

شبیه‌سازی جریان و انتقال حرارت سیال غیرنیوتنی گذرنده از روی سیلندر دایروی چرخان با روش شبکه بولتزمن

کیوان فلاح*

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد ساری، مازندران، ایران

چکیده

در مطالعه حاضر انتقال گرما در سیال غیرنیوتنی گذرنده از سیلندر دایروی چرخان با روش شبکه بولتزمن شبیه سازی شده است. رژیم جریان ناپایا دو بعدی در $Re=100$ و $Pr=20$ برای شاخص‌های سیال غیرنیوتنی مدل توانی ($0.4 \leq n \leq 1.8$) و سرعت های چرخشی بی بعد ($0 \leq \beta \leq 3$) بررسی شده است. اثرات سرعت چرخشی بی‌بعد سیلندر و شاخص توانی بر روی کانتور گردابه، کانتور دما، نوسلت موضعی، نوسلت میانگین سطح و عدد نوسلت میانگین سطح-تناوبی، با جزئیات، مطالعه شده است. نتایج نشان می‌دهد که با تغییر خواص سیال از نیوتنی به سمت سیال غلیظ شونده برشی کانتور دما کشیده‌تر و پهن‌تر می‌گردد در حالیکه با تغییر خواص از نیوتنی به رقیق شونده برشی عکس این روند مشاهده می‌شود. با افزایش نسبت سرعت چرخشی بی‌بعد، میدان جریان و میدان دما پایا می‌شوند، که این روند برای سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی مشابه می‌باشد. دیده می‌شود که با افزایش خواص رقیق شونده برشی و ضخیم شونده برشی در سیالات، آهنگ انتقال گرما از سطح سیلندر دایروی به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابد. همچنین، نتایج نشان می‌دهد که با افزایش سرعت چرخشی بی‌بعد آهنگ انتقال گرما از سطح سیلندر کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: روش شبکه بولتزمن، سیال غیرنیوتنی، انتقال گرما، سیلندر دایروی چرخان.

Simulation of Non-Newtonian Flow and Heat Transfer over a Rotating Circular Cylinder using Lattice Boltzmann Method

K. Fallah

Department of Mechanical Engineering, Sari Branch, Islamic Azad University, Mazandaran, Iran

Abstract

In the current study, the non-Newtonian flow over a cylinder is simulated using the lattice Boltzmann method. Two-dimensional unsteady flow at $Re=100$ and $Pr=20$ for different non-Newtonian power-law indices ($0.4 \leq n \leq 1.8$) and rotational ratios ($0 \leq \beta \leq 3$) is investigated. The effects of dimensionless rotational ratio and the power-law index on the vorticity contour, isotherm contour, local Nusselt number, average Nusselt number, periodic average Nusselt number and periodic-surface average Nusselt number are studied in detail. The results show that the fluid behavior changes from Newtonian to shear-thickening, the isotherms contour become elongated and wide, while the change in the liquid behavior from Newtonian to shear-thinning shows the reverse influence on the isotherm patterns. As dimensionless rotational ratio increases, the fluid and the thermal fields become steady. This behavior occurs in both Newtonian and non-Newtonian fluids. It is found that the increment of the shear-thinning and shear thickening of the fluid leads to the increase and decrease of heat transfer rate of circular cylinder surface, respectively. Results also show that the heat transfer rate of circular cylinder surface decreases with increasing of dimensionless rotational ratio.

Keywords: Lattice Boltzmann Method, Non-Newtonian Fluid, Heat Transfer, Rotating Circular Cylinder.

کاربردهای پایه ای و عملی همواره مورد توجه دانشمندان ومهندسان مکانیک سیالات بوده است [۳-۷].

اکثر مطالعات آزمایشگاهی پیشین در چنین جریان‌هایی توسط پلر و همکارانش [۳-۵] انجام شده است. در آزمایش‌های آنها، انتقال گرمای جابجایی بر روی سیلندره‌های چرخان و گرم شده در جریان متقاطع و همچنین در لایه‌های مرزی روی سطح سیلندر در رینولدزهای بحرانی اندازه گیری شده است. اوزردوم [۶]، در آزمایش خود ضرایب انتقال گرمای جابجایی میانگین یک سیلندر چرخان بدست آورد. بر طبق نتایج آزمایشگاهی، او رابطه‌ای بین عدد نوسلت میانگین و عدد رینولدز استخراج نمود. البته باید توجه داشت که نتایج آزمایشگاهی فوق، برای بازه خاصی از اعداد رینولدز انجام شده اند و اینکه توانایی محاسبه مقادیر آنی انتقال گرما برای قسمت‌های خاص سیلندر را ندارند. کندوش [۷] یک مدل تقریبی-تحلیلی برای محاسبه انتقال گرمای جابجایی بر روی سطح سیلندره‌های چرخان با دمای ثابت که در آن عدد رینولدز و پرانتل ثابت است، را ارائه نمود. این رابطه فقط

۱- مقدمه

مطالعه و بررسی ویژگی‌های جریان و انتقال گرما حول سیلندر ساکن و چرخان دارای سابقه طولانی است و به قرن نوزدهم برمی‌گردد [۲،۱]. در صنعت، کاربردهای متعددی برای اینگونه اجسام می‌توان مشاهده نمود. از جمله کاربردهای عملی برای جریان و انتقال گرما حول سیلندر ساکن و چرخان می‌توان از سیلندره‌های خشک‌کن تماسی در فرایندهای شیمیایی، غذایی، کاغذ سازی، نساجی، جریان حول دودکش‌ها، ساختمان‌ها و سازه‌های بلند، سازه‌های دریایی، پل‌های معلق، برج‌ها، دکل‌ها و همچنین لوازم خنک کننده استوانه ای در صنعت شیشه و پلاستیک نام برد. اگرچه استوانه‌های ساکن و چرخان پیکربندی نسبتاً ساده‌ای دارند اما جریان وانتقال گرما حول آنها بسیار پیچیده است. عمده این پیچیدگی‌ها مربوط به پدیده جدایی و وقوع جریان‌های گردابی در ناحیه جدا شده می‌باشد، که به دلیل همین

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: keyvan.fallah@iausari.ac.ir

برای انتقال گرمای ناشی از چرخش خالص سیلندر معتبر می‌باشد، زیرا در آن، اثر جریان عمود بر سیلندر در نظر گرفته نشده است. یکی از کارهای برجسته در این زمینه، حل عددی انتقال گرما حول یک سیلندر چرخان گرم شده با روش حجم محدود است [۸]. در این مدل سازی نیز اثر جریان عمود بر سیلندر در نظر گرفته نشده است.

در زمینه مسأله جریان و انتقال گرمای سیالات غیرنیوتنی بر روی سیلندر مطالعات بسیار اندکی صورت گرفته است. هر چند کاربردهای صنعتی فراوانی برای این نوع مسائل از جمله در تجهیزات پالایشی، راکتورهای شیمیایی کاتالیزوری، طراحی سازه‌های تکیه‌گاهی^۱ قرار گرفته داخل سیالات غیرنیوتنی، تولید کامپوزیت‌های رشته ای تقویت شده و حسگرهای استوانه‌ای مستغرق بکارگرفته شده در محیط‌های غیرنیوتنی می‌توان پیدا نمود.

کولهو و پینهو [۱۰،۹] به صورت آزمایشگاهی به مطالعه جریان-های غیرنیوتنی عبوری از سیلندر دایروی پرداختند. آنها سه بخش مختلف در مورد رژیم‌های جریان، عدد رینولدز گذرا و توزیع فشار برای سیال رقیق شونده^۲ برشی^۳ را مورد بررسی قرار دادند. سیویکومار و همکاران [۱۱] اثر شاخص توانی ($0.3 \leq n \leq 1.8$) بر روی عدد رینولدز بحرانی (که در آن گردابه‌ها ناپدید می‌شوند)، عدد استروهال و ضریب میانگین پسا را بصورت عددی مورد مطالعه قرار دادند. باهاراتی و همکاران [۱۲] با استفاده از روش حجم محدود شبه-ضمنی، جریان پایا دو بعدی عبوری از یک سیلندر دایروی ساکن را مورد بررسی قرار دادند. آنها به بررسی اثرات عدد رینولدز ($40 \leq Re \leq 5$) و شاخص توانی ($2 \leq n \leq 0.6$) بر روی الگوی جریان پرداختند. همچنین پاتنانا و همکاران [۱۳] جریان ناپایا غیرنیوتنی عبوری از روی یک سیلندر دایروی ساکن را با استفاده از نرم افزار فلونت^۳ شبیه سازی نمودند. آنها اثرات شاخص توانی ($0.4 \leq n \leq 1.8$) و عدد رینولدز ($40 \leq Re \leq 140$) بر روی متغیرهای جریان مانند خطوط جریان، الگوی ورتیسیت، توزیع فشار، عدد استروهال و ضرایب پسا و برا را مورد بحث و بررسی قرار دادند. سیویکومار و همکاران [۱۴] بصورت عددی جریان سیال غیر نیوتنی عبوری از یک سیلندر بیضوی برای بازه عدد رینولدز $40 \leq Re \leq 0.1$ و نسبت طول به عرض سیلندر بیضوی بین 0.2 تا 5 در بازه شاخص توانی $0.2 \leq n \leq 1.8$ را شبیه سازی نمودند. نویسندگان این مقاله در کار قبلی خود [۱۵]، میدان جریان سیال غیرنیوتنی عبوری از سیلندر دایروی در حال چرخش در عدد رینولدز 100 برای شاخص توانی بین 0.4 تا 1.8 در سرعت‌های چرخشی بی بعد بین صفر تا $2/5$ با استفاده از روش عددی شبکه بولتزمن را شبیه سازی نمودند و اثرات آنها را بر روی الگوی 'گردابه، ضرایب پسا و برا را به تفصیل مورد بحث و بررسی قرار دادند. همچنین، کارهای معدودی نیز در زمینه انتقال گرمای سیالات غیرنیوتنی در این زمینه با استفاده از نرم‌افزارهای تجاری مانند فلونت [۱۶-۱۸] و یا روش اختلاف محدود [۱۹] انجام شده است. پاتنانا و همکاران [۱۶] خصوصیات انتقال گرمای جابجایی اجباری سیال غیر نیوتنی عبوری از یک سیلندر دایروی ساکن را بصورت عددی با نرم افزار فلونت شبیه سازی نمودند. محدوده اعداد رینولدز، شاخص توانی و عدد پراتل در

مطالعات آنها، به ترتیب، بین 40 تا 140 ، 0.4 تا 1.8 و 1 تا 100 در نظر گرفته شد. باهاراتی و همکاران انتقال گرمای جابجایی اجباری سیال غیر نیوتنی مدل توانی عبوری از یک سیلندر بیضوی [۱۷] و سیلندر دایروی [۱۸] را در محدوده جریان پایا بصورت عددی مطالعه نمودند. آنها اثرات عدد رینولدز ($40 \leq Re \leq 0.1$)، شاخص توانی ($0.2 \leq n \leq 1.8$) و عدد پراتل ($100 \leq Pr \leq 1$) را بر روی عدد نوسلت مورد مطالعه قرار دادند. سوارز و فریرا [۱۹]، معادلات مومنم و انرژی را در فرمولاسیون تابع جریان-گردابه برای سیال غیرنیوتنی عبوری از یک سیلندر دایروی ساکن در جریان آزاد را بیان نمودند و با استفاده از روش اختلاف محدود با دقت مرتبه دوم بمنظور مشخص نمودن ضرایب پسا فشاری و اصطکاکی و نیز اعداد میانگین و محلی معادلات را حل نمودند. آنها شبیه سازی‌ها خود را برای جریان در حالت پایا ($40 \leq Re \leq 0.1$) که بازه شاخص توانی و عدد پراتل، بترتیب، $0.2 \leq n \leq 1.8$ و $100 \leq Pr \leq 1$ تغییر می‌کنند، انجام دادند.

در سالهای اخیر روش شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی جریان نیوتنی به طور موفق به کار گرفته شده است (به عنوان مثال کارهای انجام شده توسط نظری و رضانی [۲۰]، محمدی‌پور و همکاران [۲۱]، نظری و شکری [۲۲]، بیجارچی و رحیمیان [۲۳]، تقیلو و رحیمیان [۲۴]، نعمتی و همکاران [۲۵]، فلاح و همکاران [۲۶ و ۲۵]). برخلاف روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی مرسوم، روش شبکه بولتزمن بر پایه مدل میکروسکوپی و معادله جنبشی موزسکوپی استوار است که مجموعه رفتار ذرات در یک سیستم را برای شبیه‌سازی مکانیک پیوسته از یک سیستم به کار می‌گیرد. این روش به علت ساده بودن پیاده سازی آن روی سخت افزارهای معمول و به دلیل ماهیت موضعی محاسبات دارای قابلیت موازی سازی می‌باشد. زیبایی اصلی این مدل، سادگی آن است. این روش به سرعت در حال گسترش و پیشرفت است و بسیاری از پدیده‌های فیزیکی هنوز با این روش مورد بررسی قرار نگرفته اند. از سویی دیگر، مساله حائز اهمیت در مورد جریان‌های غیرنیوتنی، ثابت نبودن لزجت می‌باشد که می‌تواند باعث بروز ناپایداری در فرآیند حل گردد [۲۷]. اما با توجه به ماهیت جنبشی روش شبکه بولتزمن، این روش، توانایی محاسبه مستقیم نرخ برش محلی با دقت مرتبه دو را داراست [۲۸]. آهارنو و رتمن [۲۹] اولین محققانی بودند که توانایی روش شبکه بولتزمن در حل جریان‌های غیرنیوتنی با استفاده از مدل توانی^۴ را نشان دادند. دقت روش شبکه بولتزمن برای شبیه سازی جریان سیالات غیر نیوتنی رقیق برشی و ضخیم شونده^۵ توسط گابانلی و همکاران [۲۸] مورد بررسی قرار گرفته است. شبیه سازی جریان‌های غیرنیوتنی با مدل توانی با استفاده از روش شبکه بولتزمن توسط چندین محقق از جمله بوئک و همکاران [۳۰]، زن هوا و همکاران [۳۱]، اشرفی زاده و بخشائی [۳۲] و هدایت و همکاران [۳۳] مورد ارزیابی قرار گرفته است.

همچنین اعمال شرایط مرزی سرعت و دما بر روی مرزهای مایل و منحنی بخش مهم دیگر شبیه سازی در این مقاله است. فیلیپوا و هانل [۲۴] با استفاده از برونیایی خطی مدلی را برای اعمال شرایط مرزی سرعت ارائه دادند. می و همکارانش [۳۵-۳۷] این مدل را بهبود بخشیدند و محدودیت‌های آن را نیز برطرف کردند. برای اعمال شرط

^۴ Power-law Model

^۵ Shear-thickening

^۱ Support Structures

^۲ Shear-thinning

^۳ Fluent

مرزی دما بر روی مرزهای منحنی، یان و زو [۳۸] برای اولین بار مدلی ارائه کردند که دارای دقت مرتبه دوم است و تطابق خوبی با نتایج عددی و آزمایشگاهی موجود دارد. در این مطالعه، با استفاده از روش شبکه بولتزمن و با کمک مدل بهبود یافته می و همکارانش [۳۶] برای اعمال شرط مرزی سرعت و مدل یان و زو [۳۸] برای اعمال شرط مرزی دما به شبیه سازی جریان و انتقال گرمای سیال غیرنیوتنی عبوری از روی سیلندر دایروی در حال چرخش می پردازیم. شایان ذکر است که هندسه دایروی به مراتب پیچیده تر از هندسه هایی مثل مربع و مثلث است.

با توجه به مطالب بیان شده، می توان نتیجه گرفت که، در زمینه جریان سیالات غیرنیوتنی عبوری از سیلندر دایروی، مساله انتقال گرما در این گونه جریان ها بخصوص در محدوده جریان ناپایا کمتر مورد توجه قرار گرفته است و تا کنون اثر چرخش سیلندر بر روی انتقال گرمای سیال غیرنیوتنی در محدوده ناپایا مورد بررسی قرار نگرفته است. بنابراین، اثر پارامترهای مختلف از جمله سرعت چرخشی سیلندر در بازه $0 \leq \beta \leq 3/0$ و شاخص توانی در بازه $1/8 \leq n \leq 1/4$ بر روی کانتور گردابه، کانتور دما، نوسلت موضعی، نوسلت میانگین سطح، نوسلت میانگین تناوبی و عدد نوسلت میانگین سطح-تناوبی در $Re=100$ و $Pr=20$ انجام شده است.

مرزهای دما بر روی مرزهای منحنی، یان و زو [۳۸] برای اولین بار مدلی ارائه کردند که دارای دقت مرتبه دوم است و تطابق خوبی با نتایج عددی و آزمایشگاهی موجود دارد. در این مطالعه، با استفاده از روش شبکه بولتزمن و با کمک مدل بهبود یافته می و همکارانش [۳۶] برای اعمال شرط مرزی سرعت و مدل یان و زو [۳۸] برای اعمال شرط مرزی دما به شبیه سازی جریان و انتقال گرمای سیال غیرنیوتنی عبوری از روی سیلندر دایروی در حال چرخش می پردازیم. شایان ذکر است که هندسه دایروی به مراتب پیچیده تر از هندسه هایی مثل مربع و مثلث است.

۲- روش عددی

در این بخش، روش شبکه بولتزمن که برای شبیه سازی مسأله حاضر استفاده شده، توضیح داده می شود.

۲-۱- روش شبکه بولتزمن با ضریب آسایش چندگانه^۱

در مقاله حاضر مدل نه سرعتی دو بعدی شبکه بولتزمن (که به مدل $D2Q9$ معروف است با ضریب آسایش چندگانه، استفاده شده است. شکل تکاملی این معادله بصورت زیر می باشد [۳۱]:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x} + \mathbf{e}_\alpha \Delta t, t + \Delta t) - \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} \mathbf{M} [\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{f}^{eq}(\mathbf{x}, t)] \quad (1)$$

که در آن $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$ بردار تابع توزیع در مکان $\mathbf{x}$ و زمان t بوده و به صورت زیر است [۳۱]:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = [f_0, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7, f_8]^T \quad (2)$$

که در آن f_α نشانگر تابع توزیع در راستای بردار سرعت $\mathbf{e}_\alpha$ در مکان $\mathbf{x}$ و لحظه t می باشد و حرف T ، بیانگر عملگر ترانپاز می باشد. در شبکه $D2Q9$ ، بردار سرعت گسسته، $\mathbf{e}_\alpha$ ، به قرار زیر است [۱۵]:

$$\mathbf{e}_\alpha = \begin{cases} (0, 0) & \alpha = 0 \\ (\cos[(\alpha - 1)\pi / 2], (\sin[(\alpha - 1)\pi / 2])c & \alpha = 1, 2, 3, 4 \\ \sqrt{2}(\cos[(\alpha - 5)\pi / 2 + \pi / 4], (\sin[(\alpha - 5)\pi / 2 + \pi / 4])c & \alpha = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (3)$$

همچنین در رابطه (۲)، $f_\alpha^{eq}(\mathbf{x}, t)$ بیانگر تابع توزیع تعادلی می باشد که به صورت زیر بیان می شود [۳۱]:

$$f_\alpha^{eq} = w_\alpha \rho \left[1 + 3 \frac{(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u})}{c^2} + \frac{9}{2} \frac{(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u})^2}{c^4} - \frac{3}{2} \frac{u^2}{c^2} \right] \quad (4)$$

که در آن ضرایب وزنی w_α برای ذرات ساکن ($\alpha=0$) برابر $4/9$

¹ Multiple-relaxation-time Lattice Boltzmann Equation

۱/۹ برای $\alpha=1, 2, 3, 4$ و $1/36$ برای $\alpha=5, 6, 7, 8$ می باشد. همچنین $C = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ سرعت پایه روی شبکه بوده و Δx و Δt به ترتیب اندازه شبکه و گام زمانی هستند.

در فضای گسسته مومنتوم، چگالی جرمی محلی ρ و سرعت محلی $\mathbf{u}$ مانند زیر محاسبه می شوند [۳۱].

$$\rho = \sum_{\alpha=0}^8 f_\alpha \quad (5)$$

$$\mathbf{u} = \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha=0}^8 \mathbf{e}_\alpha f_\alpha \quad (6)$$

سرعت صوت در این مدل برابر است با $c_s = c/\sqrt{3}$. فرآیند تکاملی معادله گسسته شده شبکه بولتزمن با ضریب آسایش چندگانه را در دو مرحله می توان بیان کرد. مرحله ی برخورد (معادله ۷) و جابجایی (معادله ۸). در مرحله برخورد تابع توزیع احتمال ذرات فرضی روی نقاط شبکه در زمان t به هم برخورد می کنند و در مرحله جاری شدن، ذرات در فاصله زمانی Δt در مسیرهای مشخص به نقاط مجاور انتقال پیدا می کنند. معادلات این مراحل، به صورت زیر بیان می شوند [۳۱]:

$$\tilde{f}_\alpha^-(\mathbf{x}, t) = f_\alpha(\mathbf{x}, t) + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} [\mathbf{R}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{R}^{eq}(\mathbf{x}, t)] \quad (7)$$

مرحله جابجایی:

$$f_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{e}_\alpha \Delta t, t + \Delta t) = \tilde{f}_\alpha^-(\mathbf{x}, t) \quad (8)$$

$\mathbf{M}$ یک ماتریس مربعی 9×9 می باشد که بردارهای $\mathbf{f}$ و $\mathbf{f}^{eq}$ را توسط $\mathbf{R} = \mathbf{M} \mathbf{f}$ و $\mathbf{R}^{eq} = \mathbf{M} \mathbf{f}^{eq}$ به برداری در فضای مومنت تبدیل می کند و به قرار زیر می باشد [۳۱]:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

و همچنین $\mathbf{S}$ ماتریس قطری آرامش به قرار زیر می باشد [۳۱]:

$$\mathbf{S} = \text{diag}(s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8) \quad (10)$$

بدلیل پایداری جرم و مومنت قبل و بعد از برخورد، مقادیر s_0 و s_3 و s_5 صفر قرار داده می شوند و s_1, s_2, s_4 و s_6 بین صفر تا ۲ می توانند انتخاب گردند، البته، بهتر است که این مقادیر برای پایداری بهتر، کمی بیشتر از یک اختیار شوند. در مطالعه حاضر، $s_7 = s_8 = 1/1$ و $s_1 = s_2 = s_4 = s_6 = 1/1$ در نظر گرفته شده اند. همچنین مقادیر $s_0 = 1/1$ به اجبار باید برابر باشند و با لزجت دینامیکی بصورت زیر در ارتباط هستند [۳۱]:

$$\mu = \rho C_s^2 \Delta t \left(\frac{1}{S_7} - \frac{1}{2} \right) = \rho C_s^2 \Delta t \left(\frac{1}{S_8} - \frac{1}{2} \right) \quad (11)$$

از آنجائیکه لزجت دینامیکی سیالات غیرنیوتنی با نرخ برشی یا گرادین سرعت رابطه دارد، بنابراین نرخ برش در هر نقطه باید محاسبه گردد، که این عمل بوسیله تانسور نرخ کرنش مشخص می‌شود [۳۱]:

$$\varepsilon_{\eta\delta} = \frac{1}{2}(\nabla_{\delta} u_{\eta} + \nabla_{\eta} u_{\delta}) \quad (12)$$

یکی از مزایای روش شبکه بولتزمن این است که تانسور لزجت سیالات غیر نیوتنی بصورت محلی نیز محاسبه می‌گردد. تانسور نرخ کرنش در مدل شبکه بولتزمن با ضریب آسایش چندگانه بصورت زیر می‌باشد [۳۱]:

$$\varepsilon_{\eta\delta} = -\frac{1}{2\rho C_S^2 \Delta t} \times \sum_{i=0}^8 \mathbf{e}_{i\eta} \mathbf{e}_{i\delta} \quad (13)$$

$$\sum_{j=0}^8 (\mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} \mathbf{M})_{ij} [f_j(\mathbf{x}, t) - f_j^{eq}(\mathbf{x}, t)]$$

۲-۱-۱- مدل توانی

مدل‌های گوناگونی برای سیالات غیر نیوتنی ارائه شده است که هر کدام از آنها در محدوده خاصی از نرخ برش و تنش اعمال شده اولیه کاربرد دارند. در این مقاله از مدل توانی به علت سادگی معادله ساختاری و بازدهی مناسب این مدل، برای شبیه سازی سیالات غیرنیوتنی استفاده شده است. لزجت سیالات غیرنیوتنی بصورت زیر می‌باشد [۳۱]:

$$\mu = \mu_0 |\dot{\gamma}|^{n-1} \quad (14)$$

که $\dot{\gamma}$ ، n و μ_0 به ترتیب نرخ تغییر شکل، شاخص مدل توانی و ضریب سازگاری هستند. n و μ_0 جزو خواص یک سیال غیر نیوتنی در مدل توانی می‌باشند. بازه تغییرات شاخص مدل توانی بصورت $0.5 < n < 2$ می‌باشد. $n=1$ نشان دهنده سیال نیوتنی است و برای $n > 1$ نرخ افزایش لزجت ظاهری با افزایش آهنگ تغییر شکل، افزایش می‌یابد که چنین سیالاتی به سیالات دیلانت^۱ یا غلیظ شونده برشی معروف هستند. برای $n < 1$ ، نرخ افزایش لزجت ظاهری با افزایش نرخ تغییر شکل، کاهش خواهد یافت. سیالاتی با چنین رفتاری را به عنوان سیالات شبه پلاستیک^۲ یا رقیق شونده برشی معرفی می‌کنند. آهنگ برش با تانسور آهنگ کرنش بصورت روابط (۱۵) و (۱۶) با هم مرتبط می‌شوند [۳۱]:

$$D_{II} = \sum_{\eta, \delta=1}^L \varepsilon_{\eta\delta} \varepsilon_{\delta\eta} \quad (15)$$

$$\dot{\gamma} = \sqrt{D_{II}} \quad (16)$$

مقدار $L=2$ برای شبیه سازی دو بعدی است.

همانگونه که بیان شد، به منظور شبیه سازی سیال غیرنیوتنی وابسته به آهنگ کرنش، مقادیر برش در هر نقطه بایستی محاسبه گردد. تانسور آهنگ کرنش می‌تواند از تعریف معادله (۱۵) و اعمال روش اختلاف محدود روی سرعت‌های ماکروسکوپی به دست آید. ازسویی دیگر با توجه به ویژگی‌های خاص روش شبکه بولتزمن، تانسور

نرخ کرنش می‌تواند با استفاده از رابطه (۱۲) به صورت محلی و در مقیاس موزوسکوپی بدست آید.

۲-۲- روش شبکه بولتزمن گرمایی

بعد از حل تابع توزیع سرعت f و بدست آوردن خواص ماکروسکوپی چگالی و سرعت باید برای بدست آوردن توزیع دما، تابع توزیع احتمالی g بدست آید. g بیانگر احتمال انرژی گرمایی ذره‌ای در موقعیت $\mathbf{x}$ در فضای فاز در لحظه t می‌باشد. تمامی روابط موجود برای تابع توزیع سرعت، بجز چند مورد، برای تابع توزیع دما نیز برقرار است.

معادله‌ی گسسته‌ی بولتزمن برای معادله‌ی انتقال گرما به صورت زیر می‌باشد [۳۸]:

$$\frac{\partial g_{\alpha}}{\partial t} + V_{\alpha} \cdot \nabla g_{\alpha} = -\frac{1}{\tau_h} (g_{\alpha} - g_{\alpha}^{eq}) \quad (17)$$

که g^{eq} تابع توزیع تعادلی و τ_h زمان آرامش انتقال گرما می‌باشند. g_{α} بیانگر احتمال انرژی ذره در زمان t در مکان $\mathbf{x}$ است که دارای سرعتی برابر $\mathbf{v}_{\alpha}$ می‌باشد و g_{α}^{eq} تابع توزیع تعادلی متناظر با آن است. مدل نه سرعتی دوبعدی $D2Q9$ با موفقیت در حل مسائل دوبعدی انتقال گرما مورد استفاده قرار می‌گیرد. تابع توزیع تعادلی انتقال گرما برای شبکه $D2Q9$ به شکل زیر است [۳۸]:

$$g_{\alpha}^{eq} = T w_{\alpha} \left[1 + 3 \frac{(\mathbf{e}_{\alpha} \cdot \mathbf{u})}{c^2} \right] \quad (18)$$

که دما به شکل زیر قابل محاسبه می‌باشد [۳۸]:

$$T = \sum_{\alpha=0}^8 g_{\alpha} \quad (19)$$

این معادله‌ی گسسته شده را مانند معادله‌ی مونتوم در دو مرحله برخورد و جاری شدن می‌توان بیان کرد [۳۸]:

$$\tilde{g}_{\alpha}^{-}(\mathbf{x}, t) = g_{\alpha}(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau_h} (g_{\alpha}(\mathbf{x}, t) - g_{\alpha}^{eq}(\mathbf{x}, t)) \quad (20)$$

$$g_{\alpha}(\mathbf{x} + \mathbf{e}_{\alpha} \delta t, t + \delta t) = \tilde{g}_{\alpha}^{-}(\mathbf{x}, t) \quad (21)$$

پارامتر زمان تخفیف انتقال گرما در شبکه بولتزمن با ضریب پخش مرتبط می‌گردد [۳۸]:

$$\tau_h = 3\alpha + 0.5 \quad (22)$$

مانند لزجت، ضریب پخش منفی نیز از نظر فیزیکی بی‌معنی است، لذا همواره داریم: $\tau_h > 0.5$.

۳- نتایج عددی

در این مقاله جریان سیال و انتقال گرمای سیال غیر نیوتنی اطراف یک سیلندر دایروی دما ثابت و در حال چرخش واقع در جریان آزاد بررسی شده است. شکل ۱ نشان‌دهنده هندسه مورد بررسی است. جریان آزاد با پروفیل سرعت یکنواخت (U_{∞}) و دمای (T_{∞}) بر روی یک سیلندر دایروی دما ثابت (T_w) به قطر D که با سرعت چرخشی ω در جهت ساعتگرد در حال چرخش است، عبور می‌کند. دمای سطح سیلندر بیشتر از دمای جریان آزاد می‌باشد. در این مطالعه، برای اعمال شرط مرزی سرعت و شرط مرزی دما بر روی سطح سیلندر در حال

پسا، میانگین ضریب برا و عدد نوسلت میانگین سطح-تناوبی بدست آمده برای شبکه 1200×400 گره با شبکه 1500×500 گره به-ترتیب $1/6\%$ ، $1/7\%$ و $2/5\%$ می‌باشند. بنابراین شبکه 1200×400 برای شبیه‌سازی کار حاضر استفاده شده است.

جدول ۱- ضریب پسا، ضریب برا و عدد نوسلت میانگین سطح-تناوبی مطالعه حاضر و نتایج یان و زو [۳۸] برای سیال نیوتنی در سرعت چرخشی‌های بی بعد مختلف

β	نویسندگان	اندازه شبکه	$\overline{Nu}$	$\overline{C}_L$	$\overline{C}_D$
۰/۱	مطالعه حاضر	1200×400	۶/۴۹۵	-۰/۲۶۹۸	۱/۵۸۷
	یان و زو [۳۸]	---	۶/۳۵۱	-۰/۲۶۶۹	۱/۵۵۳
۰/۵	مطالعه حاضر	1200×400	۶/۴۳۹	-۱/۳۸۴	۱/۵۵۳
	یان و زو [۳۸]	---	۶/۲۳۷	-۱/۳۳۱	۱/۵۰۵
۱/۰	مطالعه حاضر	600×200	۶/۴۸۷	-۲/۸۰۹	۱/۴۷۸
		900×300	۶/۳۹۳	-۲/۷۷۱	۱/۴۳۲
	یان و زو [۳۸]	1200×400	۶/۲۷۵	-۲/۷۷۴	۱/۳۹۴
		1500×500	۶/۱۲۳	-۲/۷۲۸	۱/۳۷۲
		---	۶/۰۶۰	-۲/۶۹۹	۱/۳۴۹

۳-۱-۲- جریان سیال غیر نیوتنی از روی یک سیلندر داغ ساکن

به منظور صحت سنجی معادلات اعمال شده جهت شبیه‌سازی انتقال گرمای سیال غیرنیوتنی حل حاضر، مقادیر مربوط به عدد نوسلت میانگین سطح در حالت پایا و ناپایا سیال غیر نیوتنی در جدول ۲ با کارهای محققان پیشین مورد مقایسه قرار گرفته است. مقایسه مقادیر جدول ۲ نشان می‌دهد که شبیه‌سازی حاضر نتایج قابل قبولی برای هر دو حالت پایا و ناپایا برای سیال غیرنیوتنی ارائه می‌دهد. شایان ذکر است که دامنه محاسباتی مورد استفاده در این شبیه‌سازی 1200×400 گره محاسباتی بوده است.

۳-۲- بحث و نتایج

در این بخش، به بررسی جریان سیال غیرنیوتنی در اطراف سیلندر دایروی ساکن و در حال چرخش پرداخته می‌شود. به عبارتی اثر پارامترهای مختلف از جمله سرعت چرخشی سیلندر در بازه

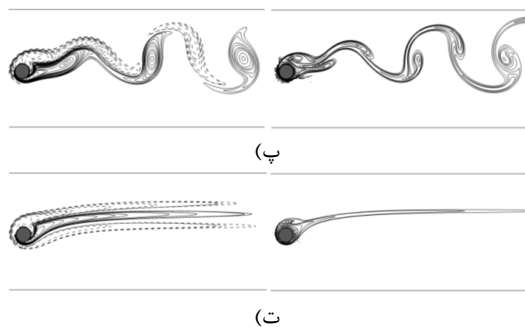
جدول ۲- مقایسه نوسلت میانگین سطح-تناوبی سیال غیرنیوتنی پایا و گذرای گرما بر روی سیلندر ساکن و مطالعه‌های پیشین

	نویسندگان	$\overline{Nu}$		
		$n=0/4$	$n=0/8$	$n=1/4$
$Re=40$ $Pr=1/0$	مطالعه حاضر	۴/۳۹۹۷	۴/۱۲۶۳	۳/۴۵۴۱
	پاتنانا و همکاران [۱۶]	۴/۳۶۷۴	-----	۳/۴۲۱۶
$Re=120$ $Pr=1/0$	بهارتی و همکاران [۱۸]	-----	۳/۹۹۲	۳/۳۲۵
	مطالعه حاضر	۸/۳۱۸۴	-----	۸/۸۹۶۸
$Re=120$ $Pr=1/0$	پاتنانا و همکاران [۱۶]	۸/۱۹۶۴	-----	۸/۸۴۶۶

$\beta \leq 3/0$ و $0 \leq \beta$ و شاخص توانی در بازه $1/8 \leq n \leq 4/0$ بر روی کانتور گردابه، کانتور دما، عدد نوسلت میانگین سطح، توزیع نوسلت بر روی سطح سیلندر، توزیع نوسلت نسبت به گام زمانی و نوسلت میانگین سطح-تناوبی در $Re=100$ و $Pr=1/0$ پرداخته می‌شود.

۳-۲-۱- کانتور گردابه و کانتور دما

شکل‌های ۳، ۴ و ۵ کانتور گردابه (در کانتور گردابه خطوط بریده بریده مقادیر منفی و خطوط توپر مقادیر مثبت را نشان می‌دهند) و کانتور دما بر روی سطح سیلندر، به ترتیب، برای سیال رقیق شونده ($n=0/6$)، سیال نیوتنی ($n=1$) و سیال غلیظ شونده ($n=1/6$) در زمان بی بعد $t^*=200$ در سرعت‌های چرخشی بی بعد مختلف را نشان می‌دهند. در نتیجه زیاد بودن اطلاعات، بعضی از نتایج حذف شده اند. این شکل‌ها نشان می‌دهند که الگوی کانتور گردابه و کانتور دما بر روی سیلندر دایروی برای سیال رقیق شونده برشی و سیال غلیظ شونده برشی، از نظر کیفی شبیه به سیال نیوتنی است. در حالتیکه سیلندر دایروی ساکن است (شکل‌های ۳-الف، ۴-الف و ۵-الف)، گردابه‌های مثبت و منفی بطور متناوب و متقارن از سطح سیلندر جدا شده و به پائین دست جریان جاری می‌شوند. همچنین، از آنجائیکه عامل اصلی انتقال توده‌های انرژی گردابه‌ها هستند، پس انتظار می‌رود که کانتور دما و کانتور گردابه دارای انطباق باشند. همچنین، با تغییر خواص سیال از نیوتنی به سمت سیال غلیظ شونده برشی ($n>1$) کانتور گردابه و کانتور دما کشیده‌تر و پهن‌تر می‌گردد در حالیکه با تغییر خواص از نیوتنی به رقیق شونده برشی ($n<1$) عکس این روند مشاهده می‌گردد. علت این امر این است که لزجت سیال رقیق شونده برشی با افزایش آهنگ تغییر شکل، مقاومت کمتری از خود نشان می‌دهند ولی لزجت سیال غلیظ شونده برشی با افزایش آهنگ تغییر شکل، از خود مقاومت بیشتری نشان می‌دهند و باعث می‌شوند کانتور گردابه بزرگتر و کشیده‌تر گردند. بدین ترتیب، طول کانتور گردابه و کانتور دما ایجاد شده در پشت سیلندر به میزان زیادی به رفتار غیرنیوتنی سیال بستگی دارد و اندیس شاخص توانی نقش بسزایی در پدیده جدایش در جریان‌های ناپایای سیالات غیرنیوتنی در حضور جسم غوطه‌ور ایفا می‌نماید. همچنین، چنانچه از شکل‌ها بر می‌آید، افزایش β باعث فرونشاندن گردابه‌ها شده و از وقوع جاری شدن گردابه جلوگیری می‌کند و میدان جریان و میدان دما پایا می‌شوند، که این روند برای سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی مدل توانی از روندی مشابه پیروی می‌کند. دلیل این امر این است که با افزایش سرعت چرخشی سیلندر که در جهت ساعتگرد می‌چرخد، سرعت در سطح بالایی سیلندر بدلیل هم‌جهت بودن با جریان اصلی افزایش می‌یابد در حالیکه سرعت در بخش پائینی سیلندر بدلیل اینکه خلاف جهت جریان اصلی می‌باشد، کاهش می‌یابد. این امر سبب می‌شود که خطوط هم‌دما در بخش بالایی سیلندر نسبت به بخش پائینی آن متراکم‌تر گردد. در نتیجه، ضخامت لایه مرزی بر روی سطح بالایی سیلندر نسبت به سطح پائینی آن نازک‌تر می‌شود تا اینکه در نهایت در سرعت‌های چرخشی بالاتر از جاری شدن گردابه ممانعت بعمل می‌آورد.

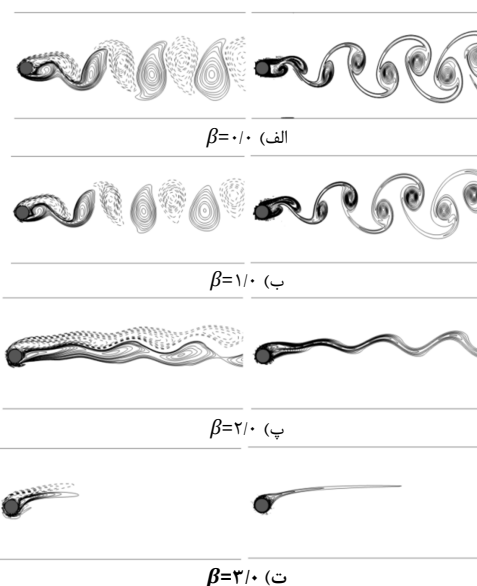


شکل ۵- کانتور گردابه (چپ) و دما (راست) بر روی سیلندر دایروی در سرعت‌های چرخشی بی بعد مختلف برای شاخص توانی $n=1/6$ در زمان بی بعد $t^*=200$ و $Re=100$ و $Pr=20$

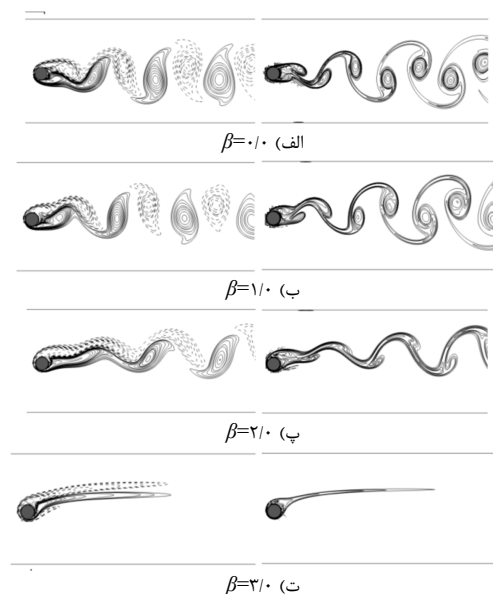
۳-۲-۲- تغییرات اعداد نوسلت موضعی، نوسلت میانگین سطح، نوسلت میانگین تناوبی و عدد نوسلت میانگین سطح-تناوبی

در این بخش، به بررسی تغییرات اعداد نوسلت موضعی، نوسلت میانگین سطح، نوسلت میانگین تناوبی و نوسلت میانگین سطح-تناوبی پرداخته شده است.

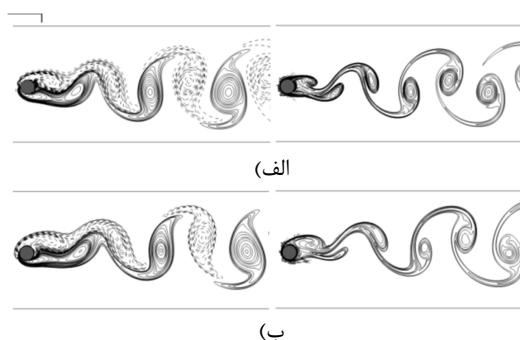
شکل ۶ تغییرات عدد نوسلت موضعی بر روی سطح سیلندر در $Re=100$ و $Pr=20$ را نشان می‌دهد. شکل ۶-الف تغییرات عدد نوسلت موضعی بر روی سطح سیلندر برای سیلندر ساکن در شاخص-های توانی مختلف را نشان می‌دهد. برای حالتیکه که سیلندر ساکن است، نوسلت موضعی دارای یک نقطه بیشینه در $\theta_{max}=180^\circ$ و دو نقطه کمینه برابر، حوالی $\theta_{min1} \approx 50^\circ$ و $\theta_{min2} \approx 310^\circ$ است که حاکی از تقارن کامل نسبت به $\theta=180^\circ$ می‌باشد. این مقادیر بیشینه و کمینه عدد نوسلت به ترتیب بدلیل وجود بیشینه و کمینه ضخامت لایه مرزی حرارتی می‌باشند. این شکل نشان دهنده این امر است که با تغییر خواص سیال از نیوتنی به سمت سیال رقیق شونده برشی، مقدار $\overline{Nu}_{\theta_{max}}$ افزایش می‌یابد در حالیکه با تغییر خواص از نیوتنی به غلیظ شونده برشی عکس این روند را برای $\overline{Nu}_{\theta_{max}}$ مشاهده می‌شود. همچنین برای بررسی اثر چرخش سیلندر، تغییرات عدد نوسلت موضعی بر روی سطح سیلندر در سرعت‌های چرخشی مختلف برای سیال غلیظ شونده ($n=1/4$) در شکل ۶-ب رسم شده است. چنانچه از شکل ۶-ب بر می‌آید، با افزایش سرعت زاویه ای سطح سیلندر، عدد نوسلت موضعی دستخوش تغییرات بدین صورت می‌گردد: (الف) $\theta_{max} > 180^\circ$ ، (ب) $\theta_{min1} > 50^\circ$ ، (پ) $\theta_{min2} > 310^\circ$ و (ت) $\overline{Nu}_{\theta_{max}}$ با افزایش سرعت چرخشی کاهش می‌یابد.

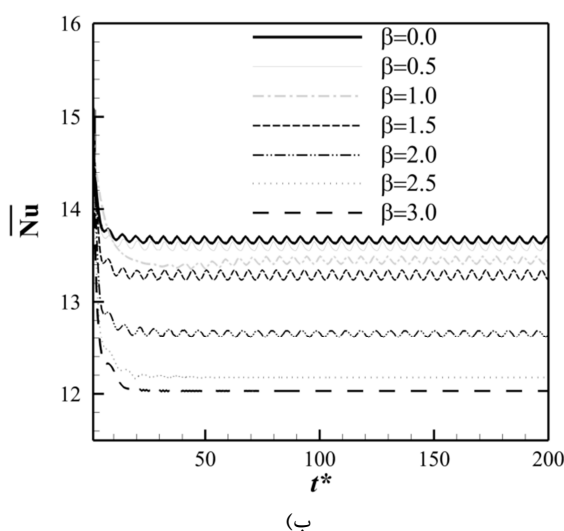
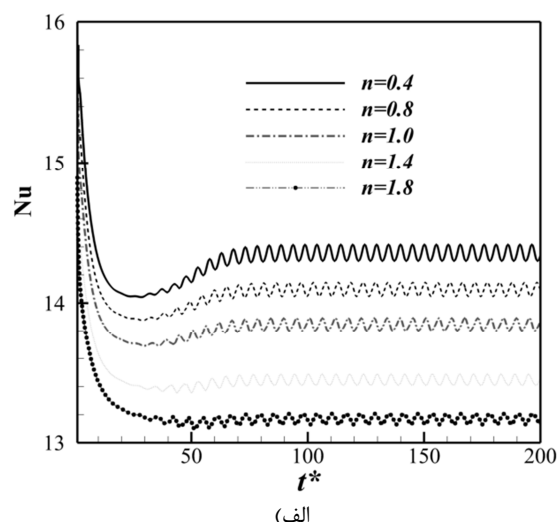


شکل ۳- کانتور گردابه (چپ) و دما (راست) بر روی سیلندر دایروی در سرعت‌های چرخشی بی بعد مختلف برای شاخص توانی $n=1/6$ در زمان بی بعد $t^*=200$ و $Re=100$ و $Pr=20$.



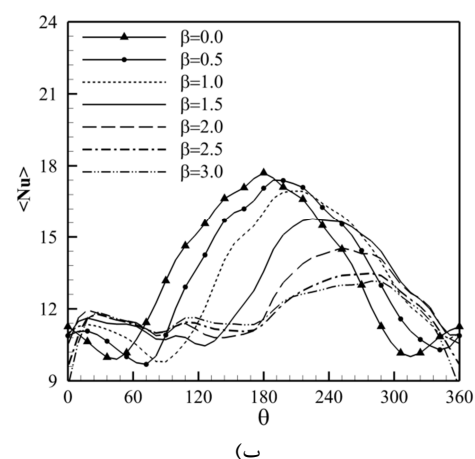
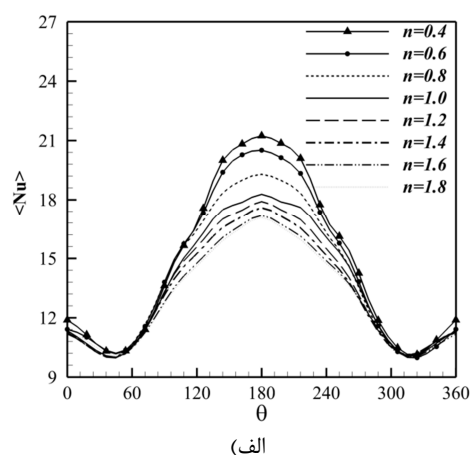
شکل ۴- کانتور گردابه (چپ) و دما (راست) بر روی سیلندر دایروی در سرعت‌های چرخشی بی بعد مختلف برای شاخص توانی $n=1/0$ در زمان بی بعد $t^*=200$ و $Re=100$ و $Pr=20$.





شکل ۷- تغییرات عدد نوسلت میانگین تناوبی بر روی سطح سیلندر:
الف) برای سیلندر ساکن در شاخص توانی مختلف و ب) در سرعت‌های
چرخشی مختلف برای شاخص توانی $n=1/4$

در مطالعه حاضر به منظور بررسی دقیق‌تر اثر تغییر شاخص توانی و چرخش سیلندر بر روی میزان انتقال گرما از سطح سیلندر، شکل ۸، تغییرات عدد نوسلت میانگین سطح-تناوبی بر حسب سرعت چرخشی برای سه نوع سیال نیوتنی، غیرنیوتنی رقیق شونده برشی و ضخیم شونده برشی در $Re=100$ و $Pr=20$ را نشان می‌دهد. همانگونه که در شکل ۸ دیده می‌شود، برای سرعت چرخشی ثابت، با تغییر خواص سیال از نیوتنی به سمت سیال رقیق شونده برشی عدد نوسلت میانگین سطح-تناوبی افزایش می‌یابد در حالیکه با تغییر خواص از نیوتنی به غلیظ شونده برشی عکس این روند مشاهده می‌گردد. بنابراین سیالات رقیق شونده برشی به جهت ویسکوزیته پایین‌تر باعث افزایش انتقال گرما از سیلندر می‌شوند و همانگونه که انتظار می‌رود، افزایش خواص غلیظ شونده برشی باعث کاهش انتقال گرما خواهد شد. همچنین مشاهده می‌گردد که برای تمام مقادیر شاخص توانی، عدد نوسلت میانگین سطح-تناوبی با افزایش سرعت چرخشی بی بعد، کاهش می‌یابد.



شکل ۶- تغییرات عدد نوسلت موضعی بر روی سطح سیلندر: الف)
برای سیلندر ساکن در شاخص توانی مختلف و ب) در سرعت‌های
چرخشی مختلف برای شاخص توانی $n=1/4$

شکل ۷ تغییرات عدد نوسلت میانگین تناوبی بر روی سطح سیلندر در $Re=100$ و $Pr=20$ را نشان می‌دهد. تغییرات عدد نوسلت میانگین تناوبی بر روی سطح سیلندر ساکن برای سه نوع سیال نیوتنی، غیرنیوتنی رقیق شونده برشی و ضخیم شونده برشی در شکل ۷-الف رسم شده است. همانگونه که از این شکل مشخص است در زمان‌های کم عدد نوسلت میانگین تناوبی رفتاری غیر پریودیک دارند در حالی که بعد از گذشت زمان‌های کافی (این زمان بسته به نوع سیال) به حالت پریودیک در می‌آیند و با افزایش شاخص مدل توانی، زمان تناوب نیز افزایش می‌یابد. همچنین تغییرات عدد نوسلت میانگین تناوبی بر روی سطح سیلندر برای سیال غلیظ شونده ($n=1/4$) در شکل ۷-ب رسم شده است. همانطور که در این شکل دیده می‌شود، با افزایش سرعت چرخشی سیلندر جریان پایا می‌گردد.

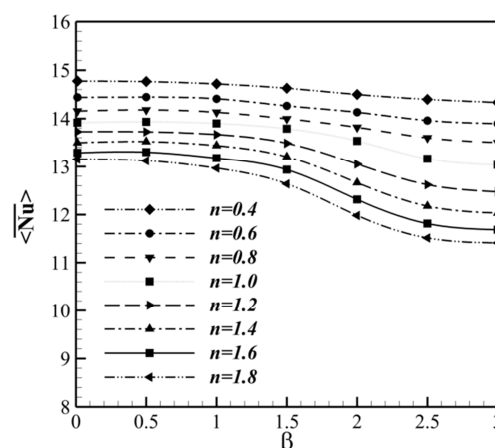
نیوتنی به غلیظ شونده برشی عکس این روند مشاهده می-شود. همچنین مشاهده می-گردد که برای تمام مقادیر شاخص توانی، عدد نوسلت میانگین سطح-تناوبی با افزایش سرعت چرخشی بی بعد، کاهش می-یابد.

۵- تقدیر و تشکر

این مقاله حاصل طرح تحقیقاتی مصوب دانشگاه آزاد اسلامی واحد ساری می-باشد که با حمایت مالی دانشگاه آزاد اسلامی واحد ساری اجرا شده است.

۶- مراجع

- [1] Prandtl L., The Magnus effect and wind powered ships, Naturwissenschaften, Vol. 13, pp. 93-108, 1925.
- [2] Coutanceau M., and Menard C., Influence of rotation on the near-wake development behind an impulsively started circular cylinder, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 158, pp. 399-466, 1985.
- [3] Peller H., Lippig V., Straub D., and Waibel R., Thermofluidynamic experiments with a heated and rotating circular cylinder in crossflow, Part 1: Subcritical heat transfer measurements, Exp. Fluids, Vol. 2 (3), pp. 113-120, 1984.
- [4] Peller H., Thermofluidynamic experiments with a heated and rotating circular cylinder in crossflow, Part 2.1: Boundary layer profiles and location of separation points, Exp. Fluids, Vol. 4 (4), pp. 223-231, 1986.
- [5] Peller H., and Straub D., Thermofluidynamic experiments with a heated and rotating circular cylinder in crossflow, Part 2.2: Temperature boundary layer profiles, Exp. Fluids, Vol. 6 (2), pp. 111-114, 1988.
- [6] Zerdem B., Measurement of convective heat transfer coefficient for a horizontal cylinder rotating in quiescent air, Int. Commun. Heat Mass Transfer, Vol. 27 (3), pp. 389-395, 2000.
- [7] Kendoush A. A., An approximate solution of the convective heat transfer from an isothermal rotating cylinder, Int. J. Heat Fluid Flow, Vol. 17 (4), pp. 439-441, 1996.
- [8] Morales R.E.M., Balparda A., and Neto A.S., Large-eddy simulation of the combined convection around a heated rotating cylinder, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 42 (5), pp. 941-949, 1999.
- [9] Coelho P. M., and Pinho F. T., Vortex shedding in cylinder flow of shear-thinning fluids, II. Flow characteristics, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, Vol. 110, pp. 177-193, 2003.
- [10] Coelho P. M., and Pinho F. T., Vortex shedding in cylinder flow of shear-thinning fluids. III, Pressure measurements, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, Vol. 121, pp. 55-68, 2004.
- [11] Sivakumar P., Bharti R. P., and Chhabra R.P., Effect of power-law index on critical parameters for power-law flow across an unconfined circular cylinder, Chemical Engineering Science, Vol. 61, pp. 6035-6046, 2006.
- [12] Bharti R. P., Chhabra R. P., and Eswaran V., Steady flow of power-law fluids across a circular cylinder, Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 84, pp. 406-421, 2006.
- [13] Patnana V. K., Bharti R. P., and Chhabra R. P., Two-dimensional unsteady flow of power-law fluids over a cylinder, Chem. Eng. Sci. Vol. 64 pp. 2978-2999, 2009.
- [14] Sivakumar P., Bharti R.P., and Chhabra R.P., Steady flow of power-law fluids across an unconfined elliptical cylinder, Chem. Eng. Sci. Vol. 62, pp. 1682-1702, 2007.
- [15] Fallah K., Khayat M., Borghei M. H., Ghaderi A., and Fattahi E., Multiple-relaxation-time lattice Boltzmann simulation of non-Newtonian flows past a rotating circular cylinder, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, Vol. 177-178, pp. 1-14, 2012.



شکل ۸- تغییرات عدد نوسلت میانگین سطح-تناوبی بر روی سطح سیلندر نسبت به سرعت چرخشی بی بعد در شاخص های توانی مختلف

۴- نتیجه گیری

در این تحقیق، از روش شبکه بولتزمن بمنظور مطالعه انتقال گرمای سیال ناپایا دو بعدی غیر نیوتنی عبوری از سیلندر دایروی ساکن و در حال چرخش استفاده شد و برای بررسی رفتار سیال غیرنیوتنی، مدل توانی بکار گرفته شد. خواص حرارتی جریان سیال غیرنیوتنی در محدوده سرعت های چرخشی بی بعد $0.4 \leq \beta \leq 3.0$ و شاخص های توانی $0.4 \leq n \leq 1.8$ در $Re=100$ و $Pr=20$ شبیه سازی شد. نتایج عددی مطالعه حاضر را بصورت زیر می-توان خلاصه نمود:

- ۱-، الگوی کانتور گردابه و کانتور دما بر روی سیلندر دایروی برای سیال رقیق شونده برشی و سیال غلیظ شونده برشی، از نظر کیفی شبیه به سیال نیوتنی است. در حالتیکه سیلندر دایروی ساکن است، گردابه های مثبت و منفی بطور متناوب و متقارن از سطح سیلندر جدا شده و به پائین دست جریان جاری می-شوند و با تغییر خواص سیال از نیوتنی به سمت سیال غلیظ شونده برشی ($n > 1$) کانتور گردابه و کانتور دما کشیده تر و پهن تر می-گردد در حالیکه با تغییر خواص از نیوتنی به رقیق شونده برشی ($n < 1$) عکس این روند مشاهده شد. همچنین، چنانچه از شکل ها بر می-آید، افزایش β باعث فرونشاندن گردابه ها شده و از وقوع جاری شدن گردابه جلوگیری می-کند و میدان جریان و میدان دما پایا می-شوند، که این روند برای سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی مدل توانی از روندی مشابه پیروی می-کنند.
- ۲- عدد نوسلت موضعی برای سه نوع سیال نیوتنی، سیال غیرنیوتنی رقیق شونده برشی و ضخیم شونده برشی برای حالتیکه که سیلندر ساکن است نسبت به $\theta = 180^\circ$ دارای تقارن می-باشد. با افزایش سرعت زاویه ای سطح سیلندر، تقارن عدد نوسلت موضعی از بین می-رود و مقدار $Nu_{\theta max}$ کاهش یافته و مکان $Nu_{\theta max}$ به زاویه ای بزرگتر از 180° جابجا می-شود.
- ۳- عدد نوسلت میانگین سطح-تناوبی برای سرعت چرخشی ثابت، با تغییر خواص سیال از نیوتنی به سمت سیال رقیق شونده برشی افزایش می-یابد در حالیکه با تغییر خواص از

- [36] Mei R., and Yu D., Force evaluation in the lattice Boltzmann method involving curved geometry, *Physical Review E*, Vol. 65, pp. 1/041203–14/041203, 2002.
- [37] Mei R., and Shyy W., Lattice Boltzmann method for 3-D flows with curved boundary, *Journal of Computational Physics*, Vol. 161, pp. 680-699, 2002.
- [38] Yan Y.Y., and Zu Y.Q., Numerical simulation of heat transfer and fluid flow past a rotating isothermal cylinder-A LBM approach, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, pp. 2519-2536, 2008.
- [16] Patnana V. K., Bharti R. P. , and Chhabra R. P., Two-dimensional unsteady forced convection heat transfer in power-law fluids from a cylinder, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, pp. 4152–4167, 2010.
- [17] Bharti R. P., Sivakumar P., and Chhabra R. P., Forced convection heat transfer from an elliptical cylinder to power-law fluids, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 51, pp. 1838–1853, 2008.
- [18] Bharti R. P., Chhabra R. P., and Eswaran V., Steady forced convection heat transfer from a heated circular cylinder to power-law fluids, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 977–990, 2007.
- [19] A. A. Soares, J. M. Ferreira, R. P. Chhabra, Flow and forced convection heat transfer in cross flow of non-Newtonian fluids over a circular cylinder, *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 44, pp. 5815–5827, 2005.
- [20] Nazari M., and Ramzani S., Natural Convection in a Square Cavity with a Heated Obstacle Using Lattice Boltzmann Method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 2, pp. 119-133, 2011. (In Persian)
- [21] Mohammadipoor O. R., Niazmand H., and Mirbozorgi S. A., A new curved boundary treatment for the lattice Boltzmann method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 8, pp. 28-41, 2013. (In Persian)
- [22] Nazari M., M. Kayhani H., and Anaraki Haji Bagheri A., Comparison of heat transfer in a cavity between vertical and horizontal porous layers using LBM, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 8, pp. 93-107, 2013. (In Persian)
- [23] Bijarchi A., and Raahimian M. H., Numerical simulation of droplet collision in the two phase flow using Lattice Boltzmann method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 2, pp. 85-96, 2013. (In Persian)
- [24] Taghilou M., and Raahimian M.H., Simulation of 2D droplet penetration in porous media using Lattice Boltzmann method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 13, pp. 43-56, 2013. (In Persian)
- [25] Nemati H., Farhadi M., Sedighi K., Pirouz M. M., and Fattahi E., Numerical simulation of fluid flow around two rotating side by side circular cylinders by Lattice Boltzmann method, *Int. J. Comput. Fluid Dyn.* Vol. 24 (3), pp. 83–94, 2010.
- [26] Fallah K., Fardad A., Fattahi E., Sedaghati zadeh N., and Ghaderi A., Numerical simulation of planar shear flow passing a rotating cylinder at low Reynolds numbers, *Acta Mech.*, Vol. 223, pp. 221–236, 2012.
- [27] Artoli A.M., and Sequeira A., Mesoscopic simulations of unsteady shear-thinning flows, in: *Lecture Notes in Comput. Sci.*, Berlin: Springer, pp. 78–85, 2006.
- [28] Gabbanelli S., Drazer G., and Koplik J., Lattice Boltzmann method for non-Newtonian (Power-Law) fluids, *Phys. Rev. E.*, Vol. 72, pp. 046312, 2005.
- [29] Aharonov E., and Rothman D.H., Non-Newtonian flow (through porous-media): a lattice Boltzmann method, *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 20, pp. 679, 1993.
- [30] Boek E.S., Chin J., and Coveney P.V., Lattice Boltzmann simulation of the flow of non-Newtonian fluids in porous media, *Int. J. Mod. Phys. B.*, Vol. 17, pp. 99–102, 2003.
- [31] Zhenhua C., Baochang S., Zhaoli G., and Fumei R., Multiple-relaxation-time lattice Boltzmann model for generalized Newtonian fluid flows, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 166, pp. 332–342, 2011.
- [32] Ashrafizaadeh M., and Bakhshaei H., A comparison of non-Newtonian models for lattice Boltzmann blood flow simulations, *Comput. Math. Appl.* Vol. 58, pp. 1045–1054, 2009.
- [33] Hedayat M.M., Borghei M.H., Fakhari A., and Sadeghy K., On the use of Lattice-Boltzmann model for simulating lid-driven cavity flows of strain-hardening fluids, *Nihon Reorji Gakkaishi (J. Soc. Rheol. Jpn.)*, Vol. 38, pp. 201–207, 2010.
- [34] Filippova O., and Hänel D., Grid refinement for lattice-BGK models, *J. Comput. Phys.* Vol. 147, pp. 219-228, 1998.
- [35] Mei R., and Luo L. Sh., An accurate curved boundary treatment in the lattice Boltzmann method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 155, pp. 307-330, 2000.