

# طراحی یک کنترل کننده سویچینگ برای کنترل موقعیت ارابه و زاویه یک پاندول معکوس در معرض اغتشاش

محمد بابایی<sup>۱</sup>، کارشناس ارشد؛ زهرا رحمانی<sup>۲</sup>، دانشیار؛ بهروز رضایی<sup>۳</sup>، دانشیار

۱- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل - بابل - ایران - babaie.mohammad@stu.nit.ac.ir

۲- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل - بابل - ایران - zrahmani@nit.ac.ir

۳- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل - بابل - ایران - brezaie@nit.ac.ir

**چکیده:** در این مقاله یک روش نوین بر پایه کنترل سویچینگ مبتنی بر دو منطق سویچینگ شامل شاخص هریس و ناظر فازی در حضور اغتشاش، جهت کنترل موقعیت و زاویه پاندول معکوس پیشنهاد می‌گردد. شاخص هریس به وسیله پارامترهای مارکوف و واریانس خروجی حلقه کنترل یک سیستم قابل محاسبه است. برای آن که بتوان عملکرد سویچینگ را نشان داد، برای اولین بار از چند کنترل کننده متفاوت به منظور استفاده از مزایای آن‌ها در یک سیستم غیرخطی در معرض اغتشاشی با توان متغیر، پیشنهاد شده است. طراحی روش پیشنهادی شامل سه مرحله است. ابتدا کنترل کننده‌های تناسبی-انتگرالی-مشتق‌گیر، رگولاتور خطی مرتبه دوم و کنترل مد لغزشی طراحی می‌گردند. سپس شاخص هریس و در نهایت ناظر فازی طراحی می‌گردد. وظیفه شاخص هریس انتخاب مناسب‌ترین کنترل کننده از میان کنترل کننده‌های موجود به عنوان منطق سویچینگ اول است. ناظر فازی، وظیفه نظارت و بهبود عملکرد شاخص هریس را به عنوان منطق سویچینگ دوم بر عهده دارد. نتایج شبیه‌سازی‌های عددی نشان می‌دهد که روش کنترلی پیشنهادی در هر لحظه و با توجه به تغییرات اغتشاش، کنترل کننده مناسب را به منظور کنترل سیستم انتخاب می‌کند که در نتیجه نسبت به پاسخ یک کنترل کننده، دامنه سیگنال کنترلی کمتر، چترینگ کمتری و کاهش حساسیت نسبت به اغتشاش را ایجاد می‌نماید.

**واژه‌های کلیدی:** شاخص هریس، کنترل سویچینگ، منطق سویچ، ناظر فازی، پاندول معکوس.

## Designing a Switching Controller for Controlling Cart Position and Angle of an Inverted Pendulum with Disturbance

M. Babaie<sup>1</sup>, MSc; Z. Rahmani<sup>2</sup>, Associate Professor; B. Rezaie<sup>3</sup>, Associate Professor

1- Department of Electrical and Computer Engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Iran, Email: babaye.mohammad@yahoo.com

2- Department of Electrical and Computer Engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Iran, Email: zrahmani@nit.ac.ir

3- Department of Electrical and Computer Engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Iran, Email: brezaie@nit.ac.ir

**Abstract:** In this paper, a novel switching control method based on two switching logic contained Harris index and fuzzy supervisor in presence of disturbance is proposed for controlling a cart position and angle of an inverted pendulum. The Harris index is calculated using Markov parameters and output variance of the closed loop system. In order to show the performance of the switching logic, simultaneous usage of advantages of several different controllers in a control loop of a nonlinear systems subject to disturbance with variable power is proposed for the first time. The designing stages of proposed method include three steps. First, proper controllers including proportional-integral-derivative, linear quadratic regulator and sliding mode control have been designed. Then, Harris index and finally the fuzzy supervisor are also designed. The Harris index is determined in order to choose the proper controller as first switch logic. The fuzzy supervisor is designed to improve and supervision on performance of Harris index as second switching logic. Numerical Simulation results show that the proposed method at any moment due to changes disturbance, choose the best controller and it can reduce chattering, domain of control signal and sensitivity to disturbance.

**Keywords:** Harris index, Switching control, Switching logic, Fuzzy supervisor, Inverted pendulum.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۵/۱۰/۰۷

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۵/۱۱/۰۷ و ۱۳۹۶/۰۲/۰۶

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۴/۲۱

نام نویسنده مسئول: زهرا رحمانی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - بابل - خیابان شریعتی - دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر.

## ۱- مقدمه

جهت بهبود عملکرد یک کنترل کننده پیش‌بین ارائه شده است که این روش وابستگی زیادی به مدل دارد و نمی‌تواند به عنوان یک روش کامل از سایر توانمندی‌های دیگر کنترل کننده‌ها استفاده نماید. هیرجس و ساحین<sup>۱۲</sup> روش کنترل سویچینگ را در سیستم‌هایی با محدودیت حسگر و محرک همانند سیستم‌های جداساز لرزش<sup>۱۳</sup> به‌کار بردند [۱۹]. در این مرجع کنترل سویچینگ شامل دو استراتژی است. در استراتژی اول از یک کنترل کننده غیرفعال همانند دمپر پنوماتیک به‌منظور فیلتر نوسانات با فرکانس بالا استفاده شده است و در استراتژی دوم نیز از یک کنترل کننده خطی به‌منظور حذف نوسانات دارای فرکانس پایین استفاده شده است. روش ارائه شده در این مقاله انحصاری بوده و امکان کاربرد در سیستم‌های دیگر را ندارد. ویچای و همکاران<sup>۱۴</sup> از سویچینگ برای مدل‌سازی در یک کنترل کننده تطبیقی مدل مرجع استفاده کردند [۲۰]. البته در این پژوهش نیز روش ارائه شده تنها در بحث مدل‌سازی کنترل کننده مذکور کاربرد دارد و نمی‌تواند از مزایای سایر کنترل کننده‌های کلاسیک و مدرن استفاده نماید. ایباز و همکاران<sup>۱۵</sup> روشی پیشنهاد دادند که بر اساس آن، یک کنترل کننده غیرخطی حالت‌های پاندول معکوس را به نزدیکی نقطه تعادل آورده و سپس به کمک یک سویچینگ کنترل کننده کلاسیک جایگزین کنترل کننده غیرخطی می‌گردد. روش پیشنهادی آنها با کوچکترین تغییری در سیستم، عملکرد مناسبی از خود نشان نمی‌دهد [۲۲].

با بررسی مراجع [۲۲-۱۶، ۱۱] مشخص می‌گردد که در این مراجع، روشی مشخص مبتنی بر استفاده از کنترل کننده‌های مختلف به‌منظور استفاده همزمان از مزایای آنها همانند مقاوم بودن در برابر اغتشاش و عدم قطعیت، ایجاد حداقل واریانس در خروجی سیستم و سیگنال کنترلی و پوشش معایب آنها همانند حساسیت به اغتشاش، پیشنهاد نشده است و اغلب منحصر به استفاده از سویچینگ با یک کنترل کننده خاص در یک سیستم تحت شرایط ثابت هستند.

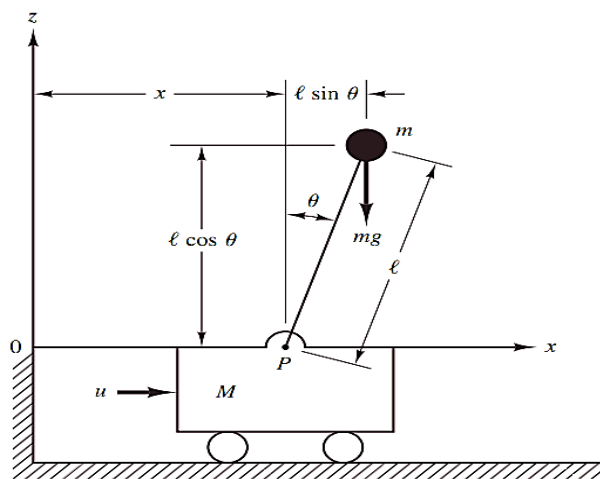
در [۱۵] روشی نوین برپایه شاخص هریس یا شاخص ارزیابی عملکرد کنترل<sup>۱۶</sup> [۲۴، ۲۳] و کنترل کننده‌های حداقل واریانس [۲۵] ارائه شده است که برخلاف روش‌های قبلی، امکان استفاده به‌عنوان یک روش کنترل سویچینگ کامل در طیف وسیعی از سیستم‌ها و کنترل کننده‌های مختلف را دارد. اما در این مقاله نیز به‌دلیل تک‌ورودی بودن شاخص هریس و نیز محاسبه مقدار شاخص با استفاده از واریانس خروجی سیستم، مشکلاتی به وجود خواهد آمد که در نهایت می‌تواند منجر به عدم انتخاب کنترل کننده مناسب یا حتی ناپایداری حلقه کنترل شود. در واقع تک‌ورودی بودن شاخص هریس باعث می‌شود تا از یک پارامتر همانند واریانس خروجی در سیستم، نمونه‌برداری نمود. محاسبات شاخص هریس با استفاده از واریانس خروجی نیز باعث می‌شود تا در سیستم‌هایی با حداقل واریانس، شاخص هریس ناپایدار شده و در نهایت احتمال ناپایداری حلقه کنترل افزایش چشمگیری می‌یابد.

در این مقاله برای اولین بار یک روش کنترلی مبتنی بر کنترل سویچینگ برای یک سیستم غیرخطی که در معرض اغتشاش متغیر

پاندول معکوس یک سیستم ذاتاً ناپایدار با دینامیک‌های به‌شدت غیرخطی است [۳-۱]. در مراجع مختلف، شکل‌های مختلفی از پاندول معکوس مورد مطالعه قرار گرفته است [۱۱-۳]. روش‌های مختلفی جهت کنترل زاویه یا موقعیت پاندول معکوس وجود دارد، به‌عنوان مثال می‌توان به روش کنترل تطبیقی [۱]، رگولاتورهای خطی مرتبه دوم (LQR)<sup>۱</sup> [۴-۲]، کنترل مد لغزشی (SMC)<sup>۲</sup> [۷-۵]، کنترل تناسبی-انتگرالی-مشتق‌گیر (PID)<sup>۳</sup> [۳-۴]، کنترل مدل پیش‌بین [۸]، روش‌های ترکیبی همانند کنترل تطبیقی-عصبی [۱۰]، کنترل سویچینگ<sup>۴</sup> به‌همراه فازی [۱۱]، روش کنترل تطبیقی-لغزشی [۲] اشاره نمود. در [۱۱-۱]، کنترل پاندول در شرایط ثابت انجام شده است. وجود تغییرات در شرایط طراحی کنترل کننده و یا ساختار سیستم، موجب می‌شود که کنترل کننده‌های خطی و یا غیرخطی همانند کنترل کننده‌های حداقل واریانس<sup>۵</sup>، مدل مرجع<sup>۶</sup>، SMC، LQR، PID و هوشمند به‌دلایلی همانند ایجاد چترینگ<sup>۷</sup>، یا دامنه کنترلی بالا [۱۴-۱۲]، یا حساسیت به اغتشاش و یا عدم قطعیت [۱۵] و یا دشواری در مراحل طراحی [۱۱]، نتوانند به‌صورت مطلوب، سیستم مورد نظر را کنترل نمایند و بعضاً می‌توانند موجب ناپایداری سیستم شوند.

کنترل سویچینگ یک روش کنترلی مبتنی بر کنترل کننده‌های ساختار متغیر [۱۶] است که به‌منظور غلبه بر مشکلاتی که توسط یک کنترل کننده قابل حل نیست، مطرح شده است. کنترل سویچینگ به‌دلیل ساختار متغیر، می‌تواند تا حدود زیادی مشکلات ناشی از یک کنترل کننده خطی و یا کنترل کننده غیرخطی را، در صورت بروز تغییرات در شرایط و یا ساختار مدل جبران نماید. به‌عنوان نمونه در سیستم‌هایی با عدم قطعیت زیاد [۱۸، ۱۷]، سیستم‌هایی با محدودیت حسگر و محرک [۱۹]، در تخمین سیستم‌های غیرخطی [۱۱]، طراحی غیرمتمرکز کنترل کننده‌ها [۲۱، ۲۰] و غیره، کنترل سویچینگ به‌خوبی توانمندی‌های خود را نشان داده است.

لم و همکاران<sup>۸</sup> برای پاندول معکوس در معرض عدم قطعیت روشی بر پایه کنترل سویچینگ ارائه نمودند که در این مرجع، برای سیستم یک مدل فازی طراحی شده است و سیستم تبدیل به چند زیر سیستم می‌گردد و با استفاده از فیدبک حالت سیستم کنترل می‌گردد [۱۱]. در این مقاله، تنها امکان استفاده از کنترل کننده‌های فیدبک حالت در شرایط بروز اغتشاش ثابت امکان‌پذیر است. کارلیلو و همکاران<sup>۹</sup> از SMC به‌عنوان کنترل کننده سویچینگ برای حل مسئله دنبال‌یابی بدون اطلاعات اولیه از مسیر، توسط یک پهپاد استفاده نمودند [۱۷]. در این مرجع، مشاهده می‌شود که پدیده چترینگ و دامنه کنترلی بالا به‌دلیل استفاده از SMC وجود دارد. کنترل پیش‌بین به‌عنوان یک روش کنترلی توانمند در سیستم‌های دارای عدم قطعیت نمی‌تواند به‌صورت مطلوب عمل نماید [۱۷]. یانگ و لی<sup>۱۰</sup> به‌منظور جبران اثرات عدم قطعیت مدل، از کنترل سویچینگ مبتنی بر روش‌های کنترل مقاوم پیش‌بین با توابع لیاپانوف<sup>۱۱</sup> استفاده نمودند [۱۸]. در این مرجع روش ارائه شده تنها در



شکل ۱: سیستم پاندول معکوس [۲۶]

در شکل ۱،  $M$  و  $m$  به ترتیب جرم ارابه و گوی پاندول هستند،  $l$  طول میله پاندول،  $x$  موقعیت ارابه نسبت به خط افق،  $\theta$  زاویه پاندول نسبت به خط عمود و  $u$  نیز سیگنال کنترلی اعمال شده به ارابه می باشد [۲۶].

با توجه به شکل ۱، معادلات توصیف کننده رفتار پاندول به صورت زیر خواهد بود [۴، ۲۶]:

$$(M + m)\ddot{x} - ml \sin \theta \dot{\theta}^2 + ml \cos \theta \ddot{\theta} = u \quad (1)$$

$$m\ddot{x} \cos \theta + ml\ddot{\theta} = mg \sin \theta \quad (2)$$

در رابطه (۲)،  $g$  شتاب گرانشی زمین است. رابطه (۱) بیان کننده حرکت افقی پاندول یا نیروی متعادل کننده در جهت  $x$  است و رابطه (۲) توصیف کننده حرکت عمودی یا تعادل گشتاور پاندول است. رابطه های (۱) و (۲) بیان کننده رفتار دینامیکی سیستم پاندول معکوس هستند. بنابراین تغییرات موقعیت ارابه و زاویه پاندول به صورت رابطه (۳) قابل تعریف خواهند بود.

$$\ddot{x} = \frac{u + ml(\sin \theta)\dot{\theta}^2 - mg \cos \theta \sin \theta}{M + m - m \cos^2 \theta} \quad (3)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{u \cos \theta - (M + m)g \sin \theta + ml(\cos \theta \sin \theta)\dot{\theta}}{ml \cos^2 \theta - (M + m)l}$$

در صورت بروز اغتشاش، پاندول معکوس با وجود کنترل کننده دچار ناپایداری می گردد. برای این که روند غلبه بر اغتشاش در روش مورد نظر در این مقاله نشان داده شود، نیروی باد به عنوان اغتشاش ورودی در سیستم در نظر گرفته می شود. نیروی باد، علاوه بر سیگنال کنترلی  $u$ ، بر روی سیستم اثر می گذارد و در معادلات پاندول، نیروی باد که به صورت افقی در نظر گرفته می شود به صورت  $F_w$  نشان داده می شود. با در نظر گرفتن باد به عنوان اغتشاش، معادلات پاندول (رابطه های (۱) و (۲)) به صورت رابطه (۴) خواهد بود.

$$(M + m)\ddot{x} - ml \sin \theta \dot{\theta}^2 + ml \cos \theta \ddot{\theta} = u + F_w \quad (4)$$

$$m\ddot{x} \cos \theta + ml\ddot{\theta} = mg \sin \theta + F_w \cos \theta$$

معادلات فضای حالت برای این سیستم در معرض اغتشاش، با استفاده از رابطه (۴) به صورت رابطه (۵) قابل بیان است.

است، ارائه می گردد. روش کنترلی پیشنهادی شامل دو منطق سویچینگ شاخص هریس و ناظر فازی است که کنترل کننده های آن شامل کنترل کننده PD، PID-LQR و SMC می باشد. شاخص هریس به عنوان منطق سویچ اول، بهترین کنترل کننده را از میان کنترل کننده های موجود در شرایط اغتشاش که نیروی باد است، انتخاب می کند که این انتخاب بر اساس معیار حداقل واریانس ایجاد شده در خروجی سیستم است. ناظر فازی نیز به عنوان منطق دوم و ناظر بر شاخص هریس، تغییرات اغتشاش اعمالی به سیستم را بررسی می کند که در نهایت موجب بهبود عملکرد و پوشش معایب شاخص هریس در انتخاب بهترین کنترل کننده از نظر ایجاد حداقل سطح چترینگ، حداقل دامنه کنترلی و واریانس خروجی سیستم، می شود. وجود دو منطق سویچ به جای یک منطق و انتخاب کنترل کننده های متفاوت در حلقه کنترل با توجه به تغییرات شرایط سیستم، اثر بسیار مثبتی در کنترل یک سیستم تحت تأثیر اغتشاش دارد و نتایج شبیه سازی در این مقاله به خوبی بیانگر این ادعا هستند.

بنابراین مزایای روش پیشنهادی در این مقاله شامل بهبود اثر نامطلوب چترینگ در روش کنترل مد لغزشی با استفاده از روش سویچینگ و کنترل کننده های PID و LQR، کاهش قابل ملاحظه دامنه کنترلی کنترل کننده های مورد استفاده در سیستم و در نتیجه امکان استفاده مناسب از هر کنترل کننده جهت استفاده در محدوده پایداری آن کنترل کننده با استفاده از روش سویچینگ پیشنهادی است. به علاوه نوآوری روش پیشنهادی عبارت از استفاده همزمان از چندین کنترل کننده متفاوت در یک حلقه کنترل، دو منطق سویچ به منظور استفاده همزمان از مزایای کنترل کننده ها، کاهش معایب هر یک از کنترل کننده های استفاده شده و بهبود عملکرد سویچینگ شاخص هریس به عنوان منطق سویچ با استفاده از ناظر فازی است.

بخش های این مقاله به این صورت است که سیستم پاندول معکوس و اغتشاش اعمال شده به پاندول در بخش دوم معرفی می گردد. در بخش سوم کنترل کننده های مورد نظر به همراه منطق های سویچ پیشنهادی، ارائه می شوند. در بخش چهارم نتایج حاصل از شبیه سازی سیستم با هر کنترل کننده به تنهایی و سپس با روش سویچینگ پیشنهادی، انجام شده است. نتیجه گیری نیز در بخش پنجم آورده شده است.

## ۲- مدل ریاضی پاندول معکوس

در این قسمت، مدل ریاضی پاندول معکوس که بر روی یک ارابه متحرک قرار دارد و یک سیستم ذاتاً ناپایدار است، مورد مطالعه قرار می گیرد. این سیستم به عنوان یک سیستم آزمون برای بررسی روش های کنترل قابل استفاده است که می تواند در تحلیل، ارزیابی و طراحی کنترل کننده ها مورد استفاده قرار گیرد [۲۶، ۲، ۱]. بنابراین هدف کنترلی در این مقاله این است که پاندول حول زاویه صفر و موقعیت ارابه در یک نقطه دلخواه قرار گیرد. شکل ۱ نشان دهنده ی یک پاندول معکوس است.

### ۳- روش پیشنهادی

در این بخش، به منظور معرفی و بررسی روش پیشنهادی، در مرحله اول کنترل کننده‌های PD، SMC و PID-LQR برای پاندول معکوس و پس از آن نیز شاخص هریس و ناظر فازی معرفی و طراحی می‌گردند.

#### ۳-۱- طراحی کنترل کننده‌های PD

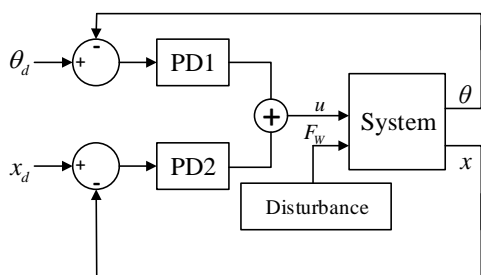
یکی از ساده‌ترین و اغلب مؤثرترین کنترل کننده‌ها در صنعت، کنترل PID می‌باشد و به همین علت نیز در صنعت کاربردهای فراوانی از آن دیده می‌شود. در این مقاله نیز از این نوع کنترل کننده در جهت تحقق اهداف، استفاده شده است. به منظور طراحی یک کنترل کننده PID برای تحقق اهداف کنترلی که شامل کنترل زاویه و موقعیت پاندول معکوس است، از رابطه‌های (۱۰) استفاده می‌نماییم.

$$u_p = k_{pp} e_\theta(t) + k_{ip} \int e_\theta(t) + k_{dp} \frac{de_\theta(t)}{dt} \quad (10)$$

$$u_c = k_{pc} e_x(t) + k_{ic} \int e_x(t) + k_{dc} \frac{de_x(t)}{dt}$$

در رابطه (۱۰)،  $u_p$  سیگنال کنترلی جهت حفظ پایداری زاویه پاندول است،  $u_c$  سیگنال کنترلی جهت حفظ پایداری موقعیت ارابه در کنترل کننده PID است،  $e_\theta$  خطای زاویه است و  $e_x$  نیز خطای موقعیت می‌باشد.  $k_{pp}$  ضریب ثابت،  $k_{dp}$  ضریب مشتق‌گیر و  $k_{ip}$  ضریب انتگرالگیر کنترل کننده PID زاویه پاندول و  $k_{pc}$  ضریب ثابت،  $k_{dc}$  ضریب مشتق‌گیر  $k_{ic}$  ضریب انتگرالگیر کنترل کننده PID موقعیت ارابه است.

در این مقاله برای کنترل پاندول معکوس، ابتدا از کنترل کننده PD استفاده می‌گردد. بنابراین ضریب انتگرال‌گیر در رابطه (۱۰) صفر خواهد شد. کنترل کننده PD جهت افزایش محدوده پایداری و افزایش سرعت کنترل کننده، برای سیستم استفاده می‌گردد. بنابراین به منظور تحقق اهداف کنترلی در سیستم پاندول معکوس از دو کنترل کننده PD (2PD) استفاده می‌شود. در شکل ۲ نمودار بلوکی حلقه کنترل پاندول معکوس با استفاده از کنترل کننده 2PD نشان داده شده است.



شکل ۲: نمودار بلوکی کنترل کننده 2PD سیستم پاندول معکوس با اغتشاش ورودی

باتوجه به این که یک کنترل کننده PD دارای قوام در برابر اغتشاش نمی‌باشد و با توجه به نتایج شبیه‌سازی در قسمت ۴، این کنترل کننده دارای مقداری بایاس در خروجی است. بنابراین در بخش بعد، به کمک یک کنترل کننده LQR معایب این روش کنترل، پوشش داده می‌شود.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ x \\ \dot{x} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ f_1 \\ x_4 \\ f_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

در رابطه (۵)

$$f_1 = -\frac{M}{ml \cos^2 x_1} F_w \cos x_1 + u \cos x_1 - \frac{(M+m)g \sin x_1 + ml(\cos x_1 \sin x_1)x_2^2}{ml \cos^2 x_1 - (M+m)l} \quad (6)$$

$$f_2 = \frac{u + ml(\sin x_1)x_2^2 + mg \cos x_1 \sin x_1 + F_w \sin^2 x_1}{M+m-m \cos^2 x_1}$$

پارامترهای رابطه‌های (۵) و (۶) همانند رابطه (۱) هستند.

بنابراین مدل خطی سیستم حول نقطه تعادل صفر مطابق با رابطه

(۷) است.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{M+m}{Ml} g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{m}{M} g & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{Ml} \\ 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{Ml} F_w \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

لذا معادلات حالت سیستم خطی شده به صورت رابطه (۸) خواهد بود.

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} + \underline{b}_1 u + \underline{b}_2 F_w \quad (8)$$

در این رابطه  $\underline{x} = [\theta \ \dot{\theta} \ x \ \dot{x}]^T$  بیانگر بردار حالت‌های سیستم است.  $u$  بیانگر ورودی سیستم است. در صورتی که در معادلات خطی شده،  $m=0.23$  (کیلوگرم)،  $M=2.4$  (کیلوگرم)،  $l=0.36$  (متر) و  $g$  برابر  $9.8$  ( $\frac{m}{s^2}$ ) در نظر گرفته شود، مقادیر ماتریس و بردارهای رابطه (۸) با توجه به رابطه (۷) به صورت رابطه (۹) است.

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 29.8615 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.9401 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{b}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1.1574 \\ 0 \\ 0.4167 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\underline{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1.1574 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

### ۲-۳- طراحی کنترل کننده 2PID-LQR

این کنترل کننده در واقع ترکیبی از دو کنترل کننده PID و LQR می باشد که LQR به منظور افزایش دقت همگرایی خروجی های سیستم نسبت به ورودی مطلوب، با کنترل کننده PID ترکیب شده است. روابط کنترل کننده PID مطابق با رابطه (۱۰) است.

رگولاتور خطی درجه دوم یا LQR یک کنترل کننده بهینه خطی می باشد که در این مقاله به منظور حفظ موقعیت و زاویه پاندول معکوس با حداقل خطا (یا حداقل واریانس در حضور اغتشاش)، استفاده شده است [۲۷]. در طراحی این کنترل کننده، از رابطه های (۱۱) تا (۱۴) استفاده می گردد.

$$u = -Kx \quad (11)$$

در رابطه (۱۱) بردار حالت های سیستم است،  $u$  تلاش کنترلی است و  $K = [k_1, \dots, k_n]$  نیز بردار ضرایب است.

برای طراحی تلاش کنترول در روش LQR، ابتدا تابع هزینه رابطه (۱۲) تعریف می گردد.

$$J = \int (x^T Q x + u^T r u) dt \quad (12)$$

در رابطه (۱۲) برای سیستم های SISO،  $r$  یک عدد اسکالر مثبت و  $Q$  یک ماتریس مثبت نیمه معین است.

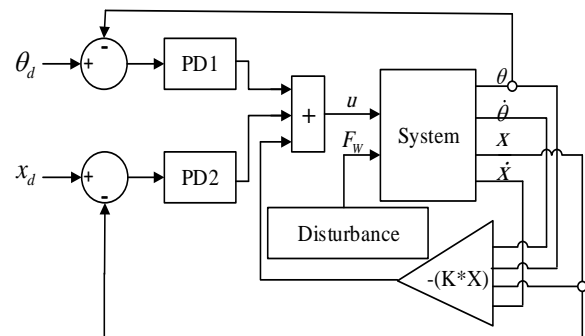
برای حداقل نمودن رابطه (۱۲)، بردار ضرایب  $K$  از رابطه (۱۳) محاسبه می گردد.

$$K = \frac{1}{r} b^T P \quad (13)$$

در رابطه (۱۳)، ماتریس  $P$  از رابطه ی (۱۴) محاسبه می گردد.

$$A^T P + P A - P b r^{-1} b^T P + Q = 0 \quad (14)$$

نمودار بلوکی سیستم حلقه بسته با کنترل کننده PID-LQR در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳: نمودار بلوکی کنترل کننده 2PID-LQR سیستم پاندول معکوس با اغتشاش ورودی

کنترل کننده ترکیبی 2PID-LQR با وجود ایجاد دقت بالا در مقابل تغییرات اغتشاش حساس است و می تواند منجر به افزایش نوسانات در خروجی سیستم و حتی ناپایداری سیستم گردد. به همین منظور با توجه به تغییرات اغتشاش در این مقاله، از کنترل کننده مقاوم SMC برای

شرایطی که دو کنترل کننده قبل دارای پاسخ مناسب نیستند، استفاده می گردد.

### ۳-۳- طراحی کنترل کننده SMC

کنترل کننده SMC یکی از پرکاربردترین روش های کنترل مقاوم است که می تواند پاسخ حلقه بسته مطلوبی را برای سیستم در حضور اغتشاشات خارجی و یا عدم قطعیت ها فراهم نماید [۲۸].

فرآیند طراحی SMC، شامل دو مرحله است. مرحله اول، تعیین سطح لغزش مناسب است. انتخاب مناسب این سطح، رابطه مستقیمی با عملکرد کنترل کننده SMC، دقت و سرعت همگرایی مسیرهای سیستم به سمت سطح لغزش دارد. مرحله دوم، طراحی ورودی کنترلی  $u$  به منظور همگراشدن مسیرهای حالت سیستم به سمت سطح لغزش و باقی ماندن مسیرها روی این سطح یا در همسایگی آن خواهد بود. سیستم غیرخطی رابطه (۱۵) را در نظر بگیرید.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + \tilde{d}(x) \quad (15)$$

در رابطه (۱۵)  $x \in R^n$  بردار حالت،  $f(x) \in R^n$  و  $g(x) \in R^n$  توابعی غیرخطی و هموار،  $\tilde{d}(x) = [0, 0, \dots, \tilde{d}(x)]^T$  بردار اغتشاش و کراندار است که به صورت رابطه (۱۶) در نظر گرفته می شود.

$$\|\tilde{d}(x)\| \leq d, \quad d \in R \quad (16)$$

برای سیستم (۱۵) سطح لغزش معمولاً به صورت رابطه (۱۷) در نظر گرفته می شود:

$$S(x) = \sum_{i=1}^n c_i e_i(t) = c_1 e_1(t) + \dots + c_n e_n(t) = C^T e(t) \quad (17)$$

در رابطه (۱۷)، بردار خطای میان متغیرهای حالت و مقادارهای مطلوب  $(x_d)$ ، بردار ضرایب سطح لغزش،  $c_i$  پارامترهای سطح لغزش و  $n$  مرتبه ی سیستم است.

کنترول در روش SMC شامل دو بخش به صورت کنترول معادل و کنترول ناپیوسته است. ورودی کنترلی به صورت رابطه (۱۸) در نظر گرفته می شود.

$$u = u_{eq}(t) + u_s(t) \quad (18)$$

در رابطه (۱۸)،  $u_{eq}(t)$  بیانگر ورودی معادل و  $u_s(t)$  نشان دهنده ی کنترول ساختار متغیر است.

با فرض ناپیوسته بودن ماتریس  $\frac{\partial S}{\partial x} g(x, t)$  و با توجه به رابطه (۱۶)

و مشتق رابطه (۱۷)، کنترول معادل به صورت رابطه (۱۹) است.

$$\dot{S} = C^T f(x) + C^T g(x)u_{eq}(t) + C^T \tilde{d}(x) \quad (19)$$

$$u_{eq}(t) = -(C^T g(x))^{-1} (C^T f(x) \pm C^T \tilde{d})$$

در رابطه (۱۹)  $\tilde{d} = [0, 0, \dots, d]^T$  است.

توابع مختلفی برای تعیین کنترول ناپیوسته به کار برده می شوند. در رابطه (۲۰) یکی از پرکاربردترین توابع کنترول ناپیوسته ارائه شده است.

$$u_s = -\beta \text{sign}(S) \quad (20)$$

در این رابطه،  $\beta$  یک عدد مثبت است و

$$y(t) = \left( \sum_{i=0}^{d-1} f_i z^{-i} \right) e(t) \quad (25)$$

پس از محاسبه شاخص هریس، نتیجه حاصل شامل یک عدد در بازه  $[0, 1]$  می‌باشد و بیانگر این است که فرآیند کنترل سیستم توسط کنترل کننده فعلی چقدر مطلوب می‌باشد. نزدیک بودن نتیجه به یک، بیانگر عملکرد مطلوب و نزدیک بودن آن به صفر نیز بیانگر ضعف آن در حلقه کنترل است.

در این مقاله، شاخص هریس به عنوان سویچینگ وظیفه انتخاب کنترل کننده مناسب از نظر ایجاد حداقل واریانس در خروجی سیستم و از میان کنترل کننده‌های 2PD، 2PID-LQR و SMC را دارا است. در مقابل به علت مشکلات ساختاری این شاخص ممکن است هیچگاه کنترل کننده مناسب انتخاب نشود و منجر به سویچینگ شدید می‌گردد و در نهایت باعث ناپایداری سیستم حلقه بسته می‌شود. بنابراین در این مقاله با استفاده ناظر فازی که در حکم منطق سویچینگ دوم است، معایب شاخص هریس پوشش داده می‌شود و عملکرد روش کنترل سویچینگ پیشنهادی بهبود داده خواهد شد.

### ۳-۵- طراحی ناظر فازی

همان طور که عنوان شد، شاخص هریس برخلاف روش‌های ارائه شده در روش کنترل سویچینگ [۲۲-۱۶، ۱۱]، یک روش دقیق است که می‌تواند در صنعت به عنوان یک شاخص مناسب در بررسی کیفیت عملکرد یک کنترل کننده مورد استفاده قرار گیرد. به عنوان نمونه می‌توان به [۲۴] اشاره نمود. البته شاخص هریس نیز همان طور که عنوان گردید، دارای معایبی است و گاهی به تنهایی نمی‌تواند عملکرد مطلوب و مناسبی ارائه نماید. به همین جهت، از منطق فازی برای بهبود عملکرد روش سویچینگ استفاده می‌گردد.

ناظر فازی در این مقاله از نوع سوگنو<sup>۱۸</sup> و دارای یک ورودی و یک خروجی به صورت رابطه (۲۶) است.

$$y = a_0 + \sum a_i x_i \quad (26)$$

در رابطه (۲۶)،  $a_i$  وزن متغیرهای ورودی،  $a_0$  یک عدد ثابت،  $x_i$  متغیرهای ورودی و  $y$  خروجی سیستم است.

طراحی ناظر فازی دارای روشی نظام مند نمی‌باشد و می‌تواند با توجه به شرایط سیستم، دارای ساختار و تعداد ورودی متفاوت باشد. در بخش بعدی ساختار کنترل سویچینگ پیشنهادی بیان می‌گردد.

### ۳-۶- طراحی کنترل سویچینگ پیشنهادی

طراحی منطق سویچ در یک کنترل کننده سویچینگ بسیار با اهمیت می‌باشد و اگر به صورت مناسب طراحی نشود، می‌تواند باعث ناپایداری سیستم پایدار شود [۱۶].

در حالت کلی یک سیستم سویچ شده مطابق رابطه (۲۷) بیان می‌گردد.

$$\dot{x}(t) = f_{\sigma(t)}(x(t)), \quad x \in R^n \quad (27)$$

$$\beta \geq d \quad (21)$$

ورودی کنترلی طراحی شده با استفاده از رابطه‌های (۱۹) و (۲۰) برای سیستم (۱۵) به صورت رابطه (۲۲) است.

$$u(t) = -(C^T g(x))^{-1} (C^T f(x) \pm C^T d + \beta \text{sign}(S)) \quad (22)$$

یکی از مشکلات روش SMC پدیده چترینگ است که به علت وجود کنترل ناپیوسته در رابطه (۲۰) ایجاد می‌گردد. پدیده چترینگ برای سیستم نامطلوب است و باعث افزایش دامنه ورودی کنترل می‌شود. همچنین چترینگ باعث تحریک فرکانس‌های بالای سیستم می‌گردد. به منظور کاهش قابل ملاحظه پدیده چترینگ در این مقاله از روش کنترل سویچینگ استفاده می‌گردد.

### ۳-۴- طراحی شاخص هریس

شاخص ارزیابی عملکرد کنترل، معیاری به منظور بررسی عملکرد کنترل کننده و حلقه کنترل به منظور سنجش مقدار بهینه عملکرد کنترل کننده موجود است که این معیار در سال ۱۹۸۹ توسط شخصی به نام هریس پیشنهاد گردید [۲۳] و پژوهشگران دیگری نیز سعی نمودند که این معیار را بهبود دهند [۲۹، ۲۴].

داده‌های مورد نیاز به منظور محاسبه این شاخص معمولاً از خروجی سیستم تحت کنترل، گرفته می‌شوند. زیرا تأثیر کنترل کننده استفاده شده در حلقه کنترل، مستقیماً در خروجی سیستم نمود پیدا می‌کند. روند طراحی این شاخص شامل مراحل زیر است [۲۴]:

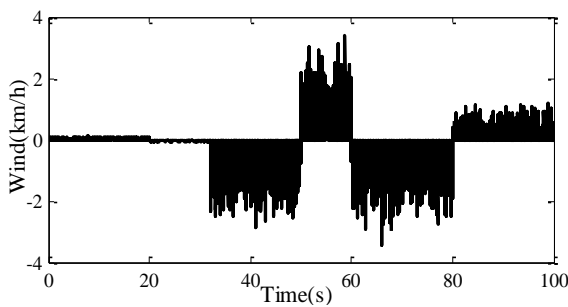
- ۱- اخذ داده‌های مورد نیاز از سیستم
- ۲- تعیین یک معیار به منظور ارزیابی داده‌ها
- ۳- پایش داده‌های اخذ شده با استفاده از معیار مورد نظر
- ۴- بررسی علل ضعف در عملکرد سیستم
- ۵- ارائه پیشنهادات به منظور برطرف نمودن مشکلات شاخص هریس توسط الگوریتم فیلتر و همبستگی<sup>۱۷</sup> [۳۰] طراحی می‌گردد. این معیار بر اساس واریانس گرفته شده از خروجی فرآیند و مقایسه آن با یک مقدار مطلوب در الگوریتم فیلتر و همبستگی، توسط متغیر عملکرد رابطه (۲۳) تعریف می‌گردد.

$$\eta_{Harris} = \frac{\sigma_{mv}^2}{\sigma_y^2} \quad (23)$$

در رابطه (۲۳)  $\eta_{Harris}$  شاخص ارزیابی عملکرد کنترل است و بیانگر آن است که کنترل سیستم توسط کنترل کننده فعلی چقدر مطلوب می‌باشد.  $\sigma_y^2$  واریانس داده‌هایی است که از سیستم حلقه بسته گرفته شده است و  $\sigma_{mv}^2$  نیز حداقل واریانس است که توسط فرآیند می‌تواند ایجاد شود و توسط رابطه (۲۴) قابل محاسبه است.

$$\sigma_{mv}^2 = \left( \sum_{i=0}^{d-1} f_i^2 \right) \sigma_e^2 \quad (24)$$

در رابطه (۲۴)،  $\sigma_e^2$  واریانس نویز سفید (مانده‌ها یا خطا)،  $d$  تأخیر سیستم و  $f_i$  ضرایب پاسخ ضربه مدل برای سیستم حلقه بسته است. مدل پاسخ ضربه نیز توسط رابطه (۲۵) محاسبه می‌گردد.



شکل ۵: نمودار رفتار باد به عنوان اغتشاش ورودی

#### ۴-۱- کنترل سیستم با استفاده از کنترل کننده 2PID-LQR

همان طور که قبلاً عنوان گردید، این کنترل کننده ترکیبی از دو کنترل کننده PID و LQR می باشد که ضرایب PID آن با استفاده از الگوریتم بهینه سازی اجتماع ذرات<sup>۱۹</sup> تنظیم می گردد [۳۱-۳۳]. تابع هزینه انتخاب شده برای بهینه سازی پارامترهای کنترل کننده توسط الگوریتم PSO، به صورت انتگرال قدر مطلق خطا است و مطابق با رابطه (۲۸) است.

$$ITAE = \int_0^t |e(t)| dt \quad (28)$$

معیار ITAE<sup>۲۰</sup> معیاری جهت تعیین خطا است و در یک محدوده مشخص زمانی با کاهش این معیار، خطا نیز کاهش می یابد. در واقع به کمک آن خطای کنترل کننده ها با دقت مناسبی قابل اندازه گیری است و کاهش می یابد [۳۴]. در جدول ۱ پارامترهای مورد نیاز الگوریتم و مقدار هر یک نشان داده شده است.

جدول ۱: پارامترهای الگوریتم اجتماع ذرات

| حداکثر | حداقل | $C_1$ | $C_2$ | $W$ | تعداد تکرار | تعداد ذره |
|--------|-------|-------|-------|-----|-------------|-----------|
| ۱۰     | -۱۰   | ۲     | ۲     | ۱   | ۵۰          | ۵۰        |

پارامترهای کنترل کننده های PID برای موقعیت ارابه و زاویه پاندول معکوس، در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲: پارامترهای کنترل کننده PID

| کنترل کننده | $k_d$ | $k_i$ | $k_p$ |
|-------------|-------|-------|-------|
| زاویه       | ۴/۶۳  | ۱۰    | -۱۰   |
| موقعیت      | ۵/۱۴  | -۷/۵۲ | ۱/۵۴  |

پارامترهای مربوط به کنترل کننده LQR با توجه به فضای حالت خطی شده پاندول معکوس، به صورت رابطه (۲۹) است.

$$Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, r=1 \quad (29)$$

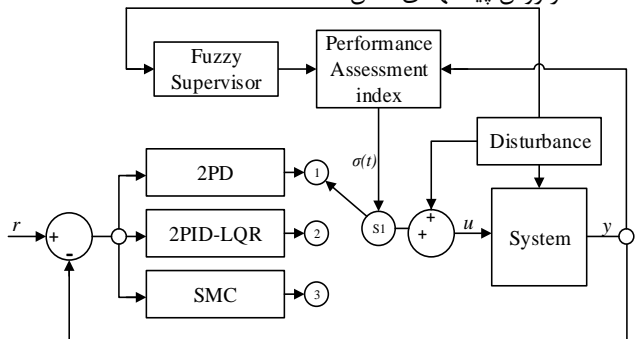
$$K = [-121.7244 \quad -22.8452 \quad -31.6228 \quad -24.8871]$$

بردار  $K$  در رابطه (۲۹)، کنترل کننده نهایی LQR می باشد که به همراه کنترل کننده های PID تنظیم شده در جدول ۲، حلقه کنترل موجود در شکل ۳ را تشکیل می دهند. مقدار مطلوب زاویه پاندول صفر درجه و موقعیت ارابه در ۰/۱ متر در نظر گرفته می شوند. نتایج حاصل از

در این رابطه  $\sigma(t)$  سیگنال سویچینگ است که توسط منطق سویچ ایجاد می شود. رابطه (۲۷) در واقع بیان کننده یک کنترل کننده سویچینگ وابسته به زمان می باشد که در آن زیرسیستم های  $f_{\sigma(t)}(x(t))$  در یک بازه زمانی توسط سیگنال سویچینگ  $\sigma(t)$  انتخاب می شوند.

باید توجه داشت که پایداری تک تک کنترل کننده ها دلیلی بر پایداری کل سیستم نمی باشد. تنها با تنظیم مناسب کلیدزنی می توان از بروز ناپایداری سیستم جلوگیری نمود. در این مقاله روشی نوین بر پایه دو منطق سویچ معرفیه شده در بخش های (۳-۴) و (۳-۵) طراحی شده است که می تواند بر خلاف روش های گذشته، برای اولین بار روشی کلی برای سیستم های غیرخطی در معرض اغتشاش باشد و از کنترل کننده های متفاوتی در یک حلقه کنترل استفاده نماید. در شکل

۴ ساختار روش پیشنهادی نشان داده شده است.



شکل ۴: نمودار بلوکی کنترل سویچینگ پیشنهادی

در این ساختار، شاخص هریس به عنوان منطق سویچ اول و ناظر فازی به عنوان منطق سویچ دوم با توجه به شدت وزش باد از بین کنترل کننده های 2PID-LQR، 2PD، و SMC کنترل کننده های مناسب را انتخاب می کنند.

#### ۴- شبیه سازی

در این بخش نتایج حاصل از شبیه سازی حلقه کنترل با استفاده از کنترل کننده های 2PID-LQR، 2PD، SMC و روش کنترل سویچینگ معرفی شده در این مقاله، ارائه می گردد. در واقع قصد داریم تا با مقایسه نتایج حاصل از شبیه سازی تک تک کنترل کننده ها و روش کنترل سویچینگ پیشنهادی، توانمندی روش ارائه شده را برای کنترل سیستم های در معرض اغتشاش نشان دهیم. اغتشاش در نظر گرفته شده در این مقاله، نیروی باد به عنوان اغتشاش ورودی با توان و جهت تصادفی در نظر گرفته می شود که در شکل ۵ آورده شده است.

در شکل ۵ فرض شده است که شدت باد، در سه بازه با توان های ۰/۰۰۰۱، ۰/۰۰۱ و ۰/۰۱ تغییر کند که در آن توان نوین ۰/۰۰۰۱ به معنای "عدم وزش باد"، توان نوین ۰/۰۰۱ به معنای "وزش باد ملایم" و توان ۰/۰۱ نیز به معنای "وزش باد شدید" است. در بخش بعدی، نتایج شبیه سازی ها با توجه به رفتار باد ارائه می گردد.

#### ۴-۲- کنترل سیستم با استفاده از کنترل کننده 2PD

در این بخش کنترل کننده 2PD به علت قوام بیشتر نسبت به کنترل کننده حالت قبل استفاده شده است. در این کنترل کننده، پارامترها توسط الگوریتم اجتماع ذرات تعیین شده است. در جدول ۳ پارامترهای الگوریتم ذرات برای کنترل کننده 2PD آورده شده است.

جدول ۳: پارامترهای الگوریتم اجتماع ذرات

| حداکثر | حداقل | $C_1$ | $C_2$ | $W$ | تعداد تکرار | تعداد ذره |
|--------|-------|-------|-------|-----|-------------|-----------|
| ۵۰     | -۵۰   | ۲     | ۲     | ۱   | ۵۰          | ۵۰        |

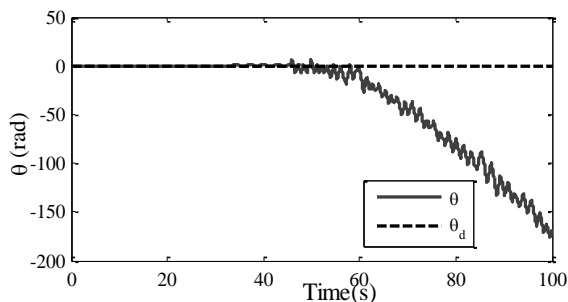
در نهایت با استفاده از الگوریتم اجتماع ذرات، ضرایب کنترل کننده 2PD تعیین می گردند که در جدول ۴ آورده شده است.

جدول ۴: پارامترهای کنترل کننده PD

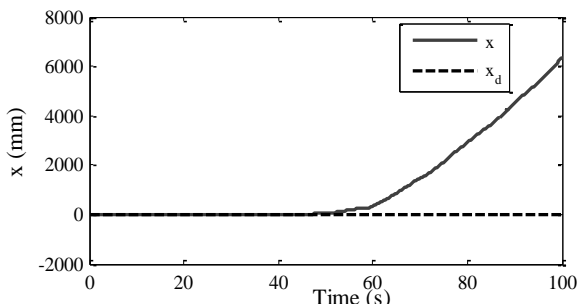
| کنترل کننده | $k_d$ | $k_p$    |
|-------------|-------|----------|
| زاویه       | -۵۰   | -۴۲/۵۳۰۳ |
| موقعیت      | -۳    | -۱       |

کنترل کننده 2PD نیز همانند کنترل کننده 2PID-LQR در حضور اغتشاش نشان داده شده در شکل ۵ شبیه سازی شده است و نتایج حاصل در شکل های ۹ و ۱۰ نشان داده شده است.

با توجه به نتایج حاصل، در صورت عدم وزش باد این کنترل کننده پایدار است و به صورت مطلوب سیستم را کنترل می کند، ولی در ادامه با تغییر شدت باد از شدید به ملایم، کنترل کننده نمی تواند تغییر را دنبال کند و دامنه خروجی در زاویه و موقعیت پاندول به شدت افزایش می یابد که این افزایش در زاویه پاندول و موقعیت ارباب به گونه ای است که از مقدار مطلوب کاملاً منحرف شده و ناپایدار می گردد.

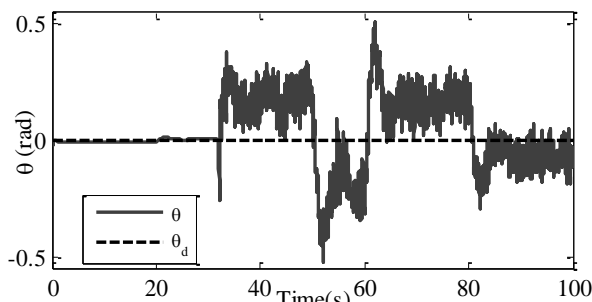


شکل ۹: نمودار پاسخ زاویه پاندول معکوس با کنترل کننده PD

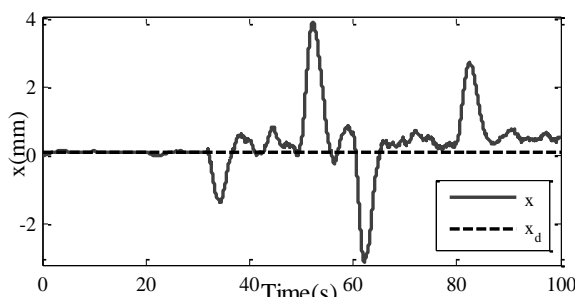


شکل ۱۰: نمودار پاسخ موقعیت ارباب پاندول معکوس با کنترل کننده PD

شبیه سازی با این کنترل کننده، به ترتیب در شکل های ۶ و ۷ برای زاویه پاندول و موقعیت ارباب نشان داده شده است.



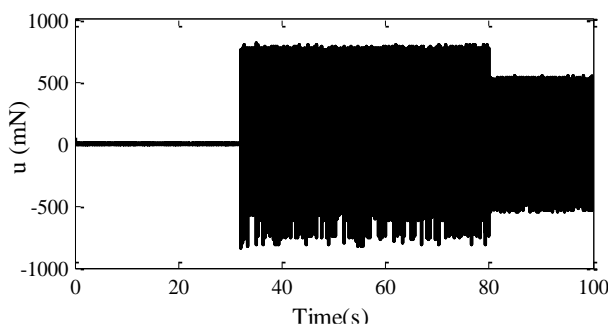
شکل ۶: نمودار پاسخ زاویه پاندول معکوس با کنترل کننده PID-LQR



شکل ۷: نمودار پاسخ موقعیت ارباب پاندول معکوس با کنترل کننده PID-LQR

با مشاهده دو شکل ۶ و ۷ مشخص است که با توجه به تغییرات باد در شکل ۵، در زمان عدم وزش باد، این کنترل کننده با کمترین انحراف ممکن حول مقادیر مطلوب، سیستم را کنترل می کند و با وزش باد شدید و سپس ملایم از ثانیه ۳۲ به بعد، مقدار خروجی زاویه و موقعیت پاندول به شدت افزایش می یابد که این افزایش در موقعیت ارباب به گونه ای است که از مقدار مطلوب منحرف می گردد.

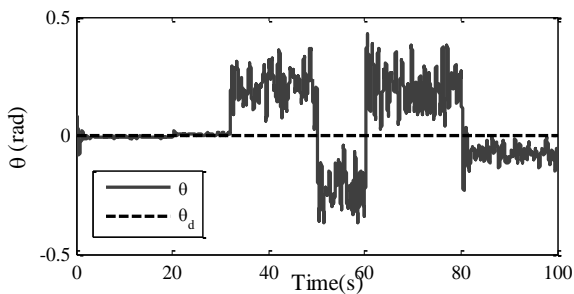
در شکل ۸ ورودی کنترل این کنترل کننده در حضور اغتشاش باد نشان داده شده است.



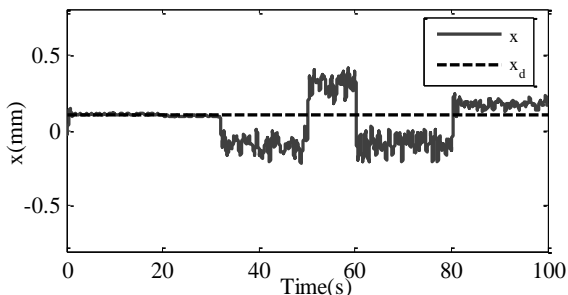
شکل ۸: نمودار ورودی کنترلی PID-LQR در پاندول معکوس

با توجه به شکل ۸ واضح است دامنه ورودی کنترلی در ابتدا و در زمان عدم وزش باد، بسیار محدود است ولی با وزش باد شدید و ملایم، دامنه سیگنال کنترلی نیز به شدت افزایش می یابد. با توجه به پاسخ های شبیه سازی، این کنترل کننده در زمان عدم وزش باد نتیجه مطلوبی از خود نشان می دهد.



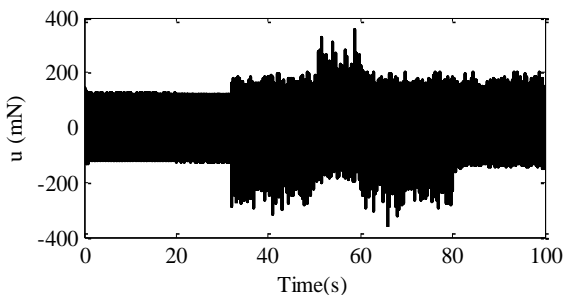


شکل ۱۱: نمودار پاسخ زاویه پاندول معکوس با کنترل کننده SMC



شکل ۱۲: نمودار پاسخ موقعیت ارباب پاندول معکوس به کنترل کننده SMC

با مقایسه شکل‌های ۱۱ و ۱۲ و پاسخ‌های به دست آمده از کنترل کننده‌های 2PD و 2PID-LQR، مشاهده می‌شود که دامنه خروجی در تنظیم زاویه پاندول نسبت به کنترل کننده 2PID-LQR بیشتر است ولی تنظیم موقعیت ارباب در کنترل کننده SMC بسیار بهتر از کنترل کننده 2PID-LQR انجام شده است. همچنین این نتایج در مقایسه با کنترل کننده 2PD مطلوب تر است. در شکل ۱۳ ورودی کنترلی مبتنی بر SMC نشان داده شده است.



شکل ۱۳: سیگنال کنترلی SMC برای سیستم پاندول معکوس

با بررسی نتایج شبیه‌سازی واضح است که هر کنترل کننده تحت شرایطی خاص می‌تواند بهتر از سایر کنترل کننده‌ها دیگر باشد. کنترل کننده 2PID-LQR کمترین دامنه خروجی و دامنه کنترلی را در شرایط عدم وزش باد ایجاد می‌کند، اما با حضور اغتشاش، دامنه ورودی کنترلی آن به شدت افزایش می‌یابد و منجر به انحراف موقعیت ارباب نسبت به مقدار مطلوب می‌گردد. کنترل کننده 2PD نیز در زمان وزش ملایم باد، با توجه به دامنه بسیار بزرگ کنترل کننده 2PID-LQR می‌تواند جایگزین آن باشد، ولی در ادامه و در برابر وزش شدید باد ناپایدار شده و منجر به سقوط پاندول می‌گردد. کنترل کننده SMC مقاوم‌ترین کنترل کننده است، ولی دارای معایبی از جمله دامنه بزرگ و چترینگ در ورودی کنترلی است.

### ۴-۳- کنترل سیستم با استفاده از کنترل مد لغزشی

برای طراحی کنترل مد لغزشی، معادله‌های خطای سیستم پاندول معکوس به صورت رابطه (۳۰) در نظر گرفته می‌شود.

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - x_{d1} \\ x_2 - x_{d2} \\ x_3 - x_{d3} \\ x_4 - x_{d4} \end{bmatrix} \quad (30)$$

در رابطه (۳۰)،  $e_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ) خطای حالت‌ها هستند و  $x_{di}$  ( $i=1, \dots, 4$ ) مقادیر مطلوب حالت‌ها است. سطح لغزش در این سیستم به صورت رابطه (۳۱) در نظر گرفته می‌شود.

$$S = a_1 e_1 + a_2 e_2 + a_3 e_3 + a_4 e_4 \quad (31)$$

در رابطه (۳۱) ضرایب  $a_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ) ضرایب سطح لغزش است و این ضرایب باید به گونه‌ای انتخاب گردند که تمامی ریشه‌های چند جمله‌ای مشخصه  $a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4 = 0$  سمت چپ محور موهومی قرار گیرد. برای طراحی یک کنترل کننده مبتنی بر SMC، باید بردار حالت‌های سیستم بر روی سطح لغزش  $\dot{S} = S = 0$  باقی بماند و بنابراین قانون کنترل معادل به صورت رابطه (۳۲) خواهد بود.

$$u_{eq} = \frac{1}{a_2 \cos x_1 - a_4 l} \times [a_2 \times (M + m)g \sin x_1 + ml(\cos x_1 \sin x_1)x_2^2 + a_4 \times ml(\sin x_1)x_2^2 + mg \cos x_1 \sin x_1] + \frac{1}{ml \cos^2 x_1 - (M + m)l} \times [-a_1 x_2 - a_3 x_4 + a_1 \dot{x}_{1d} + a_2 \dot{x}_{2d} + a_3 \dot{x}_{3d} + a_4 \dot{x}_{4d}] \quad (32)$$

در رابطه (۳۲)، مقادیر پارامترها به صورت زیر انتخاب شده است:

$$\begin{aligned} M &= 2/4 \text{ (کیلوگرم)} & l &= 0.36 \text{ (متر)} \\ m &= 0.23 \text{ (کیلوگرم)} & g &= 9.8 \frac{m}{s^2} \\ a_1 &= 2/35 & a_2 &= 0.6 \\ a_3 &= 2/5 & a_4 &= 1 \end{aligned}$$

فرض می‌گردد اغتشاش که به صورت باد و کراندار است و به صورت رابطه (۳۳) است.

$$|F_w| \leq \alpha, \quad \alpha \in R \quad (33)$$

اگر قانون کنترل برای سیستم پاندول معکوس به صورت رابطه (۳۴) در نظر گرفته شود.

$$u = u_{eq} + \beta \text{sign}(S) \quad (34)$$

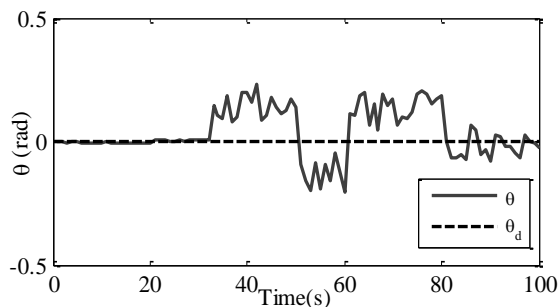
$$\beta > -\left(\frac{1}{(2m + M)l}\right) \left(\frac{M}{m} a_2 + l a_4\right)$$

آن‌گاه به راحتی می‌توان نشان داد که سیستم پاندول معکوس با قانون کنترل مطابق با رابطه (۳۴) و با انتخاب تابع لیاپانوف به صورت  $v = \frac{1}{2} S^2$  پایدار است.

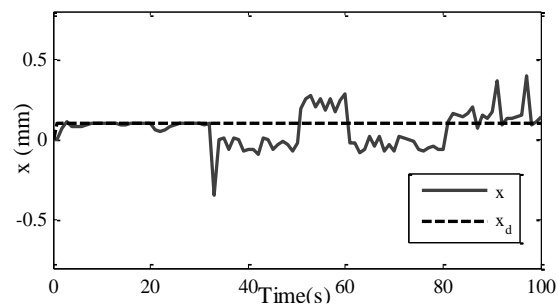
در شکل‌های ۱۱ و ۱۲، زاویه پاندول و موقعیت ارباب پاندول معکوس توسط کنترل کننده SMC نشان داده شده است.

#### ۴-۴- کنترل کننده سویچینگ

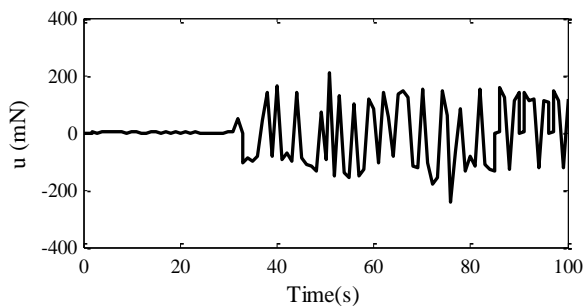
ملاحظه‌ای یافته است و به همین جهت پاسخ مناسبتری نسبت به هر کنترل کننده دیگر ایجاد نموده است. در شکل ۱۸ نمودار سویچینگ ایجاد شده توسط شاخص هریس و ناظر فازی نشان داده شده است.



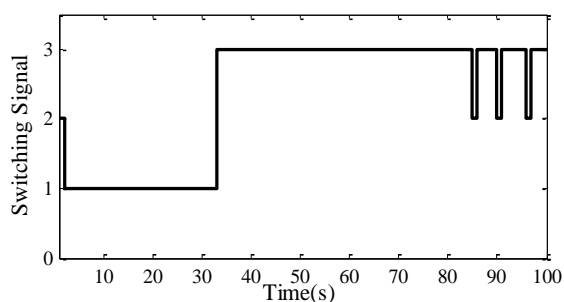
شکل ۱۵: نمودار پاسخ زاویه پاندول معکوس به روش پیشنهادی



شکل ۱۶: نمودار پاسخ موقعیت ارا به پاندول معکوس به روش پیشنهادی



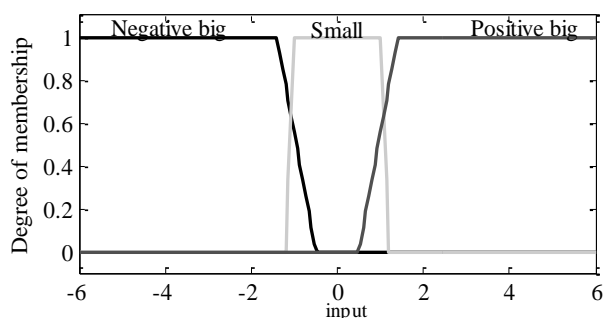
شکل ۱۷: سیگنال کنترلی روش پیشنهادی برای سیستم پاندول معکوس



شکل ۱۸: نمودار سویچینگ در روش پیشنهادی

مراحل طراحی کنترل کننده پیشنهادی شامل سه مرحله است. ابتدا کنترل کننده‌ها که شامل کنترل کننده‌های 2PD, 2PID-LQR و SMC می‌باشند، طراحی می‌گردند که توضیحات لازم در قسمت قبل آورده شده است. سپس شاخص هریس بر اساس رابطه‌ی (۲۳) طراحی می‌شود که وظیفه این شاخص انتخاب کنترل کننده مناسب از میان کنترل کننده‌های 2PD و 2PID-LQR است. در نهایت نیز ناظر فازی طراحی می‌شود که از نوع سوگنو با یک ورودی و یک خروجی است و وظیفه آن، ارزیابی شدت اغتشاش یا سیگنال کنترلی می‌باشد تا بدین وسیله با ایجاد نواحی مختلف سویچینگ، زمان حضور کنترل کننده SMC را مشخص نماید.

در شکل ۱۴ توابع تعلق ورودی ناظر فازی آورده شده است.



شکل ۱۴: توابع تعلق ورودی ناظر فازی

ورودی ناظر فازی دارای سه تابع عضویت ذوزنقه‌ای (Negative big, Small, Positive big) می‌باشد.

قوانین فازی در این سیستم به صورت زیر است:

اگر ورودی "Negative big" باشد، آنگاه خروجی "SMC" است.

اگر ورودی "Small" باشد، آنگاه خروجی "Other" است.

اگر ورودی "Positive big" باشد، آنگاه خروجی "SMC" است.

در این سیستم فازی، "SMC" بیانگر انتخاب کنترل کننده SMC است و "Other" نشان دهنده انتخاب کنترل کننده‌های 2PID-LQR و 2PD است. بنابراین عملکرد کلی حلقه کنترل به این صورت است که در ابتدا و در زمان عدم وزش یا وزش ملایم باد، ناظر فازی کنترل کننده‌های 2PID-LQR و 2PD را برای عمل سویچینگ انتخاب می‌کند و شاخص هریس از بین این دو، کنترل کننده مناسب را در حلقه قرار می‌دهد. در زمان وزش شدید باد، ناظر فازی کنترل کننده‌های 2PID-LQR و 2PD را از حلقه کنترل خارج نموده و به جای آن‌ها، کنترل کننده SMC را وارد حلقه کنترل می‌کند. در شکل‌های ۱۵ و ۱۶ خروجی زاویه پاندول و موقعیت ارا به آن، بر اساس روش پیشنهادی نشان داده شده است. در شکل ۱۷ نیز ورودی کنترلی مربوط به روش پیشنهادی آورده شده است. با مقایسه ورودی کنترلی به دست آمده توسط روش پیشنهادی و ورودی هر ورودی کنترل کننده در قسمت ۴-۱ تا ۴-۳، مشخص است که ورودی کنترلی در روش پیشنهادی دارای کمترین دامنه و سرعت پاسخ سریعتری است و چترینگ آن نسبت به روش SMC کاهش قابل

## مراجع

- [1] R. J. Wai and L. J. Chang, "Adaptive stabilizing and tracking control for a nonlinear inverted-pendulum system via sliding-mode technique," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 53, no. 2, pp. 674-692, 2006.
- [2] Y. Xin, J. Xu, B. Xu and H. Xin, "The inverted-pendulum model with consideration of pendulum resistance and its LQR controller," 2011 International Conference on Electronic & Mechanical Engineering and Information Technology, pp. 3438-3441, Harbin, China, 2013.
- [3] W. Li, H. Ding and K. Chang, "An investigation on the design and performance assessment of double-PID and LQR controllers for the inverted pendulum," UKACC International Conference on Control 2012, pp. 190-196, Cardiff, U. Kingdom, 2006.
- [4] L. B. Prasad, B. Tyagi and H. O. Gupta, "Optimal control of nonlinear inverted pendulum system using PID controller and LQR: performance analysis without & with disturbance input," International Journal of Automation and Computing, vol. 11, no. 6, pp. 661-670, 2014.
- [5] J. Huang, S. Ri, L. Liu, Y. Wang, J. Kim and G. Pak, "Nonlinear disturbance observer-based dynamic surface control of mobile wheeled inverted pendulum," IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 23, no. 6, pp. 2400-2407, 2015.
- [6] H. Fukushima, K. Muro and F. Matsuno, "Sliding mode control for transformation to an inverted pendulum mode of a mobile robot with wheel-arms," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 62, no. 7, pp. 4257-4266, 2015.
- [7] M. S. Park and D. Chwa, "Swing-up and stabilization control of inverted-pendulum systems via coupled sliding-mode control method," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 56, no. 9, pp. 40-55, 2009.
- [8] S. J. Huang and C. L. Huang, "Control of an inverted pendulum using grey prediction model," IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 36, no. 2, pp. 452-458, 2000.
- [9] K. Yokoyama and M. Takahashi, "Dynamics-based nonlinear acceleration control with energy shaping for a mobile inverted pendulum with a slider mechanism," IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 24, no. 1, pp. 40-55, 2016.
- [10] C. Yang, Z. Li, R. Cui and B. Xu, "Neural network-based motion control of an underactuated wheeled inverted pendulum model," IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, vol. 25, no. 11, pp. 2004-2016, 2014.
- [11] H. K. Lam, F. H. F. Leung and Y. S. Lee, "Design of a switching controller for nonlinear systems with unknown parameters based on a fuzzy logic approach," IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics, vol. 34, no. 2, pp. 1068-1074, 2004.
- [12] علی‌رضا گودرزبان، نویدرضا ابجدی، غلام‌رضا عرب مارکده و یحیی عبداللهی، «طراحی و ساخت کنترل کننده بهبودیافته مد لغزشی مرتبه کاهش یافته با کنترل PI برای مبدل POESLL»، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۶، شماره ۲، صفحه ۲۰۹-۲۱۹، تابستان ۱۳۹۵.
- [13] A. Levant, "Chattering analysis," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 55, no. 6, pp. 1380-1389, 2010.
- [14] X. Li, X. Yu and O. Han, "Chattering analysis of time-delayed second-order sliding mode control systems using poincare' map," 49<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control, pp. 5144-5149, USA, 2010.
- [15] A. Moridi, S. Armaghan, A. Khaki Sedigh and S. Choobkar, "Design of switching control systems using control performance assessment index," Proceedings of the World Congress on Engineering 2011, pp. 13-18, United Kingdom, 2011.
- [16] D. Liberzon, *Switching in Systems and Control*, 1<sup>st</sup> Edition, Boston, MA: Birkhauser, 2003.
- [17] L. R. G. Carrilo, G. R. F. Golunga, G. Sanahuja and R. Lozano, "Quad rotorcraft switching control: an application for the task of path following," IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 22, no. 4, pp. 1255-1267, 2014.
- [18] Y. Yang and J. M. Lee, "A switching control strategy for nonlinear systems under uncertainty," 13<sup>th</sup> International Conference on Control, Automation and Systems, pp. 976-980, Korea, 2013.

شکل ۱۸ بیانگر انتخاب کنترل کننده‌های 2PD, 2PID-LQR و SMC در شرایط مختلف بروز اغتشاش است. در این شکل دامنه "یک" بیانگر انتخاب کنترل کننده 2PID-LQR است، دامنه "دو" نشان‌دهنده انتخاب کنترل کننده 2PD است و دامنه "سه" نیز بیانگر انتخاب کنترل کننده SMC است. باید توجه داشت که شاخص هریس به همراه ناظر فازی نمودار سویچینگ بالا را ایجاد کرده است که در نهایت منجر به انتخاب کنترل کننده مناسب شرایط سیستم و حلقه کنترل، می‌گردد.

بررسی برتری روش معرفی شده در این مقاله را می‌توان با تحلیل پارامتری نتایج اخذشده، نیز نشان داد. در جدول ۵ واریانس ایجادشده توسط کنترل کننده‌های مذکور برای سه پارامتر زاویه پاندول، موقعیت ارابه و سیگنال کنترلی و روش پیشنهادی آورده شده است.

عدد شایستگی یا بهترین مقدار هر پارامتر با توجه به حضور اغتشاش، واریانس صفر است. همان‌طور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود، برای سه پارامتر زاویه پاندول، موقعیت ارابه و سیگنال کنترلی، کنترل کننده دارای سویچینگ مبتنی بر شاخص هریس و ناظر فازی کمترین واریانس ممکن را ایجاد نموده است که بیانگر توانمندی روش در استفاده از کنترل کننده‌های مختلف در شرایط مناسب می‌باشد.

جدول ۵: واریانس کنترل کننده‌های استفاده شده

| کنترل کننده      | زاویه پاندول (رادبان) | موقعیت ارابه پاندول (میلی متر) | حداکثر دامنه کنترلی (میلی نیوتن) |
|------------------|-----------------------|--------------------------------|----------------------------------|
| 2PID-LQR         | ۰/۰۲۱۶                | ۰/۸۲۶۲                         | $۷/۵۸۹۲ \times ۱۰^{-۴}$          |
| 2PD              | $۲/۷۳ \times ۱۰^{-۳}$ | $۳/۵۹۰۷ \times ۱۰^{-۶}$        | $۳/۱۳۱۳ \times ۱۰^{-۴}$          |
| SMC              | ۰/۰۲۵۴                | ۰/۰۲۰۶                         | $۱/۱۴۲۹ \times ۱۰^{-۴}$          |
| سویچینگ پیشنهادی | ۰/۰۱۸۴                | ۰/۰۱۲۲                         | $۶/۹۰۲۳ \times ۱۰^{-۴}$          |

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله کاربرد روش کنترل سویچینگ مبتنی بر شاخص هریس و ناظر فازی بر روی سیستم پاندول معکوس در معرض اغتشاش متغیر، نشان داده شد. نتایج شبیه‌سازی‌ها برای کنترل کننده‌های 2PD، 2PID-LQR و SMC نشان داد که با توجه به تغییرات زیاد اغتشاش، نتایج به‌دست آمده مناسب نمی‌باشد. اما در روش پیشنهادی، با انتخاب کنترل کننده مناسب با توجه به شرایط موجود، موجب کاهش دامنه خروجی سیستم، کاهش دامنه کنترلی، کاهش چترینگ و حساسیت به اغتشاش به طور همزمان نسبت به روش‌های مطرح شده در [۱۱، ۱۶-۲۲] می‌گردد. در واقع تأمین همزمان این ویژگی‌ها از توانمندی‌های روش پیشنهادی است. به‌علاوه زمانی که مسیر حالت‌ها از سطح لغزش دور می‌گردند، ناظر فازی کنترل کننده‌های 2PD و 2PID-LQR را از حلقه کنترل خارج می‌نماید و کنترل کننده SMC وارد حلقه می‌گردد و از ناپایدار شدن سیستم جلوگیری می‌گردد. بنابراین در این مقاله، به کمک روش سویچینگ و سه کنترل کننده ساده، به راحتی مسئله چترینگ در کنترل مد لغزشی، تلاش کنترلی زیاد و محدودیت در اعمال اغتشاش متغیر حل گردید.

- [28] W. Perruquetti and J. P. Barbot, *Sliding Mode Control in Engineering*, 1<sup>st</sup> Edition, New York, Marcel Dekker, 2002.
- [29] B. Huang and S. L. Shah, *Performance Assessment of Control Loops*, 1<sup>st</sup> Edition, London, Springer, 1999.
- [30] B. Huang and R. Kadali, *Dynamic Modeling, Predictive Control and Performance Monitoring*, 1<sup>st</sup> Edition, London, Springer, 2008.
- [۳۱] محمد مؤمنی، مهدی آقاصرام، وحید شاکر، سهرام جمالی و مهدی نوشیار، «ارائه یک فیلتر جدید برای حذف نویزهای ضربه‌ای و ترکیب فیلتر پیشنهادی با الگوریتم PSO به منظور کشف و دفاع در برابر حملات سیل‌آسای SYN»، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۶، شماره ۱، صفحه ۳۱۱-۳۱۹، بهار ۱۳۹۵.
- [32] D. Parrott and X. Li, "Locating and tracking multiple dynamic optima by a particle swarm model using speciation," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 10, no. 4, pp. 440-458, 2006.
- [33] N. A. Shrivastava, A. Khosravi and B. K. Panigrahi, "Prediction interval estimation of electricity prices using PSO tuned support vector machines," *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 11, no. 2, pp. 322-331, 2015.
- [34] A. K. Maurya, M. R. Bongulwar and B. M. Patre, "Tuning of fractional order PID controller for higher order process based on ITAE minimization," *Annual IEEE India Conference (INDICON)*, pp.1-5, India, 2015.
- [19] M. F. Heertjes, I. H. Sahin, N. V. D. Wouw and W. P. M. Heemels, "Switching control in vibration isolation systems," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 21, no. 3, pp. 626-635, 2013.
- [20] S. Vichai, S. Hirai and S. Sugaya, "Parameter adaptation using switched controller," *IEEE Institute of Technologists*, pp. 1-4, China, 2008.
- [21] M. Zhang and T. J. Tran, "A hybrid switching control strategy for nonlinear and underactuated mechanical systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 48, no. 10, pp. 1777-1782, 2003.
- [22] C. A. Ibanez, M. S. Castanon, O. O. Frias, "A switching controller for the stabilization of the damping inverted pendulum cart system", *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, vol. 9, no. 9, pp. 3583-3596, 2013.
- [23] T. Harris, "Assessment of closed loop performance," *Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. 67, no. 5, pp. 856-861, 1989.
- [24] M. Jelali, "An overview of control performance assessment technology and industrial applications," *Control Engineering Practice*, vol. 14, no. 5, pp. 441-446, 2006.
- [25] K. J. Astrom and B. Wittenmark, *Adaptive Control*, 2<sup>nd</sup> Edition, New York, Addison-Wesley, 1995.
- [26] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, 5<sup>th</sup> Edition, Boston, Prentice Hall, 2010.
- [27] R. S. Burns, *Advanced Control Engineering*, 1<sup>st</sup> Edition, Boston, Planta Tree, 2001.

## زیر نویس ها

<sup>۱۱</sup> Lyapunov function-based predictive controller

<sup>۱۲</sup> Heerjes and Sahin

<sup>۱۳</sup> Lyapunov function-based predictive controller

<sup>۱۴</sup> Vichaei et al.

<sup>۱۵</sup> Ibanez et al.

<sup>۱۶</sup> Control Performance Assessment Index (CPAI)

<sup>۱۷</sup> Filter and Correlation algorithm (FCOR)

<sup>۱۸</sup> Sugeno

<sup>۱۹</sup> Particle Swarm Optimization (PSO)

<sup>۲۰</sup> Integral of Time and Absolute Error (ITAE)

<sup>۱</sup> Linear Quadratic Regulator (LQR)

<sup>۲</sup> Sliding Mode Control (SMC)

<sup>۳</sup> Proportional–integral–derivative controller (PID controller)

<sup>۴</sup> Switching

<sup>۵</sup> Minimum Variance Controller (MVC)

<sup>۶</sup> Model Reference Adaptive Control (MRAC)

<sup>۷</sup> Chattering

<sup>۸</sup> Lam et al.

<sup>۹</sup> Carrilo et al.

<sup>۱۰</sup> Yang and Lee