exhibition*, 2009.

V	سرعت ($\text{m} \times \text{s}^{-1}$)
$\dot{W}$	توان ($\text{J} \times \text{s}^{-1}$)

علائم یونانی

Δ	اختلاف
η	راندمان
μ	لزجت دینامیکی ($\text{Pa} \times \text{s}$)
ν	لزجت سینماتیکی ($\text{m}^2 \times \text{s}^{-1}$)
ρ	چگالی سیال ($\text{Kg} \times \text{m}^{-3}$)
ω	سرعت دورانی محور پمپ ($\text{rad} \times \text{s}^{-1}$)

زیرنویس‌ها

c	سلول
in	ورودی
l	نشستی
net	خالص
out	خروجی
rev	دور
ts	گام زمانی
v	حجمی

۷- مراجع

- [1] Merritt H. M., Hydraulic Control System, John Wiley & Sons, 1967.
- [2] Karassik I. J., *Pump handbook*. McGraw-Hill, 1976.
- [3] Manring N. D. and Kasaragadda S. B., The Theoretical Flow Ripple of an External Gear Pump, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 125, No. 3, p. 396, 2003.
- [4] Jiang Y., Furmanczyk M., Lowry S., Zhang D. and Perng C., A Three Dimensional Design Tool for Crescent Oil Pump, *SAE World Congress & Exhibition*, 2008.
- [5] K. A. B. Kumar, N., Performance Evaluation of Gear Pump by 2D Unsteady CFD Analysis, *ASME Proceedings*, 2013.
- [6] Castilla R., Gamez-Montero P. J., Ertürk N., Vernet A., Coussirat M. and Codina E., Numerical simulation of turbulent flow in the suction chamber of a gearpump using deforming mesh and mesh replacement, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 52, No. 10, pp. 1334-1342, 2010.
- [7] del Campo D., Castilla R., Raush G. A., Gamez Montero P. J. and Codina E., Numerical Analysis of External Gear Pumps Including Cavitation, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 134, No. 8, p. 081105, 2012.
- [8] Castilla R., Gamez-Montero P. J., del Campo D., Raush G., Garcia-Vilchez M. and Codina E., Three-Dimensional Numerical Simulation of an External Gear Pump With Decompression Slot and Meshing Contact Point, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 137, No. 4, p. 041105, 2015.
- [9] Ghazanfarian J. and Ghanbari D., Computational Fluid Dynamics Investigation of Turbulent Flow Inside a Rotary Double External Gear Pump, *Journal of Fluids Engineering*, vol. 137, no. 2, p. 021101, 2014.
- [10] Houzeaux G. and Codina R., A finite element method for the solution of rotary pumps, *Computers & Fluids*, Vol. 36, No. 4, pp. 667-679, 2007.
- [11] Strasser W., Investigation Of Gear Pump Mixing, *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, 2005.