

ارائه یک الگوریتم جدید بر اساس مدل‌های پارامتری سیگنال به‌منظور تخمین طیف سیگنال نویزی غیرگوسی

میثم بیات^۱، استادیار؛ امین کدیور^۲، کارشناسی ارشد؛ حمید رادمنش^۳، استادیار

۱- دانشکده مهندسی برق - دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری - تهران - ایران - m_bayat@ssau.ac.ir

۲- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه شیراز - شیراز - ایران - aminkadivar67@gmail.com

۳- دانشکده مهندسی برق - دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری - تهران - ایران - hamid.radmanesh@aut.ac.ir

چکیده: در این مقاله یک روش جدید برای تخمین طیف سیگنال در حضور نویز اندازه‌گیری ارائه شده است. نویز زمینه دارای توزیع غیرگوسی آلفا-پایدار متقارن است. پارامترهای سیگنال از طریق روش‌های طیفی به‌صورت مدل خود کاهنده (AR) مدل شده است. پس از محاسبه میزان بایاس ایجادشده در پارامترهای سیگنال، به حذف آن با استفاده از معادلات یول واکر تعمیم‌یافته پرداخته شده است. در توزیع آلفا-پایدار فرم بسته فرمولی برای توابع چگالی احتمال و توزیع تجمعی احتمال وجود ندارد. هم‌چنین نامحدود بودن مقدار واریانس در این توزیع، موجب ناکارآمدی در استفاده از ضرایب همبستگی و روش‌های معمول تخمین پارامتر شده است. با ارائه یک فرم بسته فرمولی جدید بر اساس ضرایب هم‌تغییر، حذف این بایاس در قالب یک الگوریتم تکرارشونده صورت گرفته است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی الگوریتم پیشنهادی نشان می‌دهد که در نسبت‌های سیگنال به نویز ۱۰dB و بالاتر، بیش از ۲۰ درصد بهبود دقت، در تخمین پارامترهای مدل AR نویزی نسبت به روش یول واکر ایجادشده است. هم‌چنین نتایج نشان می‌دهد تخمین‌های حاصل از روش پیشنهادی نسبت به جابه‌جایی قطب‌های مدل بسیار مقاوم‌تر از روش یول واکر است و برای مدل‌های AR با قطب‌های نزدیک به مرزهای دایره واحد بهبود قابل‌توجهی نسبت به روش یول واکر مرتبه بالا نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: توزیع آلفا-پایدار متقارن؛ مدل AR؛ معادلات یول واکر تعمیم‌یافته

A New Algorithm Based on Signal Parametric Models for Estimating the Spectral of Non-Gaussian Noisy Signal

M. Bayat¹, Assistant Professor; A. Kadivar², Msc Student; H. Radmanesh³, Assistant Professor

1- Faculty of Electrical Engineering, Shahid Sattari Aeronautical university of Science & technology, Tehran, Iran,
Email: m_bayat@ssau.ac.ir

2- Faculty of Electrical and Computer Engineering, University of Shiraz, Shiraz, Iran,
Email: aminkadivar67@gmail.com

3- Faculty of Electrical Engineering, Shahid Sattari Aeronautical university of Science & technology, Tehran, Iran,
Email: hamid.radmanesh@aut.ac.ir

Abstract: In This study a new method for spectral estimation of signals in the presence of observation noise is proposed. Background noise has a non-Gaussian symmetric alpha stable distribution. Signal parameters are modeled by an AR process, using spectral methods. After the calculation of the produced bias in signal parameters, the bias is removed using the generalized Yule-Walker equations. In alpha stable distribution, there is no closed form formula for probability distribution function and cumulative distribution function. Also, the infiniteness of variance in this distribution, limits the performance of correlation coefficient based methods and other standard parameter estimation methods. In this paper, a new closed form formula based on covariation coefficient is proposed which removes the bias using an iterative algorithm. The simulation results show that, by using the proposed method, there is a 20 percent improvement in estimation accuracy of signal parameters in 10dB SNRs and higher ones. Moreover, the results show the estimations of the proposed method is more robust to displacement of poles compared to the classic Yule-Walker method and displays a significant improvement in comparison with the high-order Yule Walker method for AR models, whose poles are close to the boundaries of the unit circle.

Keywords: Alpha-stable distribution, Autoregressive model, Yule-Walker Equations.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۵/۱۰/۰۶

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۵/۱۲/۱۰، ۱۳۹۶/۰۶/۰۴ و ۱۳۹۶/۰۸/۰۲

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۸/۲۶

نام نویسنده مسئول: میثم بیات

نشانی نویسنده مسئول ایران - تهران - دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری - دانشکده مهندسی برق.

۱- مقدمه

در پردازش سیگنال و احتمالات از مدل AR^1 برای توصیف متغیرهای تصادفی و فرایندهای متغیر با زمان استفاده می‌شود. به‌کارگیری مدل AR به دلیل قدرت تفکیک بالا در تخمین طیف و قابلیت مدل کردن سیگنال‌های مختلف، بسیار متداول است [۱]. تخمین پارامترهای مدل AR نویزی در پردازش سیگنال صحبت، مخابرات، تخمین فرکانس سیگنال، سونار و رادار کاربرد دارد [۵-۲]. در کاربردهای عملی همواره سیگنال مطلوب آغشته به نویز است و باید با استفاده از تکنیک‌های مبتنی بر حذف نویز به تخمین پارامترهای سیگنال پرداخت [۶-۷]. هنگامی که داده‌های مشاهده نویزی شوند، کارایی تکنیک‌های معمولی تخمین مدل AR به شدت کاهش می‌یابد و تخمین پارامترها با خطای زیادی همراه شود. برای تخمین پارامترهای مدل AR در حالت نویزی، روش‌های متعددی ارائه شده است [۸-۱۱]. در تمامی این روش‌ها با استفاده از ضرایب هم‌بستگی^۲ داده‌های نویزی به تخمین پارامترهای مدل AR پرداخته می‌شود. در برخی از کاربردهای ذکر شده، به دلیل اثرات المان‌های مداری و القا گاهی نویز زمینه به شکل ضربه‌ای دارای دامنه‌های بزرگی است. وجود چنین پدیده‌ای باعث می‌شود تابع چگالی احتمال گوسی نتواند مدل مناسبی برای بیان چنین سیگنال‌هایی باشد. برای مدل کردن این‌گونه نویزهای حاوی ضربه، توزیع‌های غیرگوسی دارای دم سنگین مناسب به نظر می‌رسند. یک خانواده مهم از توزیع‌های غیرگوسی، خانواده توزیع‌های پایدار^۳ هستند. این توزیع‌ها برخلاف توزیع گوسی دارای دم منعطفی بوده و می‌توانند سیگنال‌های حاوی نویز غیرگوسی را مدل کنند [۱۵-۱۲]. مقدار واریانس در توزیع پایدار نامحدود تعریف شده است. به همین دلیل امکان استفاده از تابع هم‌بستگی در این توزیع وجود ندارد [۱۳]. در صورت به‌کارگیری این توزیع برای مدل کردن نویز، روش‌های موجود برای تخمین مدل AR نویزی کارایی خود را از دست می‌دهند. بنابراین ارائه روش دیگری برای تخمین پارامترهای مدل AR که در این حالت بتواند کارایی داشته باشد ضروری به نظر می‌رسد. در این مقاله به این موضوع پرداخته شده است. باوجود مطالعات گسترده‌ای که در حوزه تخمین طیف برای سیگنال‌های گوسی انجام شده است، داده‌های غیرگوسی از نظر طیف بررسی چندانی نشده‌اند. عدم وجود آمارگان مرتبه دوم برای بسیاری از توزیع‌های غیرگوسی استفاده از تابع هم‌بستگی و چگالی طیف توان^۴ را ناممکن می‌سازد. به دلیل این ناکارآمدی، در توزیع آلفا-پایدار متقارن^۵، از پارامتری به نام کواریشن^۶ استفاده می‌شود که یک ابزار قدرتمند برای کار کردن با این توزیع به شمار می‌رود [۱۶-۱۴].

در مرجع [۱۷] مروری جامع بر توزیع آلفا-پایدار و کاربردهای آن در پردازش سیگنال صورت گرفته است. هم‌چنین با استفاده از ضرایب کواریشن به ارائه معادلات یول واکر تعمیم‌یافته^۷ پرداخته شده است. با استفاده از این معادلات می‌توان به تخمین مناسبی از پارامترهای مدل

AR در حالت بدون نویز دست‌یافت. در مرجع [۱۸] مسئله تخمین پارامترهای مدل AR آلفا-پایدار بدون نویز مشاهده با استفاده از معادلات یول واکر تعمیم‌یافته بررسی شده است. هم‌چنین در این مرجع به بررسی برازش مدل AR آلفا-پایدار با دسته‌ای از داده‌ها پرداخته شده است. بررسی بازه قابل‌اطمینان برای تخمین پارامترهای مدل AR آلفا-پایدار در این مقاله نشان می‌دهد که بازه به‌دست‌آمده حاصل از نمونه‌های تابع کواریشن دارای پوشش احتمالی مناسب‌تر نسبت به بازه به‌دست‌آمده از نمونه‌های تابع هم‌بستگی است. در پژوهشی دیگر روشی برای تخمین پارامترهای مدل AR آلفا-پایدار نویزی ارائه شده است [۱۱]. در این مرجع با استفاده از معادلات یول واکر تعمیم‌یافته مرتبه بالا^۸ به حذف اثر نویز مشاهده پرداخته شده است. بررسی روابط مدل AR آلفا-پایدار نشان می‌دهد که اثر نویز مشاهده در پارامتر $\lambda(0)$ ظاهر می‌شود. با توجه به این موضوع در مرجع [۱۱] با استفاده از معادلات یول واکر مرتبه بالا به حذف این پارامتر پرداخته شده است. نتایج نشان می‌دهد حذف اثر نویز مشاهده با استفاده از این روش برای مدل‌های AR آلفا-پایدار با قطب‌های نزدیک به مرکز دایره واحد دارای دقت مناسبی است. اما با نزدیک شدن قطب‌های مدل AR به مرزهای دایره واحد این روش دچار افت عملکرد شده و دقت تخمین پارامترهای مدل AR کاهش می‌یابد. این در حالی است که غالب مدل‌های کاربردی در طبیعت دارای قطب‌هایی نزدیک به مرزهای دایره واحد هستند. با توجه به این موضوع ارائه الگوریتمی که این افت عملکرد را جبران کند بااهمیت به نظر می‌رسد.

در این مقاله به ارائه یک الگوریتم تخمین پارامترهای مدل AR آغشته به نویز آلفا-پایدار متقارن پرداخته شده است. در الگوریتم ارائه شده ابتدا با استفاده از تئوری توزیع‌های پایدار میزان بایاس ایجاد شده در پارامترهای تخمینی محاسبه می‌شود. سپس با ارائه یک الگوریتم تکرارشونده مبتنی بر ضرایب کواریشن بایاس ایجاد شده از پارامترهای تخمینی مدل AR حذف می‌شود. در الگوریتم پیشنهادی افت عملکرد روش ارائه شده در [۱۱] برای مدل‌های AR آلفا-پایدار با قطب‌های نزدیک به مرزهای دایره واحد جبران شده است.

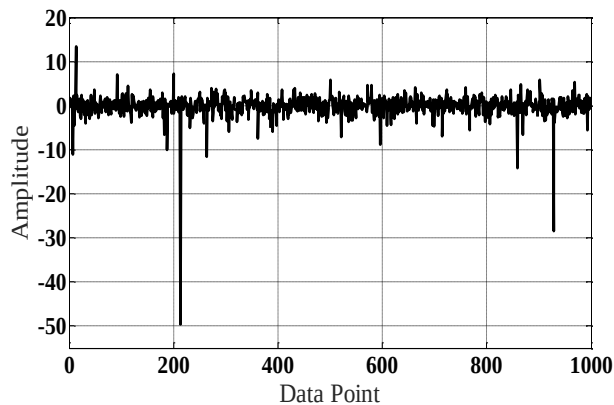
در ادامه ابتدا در بخش ۲ تئوری توزیع آلفا-پایدار و مدل AR آغشته به نویز آلفا-پایدار ارائه شده است. در بخش ۳ الگوریتم پیشنهادی ارائه و تحلیل می‌شود. در بخش ۴ نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های الگوریتم پیشنهادی ارائه و با روش‌های متداول مقایسه می‌شوند و در نهایت در بخش ۵ نتیجه‌گیری از تحلیل‌های صورت گرفته انجام می‌شود.

۲- تحلیل مسئله

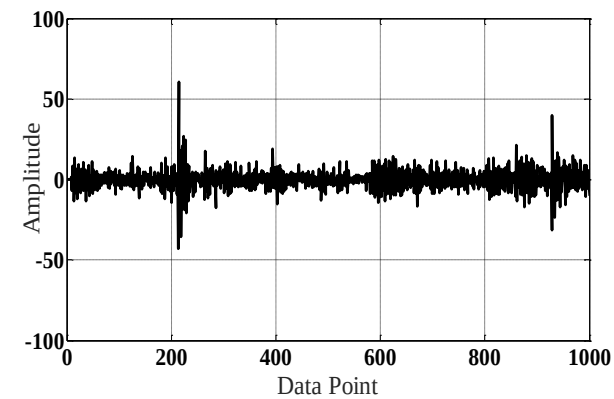
۲-۱- توزیع آلفا-پایدار متقارن

توزیع آلفا-پایدار متقارن ($\beta=0$) از طریق تابع مشخصه^۹ خود توصیف می‌شود [۱۹]. تابع توزیع تک متغیری $\phi(t)$ ، را پایدار متقارن گویند اگر تابع مشخصه آن به شکل زیر باشد:

شکل ۲ و شکل ۳ به ترتیب نشان‌دهنده نمودار نویز غیرگوسی با توزیع آلفا-پایدار و طیف سیگنال با مدل AR نویزی با استفاده از شبیه‌سازی کامپیوتری است.



شکل ۲: نویز آلفا-پایدار متقارن



شکل ۳: داده‌های مدل AR نویزی

از آنجاکه برای توزیع آلفا-پایدار دنباله هم‌بستگی وجود ندارد، به جای آن پارامتری به نام کواریشن تعریف می‌شود. اگر X و Y دو متغیر تصادفی توأم $S\alpha S$ با $1 < \alpha \leq 2$ ، پارامتر مکانی صفر و پارامتر پراکندگی γ_x و γ_y باشند، کواریشن X و Y به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$[X, Y]_\alpha = \frac{E(XY^{<p-1>})}{E(|Y|^p)} \gamma_y \quad (3)$$

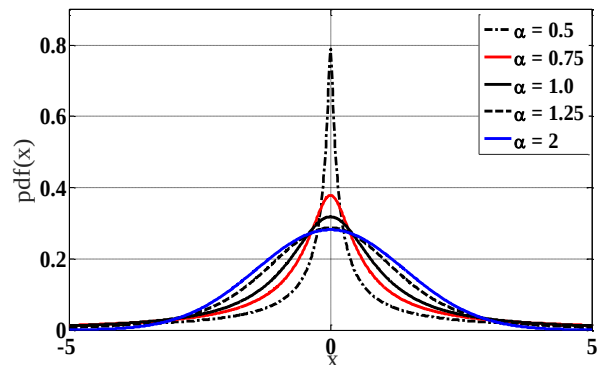
برای هر عدد حقیقی z و ثابت $a \geq 0$ تعریف زیر برای تابع علامت توان ارائه می‌شود:

$$z^{<a>} = |z|^a \operatorname{sign} z = \begin{cases} z^a & \text{if } z \geq 0 \\ -|z|^a & \text{if } z < 0 \end{cases} \quad (4)$$

ضرب کواریشن در یک فرایند ایستا با میانگین صفر و مقدار ممان انرژی محدود، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varphi(t) = \exp(j\delta t - \gamma|t|^\alpha) \quad (1)$$

این توزیع به طور کامل با چهار پارامتر خود که شامل پارامتر نمای α ، پارامتر پراکندگی γ ، پارامتر مکانی δ و شاخص چولگی است مشخص می‌شود. توزیع پایدار با مشخصه نمای α ، توزیع آلفا-پایدار نامیده می‌شود. در شکل ۱ نمودار تابع چگالی احتمال توزیع آلفا-پایدار متقارن با استفاده از شبیه‌سازی کامپیوتری برای مقادیر مختلف پارامتر نمای نمایش داده شده است.



شکل ۱: تابع چگالی احتمال توزیع آلفا-پایدار متقارن

مشخصه نمای α ، پارامتر قالب توزیع نیز نامیده می‌شود. این پارامتر بیان‌کننده ضخامت دم دنباله تابع چگالی است و می‌تواند مقادیر موجود در بازه $[0, 2]$ را اختیار کند. پارامتر پراکندگی γ می‌تواند هر عدد حقیقی مثبت را اختیار کند و رفتاری شبیه به واریانس دارد. وقتی که $\alpha = 2$ ، توزیع پایدار تبدیل به توزیع گوسی می‌شود. پارامتر مکانی δ مشخص‌کننده مرکز تابع چگالی توزیع است. وقتی که $\beta = 0$ ، توزیع با مرکزیت پارامتر مکانی، دارای تقارن است. توزیع پایدار متقارن با مشخصه نمای α ، توزیع آلفا-پایدار متقارن ($S\alpha S$) نامیده می‌شود. هنگامی که پارامتر پراکندگی برابر با یک باشد توزیع را آلفا-پایدار متقارن استاندارد می‌نامند که توزیع مدنظر در این مقاله برای نویز ورودی مدل AR و نویز اندازه‌گیری است.

۲-۲- مدل AR آلفا-پایدار و روابط حاکم بر آن

مدل AR مرتبه p به صورت رابطه زیر نمایش داده می‌شود:

$$x(t) = a_1 x(t-1) + \dots + a_p x(t-p) + u(t) \quad (2)$$

$[a_1, a_2, \dots, a_p]$ پارامترهای مدل و $u(t)$ نویز سفید محسوب می‌شود که در این مقاله دارای توزیع آلفا-پایدار متقارن است. بر اساس تئوری توزیع‌های پایدار اگر $u(t)$ دارای توزیع $S\alpha S$ با توزیع یکسان و مستقل (i.i.d) با مشخصه نمای α و ضریب پراکندگی γ باشد آنگاه $x(t)$ نیز دارای توزیع $S\alpha S$ با همان α و γ است [۱۹].

نشان‌دهنده اثر نویز مشاهده بر پارامتر $\lambda_y(0)$ است. این موضوع در این مقاله، در روابط ۱۲ تا ۱۸ نشان داده شده و بایاس افزوده شده به صورت تئوریک استخراج شده است.

اگر $y(t)$ و $y(t-k)$ دو نمونه از داده‌های نویزی در دسترس باشند با استفاده از (۶) رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E(y(t) | y(t-k)) = \lambda_y(k) y(t-k) = \frac{[y(t) - y(t-k)]_{\alpha}}{\gamma_y} y(t-k) \quad (12)$$

از (۱۱) و (۱۲) نتیجه می‌شود که:

$$[y(t) - y(t-k)]_{\alpha} = [x(t) + w(t) - x(t-k) + w(t-k)]_{\alpha} \quad (13)$$

با توجه به قضایای کواریشن که در مراجع [۴-۵] و [۱۶-۱۸] آمده است، رابطه (۱۳) را می‌توان به شکل زیر جداسازی کرد:

$$[x(t) + w(t) - x(t-k) + w(t-k)]_{\alpha} = [x(t) - x(t-k)]_{\alpha} + [w(t) - w(t-k)]_{\alpha} \quad (14)$$

حال با توجه به این موضوع که کواریشن دو دنباله آلفا-پایدار توأم و مستقل نسبت به هم برابر صفر می‌شود، عبارات مربوط به کواریشن بین نویز مشاهده $w(t)$ و داده‌های مدل $x(t)$ برابر با صفر شده و به شکل زیر ساده‌سازی می‌شود:

$$[x(t) - x(t-k)]_{\alpha} + [w(t) - w(t-k)]_{\alpha} = \lambda_x(k) \gamma_x + \lambda_w(k) \gamma_w \quad (15)$$

و در نهایت نتیجه می‌شود:

$$\lambda_y(k) y(t-k) = \frac{\lambda_x(k) \gamma_x + \lambda_w(k) \gamma_w}{\gamma_y} y(t-k) \quad (16)$$

هم‌چنین با توجه به سفید بودن نویز و رابطه شماره (۷)، ضرایب کواریشن نویز مشاهده به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\lambda_w(k) = \begin{cases} \lambda_w(0) = 1 & \text{for } k = 0 \\ 0 & \text{for } k \neq 0 \end{cases} \quad (17)$$

قابل ذکر است که مقدار $\lambda(0)$ از نظر تئوری، برای تمامی متغیرهای تصادفی آلفا-پایدار با آلفا یکسان، برابر با یک می‌شود. بنابراین از (۱۶) و (۱۷) نتیجه می‌شود که:

$$\lambda_y(k) = \begin{cases} \frac{\lambda_x(0) \gamma_x + \lambda_w(0) \gamma_w}{\gamma_y} = \frac{\gamma_x + \gamma_w}{\gamma_y} & \text{for } k = 0 \\ \lambda_x(k) \frac{\gamma_x}{\gamma_y} & \text{for } k \neq 0 \end{cases} \quad (18)$$

اکنون با در نظر گرفتن مدل AR مرتبه p به صورت مدل AR مرتبه $p+1$ ، به گونه‌ای که ضرایب آن به شکل $a = [a_1, a_2, \dots, a_{p+1}] = [a_1, \dots, a_p, 0]$ باشد و با استفاده از

$$\lambda_x(k) = \frac{E(X_t \text{sign}(X_{t-k}))}{E(|X_{t-k}|^p)} \quad \text{for any } 1 \leq p < \alpha \quad (5)$$

و به عنوان ویژگی دیگری از کواریشن می‌توان به رابطه زیر اشاره کرد:

$$E(x(t) | x(t-k)) = \lambda(k) x(t-k) \quad (6)$$

با گرفتن احتمال شرطی از طرفین معادله (۲) نسبت به $x(m)$ و با استفاده از رابطه (۶) می‌توان برای ضرایب کواریشن معادله‌ای به شکل زیر به دست آورد (با فرض اینکه $t > m$):

$$E(x(t) | x(m)) = a_1 E(x(t-1) | x(m)) + \dots \quad (7)$$

$$+ a_p E(x(t-p) | x(m))$$

$$\lambda(t-m) x(m) = a_1 \lambda(t-m-1) x(m) + \dots + a_p \lambda(t-m-p) x(m) \quad (8)$$

تعریف می‌شود:

$$R_x = \begin{bmatrix} \lambda(0) & \lambda(-1) & \dots & \lambda(1-p) \\ \lambda(1) & \lambda(0) & \dots & \lambda(2-p) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda(p-1) & \lambda(p-2) & \dots & \lambda(0) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$a = [a_1 \dots a_p]^T, r_x = [\lambda(1) \lambda(2) \dots \lambda(p)]^T$$

با استفاده از (۸) و (۹) می‌توان مشاهده کرد که:

$$R_x a = r_x \rightarrow a = R_x^{-1} r_x \quad (10)$$

معادلات به دست آمده در بالا، معادلات یول واکر تعمیم یافته نامیده می‌شوند که اولین بار در [۴] ارائه شده‌اند. با تخمین ضرایب کواریشن با استفاده از داده‌های $x(n)$ و جایگذاری در (۱۰)، می‌توان در حالتی که نویز مشاهده وجود ندارد به تخمین مناسبی از پارامترهای مدل AR دست یافت.

۳- الگوریتم پیشنهادی

با توجه به این موضوع که در کاربردهای عملی همواره داده‌های در دسترس، داده‌های آغشته به نویز هستند مدلی به صورت زیر برای این داده‌های نویزی تعریف می‌شود:

$$y(t) = x(t) + w(t) \quad (11)$$

که در آن نویز مشاهده است که سفید و مستقل از $x(t)$ فرض می‌شود. هم‌چنین فرض می‌شود که w دارای توزیع آلفا-پایدار متقارن استاندارد با پارامترهای α ، γ_x و γ_w هستند. می‌توان مشاهده کرد که برای داده‌های y معادله (۱۰) برقرار نیست، بنابراین نمی‌توان با استفاده از چنین معادله‌ای به تخمین بردار ضرایب پرداخت. در ادامه به بررسی اثر افزوده شدن نویز مشاهده به سیگنال دریافتی پرداخته شده است. روابط حاکم بر مدل AR نویزی آلفا-پایدار

$$R_y a + ka = r_y \rightarrow R_y a = r_y - ka \xrightarrow{\times R_y^{-1}} \quad (22)$$

$$a = R_y^{-1} r_y - k R_y^{-1} a = a_{ls} - k R_y^{-1} a$$

حال با ضرب بردار $\mu^T = [0 \dots 0 \ 1]$ با ابعاد $(1 \times p+1)$ در دو طرف رابطه (۲۲) به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$0 = \mu^T \bar{a} = \mu^T (R_y^{-1} r_y - k R_y^{-1} \bar{a}) \rightarrow k = \frac{\mu^T R_y^{-1} r_y}{\mu^T R_y^{-1} \bar{a}} \quad (23)$$

اکنون می‌توان با استفاده از داده‌های نویزی به تخمینی از k رسید. حال می‌توان با ارائه الگوریتمی تکرارشونده مبتنی بر ضرایب کواریشن به اصلاح بایاس ایجادشده پرداخت [۱۳]. مراحل این روش به شرح زیر است:

۱. تخمین ضرایب کواریشن با استفاده از داده‌های نویزی:

$$\hat{\lambda}_y[k] = \frac{\sum_{k=1}^N y(t) \text{sign}(y(t-k))}{\sum_{k=1}^N |y(t-k)|}$$

۲. تشکیل $\hat{R}_y$ و $\hat{r}_y$ با استفاده از $\hat{\lambda}_y[k]$ ها

۳. مقداردهی اولیه تخمین:

$$i = 0, \hat{\alpha} = a_{ls} = R_y^{-1} r_y$$

$$\hat{k}^{(i)} = \frac{\mu^T a_{ls}}{\mu^T \hat{R}_y^{-1} \hat{\alpha}^{(i-1)}} \quad \text{۴. قرار دادن } i=i+1 \text{ و}$$

$$\hat{\alpha}^{(i)} = a_{ls} + \hat{k} \hat{R}_y^{-1} \hat{\alpha}^{(i-1)} \quad \text{۵. تخمین ضرایب}$$

$$\text{۶. بررسی شرط همگرایی } \frac{\|\hat{\alpha}^{(i)} - \hat{\alpha}^{(i-1)}\|}{\|\hat{\alpha}^{(i-1)}\|} \leq \delta \text{ که مثلاً در آن}$$

$$\delta = 10^{-3}$$

در صورتی که شرط همگرایی در مرحله ۶ برآورده شود الگوریتم پایان می‌یابد. در غیر این صورت الگوریتم به مرحله ۴ بازمی‌گردد. الگوریتم ارائه‌شده به صورت دیاگرام در شکل ۴ نمایش داده شده است.

۴- شبیه‌سازی

در این بخش به کمک شبیه‌سازی‌های کامپیوتری، عملکرد روش ارائه‌شده بررسی و مقایسه می‌شود. برای محاسبه بردار ضرایب مدل، شبیه‌سازی‌ها در دو بخش انجام شده است. مثال اول شامل تخمین حاصل از روش پیشنهادی در این مقاله و روش یول واکر است که داده‌ها را بدون اثر نویز مشاهده در نظر می‌گیرد. در مثال دوم علاوه بر روش پیشنهادی و روش یول واکر، از روش ارائه‌شده در [۱۱] نیز برای

معادلات یول واکر تعمیم‌یافته می‌توان معادلات را به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$R_x a = r_x \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & \frac{\gamma_y}{\gamma_x} \lambda_y(-1) & \dots & \frac{\gamma_y}{\gamma_x} \lambda_y(-p) \\ \frac{\gamma_y}{\gamma_x} \lambda_y(1) & \ddots & \dots & \frac{\gamma_y}{\gamma_x} \lambda_y(1-p) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\gamma_y}{\gamma_x} \lambda_y(p) & \frac{\gamma_y}{\gamma_x} \lambda_y(p-1) & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{p+1} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$= \frac{\gamma_y}{\gamma_x} \begin{bmatrix} \lambda_y(1) \\ \lambda_y(2) \\ \vdots \\ \lambda_y(p+1) \end{bmatrix}$$

در ادامه با جایگذاری رابطه (۱۸) نتیجه می‌شود که:

$$\frac{\gamma_y}{\gamma_x} \begin{bmatrix} 1 & \lambda_y(-1) & \dots & \lambda_y(-p) \\ \lambda_y(1) & \ddots & \dots & \lambda_y(1-p) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_y(p) & \lambda_y(p-1) & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{p+1} \end{bmatrix} + \left(1 - \frac{\gamma_y}{\gamma_x}\right) \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{p+1} \end{bmatrix} = \frac{\gamma_y}{\gamma_x} \begin{bmatrix} \lambda_y(1) \\ \lambda_y(2) \\ \vdots \\ \lambda_y(p+1) \end{bmatrix} \quad (20)$$

اکنون با استفاده از $1 = \frac{\gamma_y}{\gamma_x} + 1 - \frac{\gamma_y}{\gamma_x}$ و جایگذاری آن در قطر اصلی ماتریس قبل معادلات زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{\gamma_y}{\gamma_x} \begin{bmatrix} 1 & \lambda_y(-1) & \dots & \lambda_y(-p) \\ \lambda_y(1) & \ddots & \dots & \lambda_y(1-p) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_y(p) & \lambda_y(p-1) & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{p+1} \end{bmatrix} + \left(1 - \frac{\gamma_y}{\gamma_x}\right) \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{p+1} \end{bmatrix} = \frac{\gamma_y}{\gamma_x} \begin{bmatrix} \lambda_y(1) \\ \lambda_y(2) \\ \vdots \\ \lambda_y(p+1) \end{bmatrix} \quad (21)$$

حال با تقسیم دو طرف رابطه (۲۱) بر $\frac{\gamma_y}{\gamma_x}$ می‌توان روابط ماتریسی حاصل را به صورت فرمولی بیان کرد (پس از تقسیم طرفین، ضریب بردار a برابر با $k = \frac{\gamma_x}{\gamma_y} - 1$ می‌شود).

جدول ۱: تخمین پارامترهای مدل AR با پارامتر نمایی $\alpha = 1.7$

روش پیشنهادی	روش یول واکر		ضرایب مدل
-۱/۱۰۵۵	میانگین	-۰/۴۹۹۰	-۱/۱
	واریانس	۰/۰۴۵۷	
-۰/۹۵۵۹	میانگین	-۰/۲۳۶۴	-۰/۹۵۵۹
	واریانس	۰/۰۳۹۶	
-۰/۵۷۲۷	میانگین	-۰/۰۱۷۰	-۰/۵۷۲۷
	واریانس	۰/۰۱۸۵	

جدول ۲: تخمین پارامترهای مدل AR با پارامتر نمایی $\alpha = 1.3$

روش پیشنهادی	روش یول واکر		ضرایب مدل
-۱/۱۲۰۵	میانگین	-۰/۴۹۳۴	-۱/۱
	واریانس	۰/۵۵۲۳	
۰/۹۸۰۳	میانگین	-۰/۲۴۱۹	-۰/۹۵۵۹
	واریانس	۰/۶۴۱۹	
-۰/۵۹۲۷	میانگین	-۰/۰۲۹۶	-۰/۵۷۲۷
	واریانس	۰/۳۵۶۲	

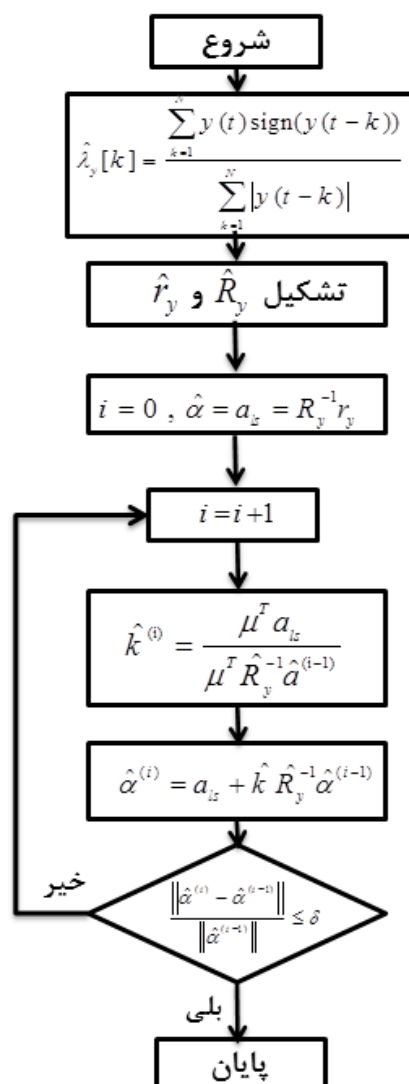
همان طور که جدول های ۱ و ۲ نشان می دهند روش پیشنهادی در این مقاله به خوبی بایاس ایجاد شده در اثر نویزی شدن داده های مدل را محاسبه و حذف نموده است. میانگین تخمین پارامترهای مدل با استفاده از روش پیشنهادی دارای دقت قابل قبولی است. اما نتایج حاصل از تخمین با استفاده از روش یول واکر نشان دهنده اثر نویز بر تخمین پارامترهای مدل و عدم توانایی این روش در حذف بایاس ایجاد شده است. مقایسه مقادیر RMSE روش های تخمینی نیز به خوبی نشان دهنده حذف میزان بایاس اضافه شده در روش پیشنهادی است.

با توجه به این موضوع که در کاربردهای عملی مدل های موجود دارای قطب های نزدیک به دایره واحد هستند در مثال بعد با جابجایی قطب های مدل، آن را به مرزهای دایره واحد نزدیک تر کرده تا عملکرد روش پیشنهادی برای مدل های AR با این ویژگی بررسی و مقایسه شود. دیگر مدل AR به کار گرفته شده دارای بردار ضرایب $[-۰/۳۸۱۰ \quad -۰/۸۸۸۵]^T$ است. این مدل دارای قطب هایی در $|Z_{1,2}| = ۰/۹۸۲۱$ و $|Z_3| = ۰/۹۲۱۲$ است. نمودار صفر و قطب های دو مدل AR در شکل ۵ نمایش داده شده است.

شکل ۵-الف شکل صفر و قطب ها در مدل اول و ۵-ب در مدل دوم را نشان می دهد. همان طور که اندازه قطب ها نشان می دهد این مدل دارای قطب های نزدیک تری به دایره واحد است که در عمل دارای کاربردهای فراوانی است. پارامترهای شبیه سازی برای این مدل نیز مشابه مدل اول در نظر گرفته شده است.

جدول های ۳ و ۴ بهبود عملکرد روش پیشنهادی برای مدل دارای قطب های نزدیک به دایره واحد را نشان می دهد. مقادیر میانگین و واریانس تخمین های حاصل از روش پیشنهادی در این حالت

مقایسه عملکرد روش ها استفاده شده است. در [۱۱] تخمین پارامترهای مدل AR نویزی آلفا-پایدار با استفاده از معادلات یول واکر مرتبه بالا صورت گرفته است.



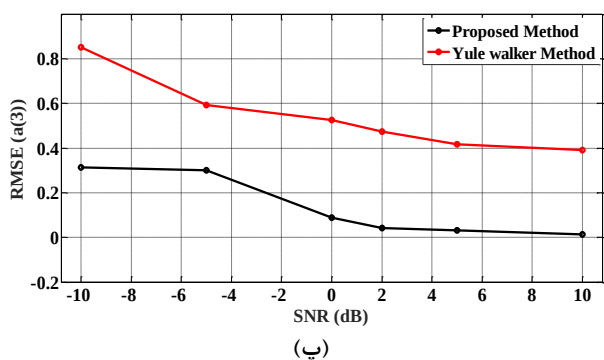
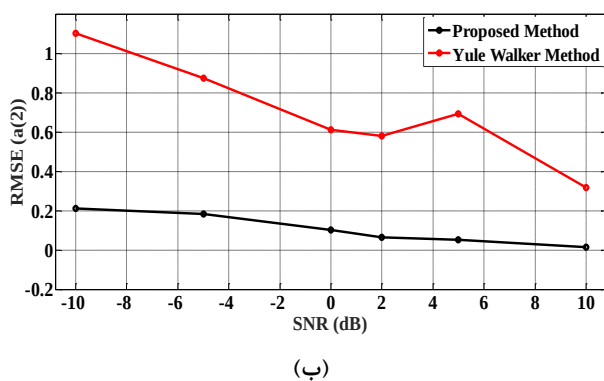
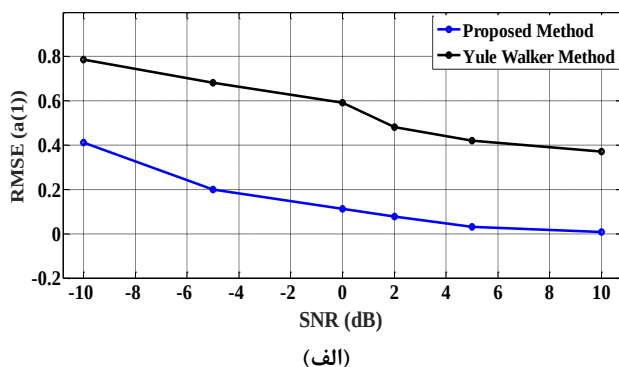
شکل ۴: دیاگرام الگوریتم روش پیشنهادی

۴-۱- مثال اول

شبیه سازی ها برای دو مدل AR انجام شده است. بردار ضرایب مدل AR در این حالت به صورت $[-۱/۱۰۰۰ \quad -۰/۹۵۵۹ \quad -۰/۵۷۲۷]^T$ است. این مدل دارای قطب هایی در $|Z_{1,2}| = ۰/۸۴۶۱$ و $|Z_3| = ۰/۸$ است. توزیع در نظر گرفته شده برای سیگنال ورودی مدل و نویز اندازه گیری توزیع آلفا-پایدار متقارن استاندارد با مقادیر پارامتر نمایی برابر با $\alpha = ۱/۳$ و $\alpha = ۱/۳$ و پارامتر پراکندگی $\gamma = ۱$ در نظر گرفته شده است. تعداد داده های مورد استفاده $N = ۱۰۰۰$ و تعداد دفعات تکرار آزمایش برابر با $M = ۱۰۰۰$ است. جدول ۱ و جدول ۲ شامل میانگین و واریانس خطای ضرایب تخمین زده شده است.

جدول ۴: تخمین پارامترهای مدل AR با پارامتر نمایشی $\alpha = 1.3$

روش پیشنهادی	روش یول واکر		ضرایب مدل
-۱/۳۷۴۴	میانگین	-۰/۶۹۶۹	-۱/۳۷۷۴
	واریانس	۰/۳۰۹۵	۰/۰۴۷۶
-۱/۳۸۴۱	میانگین	-۰/۴۸۴۱	-۱/۳۸۴۱
	واریانس	۰/۶۵۲۳	۰/۰۲۲۰
-۰/۸۸۹۹	میانگین	-۰/۰۰۵۷	-۰/۸۸۹۹
	واریانس	۰/۳۵۶۲	۰/۰۲۵۴

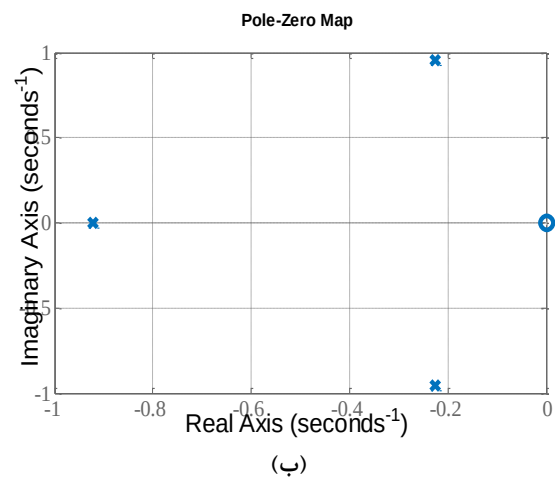
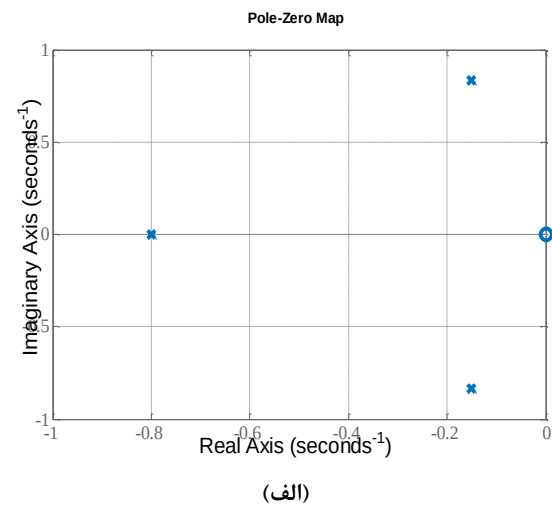


شکل ۶: بهبود نسبت RMSE با افزایش سیگنال به نویز

 الف: پارامتر $a(1)$ ب: پارامتر $a(2)$ پ: پارامتر $a(3)$

همچنین با مقایسه نتایج تخمین پارامترهای مدل AR دوم با مدل AR اول با استفاده از روش پیشنهادی، کمتر شدن مقدار RMSE با

بهبودیافته و این در حالتی است که عملکرد روش یول واکر همچنان دارای عملکرد ضعیف‌تری است.

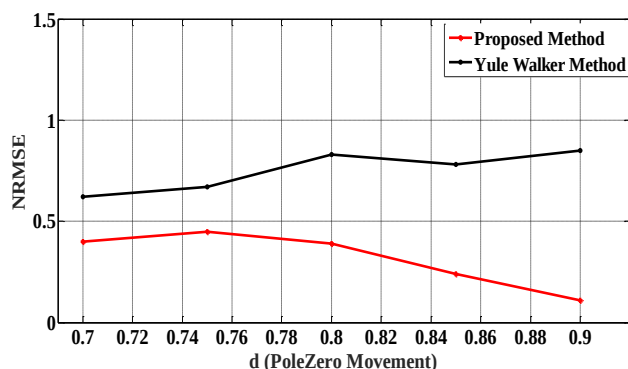


شکل ۵: نمودار صفر و قطب مدل‌های AR در دایره واحد

 جدول ۳: تخمین پارامترهای مدل AR با پارامتر نمایشی $\alpha = 1.7$

روش پیشنهادی	روش یول واکر		ضرایب مدل
-۱/۳۷۶۶	میانگین	۰/۶۸۰۰	-۱/۳۷۷۴
	واریانس	۰/۰۰۸۴	۰/۰۰۴۷
-۱/۳۸۳۰	میانگین	-۰/۴۴۲۴	-۱/۳۸۴۱
	واریانس	۰/۰۱۵۷	۰/۰۰۲۸
-۰/۸۸۹۲	میانگین	-۰/۰۲۸۸	-۰/۸۸۹۹
	واریانس	۰/۰۱۵۴	۰/۰۰۲۶

با توجه به این موضوع که با افزایش α داده‌ها به حالت گوسی نزدیک‌تر و از میزان تکانشی بودن آن‌ها کاسته می‌شود نتایج برای هر دو روش نسبت به مقادیر کمتر α بهبود یافته است.



شکل ۷: نمودار NRMSE روش‌های تخمین ضرایب مدل AR بر حسب تغییر فاصله قطب‌ها از مرکز دایره واحد

هم‌چنین ملاحظه می‌شود با جابجایی قطب‌های سیستم از مرکز دایره واحد به سمت مرزهای آن میزان خطا در تخمین پارامترهای مدل AR با استفاده از روش پیشنهادی بهبود قابل توجه یافته است. در آزمایش بعد در نسبت‌های مختلف سیگنال به نویز مقدار NRMSE در هر دو روش محاسبه شده است. نسبت NRMSE روش پیشنهادی به روش یول واکر در هر SNR باهم مقایسه شده است تا میزان بهبود ایجادشده در تخمین پارامترهای مدل مشخص شود.

جدول ۶: نسبت NRMSE در سیگنال به نویزهای مختلف

سیگنال به نویز (dB)	-۵	۵	۱۵	۲۵
نسبت NRMSE	۰/۰۱۱۶	۰/۱۴۷۱	۰/۲۳۲۰	۰/۳۶۱۹

با توجه به نتایج حاصل در جدول ۶ مقایسه نسبت NRMSE در دو روش نشان‌دهنده بهبود تخمین پارامترهای مدل در روش پیشنهادی است. در سیگنال به نویزهای بیشتر از ۱۰ dB این بهبود به بیش از ۲۰ درصد رسیده است و عملکرد مناسب روش پیشنهادی را در جبران خطای ناشی از نویز مشاهده نشان می‌دهد.

۴-۲- مثال دوم

شبیه‌سازی‌ها برای دو مدل AR انجام شده است. در مدل دوم قطب‌ها جابه‌جاشده و به مرزهای دایره واحد نزدیک شده است. در این مثال علاوه بر روش یول واکر و روش پیشنهادی، از روش یول واکر مرتبه بالا (HOYW) که در [۱۱] ارائه شده در مقایسه الگوریتم‌ها استفاده شده است. توزیع در نظر گرفته شده برای سیگنال ورودی مدل و نویز اندازه‌گیری توزیع آلفا-پایدار متقارن استاندارد است. مقدار پارامتر نمایی برابر با $\alpha = 1/7$ و پارامتر پراکندگی $\gamma = 1$ در نظر گرفته شده است. تعداد داده‌های مورد استفاده $N=1000$ و تعداد دفعات تکرار آزمایش برابر با $M=1000$ است. جدول ۷ و جدول ۸ به ترتیب شامل

نزدیک‌تر شدن قطب‌های مدل به دایره واحد مشهود و بهبود عملکرد روش پیشنهادی در این مدل‌ها نتیجه می‌شود.

در شکل ۶ مقدار RMSE در تخمین هر یک از پارامترهای مدل AR در روش پیشنهادی و روش یول واکر در نسبت‌های مختلف سیگنال به نویز نمایش داده شده است. شبیه‌سازی‌ها برای هر پارامتر به‌طور جداگانه انجام شده است. در هر نمودار مقدار RMSE یکی از ضرایب در نسبت‌های مختلف سیگنال به نویز در دو روش باهم مقایسه شده است. مقدار کمتر RMSE با استفاده از روش پیشنهادی در هر سه پارامتر به‌خوبی نشان‌دهنده عملکرد مناسب این روش در حذف بایاس است.

در آزمایشی دیگر با تغییر یکی از ضرایب مدل AR در یک نسبت سیگنال به نویز ثابت، حساسیت دو روش با توجه به مقدار تغییر RMSE ضرایب با یکدیگر مقایسه شده است. این تغییر مقدار در یکی از ضرایب مدل، اثر خود را در جابجایی صفر و قطب‌های مدل نشان می‌دهد. نتایج حاصل از این آزمایش قبل از تغییر پارامتر و بعد از تغییر پارامتر در جدول ۵ آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، میزان تغییر RMSE در روش پیشنهادی قبل و بعد از تغییر پارامتر تغییر بسیار کمی داشته درحالی‌که در روش یول واکر این تغییر بسیار محسوس است. نتایج حاصل از این آزمایش نشان‌دهنده مقاوم بودن تخمین‌های حاصل از روش پیشنهادی نسبت به جابه‌جایی قطب‌های مدل است.

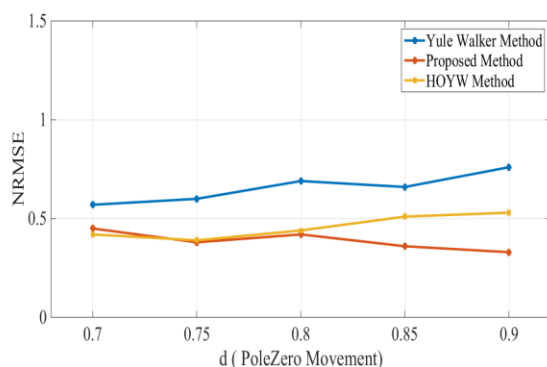
جدول ۵: مقایسه میزان تغییرات RMSE در اثر تغییر یکی از ضرایب در نسبت سیگنال به نویز ثابت

سیگنال به نویز (dB)	RMSE قبل از تغییر پارامتر	RMSE بعد از تغییر پارامتر
-۱۰	پیشنهادی ۰/۲۷۸۳	۰/۲۸۱۱
	یول واکر ۰/۷۶۰۷	۱/۰۱۲۲
۰	پیشنهادی ۰/۱۱۲۳	۰/۱۲۰۸
	یول واکر ۰/۶۶۱۸	۰/۸۳۴۲
۱۰	پیشنهادی ۰/۰۱۳۲	۰/۰۲۹۰
	یول واکر ۰/۳۶۶۰	۰/۴۰۱۲

هم‌چنین میزان $NRMSE^{10}$ هر روش با توجه به معیار زیر با جابه‌جایی قطب‌های مدل و با ضرب آن‌ها در مقدار $d=0/7$ تا $d=0/9$ با گام $0/05$ تا نزدیکی دایره واحد محاسبه می‌شود.

$$NRMSE = \left(\sqrt{\frac{\sum_{n=1}^M \|\hat{a} - a\|^2}{M}} \right) / \|a\| \quad (24)$$

که $\hat{a}$ بردار ضرایب تخمینی در هر بار شبیه‌سازی، a بردار ضرایب واقعی مدل و M تعداد تکرارهای شبیه‌سازی است.



شکل ۸: نمودار NRMSE روش‌های تخمین ضرایب مدل AR بر حسب تغییر فاصله قطب‌ها از مرکز دایره واحد

علت این افت عملکرد در روش یول واکر مرتبه بالا نسبت به روش پیشنهادی را می‌توان در شیوه حذف بایاس دو روش مشاهده نمود. در روش پیشنهادی حذف بایاس در هر تخمین در یک الگوریتم بازگشتی صورت گرفته و حذف بایاس تا برقراری شرط همگرایی ادامه دارد اما در روش یول واکر مرتبه بالا، با جابجایی قطب‌ها دچار مشکل شده است. در روش یول واکر مرتبه بالا، تنها بایاس افزوده شده ناشی از پارامتر $\lambda_y(0)$ حذف شده است. این در حالی است که با توجه به رابطه (۱۸) که در این مقاله استخراج شده است اثر نویز مشاهده در سایر پارامترهای $\lambda_y(k)$ نیز به واسطه پارامتر پراکندگی (γ_y) که ناشی از سیگنال و نویز مشاهده است وجود دارد. بنابراین الگوریتم ارائه شده در [۱۱] قادر به حذف این بخش از بایاس نیست و این موضوع باعث افت عملکرد این روش در حذف بایاس شده است.

۵- نتیجه‌گیری

سیگنال‌های غیرگوسی در حوزه تخمین طیف بررسی چندانی نشده‌اند. در این مقاله تخمین پارامترهای مدل AR نویزی با توزیع آلفا-پایدار متقارن مورد بررسی قرار گرفته است. با ارائه یک فرمول بسته بر اساس ضرایب کواریشن و استخراج روابط جدیدی که اثر افزوده شدن نویز مشاهده را نشان می‌دهد به محاسبه بایاس ایجاد شده در اثر اضافه شدن نویز مشاهده پرداخته شده است. با ارائه یک الگوریتم تکرارشونده بایاس به وجود آمده حذف می‌گردد و تخمینی مناسب از بردار ضرایب مدل زده می‌شود. نتایج نشان می‌دهد، روش پیشنهادی عملکرد مناسبی در حذف بایاس ایجاد شده بر اثر نویز اندازه‌گیری دارد. هم‌چنین در تخمین بردار ضرایب مدل‌های AR دارای قطب‌های نزدیک‌تر به دایره واحد، که در عمل دارای کاربرد بیشتری هستند نسبت به روش یول واکر مرتبه بالا به‌طور قابل توجه بهبود یافته است. از دیگر نتایج این الگوریتم می‌توان به مقاوم بودن تخمین‌های حاصل از روش پیشنهادی به جابجایی صفر و قطب‌های مدل اشاره کرد. با مقایسه نسبت‌های NRMSE الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم یول واکر در سیگنال به نویزهای مختلف، الگوریتم پیشنهادی دارای عملکرد مناسب‌تری بوده و

میانگین و واریانس خطای ضرایب تخمین زده شده برای مدل AR با قطب‌های نزدیک به مرکز دایره واحد و مدل AR با قطب‌های نزدیک به مرزهای دایره واحد است.

جدول ۷: تخمین پارامترهای مدل AR با پارامتر نمایی $\alpha = 1.7$

ضرایب مدل	روش یول واکر	روش پیشنهادی	روش یول واکر مرتبه بالا
-۱/۱	میانگین	-۰/۱۳۶۲	-۱/۰۴۷۲
	واریانس	۰/۰۴۵۷	-۰/۰۳۹۵
-۰/۹۵۵۹	میانگین	-۰/۹۹۳۸	-۰/۹۱۸۸
	واریانس	۰/۰۴۱۸	۰/۰۴۵۵
-۰/۵۷۲۷	میانگین	-۰/۵۹۹۳	-۰/۵۴۴۹
	واریانس	۰/۰۳۸۲	۰/۰۲۹۲

جدول ۸: تخمین پارامترهای مدل AR با پارامتر نمایی $\alpha = 1.7$

ضرایب مدل	روش یول واکر	روش پیشنهادی	روش یول واکر مرتبه بالا
-۱/۳۷۷۴	میانگین	-۱/۳۷۰۲	-۱/۲۹۷۵
	واریانس	۰/۰۰۴۶	۰/۱۲۱۶
-۱/۳۸۴۱	میانگین	-۱/۳۷۱۶	-۱/۳۹۹۴
	واریانس	۰/۰۰۹۲	۰/۲۰۱۱
-۰/۸۸۹۹	میانگین	-۰/۸۸۲۵	-۰/۸۶۸۰
	واریانس	۰/۰۱۱۴	۰/۲۵۱۰

نتایج شبیه‌سازی در جدول ۷ نشان‌دهنده دقت مناسب روش پیشنهادی و روش ارائه شده در [۱۱] است. در این حالت قطب‌های مدل متمایل به مرکز دایره واحد هستند. جدول ۸ نتایج شبیه‌سازی حاصل از جابجایی قطب‌ها به سمت مرزهای دایره واحد است. با نزدیک شدن به مرزهای دایره واحد روش ارائه شده در [۱۱] دچار افت عملکرد شده اما روش پیشنهادی همچنان دارای دقت مناسبی در تخمین پارامترهای مدل AR است.

مقایسه میزان NRMSE هر سه روش نیز نتایج ارائه شده در جدول ۷ و جدول ۸ را تأیید می‌کند. شکل ۸ با جابجایی قطب‌های مدل و با ضرب آن‌ها در مقدار $d=0/7$ تا $d=0/9$ با گام $0/05$ تا نزدیکی دایره واحد به دست آمده است.

همان‌طور که در شکل ۸ نشان داده شده است، عملکرد روش پیشنهادی و روش ارائه شده در [۱۱]، هنگامی که قطب‌های مدل متمایل به مرکز دایره واحد هستند نزدیک به هم است.

با جابجایی قطب‌ها به سمت مرزهای دایره واحد میزان ریشه مربعات خطا در روش پیشنهادی رو به بهبود است اما در روش ارائه شده در [۱۱]، این میزان رو به افزایش است.

[۷] احمد قلی زاده سوت، حسین خالقی بیزکی، « تخمین پارامترهای کد BCH باینری در شرایط نویزی با استفاده از روش مبتنی بر بیت‌های بررسی توازن»، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۷، شماره ۱، صفحه ۱۹۷-۲۰۹، ۱۳۹۶.

- [8] M. Xiong, Zh. Daifeng, and J. Jinlong, "Improved Whitening Method of Linear AR Colored Noise in Stable Distribution Environments," International Conference on Networks Security Wireless Communications and Trusted Computing, Vol. 1, pp. 1-3, 2009.
- [9] M. Alexandr, "Parameter estimation in an autoregression model with infinite variance," Innovative Computing Information and Control, 3rd International Conference on, IEEE, pp.586-586, 2008.
- [10] W. X. Zheng, "A least-squares based method for autoregressive signals in the presence of noise," Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, IEEE Transactions on, vol. 46, no.1, pp. 81-85, 1999.
- [11] N. Balakrishna and G. Hareesh, "Stable Autoregressive Models and Signal Estimation," Communications in Statistics-Theory and Methods, vol. 41, no. 11, pp. 1969-1988, 2012.
- [12] E. Ollila, "Complex elliptically symmetric distributions: Survey, new results and applications," Signal Processing, IEEE Transactions on, vol. 60, no. 11, pp. 5597-5625, 2012.
- [13] Z. Hashemifard, H. Amindavar, and A. Amini, "Parameters estimation for continuous-time heavy-tailed signals modeled by α -stable autoregressive processes," *Digital Signal Processing*, vol. 57, no. 2, pp. 79-92, 2016.
- [14] Bibalan, M. Hassannejad, and H. Amindavar, "On parameter estimation of symmetric alpha-stable distribution," IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP), pp.4328-4332, 2016.
- [15] W. Chunyang, X. Liu, and B. Fan, "Estimation method for weak sinusoidal amplitude in alpha noise," 12th IEEE International Conference on Signal Processing (ICSP), pp.46-51, 2014.
- [16] T. Yong, X. Zhong, and L. Zhong, "Time-delay estimation based on fractional lower order statistics," IEEE International Conference on Wireless Communication and Sensor Network (WCSN), pp. 50-55, 2014.
- [17] M. Shao and Ch. L. Nikias, "Signal processing with fractional lower order moments: stable processes and their applications," Journal of Proceedings of the IEEE, vol. 81, no. 7, pp. 986-1010, 1993.
- [18] C. M. Gallagher, "A method for fitting stable autoregressive models using the autocovariation function," Statistics & probability letters, vol. 53, no. 4, pp. 381-390, 2001.
- [19] G. Samoradnitsky and M. S. Taqqu, *Stable non-Gaussian random processes: stochastic models with infinite variance*, CRC Press, (1994).
- [20] G. Akbarizadeh, "A new statistical-based kurtosis wavelet energy feature for texture recognition of SAR images," IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 50, no. 11, pp. 4358-68, 2012.
- [21] Z. Tirandaz, G. Akbarizadeh, "A two-phase algorithm based on kurtosis curvelet energy and unsupervised spectral

خطای ایجادشده در تخمین پارامترها را به‌خوبی جبران نموده است. نتایج نشان می‌دهد مقدار بهبود در تخمین خطا در سیگنال به نویزهای بالاتر از ۱۰ dB بیش از ۲۰ درصد است. محاسبه معیار NRMSE برای تخمین بردار ضرایب نشان‌دهنده دقت مناسب الگوریتم پیشنهادی در تخمین بردار ضرایب با جابه‌جایی قطب‌ها به سمت مرزهای دایره واحد است.

۶- پیشنهاد برای ادامه کار

بررسی الگوریتم پیشنهادی در این مقاله نشان می‌دهد که فرم جدید و بسته ارائه‌شده برای تخمین ضرایب مدل AR منجر به بالا رفتن پیچیدگی محاسباتی و مصرف حافظه بالا در رسیدن به پاسخ شده است. البته در حال حاضر با توجه به پیشرفت‌های تکنولوژی بار محاسباتی و میزان حافظه مصرفی، گلوگاه صنعت نیست. به‌عنوان یک پیشنهاد برای ادامه این پژوهش با استفاده از ترکیب برخی از الگوریتم‌های حوزه پردازش تصویر با روش پیشنهادی می‌توان بار محاسباتی را کاهش داد. لازم به ذکر است که الگوریتم‌های حوزه پردازش تصویر با اعمال تغییراتی قابل‌استفاده در حوزه پردازش سیگنال هستند. از الگوریتم‌هایی مانند $KCE^{[۱]}$ و $CS^{[۲]}$ می‌توان با ایجاد تغییرات جزئی برای پردازش سیگنال استفاده نمود و از این طریق منجر به بهبود روش پیشنهادی در این مقاله شد [۲۴-۲۰]. بنابراین می‌توان با استفاده از این روش به‌عنوان پژوهشی جدید به بهبود روش ارائه‌شده در این مقاله پرداخت.

مراجع

- [1] S. M. Kay, *Modern spectral estimation: theory and application*, Englewood Cliffs, 1988.
- [2] P. Stoica and R. L. Moses, *Spectral analysis of signals*, Pearson/Prentice Hall, 2005.
- [3] A. Amini, Th. Philippe, J. Paul Ward, and M. Unser, "On the linearity of Bayesian interpolators for non-Gaussian continuous-time AR (1) processes," IEEE Transactions on Information Theory, vol. 59, no. 8, pp. 5063-5074, 2013.
- [4] A. Wyłomańska and G. Janusz, "Stable continuous-time autoregressive process driven by stable subordinator," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 44, no.3, pp. 1012-1026, 2016.
- [5] D. Gencaga, E. Kuruoglu, and A. Ertuzun, "Estimation of time-varying autoregressive symmetric alpha stable processes by particle filters," Signal Processing Conference, 2005 13th European, IEEE, pp.1-4, 2005.
- [6] مجتبی حاجی آبادی، عباس ابراهیمی مقدم و حسین خوش بین، «حذف نویز صوتی مبتنی بر یک الگوریتم وفقی نوین»، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۶، شماره ۳، صفحه ۱۳۹-۱۴۶، ۱۳۹۵.

- [23] M. Testa, E. Magli, "Compressive estimation and imaging based on autoregressive models," IEEE Transactions on Image Processing, vol. 25, no. 11, pp. 5077-87, 2016.
- [24] G. Zhai, X. Wu, "Hybrid parametric-nonparametric modeling with application to natural image upsampling," 18th IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), pp. 1393-1396, 2011.
- [22] E. Jokar and H. Pourghassem, "Segmentation in Ultrasound Images Using Curvelet Transform and Shape Prior," International Conference on Communication Systems and Network Technologies (CSNT), pp. 180-185, 2013.

زیر نویس‌ها

¹autoregressive

² correlation coefficient

³ Stable distribution

⁴ Power spectral density

⁵ Symmetric stable distribution

⁶ Covariation

⁷Generalized Yule Walker

⁸ High Order Generalized Yule Walker

⁹Characteristic function

¹⁰ Normalized root mean square error

¹¹ kurtosis curvelet coefficients energy

¹² Compressed sensing