

## مقایسه مدل‌های خاکستری و مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف در طراحی معکوس چشمه‌های حرارتی در محیط‌های غیرخاکستری

صادق ظفریان

دانشجوی دکتری، بخش مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران

سید مسعود حسینی سروری\*

استاد، بخش مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران

سید حسین منصوری

استاد، بخش مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران

### چکیده

در این مطالعه تخمین توزیع مجهول چشمه‌های گرمایی توسط یک روش بهینه‌سازی انجام می‌شود به طوری که شرایط مطلوب حرارتی (دما و شار گرما) بر روی سطح طراحی ایجاد گردد. محیط مورد بررسی یک محیط غیرخاکستری، جذب‌کننده-صادرکننده و غیرپخش‌ی بوده که در حالت تعادل تابشی قرار دارد. روش جهت‌های مجزا برای حل معادله انتقال تابش استفاده می‌گردد. به منظور شبیه‌سازی تابش در محیط‌های غیرخاکستری، از دو مدل خاکستری و مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف استفاده می‌شود. مسأله معکوس از طریق کمینه کردن یک تابع هدف و توسط روش بهینه‌سازی گرادیان مزدوج حل می‌شود. به منظور اثبات توانایی روش پیشنهاد شده برای دستیابی به شرایط مطلوب حرارتی، چندین مثال با ترکیب‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. هر چند مدل خاکستری یک روش سریع به حساب می‌آید، این روش دارای خطای زیاد بوده و نتایج آن به هیچ وجه قابل اعتماد نمی‌باشند. در مقایسه با مدل خاکستری، روش مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف دارای دقت قابل قبول بوده که روشی کارآمد و قدرتمند در احتساب اثرات غیرخاکستری محیط می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: تابش، محیط غیرخاکستری، طراحی معکوس، چشمه حرارتی.

## Comparison of Gray and Spectral Line-Based Weighted Sum of Gray Gases Models in Inverse Design for Radiative Heat Source in Non-Gray Media

S. Zafariyan

Department of Mechanical Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

S. M. Hosseini Sarvari

Department of Mechanical Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

S. H. Mansouri

Department of Mechanical Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

### Abstract

In this study, an optimization technique is performed to obtain the unknown heat source distribution in order to produce the known temperature and heat flux distribution over the design surface. The medium is considered non-gray, absorber-emitter and non-scatter in radiative equilibrium. Discrete ordinate method is used for solving the radiative transfer equation. In order to consider the non-gray calculations, both the spectral line-based weighted sum of gray gases approach and the gray model are implemented. The inverse problem involves the minimization of an appropriate objective function which is minimized by the conjugate gradient method. Some examples are presented to prove the ability of the approach for achieving the desired thermal conditions. Although the gray model is a low-computational-time method, the present outcomes showed that using this method results in enormous error. Compared to the gray model, accurate results could be only achieved through using the spectral line-based weighted sum of gray gases model which is a powerful and efficient method.

**Keyword:** Radiation, Non-Gray Medium, Inverse Design, Heat Source.

های واقعی به شدت به طول موج و دما وابسته‌اند. به طور یقین، در نظر گرفتن اثرات طیفی محیط تا حد زیادی روند طراحی را مشکل می‌سازد. هر چند روش‌های دقیقی مانند روش‌های خط-به-خط<sup>۱</sup> (LBL)، باند باریک آماری<sup>۲</sup> (SNB) و باند باریک آماری همبسته-کی<sup>۳</sup> (SNBCK) برای محاسبات انتقال گرمای تابشی وجود دارد، آنها بسیار زمانبر بوده و برای مسائل عملی به کار برده نمی‌شوند. در طی سال‌های گذشته مسائل طراحی حرارتی معکوس به طور

### ۱- مقدمه

انتقال گرمای تابشی یکی از مهمترین مفاهیم مهندسی در سیستم‌های با دمای کارکرد بالا مانند محفظه‌های احتراق، رآکتورهای هسته‌ای و ... بوده و پیچیده‌ترین مکانیزم انتقال گرما می‌باشد. در بعضی مسائل مهندسی، دستیابی همزمان به دو شرط حرارتی (توزیع دما و شار حرارتی) بر روی سطح طراحی مورد نیاز است. به طور معمول، طراح تلاش می‌کند تا به طور معکوس شرایط لازم را در قسمت‌هایی از محیط یا مرزهای سیستم کشف نماید تا هر دو شرط حرارتی مطلوب بر روی سطح طراحی حاصل گردد. شواهد تجربی حاکی از این موضوع است که ضریب جذب و صدور گازها در محیط-

<sup>1</sup> Line-by-Line (LBL) Method

<sup>2</sup> Statistical Narrow Band (SNB) Model

<sup>3</sup> Statistical Narrow Band Correlated-k (SNBCK) Model

وسیع‌تری مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است. دان و همکاران [۱] موقعیت بهینه گرمکن‌ها در یک محفظه تابشی با محیط شفاف را با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی بدست آوردند. چندین مسأله معکوس حرارتی از نوع شرط مرزی توسط حسینی سروری و همکاران [۲-۴] گزارش شده است که در آنها شرایط مرزی در محیط‌های دوبعدی و سه‌بعدی حاوی گازهای شرکت کننده در تابش و خاکستری با هندسه‌های نامنظم انجام شده است به طوری که شرایط مطلوب حرارتی بر روی سطح طراحی برآورده شود. حسینی سروری و منصور [۵] یک آنالیز معکوس برای بدست آوردن چشمه‌های گرمایی داخل یک محیط تاثیرگذار در تابش، خاکستری و در حالت تعادل تابشی با هندسه نامنظم را ارائه نمودند. پورشاقی و همکاران [۶] با رویکردی مشابه با [۵] به تعیین توان چشمه‌های گرمایی در محیطی خاکستری و جذب-کننده-صادرکننده و منحرف کننده پرداختند.

به طور کلی، در محیط‌های واقعی خواص تابشی گازها به طول موج بستگی دارد. در نظر نگرفتن رفتار طیفی گازها و سطوح، محاسبات تابشی را به وضعیتی محدود می‌کند که در آن بایستی خواص تابشی ثابت باشند و در نتیجه جواب‌های غیر دقیق حاصل می‌گردد. فرانکا و همکاران [۷] توزیع چشمه‌های گرمایی را در یک محفظه مستطیل شکل به منظور ایجاد شرایط مطلوب حرارتی بر روی سطح طراحی پیدا کردند. محفظه حاوی یک محیط غیرخاکستری، جذب‌کننده-صادرکننده و غیرپخشی بود. آنها با استفاده از روش‌های تنظیمی و ناحیه‌ای، به ترتیب، به حل مسائل معکوس و مستقیم پرداختند. بعلاوه، خواص تابشی محیط توسط روش مجموع وزنی گازهای خاکستری<sup>۱</sup> (WSGG) [۸] مدل شده بود. این روش یکی از مدل‌های ساده و سریع برای احتساب اثرات غیرخاکستری محیط به شمار می‌آید و گوئیر و همکاران [۹] نشان دادند که استفاده از این مدل منجر به جواب‌های غیرصحيح می‌گردد. طراحی معکوس مرزی در کوره‌های تابشی با دیواره‌های پخشی-غیرخاکستری با محیط شفاف در [۱۰] و [۱۱] مورد بررسی قرار گرفتند. بیات و همکاران [۱۰] مسأله معکوس را با استفاده از روش بهینه‌سازی گرادیان مزدوج حل نمودند در حالی که هافمن و همکاران [۱۱] این مسأله را به کمک روش‌های تنظیمی مورد مطالعه قرار دادند. پایان و همکاران [۱۲] و امیری و منصور [۱۳] یک روش معکوس را برای یافتن شار گرمایی نامعلوم گرمکن‌ها در محفظه‌های دوبعدی با محیط‌های تاثیرگذار در تابش و غیرخاکستری انجام دادند. هدف آنها پیدا نمودن قدرت گرمکن‌ها بر روی سطوح گرمکن بود تا شرایط مطلوب حرارتی حاصل شود. آنها روش مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف<sup>۲</sup> (SLW) [۱۴-۱۸] را برای محاسبات غیرخاکستری استفاده کردند. روش‌های دیگری مانند روش تمام طیف توزیع-کی<sup>۳</sup> (FSK) وجود دارند که کولومر و همکاران [۱۹] نشان دادند این روش از لحاظ زمان انجام محاسبات و دقت نتایج تقریباً مشابه با روش SLW است با این تفاوت که روابط ریاضی موجود در روش FSK بسیار پیچیده می‌باشد. به عنوان

مثال آتش‌افروز و همکاران [۲۰ و ۲۱] از این روش برای بررسی انتقال گرمای ترکیبی تابش و جابجایی استفاده نمودند. ارزیابی‌های گوئیر و همکاران [۱۹]، کولومر و همکاران [۱۹] و دیمارکو و همکاران [۲۲] نشان دادند که از میان روش‌های غیرخاکستری، مدل SLW به روش-های دیگر ارجحیت دارد زیرا این روش در عین حال که دارای روابط ساده بوده از سطح دقت خوبی برخوردار است. بعلاوه آنها نشان دادند که در مقایسه با روش خط-به-خط، این روش به زمان محاسبات کمتری نیاز دارد در عین حال که از دقت نتایج خیلی کاسته نمی‌شود. اخیراً پایان و همکاران [۲۳] با بکارگیری روش مکاشفه‌ای الگوریتم مورچگان و با توجه به مقادیر معلوم دما و شار گرمایی بر روی سطح طراحی، اقدام به تعیین شار حرارتی نامعلوم بر روی سطح گرمکن‌ها نمودند. آنها یک محیط دوبعدی حاوی گازهای غیرخاکستری را در حالت تعادل تابشی در نظر گرفتند. در این مطالعه، روش WSGG جهت تعیین خواص تابشی مورد استفاده قرار گرفته است.

هدف این مقاله ارائه یک آنالیز معکوس به منظور یافتن توزیع چشمه گرمایی داخل یک محفظه دوبعدی است به طوری که هر دو شرط حرارتی مطلوب (توزیع دما و شار گرمایی) بر روی سطح طراحی ایجاد گردد. محیط مورد بررسی یک محیط غیرخاکستری، جذب کننده-صادرکننده و غیرپخشی است و انتقال گرمای تابشی مکانیزم غالب انتقال گرمای داخل محفظه است و گازهای محیط در حالت تعادل تابشی قرار دارند. معادله انتقال تابش<sup>۴</sup> (RTE) توسط روش جهت‌های مجزا<sup>۵</sup> (DOM) حل می‌گردد در حالی که برای احتساب اثرات غیرخاکستری از دو مدل مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف (SLW) و مدل خاکستری<sup>۶</sup> استفاده شده است. مدل خاکستری یکی از مدل‌های ساده غیرخاکستری است و مقایسه نتایج بین دو مدل غیرخاکستری ارائه می‌گردد. ضرایب به روز رسانی شده بدست آمده از پایگاه داده‌های طیفی دما بالا<sup>۷</sup> [۲۴] (نسخه ۲۰۱۰ میلادی) در روش SLW استفاده شده است. بعلاوه، روش گرادیان مزدوج برای مسأله معکوس به کار برده شده است.

## ۲- توصیف مسأله

انتقال گرمای تابشی در یک محفظه دوبعدی حاوی یک محیط غیرخاکستری با دیواره‌های پخشی-خاکستری را در نظر بگیرید. محیط داخل این محفظه قابلیت جذب و صدور تابش را داشته و در حالت تعادل تابشی قرار دارد. داخل این محفظه یک ناحیه مربوط به چشمه گرمایی در نظر گرفته می‌شود. این ناحیه می‌تواند به کل محیط بسط داده شود که خارج از آن هیچ‌گونه تولید انرژی وجود ندارد. قسمتی از سطح به عنوان سطح طراحی در نظر گرفته می‌شود. به غیر از سطح طراحی همه سطوح تنها با یک شرط مرزی مشخص می‌شوند. سطح طراحی دارای هر دو شرایط گرمایی مطلوب بوده و هدف از مسأله معکوس پیدا نمودن توزیع چشمه‌های گرمایی درون ناحیه مربوطه به منظور رسیدن به شرایط خواسته شده بر روی سطح طراحی می‌باشد.

<sup>4</sup> Radiative Transfer Equation (RTE)

<sup>5</sup> Discrete Ordinate Method (DOM)

<sup>6</sup> Gray Model

<sup>7</sup> High-Temperature Molecular Spectroscopic Database (HITEMP2010)

<sup>1</sup> Weighted Sum of Gray Gases (WSGG) Model

<sup>2</sup> Spectral Line-Based Weighted Sum of Gray Gases (SLW) Model

<sup>3</sup> Full-Spectrum K-Distribution (FSK) Method

### ۳- مسأله مستقیم

به منظور تعیین شدت تابش طیفی،  $I_{\eta}$  [Wm<sup>-2</sup>sr<sup>-1</sup>μm]، در هر عدد موج،  $\eta$  [μm<sup>-1</sup>]، معادله انتقال تابش (RTE) بایستی حل گردد. این معادله در محیط‌های جذب‌کننده-صادرکننده و غیرپخش‌ی به همراه شرایط مرزی آن به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{dI_{\eta}}{ds} + \kappa_{\eta} I_{\eta} = \kappa_{\eta} I_{b\eta} \quad (1)$$

$$I_{\eta,0} = \varepsilon_0 I_{b\eta,0} + \frac{(1-\varepsilon_0)}{\pi} \int_{\Omega} I_{\eta}(s) \mathbf{n} \cdot \mathbf{s} d\Omega \quad \text{at } s=0 \quad (2)$$

که در آن  $s$  [m]،  $\kappa$  و  $\varepsilon$ ، به ترتیب، طول مسیر هندسی، ضریب جذب و ضریب صدور می‌باشند. زیرنویس‌های  $o$  و  $b$ ، به ترتیب، نمایانگر مقادیر بر روی دیوار و جسم سیاه هستند. همچنین،  $\mathbf{n}$  بردار یکه عمود بر سطح و رو به بیرون است و  $s$  بردار یکه در جهت داده شده است.

شار گرما بر روی سطوح محفظه از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$q_{\eta,0} = \varepsilon_0 \left( \pi I_{b\eta,0} - \int_{\mathbf{n}\cdot\mathbf{s}} I_{\eta}(s) \mathbf{n} \cdot \mathbf{s} d\Omega \right) \quad \text{at } s=0 \quad (3)$$

دیورژانس شار گرمایی توسط رابطه زیر ارزیابی می‌شود:

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_{\eta} = \kappa_{\eta} (4\pi I_{b\eta} - G_{\eta}) \quad (4)$$

که در آن

$$G_{\eta} = \int_{4\pi} I_{\eta} d\Omega \quad (5)$$

شار تابش فرودی طیفی می‌باشد.

معادله (۱) بایستی در هر طول موج از طیف حل گردد و این عمل مستلزم انتگرال‌گیری بر روی همه اعداد موج می‌باشد:

$$q_0 = \int_0^{\infty} q_{\eta,0} d\eta \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{q} = \int_0^{\infty} \nabla \cdot \mathbf{q}_{\eta} d\eta = S_g \quad (7)$$

که در آن  $S_g$  [Wm<sup>-3</sup>] آهنگ تولید انرژی داخل محیط است. به دلیل آن که چندین میلیون خط طیفی در طیف تابشی وجود دارد، این روش منجر به زمان محاسبات فوق‌العاده بالا می‌گردد. در مقایسه با این روش، مدل SLW روش کم هزینه‌تری (از لحاظ زمان محاسبات) می‌باشد که خیلی از دقت نتایج نمی‌کاهد. در این روش به جای اینکه انتگرال‌گیری بر روی عدد موج گرفته شود بر روی ضریب جذب صورت می‌گیرد. روش دیگری که برای انجام محاسبات غیرخاکستری استفاده می‌شود مدل خاکستری می‌باشد که یک مدل سریع به حساب می‌آید.

#### ۳-۱- مدل SLW

در این مدل، محیط غیرخاکستری با مجموع چندین گاز خاکستری تقریب زده می‌شود به طوری که معادله انتقال تابش برای هر یک از این گازهای خاکستری با ضریب جذب محلی حل می‌گردد و مقادیر مطلوب مانند شدت‌های تابش و شارهای گرما از حاصل جمع مقادیر متناظر برای همه گازهای خاکستری بدست می‌آید. برای مخلوطی از دو گاز غیرخاکستری (مانند دی‌اکسیدکربن یا CO<sub>2</sub> و بخار آب یا H<sub>2</sub>O که به عنوان محصولات احتراق شناخته می‌شوند)، با در

نظر گرفتن معادله (۱) علامت  $uv$  جایگزین زیرنویس  $\eta$  می‌شود تا محاسبات برای گازهای خاکستری  $u$ ام و  $v$ ام را نشان دهد. بعلاوه، فاکتور وزنی جسم سیاه،  $a_{uv}$ ، برای صدور شدت تابش جسم سیاه،  $I_b$ ، معرفی می‌گردد و جمله  $I_{b\eta}$  با عبارت  $a_{uv} I_b$  جایگزین می‌شود. در نتیجه RTE و شرایط مرزی آن به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\frac{dI_{uv}}{ds} + \kappa_{uv} I_{uv} = \kappa_{uv} a_{uv} I_b \quad u=0,1,\dots,U_g \quad v=0,1,\dots,V_g \quad (8)$$

$$I_{uv,0} = \varepsilon_0 a_{uv} I_{b,0} + \frac{(1-\varepsilon_0)}{\pi} \int_{\Omega} I_{uv}(s) \mathbf{n} \cdot \mathbf{s} d\Omega \quad \text{at } s=0 \quad (9)$$

که در آن  $U_g$  و  $V_g$ ، به ترتیب، تعداد گازهای خاکستری برای  $u$  امین و  $v$  امین گاز خاکستری می‌باشند و گاز ۰ام معرف گاز شفاف است.

تابع توزیع جذب خطی جسم سیاه [۱۴] نقش مهمی در روش SLW ایفاء می‌کند. این تابع برای بخار آب و دی‌اکسیدکربن توسط دنیسون و وب [۱۴و۱۵] ارائه شده‌اند و در اینجا تکرار نمی‌شوند. ضرابی که در این توابع به کار رفته‌اند توسط پیرون و همکاران [۲۵] به روز رسانی شده‌اند که از پایگاه داده‌های طیفی دما بالا (نسخه ۲۰۱۰ میلادی) بدست آمده‌اند.

به منظور تعیین فاکتورهای وزنی جسم سیاه،  $a_{uv}$ ، و ضریب‌های جذب،  $\kappa_{uv}$ ، برای محیط‌های غیرهمدما و غیریکنواخت (در حالت تعادل تابشی محیط غیرهمدما می‌باشد)، دنیسون و وب [۱۶و۱۷] روشی را پیشنهاد نمودند که اصطلاحاً به روش مرجع معروف است و در اینجا دوباره تکرار نمی‌گردد. این نکته حائز اهمیت است که مجموع فاکتورهای وزنی جسم سیاه برای همه گازهای خاکستری و گاز شفاف برابر با واحد است. همچنین فشار برابر با فشار اتمسفر در نظر گرفته شده است.

برای هر گاز خاکستری معادله انتقال تابش، رابطه (۸)، به همراه شرایط مرزی آن، رابطه (۹)، بایستی حل گردد و سپس با جمع‌زنی بر روی همه گازهای خاکستری، مقادیر کلی بدست می‌آید:

$$q_0 = \sum_v \sum_u \left( \varepsilon_0 \left( \pi a_{uv} I_{b,0} - \int_{\mathbf{n}\cdot\mathbf{s}} I_{uv}(s) \mathbf{n} \cdot \mathbf{s} d\Omega \right) \right) \quad \text{at } s=0 \quad (10)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{q} = \sum_v \sum_u (\kappa_{uv} (4\pi a_{uv} I_b - G_{uv})) = S_g \quad (11)$$

دنیسون و وب [۱۸] روابط زیر را برای تعیین فاکتورهای وزنی جسم سیاه،  $a_{uv}$ ، و ضریب‌های جذب،  $\kappa_{uv}$ ، استفاده نمودند:

$$a_{uv} = a_u \times a_v \quad (12)$$

$$\kappa_{uv} = \kappa_u + \kappa_v \quad (13)$$

#### ۳-۲- مدل خاکستری

در این مدل فرض بر اینست که ضریب جذب برای همه طول موج‌ها یکسان و برابر با مقادیر میانگین ضریب جذب واقعی در تمام طیف تابشی باشد. در واقع مدل خاکستری محیط واقعی را به یک گاز خاکستری با تنها یک ضریب جذب به صورت زیر تبدیل می‌کند:

$$\kappa = -\frac{\ln(1-\varepsilon)}{L} \quad (14)$$

که در آن ضریب صدور،  $\varepsilon$ ، از روابط لکنر [۲۶] تخمین زده می‌-

شود.  $L$  [m] طول متوسط پرتو نامیده می‌شود و مقادیر مختلفی برای آن ارائه شده است که معروفترین آنها رابطه  $L=3.6V/A$  می‌باشد که  $V$  [m<sup>3</sup>] حجم و  $A$  [m<sup>2</sup>] مساحت می‌باشند. در این رابطه حجم و سطح را می‌توان بر اساس ابعاد کل محفظه و یا حجم کنترل مورد استفاده قرار داد. از آنجا که طول متوسط پرتو بر اساس ابعاد کل محفظه نتایج دقیق‌تری می‌دهد از این مقدار استفاده شده است.

برای نوشتن معادله انتقال تابش به همراه شرایط مرزی آن در مدل خاکستری، زیرنویس  $\eta$  از روابط (۱) و (۲) برداشته شده و این معادلات به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\frac{dI}{ds} + \kappa I = \kappa I_b \quad (15)$$

$$I_o = \varepsilon_o I_{b,o} + \frac{(1-\varepsilon_o)}{\pi} \int_{\Omega} I(s) \mathbf{n} \cdot \mathbf{s} d\Omega \quad \text{at } s=0 \quad (16)$$

مقادیر کلی شار گرمای تابشی و دیورژانس شار گرمایی از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$q_o = \varepsilon_o \left( \pi I_{b,o} - \int_{\mathbf{n} \cdot \mathbf{s} < 0} I(s) \mathbf{n} \cdot \mathbf{s} d\Omega \right) \quad \text{at } s=0 \quad (17)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{q} = \kappa (4\pi I_b - G) = S_g \quad (18)$$

#### ۴- مسأله معکوس

دستیابی به هر دو شرایط گرمایی مطلوب (شار گرمای تابشی و توزیع دما) بر روی سطح طراحی، از طریق یک فرایند بهینه‌سازی مناسب انجام می‌گردد. اساس این فرایند، کمینه کردن تابع هدف می‌باشد تا یک توزیع چشمه گرمایی مناسب بر روی ناحیه مربوط به چشمه‌های گرمایی به منظور ایجاد شرایط مطلوب حرارتی بر روی سطح طراحی حاصل گردد. برای مسأله معکوس، توزیع شار گرمایی مطلوب بر روی سطح طراحی،  $q_d(\gamma)$  [Wm<sup>-2</sup>]، به عنوان داده‌های معلوم فرض می‌شود که در آن  $\gamma$  [m] معرف کانتور بسته حول محیط است. توزیع چشمه گرمایی،  $S_g(\mathbf{r})$ ، در ناحیه چشمه گرمایی به عنوان مجهول در نظر گرفته می‌شود و هدف از مسأله معکوس بازیابی این توزیع مجهول می‌باشد به طوری که شرایط مطلوب بر روی سطح طراحی به دست آید.  $\mathbf{r}$  [m] بردار موقعیت می‌باشد. تابع هدف برای تخمین  $S_g(\mathbf{r})$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f(S_g) = [q_d(\gamma) - q_c(\gamma; S_g)]^T [q_d(\gamma) - q_c(\gamma; S_g)] \quad (19)$$

که در آن بالانویس  $T$  نشانگر ترانپوز است. بعلاوه، زیرنویس‌های  $d$  و  $c$  به ترتیب مقادیر مطلوب و تخمین زده شده را نشان می‌دهند.

در رابطه (۱۹) بردار چشمه گرمایی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_g^T = \{S_{g,1}, S_{g,2}, \dots, S_{g,N}\} \quad (20)$$

و بردارهای شار گرمای مطلوب و تخمین زده شده به ترتیب به صورت زیر توصیف می‌شوند:

$$q_d^T = \{q_{d,1}, q_{d,2}, \dots, q_{d,M}\} \quad q_c^T = \{q_{c,1}, q_{c,2}, \dots, q_{c,M}\} \quad (21)$$

که  $M$  تعداد المان‌های سطحی موجود بر روی سطح طراحی است که به عنوان تعداد پارامترهای معلوم در نظر گرفته می‌شود و  $N$  تعداد المان‌های حجمی قرار گرفته در ناحیه چشمه گرمایی می‌باشد که به عنوان پارامترهای مجهول شناخته می‌شوند.

#### ۴-۱- روش گرادیان مزدوج

از آنجایی که روش گرادیان مزدوج یک روش کارآمد و قوی در بهینه‌سازی می‌باشد، این روش جهت فرایند بهینه‌سازی انتخاب می‌گردد. فرایند تکراری این روش برای کمینه کردن تابع هدف  $f(S_g)$  به صورت زیر می‌باشد:

$$S_g^{k+1} = S_g^k - \alpha^k d^k \quad (22)$$

که در آن  $\alpha^k$  و  $d^k$  به ترتیب اندازه گام جستجو و بردار جهت کاهش در تکرار  $k$ ام می‌باشند. بردار جهت کاهش به صورت زیر بیان می‌شود:

$$d^k = \nabla f(S_g^k) + \beta^k d^{k-1} \quad (23)$$

در رابطه بالا  $\nabla f(S_g^k)$  بردار گرادیان تابع هدف است و  $\beta^k$  ضریب مزدوج در تکرار  $k$ ام می‌باشد. عبارات گوناگونی برای ضریب مزدوج ارائه شده است [۲۷] و در اینجا از رابطه فلچر-ریوز برای ارزیابی آن استفاده شده است که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\beta^k = \frac{\nabla f(S_g^k) \nabla f^T(S_g^k)}{\nabla f(S_g^{k-1}) \nabla f^T(S_g^{k-1})} \quad \text{with } \beta^0 = 0 \quad (24)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۱۹) نسبت به بردار چشمه گرمایی که بردار مجهولات می‌باشند، بردار گرادیان تابع هدف به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\nabla f(S_g^k) = -2J^T [q_d(\gamma) - q_c(\gamma; S_g^k)] \quad (25)$$

که در آن  $J$  ماتریس جاکوبی یا ماتریس حساسیت نامیده می‌شود که به صورت مشتق شار گرمای تخمین زده شده بر روی سطح طراحی،  $q_c^T$ ، نسبت به پارامترهای مجهول  $\{S_{g,1}, S_{g,2}, \dots, S_{g,N}\}$  تعریف می‌شود:

$$J(S_g) = \left[ \frac{\partial q_c^T(\gamma; S_g)}{\partial S_g} \right]^T \quad (26)$$

اجزاء ماتریس حساسیت که به عنوان ضرایب حساسیت شناخته می‌شوند به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$J_{mn} = \frac{\partial q_{c,m}}{\partial S_{g,n}} \quad m=1, \dots, M \quad n=1, \dots, N \quad (27)$$

به کمک بسط سری تیلور، بردار شار گرمایی تخمین زده شده بر روی سطح طراحی،  $q_c(\gamma; S_g^k)$ ، خطی شده و سپس با حداقل رساندن تابع هدف در تکرار  $k+1$  نسبت به اندازه گام جستجو  $\alpha^k$ ، رابطه زیر برای  $\alpha^k$  حاصل می‌گردد:

$$\alpha^k = \frac{[Jd^k]^T [q_d(\gamma) - q_c(\gamma; S_g)]}{[Jd^k]^T [Jd^k]} \quad (28)$$

به منظور خاتمه دادن به فرایند تکرار، معیار همگرایی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$f^T(S_g^{k+1}) < \xi \quad (29)$$

که  $\xi$  یک عدد مثبت کوچک است.

## ۲-۴-مسأله حساسیت

ضرایب حساسیت  $J_{mn}$  معیاری از حساسیت شار گرمای تخمین زده شده  $q_{e,m}$  نسبت به تغییرات در چشمه گرمایی  $S_{g,n}$  می‌باشد. با در نظر گرفتن مدل SLW و به منظور مشخص نمودن ماتریس حساسیت، معادله انتقال تابش و شرایط مرزی آن (معادلات (۸) و (۹)) نسبت به مقادیر مجهول چشمه گرمایی  $S_{g,n}$  مشتق گرفته می‌شود و نتیجه به صورت زیر است:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{\partial I_{uv}}{\partial S_{g,n}} \right) = \kappa_{uv} \left( \frac{\partial a_{uv}}{\partial S_{g,n}} I_b + a_{uv} \frac{\partial I_b}{\partial S_{g,n}} - \frac{\partial I_{uv}}{\partial S_{g,n}} \right) + \frac{\partial \kappa_{uv}}{\partial S_{g,n}} (a_{uv} I_b - I_{uv}) \quad u=0,1,\dots,U_g \quad v=0,1,\dots,V_g \quad (30)$$

$$\frac{\partial I_{uv,o}}{\partial S_{g,n}} = \varepsilon_o \frac{\partial a_{uv,o}}{\partial S_{g,n}} I_{b,o} + \varepsilon_o a_{uv,o} \frac{\partial I_{b,o}}{\partial S_{g,n}} + \frac{1-\varepsilon_o}{\pi} \int_{\Omega} \frac{\partial I_{uv}(s)}{\partial S_{g,n}} \mathbf{n} \cdot s d\Omega \quad \text{at } s=0 \quad (31)$$

برای المان‌های صفحه‌ای با دمای مشخص، جمله‌های  $\partial I_{b,o}/\partial S_{g,n}$  و  $\partial a_{uv,o}/\partial S_{g,n}$  صفر می‌باشند. برای مسأله معکوس، توزیع چشمه گرمایی در هر تکرار به روز رسانی می‌شود تا زمانی که معیار(های) همگرایی برآورده گردند؛ بنابراین، دمای محیط در هر تکرار دستخوش تغییر می‌گردد. از آنجایی که هر دو ضریب جذب  $\kappa_{uv}$  و فاکتور وزنی  $a_{uv}$  به دما وابسته‌اند، مشتق‌های این کمیت‌ها نسبت به مقادیر مجهول چشمه گرمایی،  $S_{g,n}$ ، همانطور که در رابطه‌های (۳۰) و (۳۱) ظاهر گردیدند، صفر نمی‌باشند. این موضوع نیازمند آن است که از ضرایب جذب و فاکتورهای وزنی و همه روابط وابسته به این کمیت‌ها در مدل SLW نسبت به  $S_{g,n}$  مشتق گرفته شود. پر واضح است که چنین عملی منجر به یک فرایند بسیار پیچیده جهت تخمین چشمه‌های گرمایی مجهول می‌گردد. با این وجود، روشی هوشمندانه وجود دارد که باعث آسانتر شدن فرایند حل معکوس می‌شود. از آنجایی که توزیع چشمه گرمایی در تکرار حاضر مشخص است، مسأله مستقیم با در نظر گرفتن این توزیع چشمه گرمایی به طور کامل حل می‌گردد تا مقادیر نهایی برای ضریب جذب  $\kappa_{uv}$  و فاکتور وزنی  $a_{uv}$  برای همه گازهای خاکستری بدست آید. این ضرایب جذب و فاکتورهای وزنی در تکرار حاضر به دما وابسته نبوده و در نتیجه  $\partial \kappa_{uv}/\partial S_{g,n}$  و  $\partial a_{uv}/\partial S_{g,n}$  صفر می‌گردند.

شدت تابش تابعی خطی از جملات چشمه‌های گرمایی می‌باشد؛ از این رو، چشمه گرمایی در المان  $n$  می‌تواند واحد در نظر گرفته شود. سپس روابط (۳۰) و (۳۱)  $N$  دفعه حل می‌شود تا  $N$  ستون از ماتریس حساسیت حاصل گردد. به دلیل تغییر توزیع چشمه گرمایی معکوس (ناشی از به روز رسانی شدن) و بعلاوه به دلیل تغییر در میدان دما در هر تکرار، ماتریس حساسیت در هر تکرار معکوس ارزیابی می‌شود. با در نظر گرفتن رابطه (۱۰) برای شار گرمایی کل بر روی دیوار و همچنین مقدار صفر برای  $\partial I_{b,o}/\partial S_{g,n}$  برای المان‌های صفحه‌ای با دمای مشخص، ضرایب حساسیت از رابطه زیر بدست می‌آیند:

$$J_{mn} = \frac{\partial q_{e,m}}{\partial S_{g,n}} = -\varepsilon_o \sum_{v=0}^{V_g} \sum_{u=0}^{U_g} \int \frac{\partial I_{uv}(s)}{\partial S_{g,n}} \mathbf{n} \cdot s d\Omega \quad \text{at } s=0 \quad m=1,\dots,M \quad \text{and } n=1,\dots,N \quad (32)$$

اگر از مدل خاکستری برای در نظر گرفتن اثرات غیرخاکستری محیط استفاده شود، رویکرد کلی برای محاسبه ماتریس حساسیت شبیه به مدل SLW بوده با این تفاوت که محیط به چندین گاز خاکستری تبدیل نمی‌شود بلکه ضریب جذب برای همه طول موج‌ها یکسان و برابر با مقدار میانگین ضریب جذب واقعی در تمام طیف تابشی است. با استفاده از مدل خاکستری و برای یک محیط غیرپخششی و به منظور مشخص نمودن ماتریس حساسیت، معادله انتقال تابش و شرایط مرزی آن (معادلات (۱۵) و (۱۶)) نسبت به مقادیر مجهول چشمه حرارتی  $S_{g,n}$  مشتق گرفته می‌شود و نتیجه به صورت زیر است:

$$\frac{d}{ds} \left( \frac{\partial I}{\partial S_{g,n}} \right) = \frac{\partial \kappa}{\partial S_{g,n}} (I_b - I) + \kappa \left( \frac{\partial I_b}{\partial S_{g,n}} - \frac{\partial I}{\partial S_{g,n}} \right) \quad (33)$$

$$\frac{\partial I_o}{\partial S_{g,n}} = \varepsilon_o \frac{\partial I_{b,o}}{\partial S_{g,n}} + \frac{(1-\varepsilon_o)}{\pi} \int_{\Omega} \frac{\partial I(s)}{\partial S_{g,n}} \mathbf{n} \cdot s d\Omega \quad \text{at } s=0 \quad (34)$$

در رابطه (۳۳) به دلیل حضور جمله  $\partial \kappa/\partial S_{g,n}$ ، حل این معادله مستلزم مشتق گرفتن از رابطه (۱۴) در مدل خاکستری و به تبع روابط لکنر [۲۷] می‌باشد که باعث پیچیده شدن مسأله می‌گردد. می‌توان روشی که برای به دست آوردن ماتریس حساسیت با در نظر گرفتن مدل SLW توضیح داده شد را برای مدل خاکستری نیز استفاده نمود با این تفاوت که ضریب جذب در مدل خاکستری برای همه طول موج‌ها یکسان است. با روندی مشابه، جمله  $\partial \kappa/\partial S_{g,n}$  در هر تکرار معکوس صفر می‌گردد.

در محاسبات بر پایه مدل خاکستری، با در نظر گرفتن رابطه (۱۷) برای شار گرمایی کل بر روی دیواره و همچنین مقدار صفر برای  $\partial I_{b,o}/\partial S_{g,n}$  برای المان‌های صفحه‌ای با دمای مشخص، ضرایب حساسیت  $J_{mn}$  از رابطه زیر به دست می‌آیند:

$$J_{mn} = \frac{\partial q_{e,m}}{\partial S_{g,n}} = -\varepsilon_o \int_{\mathbf{n} \cdot s < 0} I(s) \mathbf{n} \cdot s d\Omega \quad \text{at } s=0 \quad (35)$$

## ۵- اعتبار سنجی

### ۱-۵- اعتبارسنجی مسأله مستقیم

برای اعتبارسنجی مسأله مستقیم ابتدا بایستی درستی مدل غیرخاکستری بررسی شود. سپس به درستی محاسبات (شامل حل معادله انتقال تابش و اعمال مدل غیرخاکستری) در یک محیط با در نظر گرفتن تعادل تابشی پرداخته می‌شود. چو و همکاران [۲۸] محاسبات تابشی را در یک محفظه دوبعدی مستطیلی با استفاده از روش‌های LBL و SNBCK انجام دادند. آنها برای حل معادله انتقال تابش از روش جهت‌های مجزا با تربیعات  $T_V$  استفاده نمودند؛ بعلاوه، از پایگاه داده‌های طیفی دما بالا [۲۴] جهت انجام محاسبات خط-به-خط بهره جستند. از آنجا که دقیق‌ترین نتایج تنها از طریق روش LBL حاصل می‌گردد، نتایج به دست آمده از این روش برای انجام مقایسه انتخاب می‌شود.

در اینجا به بررسی مدل غیرخاکستری در یک محیط با توزیع دمای معلوم پرداخته می‌شود. یک محفظه مستطیلی را با دیوارهای سیاه (با دمای تقریباً صفر کلویین) و با ابعاد  $1 \text{ m} \times 0.4 \text{ m}$  در نظر بگیرید. محفظه حاوی ۱۰٪ دی اکسید کربن، ۲۰٪ بخار آب و ۷۰٪

همانطور که از این شکل دیده می‌شود، توافق خوبی بین نتایج روش-های مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف و خط-به-خط وجود دارد. نتایج حاصل از مدل خاکستری دارای خطای زیادی است. یک روش دیگر برای اعتبارسنجی محاسبات تابشی در حالت تعادل تابشی، بررسی موازنه انرژی بین محیط و مرزهای آن است:

$$\int_{\Gamma} \nabla \cdot \mathbf{q} dA + \iint_{\gamma} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (37)$$

که در آن  $\Gamma$  [m<sup>2</sup>] و  $\gamma$  [m]، به ترتیب، نمایانگر محیط داخل محفظه و مرز بسته احاطه کننده محیط می‌باشند.

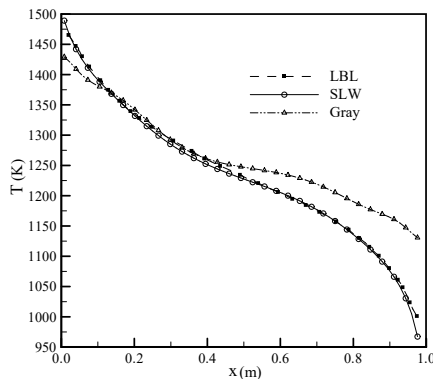
به منظور سنجش عملکرد روش‌های مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف و خاکستری برای محیط در حالت تعادل تابشی، محفظه قبل با شرایط مشابه در نظر گرفته می‌شود به طوری که المان‌های سطح برابر با ۱۸۴ می‌باشد. معادله (۳۷) در حالت گسسته به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\sum_{n=1}^N S_{g,n} dA_n + \sum_{r=1}^R q_r dS_r = 0 \quad (38)$$

که در آن  $N$  و  $R$ ، به ترتیب، تعداد المان‌های حجم داخل ناحیه چشمه گرمایی و تعداد المان‌های سطوح مرزی هستند ( $R=184, N=0$ ). موازنه انرژی برای حالت ذکر شده صورت گرفته است و اعداد بسیار کوچک و نزدیک به صفر  $0.04417 W$  و  $0.11956 W$ ، به ترتیب، برای مدل‌های مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف و خاکستری برای سمت چپ معادله (۳۸) بدست آمده است که بر صحت حل انجام شده در حالت تعادل تابشی می‌افزاید.

## ۲-۵- بررسی استقلال از شبکه

به منظور اطمینان از وابسته نبودن نتایج مدل غیرخاکستری به اندازه شبکه محاسباتی در یک محیط که در حالت تعادل تابشی قرار دارد، چهار شبکه محاسباتی مختلف در نظر گرفته می‌شود. یک محفظه با ابعاد  $1 m \times 1 m$  با شبکه‌های یکنواخت مختلف در نظر گرفته می‌شود. همه دیواره‌ها سیاه فرض می‌شوند. دمای دیوارهای بالا و پایین، به ترتیب، برابر با  $500 K$  و  $600 K$  می‌باشد. دمای دیواره‌های راست و



شکل ۲- توزیع‌های دمای ارزیابی شده توسط روش‌های خاکستری و SLW و روش LBL [۲۹] در خط مرکزی در جهت x

نیترژن (به عنوان گاز شفاف) می‌باشد. برای مدل SLW، هر یک از این گونه‌ها (به غیر از نیترژن که گاز شفاف است) با ۱۲ گاز خاکستری تقریب زده می‌شود. در این مدل، ضریب‌های به روز رسانی شده برای تابع توزیع جذب خطی جسم سیاه، برآورد شده از داده‌های طیفی دما بالا توسط پیرسون و همکاران [۲۵] استفاده شده است. برای حل معادله انتقال تابش، از تقریب  $S_8$  استفاده شده است. شبکه  $61 \times 31$  برای انجام محاسبات غیرخاکستری انتخاب شده است. توزیع میدان دمای محیط توسط رابطه زیر مشخص می‌شود:

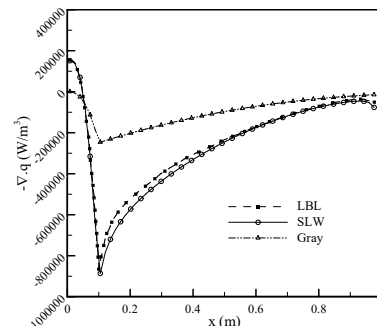
$$T(x, y) = \begin{cases} (14000x - 400)(1 - 3y_0^2 + 2y_0^3) + 800 & x \leq 0.1 \\ -10000/9(x-1)(1 - 3y_0^2 + 2y_0^3) + 800 & x \geq 0.1 \end{cases} \quad (36)$$

که در آن  $y_0 = |0.25 - y|/0.25$  می‌باشد.

مقایسه بین چشمه‌های تابشی در خط مرکزی در جهت x بدست آمده با استفاده از مدل‌های خاکستری و مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف با نتایج حاصل از مدل خط-به-خط [۲۸] در شکل ۱ نشان داده شده است. همانطور که در این شکل دیده می‌شود، نتایج مدل مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف تطابق بسیار خوبی با نتایج خط-به-خط دارد. نتایج حاصل از به کار بردن مدل خاکستری دارای خطای بسیار زیادی است.

بعد از اعتبارسنجی مدل‌های غیرخاکستری برای محیط با دمای معلوم، مطلوب است که کارایی این مدل را در شبیه‌سازی محیط‌های گازی در حالت تعادل تابشی (مستلزم فرآیند تکراری برای به روز رساندن توزیع دمای محیط) بررسی نمود. امیری و لاری [۲۹] محفظه مستطیلی پیشین با ابعاد  $1 m \times 0.5 m$  را برای حل محاسبات تعادل تابشی در نظر گرفتند. ترکیب گونه‌ها همانند قبل است و مرزهای محفظه دارای شرایط دما ثابت بوده و سیاه در نظر گرفته شده‌اند. دمای دیوارهای بالا و پایین یکسان و برابر با  $1200 K$  و دمای دیوار راست و چپ، به ترتیب، برابر با  $800 K$  و  $1600 K$  می‌باشند. مانند قبل، برای مدل مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف هر یک از گازهای غیرخاکستری (به غیر از نیترژن که گاز شفاف است) با ۱۲ عدد گاز خاکستری تقریب زده شده‌اند. برای حل معادله انتقال تابش، تقریب  $S_8$  انتخاب شده است. بعلاوه، شبکه محاسباتی  $61 \times 31$  برای انجام محاسبات انتخاب شده است.

شکل ۲ توزیع‌های دما در خط مرکزی در جهت x بدست آمده از دو مدل غیرخاکستری و خط-به-خط [۲۹] را نشان می‌دهد.



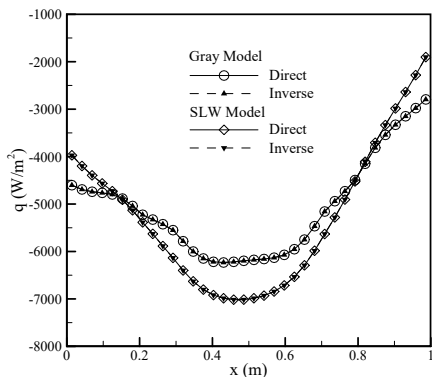
شکل ۱- مقایسه بین چشمه‌های تابشی حاصل از مدل‌های خاکستری و SLW با نتایج LBL [۲۸] در خط مرکزی در جهت x

معکوس بازبایی مقدار اولیه دما (600 K) و توزیع شار گرمایی بر روی سطح طراحی (دیوار پایین) که از حل مستقیم به دست آمده است می‌باشد. انتظار می‌رود که مقادیر چشمه‌های گرمایی،  $S_{g,n}$ ، برای  $n=1, \dots, N$  به مقدار اولیه برای مسأله مستقیم یعنی  $10^5 \text{ Wm}^{-3}$  همگرا شود. برای این منظور از هر دو مدل غیرخاکستری استفاده شده است. مقایسه شار گرمایی تخمین زده شده توسط حل معکوس با مقادیر مطلوب شار گرمایی بر روی سطح طراحی در شکل ۴ نشان داده شده است. مقادیر بیشینه برای خطای نسبی بین چشمه‌های گرمایی تخمین زده شده و چشمه‌های گرمایی با مقدار  $10^5 \text{ Wm}^{-3}$ ، به ترتیب، برای مدل‌های خاکستری و مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف، برابر با  $0.052\%$  و  $0.094\%$  به دست آمده‌اند که این مقادیر پایین خطا نشان دهنده این موضوع است که مقادیر چشمه‌های گرمایی،  $S_{g,n}$ ، برای  $n=1, \dots, N$  به خوبی به مقدار اولیه  $10^5 \text{ Wm}^{-3}$  همگرا شده است.

### ۶- نتایج و بحث

برای حل معادله انتقال تابش، از روش جهت‌های مجزا با تقریب  $S_8$  استفاده می‌شود. جزئیات کامل این روش در مرجع [۲۶] آورده شده است. محاسبات غیرخاکستری توسط مدل‌های خاکستری [۲۶] و مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف [۱۴-۱۸] انجام می‌گردد. برای مسأله معکوس، از روش گرادیان مزدوج [۲۷] جهت کمینه کردن تابع هدف استفاده می‌شود.

هدف از مسأله معکوس پیدا کردن توزیع مناسب چشمه گرمایی در ناحیه مربوط به چشمه گرمایی به منظور دستیابی به شرایط مطلوب بر روی سطح طراحی می‌باشد. محاسبات برای سه محیط گازی در حالت تعادل تابشی انجام شده است. محیط مورد نظر یک محفظه مربعی با ابعاد  $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$  می‌باشد که با شبکه  $36 \times 36$  مش‌بندی شده است. یک سوم از دیواره پایین و در مرکز این دیواره به عنوان سطح طراحی در نظر گرفته می‌شود که شرایط مطلوب گرمایی آن دمای  $700 \text{ K}$  و شار گرمایی یکنواخت  $5000 \text{ W/m}^2$  می‌باشد. به جز دیواره پایین، بقیه سطح‌ها عایق فرض می‌شوند. همچنین، همه سطوح محفظه سیاه فرض می‌شوند. شکل ۵ این محیط به همراه نواحی چشمه‌های گرمایی را نشان می‌دهد.



شکل ۴- مقایسه شار گرمایی تابشی بر روی سطح طراحی حاصل از حل‌های مستقیم و معکوس توسط روش‌های خاکستری و SLW

چپ محفظه  $550 \text{ K}$  و  $650 \text{ K}$  در نظر گرفته می‌شود. محفظه حاوی  $20\%$  بخار آب و  $80\%$  نیتروژن (به عنوان گاز شفاف) می‌باشد. برای محاسبات غیرخاکستری از هر دو مدل مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف و خاکستری استفاده شده است. برای مدل SLW بخار آب با  $10$  گاز خاکستری تقریب زده می‌شود. بعلاوه، معادله انتقال تابش با تقریب  $S_8$  حل می‌شود. شار تابشی بر روی دیوار پایین به دست آمده برای شبکه‌های مختلف توسط هر دو مدل غیرخاکستری در شکل ۳ نشان داده شده است. همانطور که در این شکل دیده می‌شود، برای هر دو مدل، افزایش گره‌های بیشتر از  $36$  تغییر قابل توجهی در نتایج ایجاد نمی‌کند؛ بنابراین، شبکه محاسباتی  $36 \times 36$  برای این مطالعه انتخاب می‌گردد.

### ۳-۵- اعتبارسنجی مسأله معکوس

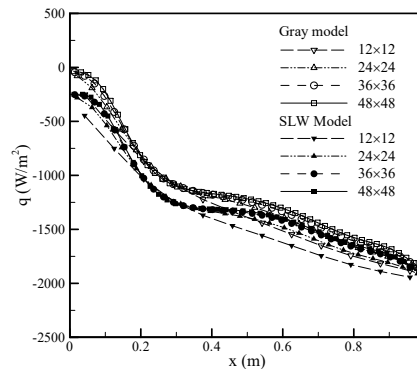
در این قسمت، اعتبارسنجی مسأله معکوس مورد بررسی قرار می‌گیرد. قبل از آن دو معیار خطا معرفی می‌گردد. خطای نسبی،  $E_{rel}$ ، و خطای ریشه میانگین مربعات،  $E_{rms}$ ، دو معیار معمول برای مقایسه داده‌های تخمین زده شده،  $\omega_{est}$ ، با داده‌های دقیق،  $\omega_{ex}$ ، می‌باشد. این خطاها به صورت زیر توصیف می‌شوند:

$$E_{rel} = 100 \times \left| \frac{\omega_{ex} - \omega_{est}}{\omega_{ex}} \right| \quad (39)$$

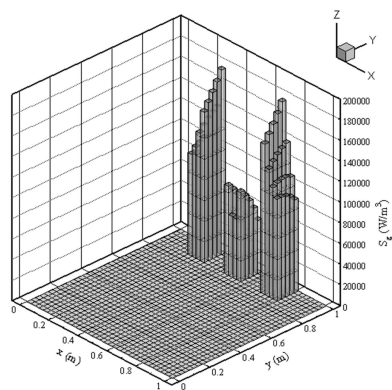
$$E_{rms} = \left( \frac{1}{H} \sum_{h=1}^H E_{rel,h}^2 \right)^{1/2} \quad (40)$$

به طور کلی، خطای نسبی نشانگر اختلاف بین مقادیر دقیق و تخمین زده شده برای هر المان است. در مقابل، خطای ریشه میانگین مربعات این اختلاف را برای کل حوزه مورد نظر نشان می‌دهد.

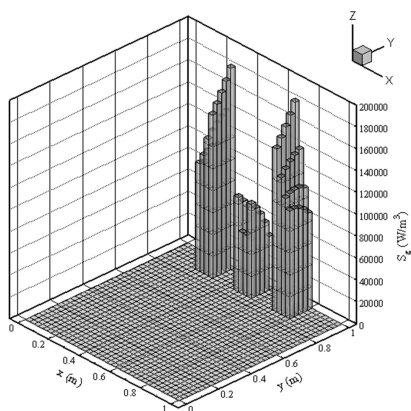
محفظه قبلی حاوی  $20\%$  بخار آب و  $80\%$  نیتروژن با ابعاد  $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$  در نظر گرفته می‌شود با این تفاوت که یک ناحیه چشمه گرمایی با ابعاد  $0.5 \text{ m} \times 0.5 \text{ m}$  در مرکز این محفظه فرض می‌شود. کل دیوار پایین به عنوان سطح طراحی فرض می‌شود و مقدار توان چشمه‌های گرمایی برابر با  $10^5 \text{ Wm}^{-3}$  می‌باشد. یک مقدار متفاوت با این توان، به عنوان مثال  $10^5 \text{ Wm}^{-3} \times 1/1$  به همه حجم کنترل‌های موجود در ناحیه چشمه گرمایی نسبت داده می‌شود. هدف از مسأله



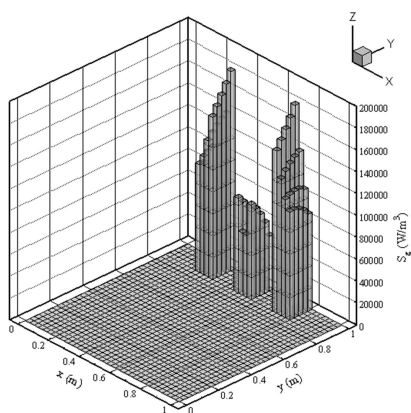
شکل ۳- شار گرمایی ابشی بر روی دیواره پایینی بدست آمده برای شبکه‌های مختلف محاسباتی به منظور بررسی استقلال نتایج از شبکه توسط روش‌های خاکستری و SLW



الف

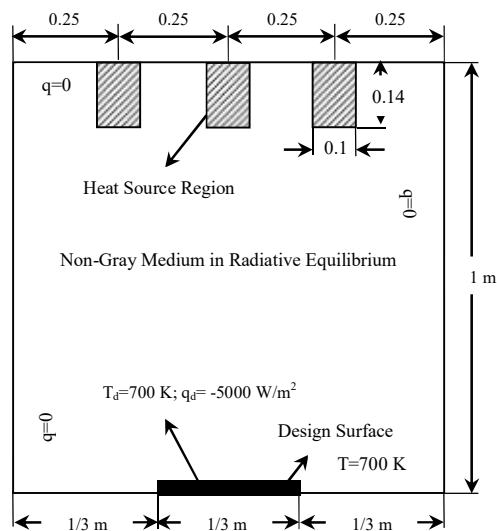


ب



ج

شکل ۶- توزیع چشمه گرمایی تخمین زده شده توسط حل معکوس برای محیط حاوی الف (a): (10٪) CO<sub>2</sub> و (90٪) N<sub>2</sub>، (b): (20٪) H<sub>2</sub>O و (80٪) N<sub>2</sub> و (c): (10٪) CO<sub>2</sub>، (20٪) H<sub>2</sub>O و (70٪) N<sub>2</sub> بدست آمده توسط مدل خاکستری



شکل ۵- محفظه دو بدئی دارای نواحی چشمه گرمایی به منظور انجام محاسبات معکوس

سه مثال شامل یک محیط مربعی جذب‌کننده-صادرکننده و غیرخاکستری در نظر گرفته می‌شوند که حاوی الف (a): 10٪ دی-اکسیدکربن و 90٪ نیتروژن، ب (b): 20٪ بخار آب و 80٪ نیتروژن و ج (c): 10٪ دی‌اکسیدکربن، 20٪ بخار آب و 70٪ نیتروژن می‌باشند. هر دو مدل خاکستری و مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف برای محیط غیرخاکستری استفاده شده است. در مدل SLW هر گاز غیرخاکستری توسط 10 گاز خاکستری (به غیر از نیتروژن که به عنوان گاز شفاف در نظر گرفته می‌شود) برای مثال‌های الف و ب و 12 گاز خاکستری برای مثال ج تقریب زده می‌شود.

شکل‌های ۶ (الف-ج) و ۷ (الف-ج) توزیع چشمه‌های گرمایی تخمین زده شده توسط حل معکوس را داخل محیط برای هر سه حالت در نظر گرفته شده، به ترتیب، برای حالتی که از مدل خاکستری و مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف استفاده شده است نشان می‌دهد. در جدول ۱ بیشترین مقدار خطای نسبی و همچنین خطای ریشه میانگین مربعات برای چشمه‌های گرمایی بین دو روش غیرخاکستری آورده شده است.

مقایسه خطاهای نسبی بین شار گرمایی برآورد شده از حل معکوس و مقادیر مطلوب بر روی سطح طراحی برای هر دو مدل غیرخاکستری در شکل ۸ نشان داده شده است. با وجود ماهیت غیر خطی معادلات حاکم برای هر دو روش، این شکل نشان می‌دهد که مقادیر مطلوب شار گرمایی بر روی سطح طراحی به خوبی و با خطای نسبتاً کم بازیابی شده است. بعلاوه، بیشینه خطای نسبی و خطای ریشه میانگین مربعات برای شار گرمایی بر روی سطح طراحی در جدول ۲ برای هر دو مدل غیرخاکستری آورده شده است. همانطور که از این جدول دیده می‌شود، مقادیر  $E_{rel,max}$  و  $E_{rms}$  برای هر سه مثال طراحی هنگامی که از مدل خاکستری استفاده شده است به ترتیب کمتر از 2/2٪ و 1/5٪ بوده و هنگامی که از مدل مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف استفاده شده است به ترتیب کمتر از 1/4٪ و 0/5٪ می‌باشد.

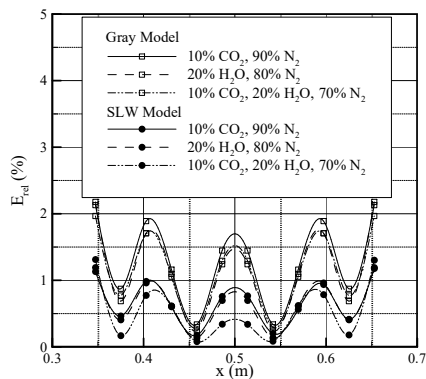


جدول ۱- مقادیر بیشترین خطای نسبی و خطای ریشه میانگین مربعات برای چشمه گرمایی تخمین زده شده بین نتایج دو مدل غیر خاکستری

حالت	$E_{rel,max}$ (%)	$E_{rms}$ (%)
(a) الف	۷۸/۸۶۳	۲۹/۷۰۱
(b) ب	۱۹۲/۸۲۱	۵۵/۰۳۵
(c) ج	۷۲/۷۱۷	۲۲/۵۲۰

جدول ۲- مقادیر بیشترین خطای نسبی و خطای ریشه میانگین مربعات برای شار گرمایی تخمین زده شده بر روی سطح طراحی

حالت	مدل خاکستری		مدل مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف	
	$E_{rel,max}$ (%)	$E_{rms}$ (%)	$E_{rel,max}$ (%)	$E_{rms}$ (%)
(a) الف	۲/۱۲۹	۱/۴۳۹	۱/۱۷۷	۰/۴۳۵
(b) ب	۲/۱۷۸	۱/۲۵۰	۱/۱۹۱	۰/۴۳۴
(c) ج	۱/۹۶۷	۱/۳۰۷	۱/۳۱۲	۰/۳۹۸

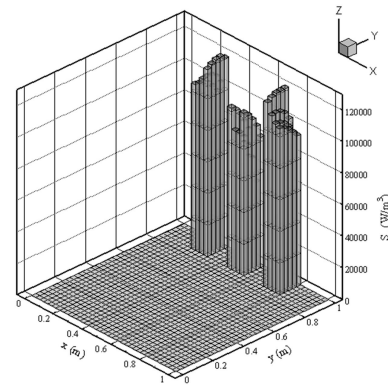


شکل ۸- توزیع خطای نسبی برای شار گرمایی بر روی سطح طراحی برای هر سه مثال به دست آمده با استفاده از هر دو مدل غیر خاکستری

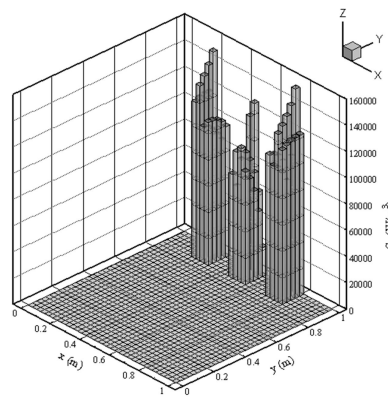
### ۷- جمع بندی

در این مطالعه تعیین چشمه گرمایی مناسب در یک محیط جذب-کننده-صادرکننده، غیرپخشی و غیرخاکستری در حالت تعادل تابشی به منظور دستیابی به شرایط مطلوب حرارتی بر روی سطح طراحی مورد بررسی قرار گرفت. روش جهت‌های مجزا برای حل معادله انتقال تابش استفاده گردید. به منظور شبیه‌سازی تابش در محیط‌های غیرخاکستری، از دو مدل خاکستری و مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف استفاده شد. مسأله معکوس توسط روش بهینه‌سازی گرادیان مزدوج حل شد. به عنوان یک کاربرد و برای نشان دادن توانایی مدل(های) استفاده شده در تخمین چشمه‌های گرمایی در محیط‌های غیرخاکستری، چندین مثال با ترکیب‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفت و خطاهای برآورد شرایط مطلوب ارائه گردید. در صورت استفاده از روش مجموع وزنی گازهای خاکستری بر پایه خط طیف، نتایج بدست آمده نشان داد که این مدل‌سازی به خوبی قادر به پیش‌بینی توان چشمه‌های گرمایی می‌باشد. در مقابل، نتایج حل معکوس با مدل

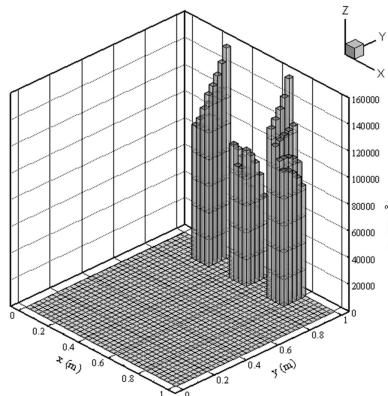
الف



ب



ج



شکل ۷- توزیع چشمه گرمایی تخمین زده شده توسط حل معکوس برای محیط حاوی الف (a):  $CO_2$  (۱۰٪) و  $N_2$  (۹۰٪)، ب (b):  $H_2O$  (۲۰٪) و  $N_2$  (۸۰٪) و ج (c):  $CO_2$  (۱۰٪)،  $H_2O$  (۲۰٪) و  $N_2$  (۷۰٪) به دست آمده توسط مدل SLW

خاکستری نیز تکرار گردید و مشخص شد که این روش با وجود هزینه محاسباتی خیلی کم دارای خطای بسیار زیادی است.

#### ۸-مراجع

- solvers. *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 115, No. 4, pp. 1004-1012, 1993.
- [15] Denison M. K., and Webb B. W., Development and application of an absorption-line blackbody distribution function for CO<sub>2</sub>. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, No. 10, pp. 1813-1821, 1995.
- [16] Denison M. K., and Webb B. W., The spectral line-based weighted-sum-of-gray-gases model in nonisothermal nonhomogeneous media. *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 117, No. 2, pp. 359-369, 1995.
- [17] Denison M. K., and Webb B. W., The spectral line weighted sum of gray gases model for H<sub>2</sub>O/CO<sub>2</sub> mixtures. *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 117, No. 3, pp. 788-792, 1995.
- [18] Denison M. K., and Webb B. W., An absorption-line blackbody distribution function for efficient calculation of total gas radiative transfer. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Vol. 50, No. 5, pp. 499-510, 1993.
- [19] Colomer G., Cònsul R., and Oliva A., Coupled radiation and natural convection: Different approaches of the SLW model for a non-gray gas mixture. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Vol. 107, No. 1, pp. 30-46, 2007.
- [20] Atashafrooz M., Gandjalikhan Nassab S. A., and Lari, K., Numerical analysis of interaction between non-gray radiation and forced convection flow over a recess using the full-spectrum k-distribution method. *Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, No. 2, pp. 361-377, 2016.
- [21] Atashafrooz M., Gandjalikhan Nassab S. A., and Lari, K., Coupled thermal radiation and mixed convection step flow of non-gray gas. *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 138, No. 7, pp. 072701-9, 2016.
- [22] Demarco R., Consalvi J. L., Fuentes A., and Melis S., Assessment of radiative property models in non-gray sooting media. *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, No. 9, pp. 1672-1684, 2011.
- [23] Payan, S., Farahmand, A., and Hosseini Sarvari, S. M., Inverse boundary design radiation problem with radiative equilibrium in combustion enclosures with PSO algorithm. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 68, pp. 150-157, 2015.
- [24] Rothman L. S., Gordon I. E., Barber R. J., Dothe H., Gamache R. R., Goldman A., Perevalov V. I., Tashkun J. and Tennyson S. A., HITEMP, the high-temperature molecular spectroscopic database. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 111, No. 15, pp. 2139-2150, 2010.
- [25] Pearson J. T., Webb B. W., Solovjov V. P., and Ma J., Efficient representation of the absorption line blackbody distribution function for H<sub>2</sub>O, CO<sub>2</sub>, and CO at variable temperature, molefraction, and total pressure. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Vol. 138, pp. 82-96, 2014.
- [26] Modest M. F., *Radiative Heat Transfer*. McGraw-Hill, New York, 2003.
- [27] Ozisik M., and Orlande H., *Inverse Heat Transfer*, Taylor & Francis, New York, 2000.
- [28] Chu H., Liu F., and Zhou H., Calculations of gas radiation heat transfer in a two-dimensional rectangular enclosure using the line-by-line approach and the statistical narrow-band correlated-k model. *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 59, pp. 66-74, 2012.
- [29] Amiri H., and Lari K., Comparison of global radiative models in two-dimensional enclosures at radiative equilibrium. *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 104, pp. 423-436, 2016.
- [1] Daun K. J., Howell J. R., and Morton D. P., Design of radiant enclosures using inverse and non-linear programming techniques. *Inverse Problems in Engineering*, Vol. 11, No. 6, pp. 541-560, 2003.
- [2] Hosseini Sarvari S. M., Mansouri S. H., and Howell J. R., Inverse Boundary Design Radiation Problem in Absorbing-Emitting Media with Irregular Geometry. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, Vol. 43, No. 6, pp. 565-584, 2003.
- [3] Hosseini Sarvari S. M., Mansouri S. H., and Howell J. R., Inverse Design of Three-Dimensional Enclosures with Transparent and Absorbing-Emitting Media Using an Optimization Technique. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 30, No. 2, pp. 149-162, 2003.
- [4] Hosseini Sarvari S. M., Howell J. R., and Mansouri S. H., Inverse Boundary Design Conduction-Radiation Problem in Irregular Two-Dimensional Domains. *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, Vol. 44, No. 3, pp. 209-224, 2003.
- [5] Hosseini Sarvari S. M., and Mansouri S. H., Inverse Design for Radiative Heat Source in Two-Dimensional Participating Media. *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, Vol. 46, No. 3, pp. 283-300, 2004.
- [6] Pourshaghagh A., Pooladvand K., Kowsary F., and Karimi-Zand K., An inverse radiation boundary design problem for an enclosure filled with an emitting, absorbing, and scattering media. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 33, No. 3, pp. 381-390, 2006.
- [7] Franca F. H. R., Oguma M., and Howell J. R., Inverse radiation heat transfer within enclosures with non-isothermal, non-gray participating media. In *Proceedings of the ASME Heat Transfer Division*, Anaheim, California, 1998.
- [8] Modest M. F., The weighted-sum-of-gray-gases model for arbitrary solution methods in radiative transfer. *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 113, No. 3, pp. 650-656, 1991.
- [9] Goutière V., Liu F., and Charette A., An assessment of real-gas modelling in 2D enclosures. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Vol. 64, No. 3, pp. 299-326, 2000.
- [10] Bayat N., Mehraban S., and Hosseini Sarvari S. M., Inverse boundary design of a radiant furnace with diffuse-spectral design surface. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, No. 1, pp. 103-110, 2010.
- [11] Hoffmann R. S., Seewald A., Schneider P. S., and Franca F. H. R., Inverse design of thermal systems with spectrally dependent emissivities. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, No. 5-6, pp. 931-939, 2010.
- [12] Payan S., Hosseini Sarvari S. M., and Behzadmehr A., Inverse Boundary Design Radiation Problem within Combustion Enclosures with Absorbing-Emitting Non-Gray Media. *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, Vol. 65, No. 11, pp. 1114-1137, 2014.
- [13] Amiri H., and Mansouri S. H., Inverse boundary design problems in enclosures with non-grey media. *Heat Transfer Engineering*, Vol. 38, No. 2, pp. 227-243, 2017.
- [14] Denison M. K., and Webb B. W., A spectral line-based weighted-sum-of-gray-gases model for arbitrary RTE