نشریه مهندسی عمران و محیط زیست، جلد ۴۹، شماره ۴ (زمستان ۱۳۹۸)، ۱۱۷-۱۲۹

تحلیل ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی شکل دوار ساخته شده از مواد مدرج تابعی با استفاده از روش تفاضلات مربعی

محمود میری*[۱]، ناصر صفائیان حمزه‌کلائی [۲] و محسن راشکی [۳]

[۱] استاد گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی شهید نیکبخت، دانشگاه سیستان و بلوچستان
[۲] استادیار گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه بزرگمهر قائنات
[۳] استادیار گروه معماری، دانشکده هنر و معماری، دانشگاه سیستان و بلوچستان

(دریافت: ۹۶/۸/۱۰، پذیرش: ۹۷/۴/۲۴، نشر آنلاین: ۹۷/۴/۲۴)

چکیده

در این تحقیق، تحلیل ترموالاستیک پوسته‌های مخروطی شکل دوار ساخته شده از مواد مدرج تابعی با در نظر گرفتن انتقال حرارت همرفت، بر اساس تئوری الاستیسیته مورد بررسی قرار گرفته است. خواص مادی پوسته به صورت وابسته به دما و تابع قانون توزیع توانی در نظر گرفته شده است. معادلات تعادل با استفاده از اصل کار مجازی به دست آمده و با روش تفاضلات مربعی حل شده‌اند. بدین منظور از استراتژی انتقال جهت تبدیل دامنه فیزیکی مقطع پوسته به دامنه محاسباتی روش تفاضلات مربعی استفاده گردید. دقت روش با مقایسه نتایج برای پوسته استوانه‌ای و دیسک دوار نشان داده شد. اثر افزایش دما، ضریب انتقال حرارت همرفت، زاویه رأس پوسته، سرعت زاویه‌ای، وابستگی خواص مادی به دما و پارامتر توزیع توانی، بر پاسخ پوسته بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش دما و ضریب انتقال حرارت، مولفه‌های پاسخ به شدت افزایش یافته و مقدار بیشینه تنش‌ها در جداره داخلی مخزن می‌باشد. مشخص گردید که جهت حصول به نتایج واقع بینانه، در نظر گرفتن وابستگی خواص مادی به دما بسیار حائز اهمیت می‌باشد. در حالتی‌که وابستگی به دما درنظر گرفته نشود، تنش‌ها بیشتر از مقدار واقعی محاسبه شده و موجب طرح غیر بهینه خواهد گردید. با افزایش زاویه رأس پوسته، جابه‌جائی و تنش‌های نرمال افزایش یافته، ولی تنش برشی تا مقدار بیشینه افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد. همچنین، افزایش پارامتر توزیع توانی منجر به کاهش سختی موثر و افزایش مؤلفه‌های پاسخ پوسته می‌گردد. نشان داده شد که با افزایش سرعت زاویه‌ای، جابه‌جائی افقی کاهش یافته ولی تنش‌ها افزایش می‌یابند.

کلیدواژه‌ها: تحلیل ترموالاستیک، پوسته مخروطی دوار، مواد مدرج تابعی، انتقال حرارت همرفت، روش تفاضلات مربعی.

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر، نیاز به مواد با مقاومت حرارتی بالا و مقاومت مکانیکی مناسب در صنایع مختلف افزایش است. در گذشته از مواد سرامیکی که عایق‌های بسیار خوبی بودند، جهت پوشش قطعات با درجه حرارت بالا استفاده می‌شد؛ ولی این مواد مقاومت زیادی در برابر تنش‌های حرارتی نداشتند. بروز پدیده جداشدگی و تمرکز تنش در سطوح مشترک اجزای سازه‌ای ساخته شده از مواد مرکب لایه‌ای سبب ابداع و کاربرد روزافزون مواد مدرج تابعی[۱] که خواص مکانیکی آن‌ها به‌طور پیوسته تغییر می‌کند، شده است. ورق‌ها و پوسته‌های مدرج تابعی، با توجه به نوع مواد به کار رفته (عموماً ترکیبی از فلز و سرامیک) و نحوه قرارگیری ذرات ماده، از مقاومت حرارتی و مکانیکی بالاتری برخوردار می‌باشند. استفاده از مواد سرامیکی با ضریب هدایت حرارتی پایین، موجب افزایش مقاومت حرارتی پوسته خواهد شد. از طرفی، مواد فلزی شکل‌پذیر در سطح بیرونی پوسته موجب افزایش مقاومت مکانیکی شده و از گسیختگی ناشی از بارگذاری حرارتی- محیطی جلوگیری می‌کند. از آن‌جا که مواد مدرج تابعی در ساخت صفحات و پوسته‌ها، صنایع نظامی و ورزشی، مخازن، راکتورها، توربین‌ها، صنایع هوافضا و دیگر سازه‌های تحت تأثیر اختلاف دمای محیطی کاربرد فراوانی

۱. Functionally graded materials (FGMs)

* نویسنده مسئول؛ شماره تماس: ۰۵۴۱-۸۰۵۲۸۸۵

آدرس ایمیل: mmiri@eng.usb.ac.ir (م. میری)، nsafaeian@buqaen.ac.ir (ن. صفائیان حمزه‌کلائی)، mrashki@eng.usb.ac.ir (م. راشکی).

دارند، لذا تحلیل دقیق سازه‌های با مواد مدرج تابعی بسیار حائز اهمیت می‌باشد.

تا کنون تحقیقات متنوعی در رابطه با تحلیل ترموالاستیک پوسته‌های استوانه‌ای و کروی غیردوار با مواد مدرج تابعی انجام شده است (به عنوان نمونه: Pelletier و Vel، ۲۰۰۶؛ Zhao و همکاران، ۲۰۰۹؛ Akbari Alashti و همکاران، ۲۰۱۳؛ Arefi و همکارن، ۲۰۱۴).

همچنین، برخی از محققین تحلیل ترموالاستیک دیسک‌های دوار را مورد مطالعه قرار داده‌اند (Bayat و همکاران، ۲۰۰۹؛ Peng و Li، ۲۰۱۰؛ Nie و Batra، ۲۰۱۰؛ Arefi و همکاران، ۲۰۱۵). در مقایسه با تحقیقات انجام شده در رابطه با ارتعاش آزاد، کمانش و تحلیل استاتیکی پوسته‌های استوانه‌ای غیردوار، مطالعات انجام شده در رابطه با تحلیل ترموالاستیک پوسته‌های دوار محدود می‌باشد.

Zenkour و همکاران (۲۰۰۸) با در نظر گرفتن حالت کرنش صفحه‌ای، پاسخ تحلیلی گذرای یک بعدی برای پوسته استوانه‌ای ویسکوالاستیک مدرج تابعی دوار ارائه کردند.

Zamani Nejad و Rahimi (۲۰۱۰) با استفاده از تئوری الاستیسیته به تحلیل تنش پوسته استوانه‌ای دوار با مواد مدرج تابعی پرداخته و برای هر دو حالت تنش صفحه‌ای و کرنش صفحه‌ای پاسخ تحلیلی ارائه دادند.

Khorshidvand و Khalili (۲۰۱۰) توزیع تنش‌های ترمو-مکانیکی در پوسته استوانه‌ای دوار را مورد مطالعه قرار دادند.

Ghafoori و Asghari (۲۰۱۲)، با استفاده از روش اجزای محدود و با فرض ثابت بودن خواص مادی در هر المان، پاسخ تحلیلی برای پوسته استوانه‌ای با ضخامت متغیر را ارائه نمودند.

Heydarpour همکاران (۲۰۱۲)، با استفاده از تئوری الاستیسیته و روش تفاضلات مربعی[2]، پوسته استوانه‌ای لایه‌ای با مواد مدرج تابعی تحت بارگذاری حرارتی را مورد مطالعه قرار دادند.

Malekzadeh و همکاران (۲۰۱۲) نیز پوسته استوانه‌ای دوار مدرج تابعی تحت بارگذاری فشار داخلی را با استفاده از تئوری الاستیسیته و روش تفاضلات مربعی مورد بررسی قرار دادند.

Akbarzadeh و همکاران (۲۰۱۱) و همچنین Dai و همکاران (۲۰۱۲) پاسخ تحلیلی برای پوسته استوانه‌ای دوار مدرج تابعی پیزوالکتریک تحت بارگذاری مکانیکی- حرارتی- الکتریکی ارائه کردند.

Saadatfar و Aghaie (۲۰۱۵) با استفاده از روش تفاضلات مربعی و بسط فوریه، پوسته استوانه‌ای پیزوالکتریک دوار با توزیع خواص به صورت تابع نمایی و واقع بر بستر الاستیک را مورد مطالعه قرار دادند.

Lezgy-Nazargah (۲۰۱۵) و (۲۰۱۶) به ترتیب با استفاده از روش فضای حالت[3] و همچنین روش سری‌های پیانو[4]، حل دقیق سه‌بعدی برای مسئله خمش استوانه‌ای و ارتعاش آزاد صفحات لایه‌ای مدرج تابعی پیزوالکتریک با شرط تکیه‌گاهی ساده و با توزیع دلخواه خصوصیات ماده مدرج تابعی در هر لایه، ارائه نمود.

برخی از محققین، بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول[5]، به بررسی ارتعاش آزاد پوسته‌های مخروطی غیردوار با مواد مدرج تابعی پرداخته‌اند. به عنوان نمونه می‌توان به تحقیقات انجام شده توسط Bhangale و همکاران (۲۰۰۶) با استفاده از روش اجزای محدود؛ Zhao و Liew (۲۰۱۱) با استفاده از روش ریتز؛ Tornabene و همکاران (۲۰۰۹)، Heydarpour و همکاران (۲۰۱۴)، Brischetto و همکاران (۲۰۱۶) و نیز Tornabene و همکاران (۲۰۱۷) با استفاده از روش تفاضلات مربعی اشاره نمود. همچنین، Sofiyev و همکاران (۲۰۰۹) به بررسی ارتعاشات مکانیکی و پایداری پوسته‌های مخروطی با مواد مدرج تابعی تحت شرائط تکیه‌گاهی آزاد و بارگذاری فشار جانبی پرداختند. Malekzadeh و همکاران (۲۰۱۲) نیز ارتعاش آزاد سه‌بعدی پوسته‌های مخروطی غیردوار را با استفاده از روش تفاضلات مربعی مورد بررسی قرار دادند.

طبق بررسی انجام شده، تحقیقات مرتبط با پوسته‌های مخروطی دوار با مواد مدرج تابعی بسیار محدود می‌باشد. Malekzadeh و Heydarpour (۲۰۱۳) با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، اثر نیروهای پیچشی و گریز از مرکز را بر فرکانس‌های ارتعاش پوسته مخروطی دوار مورد بررسی قرار دادند.

Heydarpour و Aghdam (۲۰۱۶- الف) بر اساس تئوری لرد-شولمن[6] به بررسی پاسخ گذرای پوسته مخروطی دوار تحت بارگذاری شوک حرارتی پرداختند. ایشان با در نظر گرفتن اثر انتقال حرارت همرفت، از ترکیب روش تفاضلات مربعی با روش نیومارک جهت گسسته‌سازی معادلات تعادل پوسته استفاده نموده و اثر عوامل مختلف بر توزیع درجه حرارت و همچنین پاسخ گذرای پوسته تحت بارگذاری شوک حرارتی را مورد بررسی قرار دادند.

Heydarpour و Aghdam (۲۰۱۶- ب) در تحقیق دیگری با ترکیب روش تفاضلات مربعی و منحنی‌های بزیر[7]، یک روش چند مرحله‌ای جهت محاسبه پاسخ گذرای پوسته مخروطی لایه‌ای تحت اثر بارگذاری شوک حرارتی ارائه نمودند. همچنین، Heydarpour و Aghdam (۲۰۱۸) با استفاده از منحنی‌های اسپیلاین غیریکنواخت[8]، یک روش چند مرحله‌ای جدید جهت

2. Differential quadrature method (DQM)
3. State space approach
4. Peano series solution
5. First-order shear deformation theory (FSDT)
6. Lord-Shulman theory
7. Bezier curves
8. Non-uniform spline curves

تحلیل غیر خطی انتقال حرارت گذرا برای پوسته مخروطی دوار ارائه نمودند.

فلسفه استفاده از پوسته‌ها انتقال ایمن بارها با استفاده از حداقل ماده مصرفی می‌باشد. بنابراین جهت طرح بهینه این پوسته‌ها، محاسبه دقیق تنش‌ها و فرکانس‌های سازه بسیار حائز اهمیت می‌باشد.

Safaeian و همکاران (۲۰۱۷) نشان دادند که محاسبه تنش‌های حرارتی با استفاده از روابط تقریبی، وابستگی خواص مادی به دما و نیز شرط مرزی انتقال حرارت همرفت گرمایی تأثیر قابل توجهی بر نتایج طرح بهینه این سازه‌ها دارد. در اکثر تحقیقات انجام شده قبلی از تئوری‌های دو بعدی نظیر تئوری برشی مرتبه اول جهت بررسی رفتار پوسته‌ها استفاده شده است. باید در نظر داشت که این تئوری‌ها جهت محاسبه خیز عرضی و یا فرکانس‌های ارتعاش ورق‌ها و پوسته‌های با ضخامت کم، مناسب هستند؛ ولی از دقت کافی جهت محاسبه تغییر مکان‌های درون صفحه و توزیع تنش‌ها (بخصوص تنش برشی) برای ورق‌های ضخیم برخوردار نمی‌باشند (Safaeian و همکاران، ۲۰۱۱؛ Malekzadeh و Safaeian، ۲۰۱۶).

با توجه به فرضیات ساده کننده و به دلیل این‌که خواص مؤثر سازه (مدول الاستیسیته، سختی متوسط و ...) در تئوری‌های دو بعدی به صورت تقریبی و با انتگرال‌گیری در راستای ضخامت محاسبه می‌گردند، این تئوری‌ها قادر به مدل‌سازی دقیق مواد مدرج تابعی و نیز شرط مرزی انتقال حرارت همرفت نبوده و از ارائه توزیع تنش دقیق و فرکانس‌های ارتعاش مرتبه بالا برای سازه‌های مدرج تابعی ناتوان هستند (Malekzadeh و همکاران، ۲۰۱۲؛ Malekzadeh و Safaeian، ۲۰۱۳؛ Lezgy-Nazargah، ۲۰۱۶؛ Heydarpour و Aghdam، ۲۰۱۶ و ۲۰۱۸). تئوری الاستیسیته نتایج بسیار دقیق‌تری را نسبت به تئوری‌های دو بعدی برای ورق‌های ضخیم به همراه خواهد داشت.

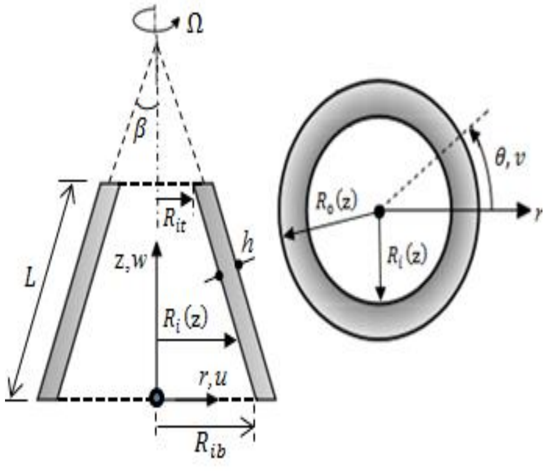
همچنین، در برخی از تحقیقات پیشین، خصوصیات مادی اجزای تشکیل دهنده پوسته مدرج تابعی به صورت غیر وابسته به دما در نظر گرفته شده است (Zenkor و همکاران، ۲۰۰۸؛ Zamani Nejad و Rahimi، ۲۰۱۰؛ Khorshidvand و Khalili، ۲۰۱۰؛ Saadatfar و Aghaie، ۲۰۱۵). از طرفی با توجه به کاربرد مواد مدرج تابعی در محیط کاری با دمای بالا، در اکثر مواقع این سازه‌ها در تماس با محیط حاوی سیال داغ می‌باشند. بنابراین در نظر گرفتن شرط مرزی انتقال حرارت همرفت بین سیال و سطح داخلی مخزن بسیار حائز اهمیت می‌باشد (Malekzadeh و Safaeian، ۲۰۱۳ و ۲۰۱۶؛ Safaeian و همکاران، ۲۰۱۷).

مروی بر تحقیقات ذکر شده نشان می‌دهد که تا کنون بررسی جامعی در مورد تحلیل ترمو- الاستیک پوسته‌های مخروطی شکل دوار مدرج تابعی با در نظر گرفتن اثر وابستگی خواص مادی به دما، شرایط محیطی و حرارتی، انتقال حرارت همرفت، سرعت زاویه‌ای و ...، انجام نشده و مطالعات انجام شده توسط Heydarpour و همکاران (۲۰۱۶ و ۲۰۱۸) نیز محدود به تحلیل گذرا و همچنین تحلیل غیرخطی انتقال حرارت این پوسته‌ها تحت بارگذاری شوک حرارتی می‌باشد.

در این تحقیق، تحلیل ترمو- الاستیک پوسته‌های مخروطی دوار ساخته شده از مواد مدرج تابعی با خواص مادی وابسته به دما، بر اساس تئوری الاستیسیته مورد بررسی قرار گرفته است. جهت بررسی اثر سیال داغ داخل مخزن، از معادله انتقال حرارت دو بعدی با در نظر گرفتن شرط مرزی حرارتی همرفت گرمایی بین سیال و سطح داخلی پوسته استفاده شده است. معادلات تعادل پوسته با استفاده از اصل کار مجازی به دست آمده و پس از انتقال دامنه فیزیکی به دامنه محاسباتی (تبدیل مقطع غیر مستطیلی پوسته به دامنه مستطیلی) از روش تفاضلات مربعی جهت حل معادلات استفاده شده است. اثر پارامترهای هندسی، زاویه رأس مخروط، توزیع خواص مادی، ضریب انتقال حرارت همرفت، سرعت زاویه‌ای و شرائط تکیه‌گاهی مختلف بر مؤلفه‌های جابه‌جائی و تنش‌های پوسته مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- مشخصات هندسی و خواص مادی پوسته مخروطی

مطابق شکل (۱)، پوسته مخروطی شکل با شعاع داخلی R_{ib} در سطح تحتانی و شعاع داخلی R_{it} در سطح فوقانی، ضخامت h، زاویه رأس β و به طول L؛ ساخته شده از ماده مدرج تابعی با خواص مادی متغیر در راستای ضخامت که با سرعت زاویه‌ای ثابت Ω در حال دوران می‌باشد، در نظر گرفته می‌شود. مؤلفه‌های جابه‌جائی پوسته در راستای r، θ و z به ترتیب با u، v و w در دستگاه مختصات استوانه‌ای (r,θ,z) با مبدأ O واقع بر مرکز سطح تحتانی پوسته مخروطی نشان داده شده است.



شکل ۱- پوسته مخروطی دوار با مواد مدرج تابعی

۲-۱- توزیع خواص مواد مدرج تابعی

برای تحلیل مواد مدرج تابعی فرض می‌شود که خواص مادی (مدول الاستیسیته، ضریب پواسون، چگالی و ...) به صورت پیوسته در راستای ضخامت تغییر می‌کنند. توزیع خواص مادی برای سازه‌های ساخته شده از مواد مدرج تابعی معمولاً به صورت قانون تابع توزیع توانی در نظر گرفته می‌شود. در این حالت خواص مادی پوسته به صورت زیر در جهت ضخامت تغییر می‌نماید:

$$P(r,z,T) = P_c(T) + [P_m(T) - P_c(T)] \times \left(\frac{\bar{r}\cos\beta}{h}\right)^p \quad (۱)$$

که در اینجا $p(\geq 0)$ پارامتر قانون توزیع توانی، P یک خاصیت مادی نمونه، $T = T(r,z)$ دما در نقطه دلخواه از پوسته بر حسب درجه کلوین، $\bar{r} = r - R_i(z)$ و $R_i(z)$ شعاع داخلی پوسته در ارتفاع z از سطح پایینی پوسته می‌باشد. همچنین زیرنویس m و c به اجزاء فلز و سرامیک اشاره دارند.

بر اساس رابطه (۱)، خواص مادی پوسته از سطح داخلی $(\bar{r} = 0)$ که کاملاً سرامیک (c) فرض شده، تا سطح بیرونی $(\bar{r} = h/\csc\beta)$ که کاملاً فلز (m) می‌باشد، به صورت پیوسته تغییر می‌کنند. بنابراین در سطح داخلی که نیاز به سختی بیشتر می‌باشد، از مواد سرامیکی استفاده شده و همچنین در سطح خارجی که به شکل‌پذیری بیشتری نیاز است، از مواد فلزی استفاده می‌گردد. از طرفی، با توجه به کاربرد مواد مدرج تابعی در شرائط محیطی با دمای بالا، خصوصیات فیزیکی اجزای تشکیل دهنده سازه تابع دما (وابسته به دما) در نظر گرفته شده است:

$$P(T) = P_0(P_{-1}T^{-1} + 1 + P_1T^1 + P_2T^2 + P_3T^3) \quad (۲)$$

که ضرایب $P_i\ \{i = -1,0,1,2,3\}$ برای هر یک از اجزای تشکیل دهنده ماده مدرج تابعی مقدار مشخصی می‌باشند.

۲-۲- توزیع دما و شرائط مرزی حرارتی

توزیع دما در پوسته از حل معادله انتقال حرارت پایدار دو بعدی در راستای شعاع و ضخامت قابل محاسبه خواهد بود:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rk\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) = 0 \quad (۳)$$

که در اینجا $k = k(r,T)$ ضریب انتقال حرارت[9] می‌باشد.

همان‌طور که اشاره شد، در اکثر تحقیقات قبلی تنها شرط مرزی حرارتی پایدار و ثابت مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحقیق در سطح بیرونی پوسته $r = R_o(z)$ که در تماس با محیط خارج می‌باشد، شرط مرزی حرارتی پایدار در نظر گرفته شده است $[T(R_o(z)) = T_m]$. همچنین، جهت بررسی انتقال حرارت ناشی از حرکت سیال داغ، اثر هدایت گرمایی در سطح داخلی پوسته $r = R_i(z)$ با در نظر گرفتن انتقال همرفت گرما، مورد بررسی قرار گرفته است:

$$k\left(\frac{\partial T}{\partial r}\cos\beta + \frac{\partial T}{\partial z}\sin\beta\right) = -\tilde{h}_c(T_\infty - T_0) \quad (۴)$$

در رابطه (۴)، T_∞ و $\tilde{h}_c$ به ترتیب دمای سیال داخل مخزن و ضریب انتقال همرفت گرمای سیال بوده و T_0 نیز دمای اولیه می‌باشد.

در سطوح تحتانی $(z = 0)$ و فوقانی $(z = L\cos\beta)$ پوسته نیز شرائط مرزی عایق حرارتی فرض شده است:

$$k\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right) = 0, \qquad \text{at } z = 0 \text{ and } z = L\cos\beta \quad (۵)$$

جهت حل معادله انتقال حرارت به همراه شرائط مرزی مربوطه، از روش عددی تفاضلات مربعی استفاده شده است. جزئیات روش تفاضلات مربعی در بخش چهارم ارائه شده است.

۳- معادلات حاکم بر تعادل ترمو- الاستیک پوسته دوار واقع در محیط حرارتی

با توجه به این‌که معادله انتقال حرارت پایدار و دائم می‌باشد، همچنین با در نظر گرفتن تقارن هندسی سازه و بارگذاری حرارتی متقارن، پاسخ ترمو- الاستیک نیز به صورت پایا و متقارن بوده؛ در نتیجه مؤلفه مماسی جابه‌جائی (v) برابر با صفر خواهد بود. بنابراین، میدان جابه‌جائی پوسته به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$u = u(r,z,T),\ v = 0,\ \ w = w(r,z,T) \quad (۶)$$

۳-۱- روابط تنش- کرنش

در محدوده تغییر شکل‌های کوچک و با درنظر گرفتن تقارن محوری، روابط کرنش بر حسب جابه‌جائی‌ها در سیستم مختصات استوانه‌ای به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned}&\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u(r,z,T)}{\partial r},\ \ \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u}{r},\ \ \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w(r,z,T)}{\partial z},\\ &\varepsilon_{r\theta} = \varepsilon_{\theta z} = 0,\ \varepsilon_{rz} = \frac{\partial u(r,z,T)}{\partial z} + \frac{\partial w(r,z,T)}{\partial r}\end{aligned} \quad (۷)$$

همچنین، روابط تنش- کرنش برای ماده نا همگن که خواص آن به صورت پیوسته تغییر می‌کند، به صورت زیر می‌باشد:

9. Thermal conductivity

$$\begin{Bmatrix}\sigma_{rr}\\ \sigma_{\theta\theta}\\ \sigma_{zz}\\ \sigma_{rz}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0\\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0\\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0\\ 0 & 0 & 0 & C_{55}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_{rr}-\varepsilon_T\\ \varepsilon_{\theta\theta}-\varepsilon_T\\ \varepsilon_{zz}-\varepsilon_T\\ 2\varepsilon_{rz}\end{Bmatrix} \quad (۸)$$

که در این‌جا، $\varepsilon_T = \alpha\Delta T$ برابر با کرنش حرارتی و $\alpha = \alpha(r,z,T)$ بیان‌گر ضریب انبساط حرارتی می‌باشد. همچنین، ثابت‌های $C_{pq}\ \{p,q = 1,2,3,5\}$ ضرایب سختی الاستیک ماده می‌باشند:

$$C_{11}=C_{22}=C_{33}=\frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)},\quad C_{12}=C_{23}=C_{13}=\frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)},\quad C_{55}=\frac{E}{2(1+\nu)}, \quad (۹)$$

۳-۲- معادلات تعادل و شرائط مرزی

جهت به دست آوردن معادلات تعادل ترمو- الاستیک به‌همراه شرائط مرزی مربوط به پوسته، می‌توان از اصل کار مجازی به صورت زیر استفاده نمود:

$$2\pi\int_z\int_r \{(\sigma_{rr}\delta\varepsilon_{rr}+\sigma_{\theta\theta}\delta\varepsilon_{\theta\theta}+\sigma_{zz}\delta\varepsilon_{zz}+2\sigma_{rz}\delta\varepsilon_{rz}) -(\rho\Omega^2)\,u\delta u\}\,r\,dr\,dz=0 \quad (۱۰)$$

که در این‌جا، $\rho=\rho(z)$ برابر با جرم مخصوص بوده و $[\varepsilon_{mn},\sigma_{mn}\ (m,n=r,\theta,z)]$ بیان‌گر مؤلفه‌های تانسورهای تنش و کرنش می‌باشند. با جایگذاری مؤلفه‌های کرنش- جابه‌جائی (روابط (۷)) به همراه روابط تنش- کرنش (رابطه (۸))، در اصل کار مجازی (رابطه (۱۰)) و استفاده از تکنیک انتگرال‌گیری جزء به جزء جهت آزادسازی جابجائی‌های مجازی u و w، و با توجه به استقلال خطی این توابع، در نهایت معادلات تعادل و شرائط مرزی مربوطه بر حسب مؤلفه‌های جابه‌جائی به دست می‌آیند.
معادله تعادل در راستای شعاعی (r):

$$C_{11}\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\left(\frac{C_{11}}{r}+\frac{\partial C_{11}}{\partial r}\right)\frac{\partial u}{\partial r}+C_{55}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}+\frac{\partial C_{55}}{\partial z}\frac{\partial u}{\partial z} +\frac{\partial C_{55}}{\partial z}\frac{\partial w}{\partial r}+\left(\frac{\partial C_{12}}{\partial r}-\frac{C_{22}}{r}\right)\frac{u}{r}+(C_{55}+C_{13})\frac{\partial^2 w}{\partial r\partial z} +\left(\frac{\partial C_{13}}{\partial r}+\frac{C_{13}-C_{23}}{r}\right)\frac{\partial w}{\partial z}=\frac{\varepsilon_T}{r}\Big[(C_{11}+C_{13}- C_{22}-C_{23})+\left(\frac{\partial C_{11}}{\partial r}+\frac{\partial C_{12}}{\partial r}+\frac{\partial C_{13}}{\partial r}\right)\Big] +\frac{\partial \varepsilon_T}{\partial r}(C_{11}+C_{12}+C_{13})-\rho r\Omega^2 \quad (۱۱)$$

معادله تعادل در راستای عمودی (z):

$$(C_{13}+C_{55})\frac{\partial^2 u}{\partial r\partial z}+\frac{\partial C_{13}}{\partial z}\frac{\partial u}{\partial r}+\left(\frac{\partial C_{55}}{\partial r}+\frac{C_{23}+C_{55}}{r}\right)\frac{\partial u}{\partial z} +\frac{\partial C_{23}}{\partial z}\frac{u}{r}+\left(\frac{\partial C_{55}}{\partial r}+\frac{C_{55}}{r}\right)\frac{\partial w}{\partial r}+C_{55}\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+C_{33}\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} +\frac{\partial C_{33}}{\partial z}\frac{\partial w}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z}[(C_{11}+C_{12}+C_{13})\times\varepsilon_T] \quad (۱۲)$$

شرایط مرزی پوسته نیز به صورت زیر می‌باشند:
در سطح داخلی $[r=R_i(z)]$، سطح خارجی $[r=R_o(z)]$، سطح تحتانی$(z=0)$ و سطح فوقانی$(z=L\cos\beta)$:

$$\delta u=0 \ \text{یا}\ n_r\,\sigma_{rr}+n_z\,\sigma_{rz}=0 \quad (۱۳)$$

$$\delta w=0 \ \text{یا}\ n_z\,\sigma_{rr}+n_r\,\sigma_{rz}=0 \quad (۱۴)$$

که n_r و n_z به ترتیب مولفه‌های بردار واحد نرمال بر سطح پوسته مخروطی در راستای r و z می باشند (شکل (۲)).
شرائط تکیه‌گاهی متفاوتی نیز می‌توان در سطوح تحتانی و فوقانی پوسته مخروطی در نظر گرفت (Malekzadeh و همکاران، ۲۰۱۲؛ Heydarpour و Aghdam ، ۲۰۱۶؛ Safaeian و همکاران، ۲۰۱۷):

تکیه‌گاه ساده (S): $u=0$ و $\sigma_{rz}=0$

تکیه‌گاه گیردار (C): $u=0$ و $w=0$

تکیه‌گاه آزاد (F): $\sigma_{rr}=0$ و $\sigma_{rz}=0$

۴- روش حل معادلات تعادل

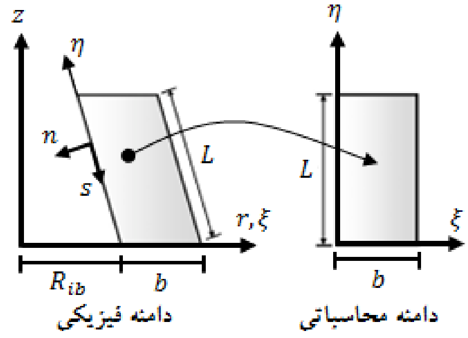
ارائه پاسخ تحلیلی برای مسئله مورد نظر حتی اگر امکان‌پذیر باشد، بسیار دشوار و پیچیده خواهد بود. لذا از روش عددی تفاضلات مربعی به عنوان روشی بسیار دقیق و با حجم محاسباتی کمتر نسبت به سایر روش‌های عددی، استفاده شده است (Safaeian و همکاران، ۲۰۱۱ و ۲۰۱۷؛ Malekzadeh و Safaeian، ۲۰۱۳ و ۲۰۱۶).

۴-۱- انتقال دامنه فیزیکی به دامنه محاسباتی

از آن‌جا که محدوده محاسباتی روش تفاضلات مربعی، دامنه مستطیلی می‌باشد؛ می‌بایست دامنه فیزیکی مسئله مورد نظر (مقطع غیر مستطیلی پوسته مخروطی) را به دامنه مستطیلی تبدیل نمود. با توجه به شکل (۲)، می توان از تبدیل خطی به صورت زیر استفاده نمود:

$$r=R_{ib}+\xi-\eta(\sin\beta),\qquad z=\eta(\cos\beta) \quad (۱۵)$$

که در این‌جا، (ξ,η) مختصات اندازه‌گیری شده در دستگاه محاسباتی می‌باشند.



شکل ۲- انتقال دامنه فیزیکی به دامنه محاسباتی

با استفاده از تبدیل خطی ارائه شده، می‌توان مشتقات مرتبه اول و دوم در معادلات تعادل را از دامنه فیزیکی (r, z) به دامنه محاسباتی (ξ, η) انتقال داد.

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial(.)}{\partial r} \\ \frac{\partial(.)}{\partial z} \end{Bmatrix} = [J_{11}]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial(.)}{\partial \xi} \\ \frac{\partial(.)}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \qquad (۱۶)$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial^2(.)}{\partial r^2} \\ \frac{\partial^2(.)}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2(.)}{\partial r \partial z} \end{Bmatrix} = [J_{22}]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2(.)}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2(.)}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial^2(.)}{\partial \xi \partial \eta} \end{Bmatrix} - [J_{22}]^{-1}[J_{21}][J_{11}]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial(.)}{\partial \xi} \\ \frac{\partial(.)}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \qquad (۱۷)$$

در رابطه فوق $[J_{11}]$، $[J_{21}]$ و $[J_{22}]$ اجزای ماتریس انتقال (ژاکوبین) بوده و با استفاده از تبدیل خطی رابطه (۱۵)، به صورت زیر محاسبه می‌گردند:

$$[J_{11}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial r}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \end{bmatrix}; \ [J_{21}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 r}{\partial \xi^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 r}{\partial \eta^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial^2 r}{\partial \xi \partial \eta} & \frac{\partial^2 z}{\partial \xi \partial \eta} \end{bmatrix} \qquad (۱۸)$$

$$[J_{22}] = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial r}{\partial \xi}\right)^2 & \left(\frac{\partial z}{\partial \xi}\right)^2 & 2\left(\frac{\partial r}{\partial \xi}\frac{\partial z}{\partial \eta}\right) \\ \left(\frac{\partial r}{\partial \eta}\right)^2 & \left(\frac{\partial z}{\partial \eta}\right)^2 & 2\left(\frac{\partial r}{\partial \eta}\frac{\partial z}{\partial \xi}\right) \\ \frac{\partial r}{\partial \xi}\frac{\partial r}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \xi}\frac{\partial z}{\partial \eta} & \frac{\partial r}{\partial \xi}\frac{\partial z}{\partial \eta} + \frac{\partial r}{\partial \eta}\frac{\partial z}{\partial \xi} \end{bmatrix} \qquad (۱۹)$$

۴-۲- گسسته‌سازی معادلات به روش تفاضلات مربعی

پس از انتقال دامنه فیزیکی به دامنه محاسباتی، از روش تفاضلات مربعی جهت تخمین مشتقات جابه‌جائی استفاده می‌شود. بدین منظور، تعدادی نقاط گسسته در راستای شعاع N_ξ و ضخامت N_η (در مختصات محاسباتی)، در نظر گرفته شده و مشتق جابجائی به صورت مجموع وزن‌دار مقادیر آن در نقاط گسسته تقریب زده می‌شود. به عنوان مثال تابع $f(x, y)$ به گونه‌ای که $a_x \le x \le b_x$ و $a_y \le y \le b_y$، در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از روش تفاضلات مربعی، مشتقات تابع f به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{Bmatrix}\Bigg|_{(x_i, y_j)} = \begin{Bmatrix} \sum_{k=1}^{N_x} A_{ik}^{x} f_{kj} \\ \sum_{k=1}^{N_y} A_{jk}^{y} f_{ik} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{k=1}^{N_x} B_{ik}^{x} f_{kj} \\ \sum_{k=1}^{N_y} B_{jk}^{y} f_{ik} \end{Bmatrix},$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\Bigg|_{(x_i, y_j)} = \sum_{k=1}^{N_x} \sum_{l=1}^{N_y} A_{ik}^{y} A_{jl}^{y} f_{kl} \qquad (۲۰)$$

که در اینجا $A_{ij}^{\mu}\{\mu = x, y\}$ تابع وزن مربوط به مشتق مرتبه اول در جهت μ می‌باشد. مهم‌ترین بخش در روش تفاضلات مربعی، تعیین ضرایب وزن و انتخاب نقاط نمونه می‌باشد؛ به نحوی که علاوه بر دقت کافی، دارای همگرایی لازم نیز باشد. تابع تخمین زده شده باید به اندازه کافی پیوسته بوده و تا بالاترین درجه مشتق موجود در معادله دیفرانسیل حاکم مشتق پذیر نیز باشد. به منظور تعیین ضرائب وزن، از چند جمله‌ای لاگرانژ برای مشتق اول استفاده شده است (Safaeian و همکاران، ۲۰۱۱ و ۲۰۱۷؛ Malekzadeh و Safaeian، ۲۰۱۳ و ۲۰۱۶):

$$A_{ij}^{\mu} = \begin{cases} \frac{1}{(b_\mu - a_\mu)} \frac{M(\mu_i)}{(\mu_i - \mu_j) M(\mu_j)} & for\ i \ne j \\ -\sum_{\substack{j=1 \\ i \ne j}}^{N_\mu} A_{ij}^{\mu} & for\ i = j \end{cases} \qquad (۲۱)$$

که در این‌جا $M(\mu_i) = \prod_{\substack{k=1 \\ i \ne k}}^{N_\mu} (\mu_i - \mu_k)$ بوده و همچنین ضرایب وزن برای مشتق مرتبه دوم به صورت $\left[B_{ij}^{\mu}\right] = \left[A_{ij}^{\mu}\right]^2$ می‌باشد. برای انتخاب نقاط گرهی از توزیع کسینوسی استفاده شده است:

$$\mu_i = a_\mu + \frac{(b_\mu - a_\mu)}{2}\left\{1 - cos\left[\frac{(i-1)\pi}{(N_\mu - 1)}\right]\right\} \qquad (۲۲)$$

جهت تقریب مشتق جابه‌جائی، معادلات تعادل (۱۲ و ۱۱) بر روی دامنه محاسباتی (ξ_i, η_i) با $i = 2, 3, \ldots, N_\xi - 1$ و $j = 2, 3, \ldots, N_\eta - 1$ تجزیه می‌شوند. معادلات شرائط مرزی نیز بر روی

سطوح داخلی $(i = 1)$ و خارجی $(i = N_\xi)$ تجزیه می‌شوند. همچنین معادلات مربوط به شرائط تکیه‌گاهی بر سطوح تحتانی $(j = 1)$ و فوقانی $(j = N_\eta)$ پوسته تجزیه می‌گردند.

با گسسته‌سازی مشتقات جابه‌جائی بر اساس روابط (۲۲-۱۵)، شکل تجزیه شده معادلات تعادل و شرائط مرزی برای هر گره به دست می‌آید. پس از تجزیه کردن کلیه روابط ذکر شده، دستگاه معادلات جبری حاصل را می‌توان به صورت ماتریسی بیان نمود:

$$[SK]\{d\} = \{F\} \qquad (۲۳)$$

که $d = \{[u] \quad [w]\}^T$ برابر با بردار جابه‌جائی کل، $[SK]$ ماتریس سختی و $\{F\}$ بردار نیرو بوده و اجزاء ماتریس‌های فوق با استفاده از شکل تجزیه شده معادلات به دست می‌آیند. پس از محاسبه بردار جابه‌جائی، مقادیر تنش‌ها با استفاده از رابطه (۸) محاسبه می‌گردند.

۵- نتایج عددی

در این قسمت، ابتدا مقایسه‌ای با نتایج موجود در منابع علمی در دسترس انجام شده و سپس اثر پارامترهای مختلف بر پاسخ ترمو- الاستیک پوسته مورد مطالعه قرار گرفته است. برای ارائه نتایج از برنامه کامپیوتری تهیه شده با نرم‌افزار MATLAB استفاده شده است. همچنین، از متغیرهای بی بعد U برای جابه‌جائی و $\sum$ برای تنش استفاده شده است (Safaeian و همکاران، ۲۰۱۷):

$$U = \frac{uE_{0c}}{(1 + \upsilon_{0c})[E_{0c}\alpha_{0c}T_c + (1 - \upsilon_{0c})\rho_c \Omega^2 R_m^2]R_m},$$

$$\Sigma_{ij} = \frac{(1 - \upsilon_{0c})\sigma_{ij};\ (i, j = r, \theta, z)}{[E_{0c}\alpha_{0c}T_c + (1 - \upsilon_{0c})\rho_c \Omega^2 R_m^2]} \qquad (۲۴)$$

جز در مواردی که ذکر گردد، شعاع میانی در سطح پایینی پوسته برابر با $R_m = 1$ متر، پارامتر توزیع توانی برابر با $p = 1$، دمای سیال داخل مخزن برابر با $T_\infty = 1100\ K$ و نسبت طول به شعاع میانی برابر با $L/R_m = 1$ در نظر گرفته شده است. همچنین بر اساس رابطه (۲)، خواص مادی پوسته به صورت وابسته به دما در نظر گرفته شده و ضرایب وابستگی خصوصیات فیزیکی به دما P_i $\{i = -1,0,1,2,3\}$ برای اجزای تشکیل دهنده ماده مدرج تابعی مطابق Safaeian و همکاران (۲۰۱۱ و ۲۰۱۷) می‌باشد.

۵-۱- همگرایی و مقایسه نتایج

با توجه به این‌که نتایج مناسبی برای تحلیل ترمو- الاستیک پوسته مخروطی دوار در دسترس نمی‌باشد، نتایج به دست آمده برای پوسته استوانه‌ای و دیسک حلقوی دوار با مواد مدرج تابعی با نتایج حاصل از سایر تحقیقات مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

به عنوان اولین مثال، همگرایی جابه‌جائی شعاعی (U) برای پوسته استوانه‌ای دوار بر حسب تعداد نقاط در نظر گرفته برای روش تفاضلات مربعی $[N_\mu = (N_r = N_z)]$ در جدول (۱) نشان داده شده است. همچنین مقایسه‌ای بین تغییر مکان به دست آمده از این تحقیق با نتایج ارائه شده بر اساس تئوری الاستیسیته و روش تفاضلات مربعی (Heydarpour و همکاران، ۲۰۱۲) انجام شده است. در این مسئله شرائط مرزی حرارتی پایدار در مرزهای داخلی $(r = R_i)$ و خارجی $(r = R_o)$ پوسته در نظر گرفته شده، که برابر با $T(R_i) = 300\ K$ و $T(R_o) = 1100\ K$ می‌باشند.

جدول ۱- همگرایی و مقایسه جابه‌جائی شعاعی بی‌بعد U، پوسته استوانه‌ای با مواد مدرج تابعی*

تعداد نقاط گسسته روش تفاضلات مربعی (N_μ)	سرعت زاویه‌ای (Rad/s) Ω =۱۰۰	Ω =۲۰۰
۹	۰/۶۳۲۵	۰/۷۳۹۳
۱۱	۰/۶۴۹۸	۰/۷۵۸۷
۱۳	۰/۶۵۶۹	۰/۷۶۱۰
۱۵	۰/۶۵۷۲	۰/۷۶۱۳
۱۷	۰/۶۵۷۲	۰/۷۶۱۳
Heydarpour و همکاران (۲۰۱۲)	[۰/۶۵۷۲]	[۰/۷۶۱۳]

* $[h/R_o = 0.2, L/R_o = 1, p = 1, \xi = \eta = 0.5]$

در جدول (۲)، جابه‌جائی شعاعی و تنش مماسی ($\Sigma_{\theta\theta}$) بدون بعد دیسک حلقوی دوار به عنوان حالت خاصی از پوسته استوانه‌ای (با نسبت ارتفاع به ضخامت کم) با حل تحلیلی ارائه شده توسط Peng و Li (۲۰۱۰) و همچنین نتایج ارائه شده بر اساس تئوری الاستیسیته و روش تفاضلات مربعی (Heydarpour و همکاران، ۲۰۱۶) مقایسه شده است. بدین منظور توزیع خواص مادی دیسک به صورت تابع $\psi = \psi_0 \times r^n$ فرض شده که ψ_0 بیان‌گر مقدار کمیت مادی در سطح بیرونی دیسک و n پارامتر توزیع خواص می‌باشد. در این مسئله نیز شرائط مرزی حرارتی پایدار در شعاع داخلی $T(R_i) = 0\ ℃$ و خارجی $T(R_o) = 1000\ ℃$ دیسک حاکم است.

نتایج ارائه شده در جدول (۱) و (۲) نشان می‌دهند که در هر دو حالت مورد بررسی تنها با در نظر گرفتن ۱۷ و ۱۹ گره مساوی در جهت شعاع و ضخامت، جابه‌جائی و تنش پوسته حداقل تا ۴ رقم معنی‌دار همگرا شده و با نتایج سایر محققین (Peng وLi، ۲۰۱۰؛ Heydarpour و همکاران، ۲۰۱۲) مطابقت دارد.

۵-۲- مطالعه پارامتری

به عنوان اولین مثال، اثر دمای سیال داخل مخزن (T_∞) بر جابه‌جائی شعاعی و مؤلفه‌های تنش در نقطه‌ای واقع بر شعاع میانی و وسط ارتفاع ($\xi = \eta = 0.5$) پوسته مخروطی با شرط مرزی گیردار در سطح تحتانی و فوقانی، برای نسبت‌های مختلف پارامتر بی‌بعد ضریب انتقال همرفت سیال ($Bio = h \times \bar{h}_c/k_c$) در شکل (۳)، نشان داده شده است. لازم به ذکر می‌باشد که انتخاب مقادیر ناچیز برای ضریب انتقال حرارت همرفت (Bio=0) بیانگر شرائط مرزی عایق حرارتی بین سیال و جداره داخلی مخزن بوده و مقادیر نسبتاً بالا (Bio≥100) معادل شرط مرزی انتقال حرارت پایدار و ثابت می‌باشد (Malekzadeh و Safaeian، ۲۰۱۳؛ Safaeian و همکاران، ۲۰۱۷).

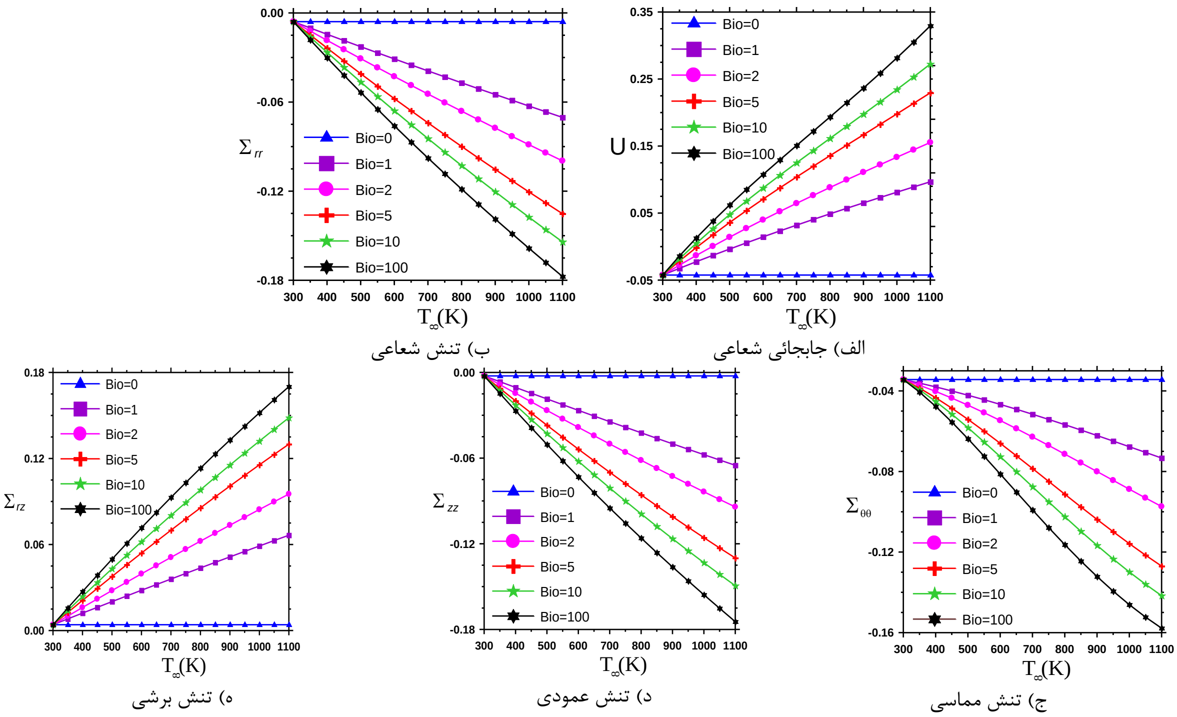
با توجه به نتایج شکل (۳)، با افزایش دمای سیال داخل مخزن (T_∞)، جابه‌جائی و مؤلفه‌های تنش پوسته (برای کلیه مقادیر ضریب انتقال حرارت همرفت) به شدت افزایش می‌یابند.

در شکل (۴)، تغییرات جابه‌جائی افقی در راستای ارتفاع پوسته و همچنین توزیع تنش در راستای شعاع (ضخامت) برای مقادیر مختلف ضریب انتقال همرفت سیال، ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، تنش بیشینه در سطح داخلی ($\xi = 0$) پوسته بوده و با افزایش ضریب انتقال همرفت گرمایی سیال، مؤلفه‌های پاسخ پوسته به شدت افزایش می‌یابند. همچنین، با توجه به نتایج ارائه شده در شکل‌های (۳) و (۴) مشاهده می‌گردد که به ازای مقدار مشخص دمای داخل مخزن، کم‌ترین و بیشترین مقدار برای مؤلفه‌های پاسخ پوسته به ترتیب به ازای مقادیر بسیار کم [شرط مرزی عایق حرارتی (Bio=0)] و بسیار بالا [شرط مرزی پایدار حرارتی (Bio≥100)] برای ضریب انتقال حرارت همرفت سیال، به دست می‌آیند.

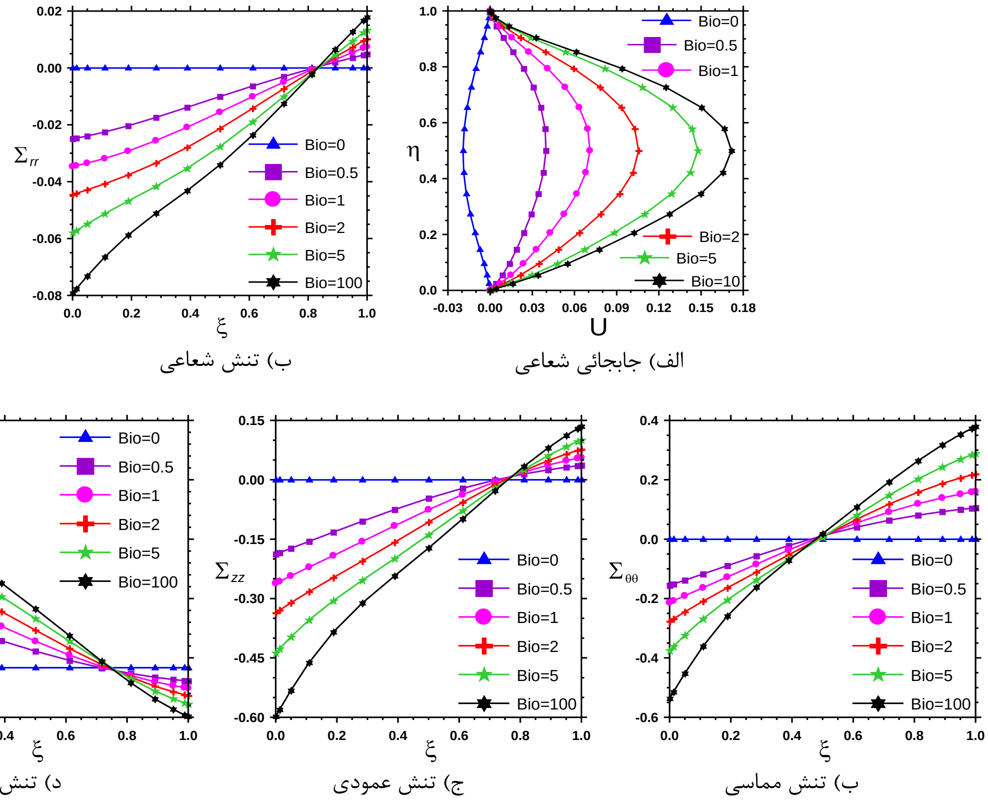
جدول ۲- همگرایی و مقایسه جابه‌جائی شعاعی و تنش مماسی دیسک حلقوی دوار با مواد مدرج تابعی

$[R_i/R_o = 0.2, L/R_o = 0.05, n = 0.5, \Omega = 600(Rad/s), \eta = 0.5]$

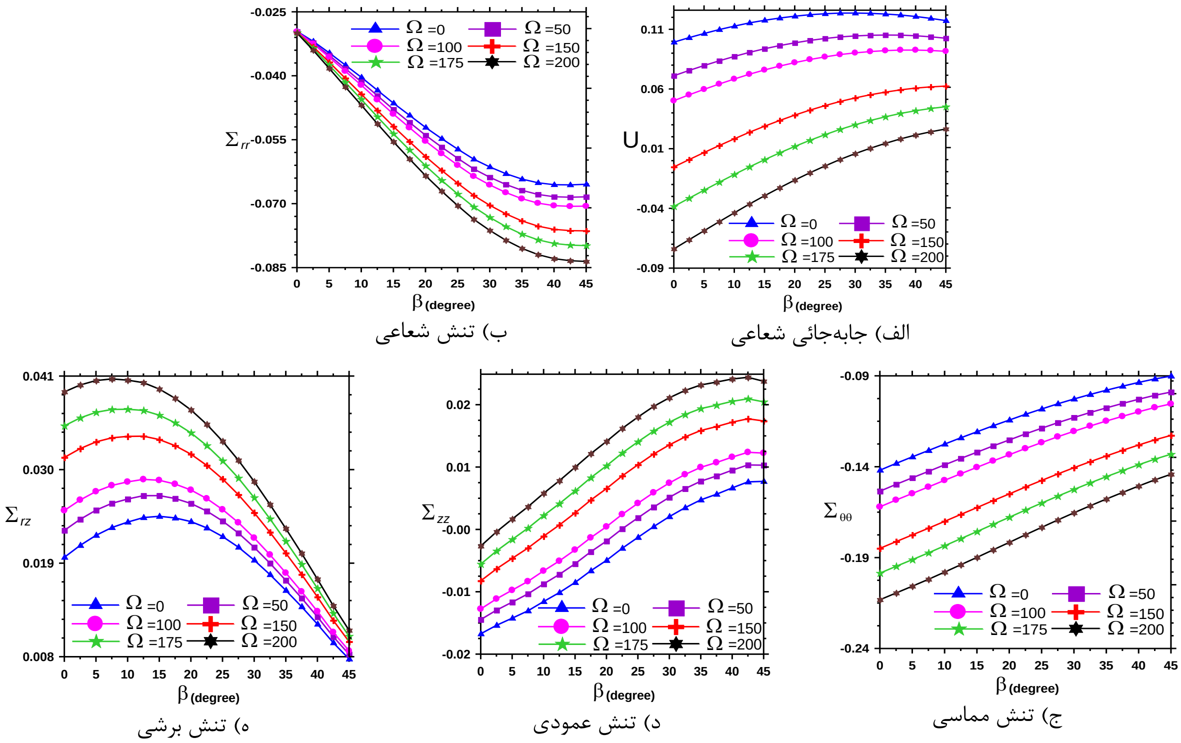
تعداد نقاط در نظر گرفته شده (N_μ)	همگرایی جابجائی شعاعی U			همگرایی تنش مماسی $\sum_{\theta\theta}$		
	$\xi = 1.0$	$\xi = 0.5$	$\xi = 0$	$\xi = 1.0$	$\xi = 0.5$	$\xi = 0$
۱۳	۰/۳۷۶۴	۰/۲۳۷۴	۰/۱۷۹۱	۰/۰۰۷۴	۰/۱۶۷۹	۰/۳۵۲۴
۱۵	۰/۳۹۹۷	۰/۲۴۵۸	۰/۱۸۰۸	۰/۰۰۹۳	۰/۱۷۱۶	۰/۳۵۸۷
۱۷	۰/۴۰۵۳	۰/۲۵۴۶	۰/۱۸۱۳	۰/۰۱۰۱	۰/۱۷۳۱	۰/۳۶۸۹
۲۱	۰/۴۰۵۴	۰/۲۵۴۶	۰/۱۸۱۳	۰/۰۱۰۱	۰/۱۷۳۱	۰/۳۶۹۰
Peng و Li (۲۰۱۰)	[۰/۴۰۵۴]	[۰/۲۵۴۷]	[۰/۱۸۱۳]	[۰/۰۱۰۲]	[۰/۱۷۳۵]	[۰/۳۶۸۹]
Heydarpour و همکاران (۲۰۱۶)	[۰/۴۰۵۴]	[۰/۲۵۴۶]	[۰/۱۸۱۳]	[۰/۰۱۰۱]	[۰/۱۷۳۰]	[۰/۳۶۹۱]



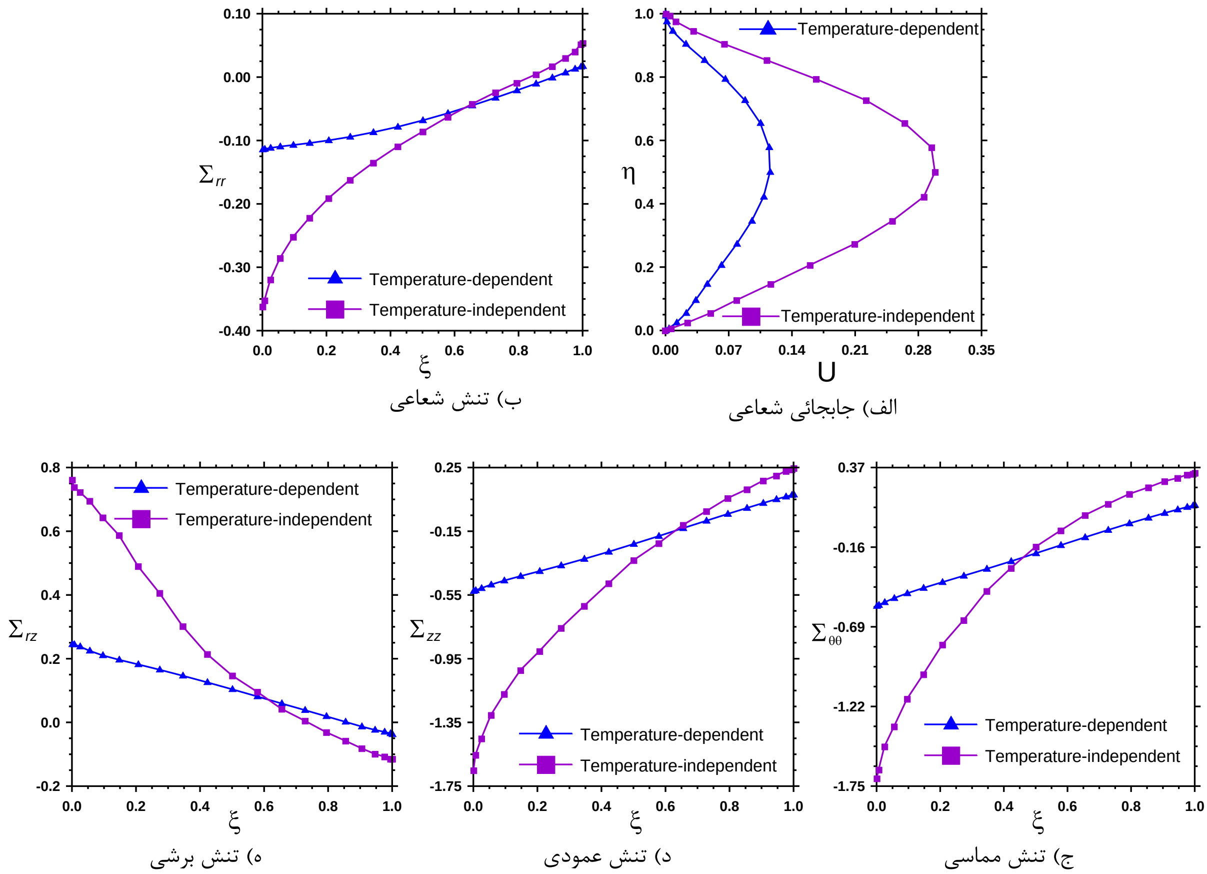
شکل ۳- اثر دمای سیال بر پاسخ پوسته مخروطی دوار با شرط مرزی گیردار برای نسبت‌های مختلف ضریب انتقال همرفت گرما



شکل ۴- اثر ضریب انتقال همرفت گرما بر پاسخ پوسته مخروطی دوار با شرط مرزی گیردار



شکل ۵- پاسخ پوسته مخروطی با شرط مرزی گیردار- ساده، برای مقادیر مختلف سرعت دورانی $[h/R_m = 0.4, Bio = 150]$



شکل ۶- اثر عدم در نظر گرفتن وابستگی خواص مادی به دما، بر پاسخ پوسته مخروطی دوار با شرط مرزی گیردار

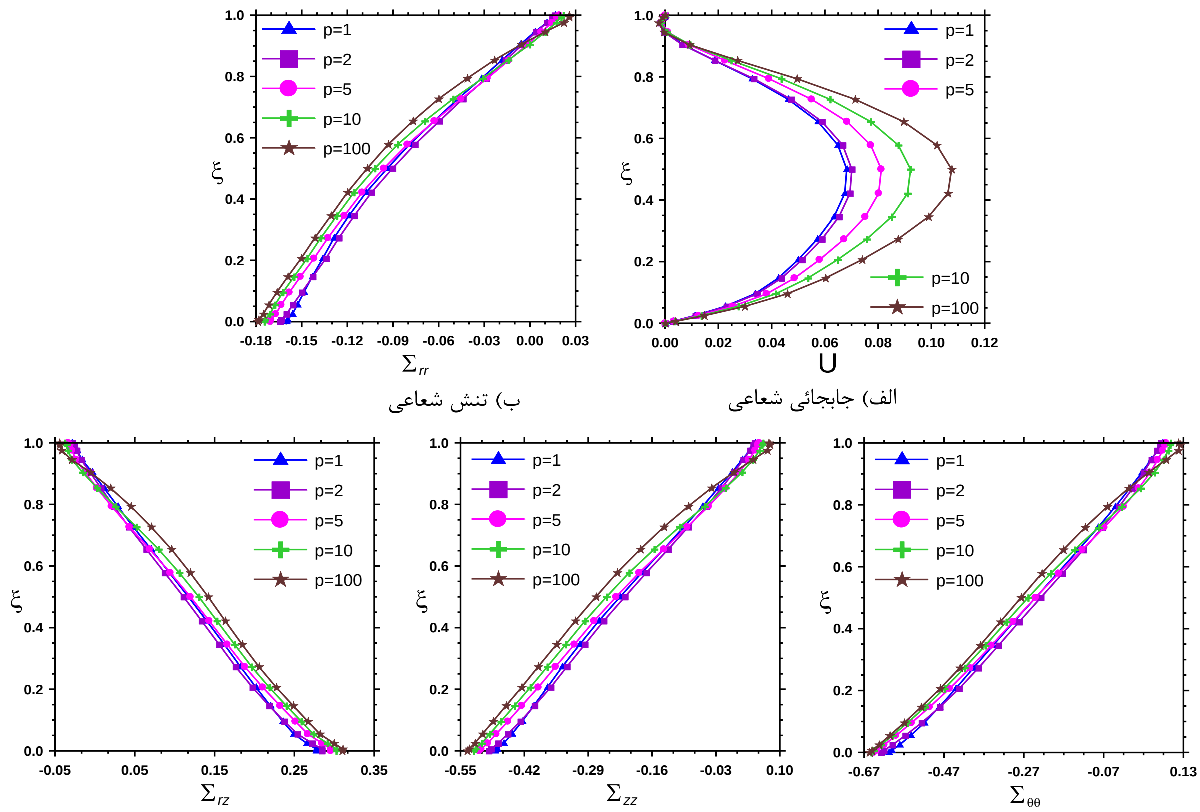
$$[\beta = 25^\circ, h/R_m = 0.2, Bio = 10, \Omega = 200(Rad/s)]$$

در شکل (۵)، اثر زاویه رأس مخروط بر مؤلفه‌های پاسخ پوسته مخروطی دوار با شرط مرزی گیردار و ساده (به ترتیب در سطح تحتانی و فوقانی) به ازای مقادیر مختلف سرعت دورانی مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش سرعت زاویه‌ای، جابه‌جائی افقی و تنش عمودی نرمال کاهش می‌یابد؛ ولی سایر مؤلفه‌های پاسخ (تنش شعاعی، مماسی و برشی) افزایش می‌یابند. همچنین با افزایش زاویه رأس مخروط، کلیه مؤلفه‌های پاسخ ترمو- الاستیک پوسته (به جز تنش برشی) به طور متناظر کاهش یا افزایش می‌یابند؛ ولی تنش برشی تا رسیدن به مقدار بیشینه افزایش یافته و سپس با افزایش زاویه رأس مخروط، تنش برشی کاهش می‌یابد

همان‌طور که در بخش مقدمه ذکر شد، در برخی از تحقیقات انجام شده در رابطه با سازه‌های ساخته شده از مواد مدرج تابعی، اثر وابستگی خواص مادی به دما در نظر گرفته نشده است (به عنوان مثال: Zenkour و همکاران، ۲۰۱۰؛ Zamani Nejad و Rahimi، ۲۰۱۰؛ Khorshidvand و Khalili، ۲۰۱۰؛ Ghafoori و Asghari، ۲۰۱۲؛ Akbarzadeh و همکاران، ۲۰۱۱؛ Dai و همکاران، ۲۰۱۲). به منظور بررسی اهمیت در نظر گرفتن وابستگی خواص مادی به دما (رابطه ۲)، پاسخ ترمو- الاستیک پوسته مخروطی برای دو حالت با در نظر گرفتن و نیز بدون در نظر گرفتن اثر وابستگی به دما، در شکل (۶) با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

اختلاف بین نتایج در دو حالت مورد بررسی، بخصوص در سطح جداره داخلی مخزن ($\xi = 0$)، کاملاً مشهود می‌باشد. از طرفی، میزان این اختلاف با افزایش دمای سیال (و یا افزایش ضریب انتقال همرفت گرمایی) افزایش می‌یابد. در حالتی که وابستگی خواص به دما در نظر گرفته نشود، جابه‌جائی و تنش‌های پوسته بیشتر از مقدار واقعی محاسبه می‌گردند. این منجر به طرح غیر بهینه و محافظه کارانه خواهد شد (Safaeian و همکاران، ۲۰۱۷). نتایج مشابهی نیز برای تحلیل ترمو- الاستیک و ارتعاش آزاد ورق‌های حلقوی (Safaeian و همکاران، ۲۰۱۱؛ Malekzadeh و Safaeian، ۲۰۱۳ و ۲۰۱۶) و همچنین پوسته استوانه‌ای دوار ساخته شده از مواد مدرج تابعی گزارش شده است (Heydarpour و همکاران، ۲۰۱۲؛ Malekzadeh و همکاران، ۲۰۱۲).

در شکل (۷)، اثر تغییر پارامتر قانون توزیع توانی (p) [رابطه (۱)]، بر مؤلفه‌های پاسخ پوسته مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور جابه‌جائی و مؤلفه‌های تنش پوسته مخروطی با شرط مرزی گیردار در سطح تحتانی و فوقانی به ازای مقادیر متفاوت پارامتر توزیع توانی ارائه شده‌اند. با توجه به نتایج ارائه شده در شکل (۷) مشخص است که با افزایش پارامتر توزیع توانی، کلیه مؤلفه‌های پاسخ پوسته به شدت افزایش می‌یابند. دلیل این امر آن است که با افزایش پارامتر توزیع توانی، خواص مادی پوسته از جنس سرامیک خالص شده و در نتیجه دمای بیشتری را در مقایسه با حالت فلز خاص تجربه می‌نمایند. این امر منجر به کاهش سختی مؤثر پوسته مخروطی شده (با توجه به افزایش دما و نیز وابستگی خصوصیات فیزیکی ماده مدرج تابعی به دما) و لذا جابه‌جائی و مؤلفه‌های تنش پوسته افزایش خواهند یافت.



الف) جابجائی شعاعی   ب) تنش شعاعی

ج) تنش مماسی   د) تنش عمودی   ه) تنش برشی

شکل ۷- اثر پارامتر قانون توزیع توانی بر پاسخ پوسته مخروطی گیردار

$$[\beta = 30°, h/R_m = 0.3, Bio = 10, \Omega = 200(Rad/s)]$$

۶- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، تحلیل ترمو- الاستیک پوسته‌های مخروطی شکل دوار با مواد مدرج تابعی تحت تأثیر محیط حرارتی و با در نظر گرفتن شرائط مرزی انتقال حرارت همرفت ناشی از سیال داغ داخل مخزن، بر اساس تئوری الاستیسیته مورد بررسی قرار گرفته است. ضمن در نظر گرفتن اثر وابستگی خواص مادی به دما، معادلات تعادل و شرائط مرزی پوسته با اصل کار مجازی به‌دست آورده شده و پس از انتقال به دامنه محاسباتی، با استفاده از روش تفاضلات مربعی حل شده‌اند. از ویژگی‌های روش به کار گرفته شده، دقت بالا، حجم کم محاسبات و سرعت بالا در همگرایی نتایج می‌باشد. اثر پارامترهای مختلف هندسی، وابستگی خواص مادی به دما، پارامتر قانون توزیع توانی، زاویه رأس مخروط، سرعت زاویه‌ای و ضریب انتقال حرارت همرفت سیال بر مؤلفه‌های پاسخ پوسته با شرایط تکیه‌گاهی مختلف مورد بررسی قرار گرفته است.

نتایج نشان می‌دهند که با افزایش درجه حرارت سیال داخل مخزن و یا افزایش ضریب انتقال حرارت همرفت سیال، جابه‌جائی و مؤلفه‌های تنش پوسته به شدت افزایش می‌یابند و مقدار بیشینه این تنش‌ها در جداره داخلی پوسته می‌باشد. مشخص گردید که جهت تحلیل واقع بینانه و طرح بهینه سازه‌های ساخته شده از مواد مدرج تابعی، در نظر گرفتن اثر وابستگی خواص مادی به دما

بسیار حائز اهمیت می‌باشد. در حالتی که اثر وابستگی خواص مادی به دما در نظر گرفته نمی‌شوند، مؤلفه‌های پاسخ بیشتر از مقدار واقعی آن محاسبه خواهند شد. همچنین مشاهده شد که با افزایش زاویه رأس مخروط، جابجائی و تنش‌های نرمال (شعاعی، مماسی و عمودی) پوسته مخروطی افزایش می‌یابند؛ ولی تنش برشی تا رسیدن به مقدار بیشینه، افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد. نشان داده شد که با افزایش سرعت زاویه‌ای، جابجائی افقی و تنش عمودی نرمال کاهش می‌یابند ولی سایر مؤلفه‌های پاسخ (تنش شعاعی، مماسی و برشی) افزایش می‌یابند. همچنین نشان داده شد که با افزایش پارامتر قانون توزیع توانی، سختی پوسته مخروطی کاهش یافته و لذا مؤلفه‌های پاسخ پوسته افزایش می-یابند. از نتایج این تحقیق می‌توان به عنوان نقطه مبنا جهت تحلیل و طراحی بهینه پوسته‌های استوانه‌ای و مخروطی شکل دوار تحت تأثر بار حرارتی بهره گرفت.

۷- مراجع

Akbarzadeh AH, Babaei MH, Chen ZT, “The thermo-electromagnetoelastic behavior of a rotating functionally graded piezoelectric cylinder”, Smart Materials and Structures, 2011, 20 (6), Article id: 065008, 11.

Akbari Alashti R, Khorsand M, Tarahhomi MH, “Thermo-elastic analysis of a functionally graded spherical shell with piezoelectric layers by differential quadrature method”, Scientia Iranica B, 2013, 20 (1), 109-119.

Arefi M, Nahas I, Abedi M, “Thermo-Elastic Analysis of A Rotating Hollow Cylinder Made of Arbitrary Functionally Graded Materials”, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2015, 45 (4), 41-60.

Arefi M, Nahas I, “Nonlinear electro thermos elastic analysis of a thick spherical functionally graded piezoelectric shell”, Composite Structures, 2014, 118, 510-518.

Bayat M, Saleem M, Sahari BB, Hamouda AMS, Mahdi E, “Mechanical and thermal stresses in a functionally graded rotating disk with variable thickness due to radially symmetry loads”, International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2009, 86 (6), 357-372.

Bhangale RK, Ganesan K, Padmanabhan C, “Linear thermo elastic buckling and free vibration behavior of functionally graded truncated conical shells”, Journal of Sound and Vibration, 2006, 292 (1-2), 341-371.

Brischetto S, Tornabene F, Fantuzzi N, Viola E, “3D exact and 2D generalized differential quadrature models for free vibration analysis of functionally graded plates and cylinders”, Meccanica, 2016, 51 (9), 2059-2098.

Dai HL, Dai T, Zheng HY, “Stresses distributions in a rotating functionally graded piezoelectric hollow cylinder” Meccanica, 2012, 47 (2), 423-436.

Ghafoori E, Asghari M, “Three-dimensional elasticity analysis of functionally graded rotating cylinders with variable thickness profile”, Journal of Mechanical Engineering Science, 2012, 226 (3), 585-594.

Heydarpour Y, Aghdam MM, “A New Multistep Technique Based on the Nonuniform Rational Basis Spline Curves for Nonlinear Transient Heat Transfer Analysis of Functionally Graded Truncated Cone”, Heat Transfer Engineering, 2018, doi:10.1080/01457632.2018.1436422.

Heydarpour Y, Aghdam MM, “Transient analysis of rotating functionally graded truncated conical shells based on the Lord-Shulman model” Thin-Walled Structures, 2016 (a), 104, 168-184.

Heydarpour Y, Aghdam MM, “A novel hybrid Bezier based multi-step and differential quadrature method for analysis of rotating FG conical shells under thermal shock”, Composites Part B, 2016 (b), 97, 120-140.

Heydarpour Y, Malekzadeh P, Aghdam MM, “Free vibration of functionally graded truncated conical shells under internal pressure”, Meccanica, 2014, 49 (2), 267-282.

Heydarpour Y, Malekzadeh P, Golbahar Haghighi MR, Vaghefi M, “Thermo-elastic analysis of rotating laminated functionally graded cylindrical shells using layerwise differential quadrature method”, Acta Mechsnica, 2012, 223 (1), 81-93.

Khorshidvand AR, Khalili SMR, “A new analytical solution for deformation and stresses in functionally graded rotating cylinder subjected to thermal and mechanical loads”, International Conference on Continuum Mechanics (5THIASME-WSEAS), 2010, 201-204.

Lezgy-Nazargah M, “A three-dimensional Peano series solution for the vibration of functionally graded piezoelectric laminates in cylindrical bending”, Scientia Iranica, 2016, 23 (3), 788-801.

Lezgy-Nazargah M, “A three-dimensional exact state-space solution for cylindrical bending of continuously non-homogenous piezoelectric laminated plates with arbitrary gradient composition”, Archive of Mechanics, 2015, 67 (1), 25-51.

Malekzadeh P, Fiouz AR, Sobhrouyan M, “Three-dimensional free vibration of functionally graded truncated conical shells subjected to thermal environment”, International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2012, 89, 210-221.

Malekzadeh P, Heydarpour Y, “Free vibration analysis of rotating functionally graded truncated conical shells”, Composite Structures, 2013, 97, 176-188.

Malekzadeh P, Heydarpour Y, Golbahar Haghighi MR, Vaghefi M, “Transient response of rotating laminated functionally graded cylindrical shells in thermal environment”, International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2012, 98, 43-56.

Malekzadeh P, Safaeian Hamzehkolaei N, “A 3D discrete layer-differential quadrature free vibration of multi-layered FG annular plates in thermal environment”, Mechanics of Advanced Materials and Structures, 2013, 20 (4), 316-330.

Malekzadeh P, Safaeian Hamzehkolaei N, “Temperature-dependent discrete layer-differential quadrature bending analysis of the multi-layered functionally graded annular plates rested on two-parameter elastic foundation”, Mechanics of Advanced Materials and Structures, 2016, 23 (1), 43-58.

Nie GJ, Batra RC, "Stress analysis and material tailoring in isotropic linear thermoelastic incompressible functionally graded rotating disks of variable thickness", Composite Structures, 2010, 92 (3), 720-729.

Pelletier JL, Vel SS, "An exact solution for the steady-state thermoelastic response of functionally graded orthotropic cylindrical shells", International Journal of Solids and Structures, 2006, 43 (5), 1131-1158.

Peng XL, Li XF, "Thermal stress in rotating functionally graded hollow circular disks", Composite Structures, 2010, 92 (8), 1896-1904.

Saadatfar M, Aghaie-Khafri M, "Hygrothermal analysis of a rotating smart exponentially graded cylindrical shell with imperfect bonding supported by an elastic foundation", Aerospace Science and Technology, 2015, 43, 37-50.

Safaeian Hamzehkolei N, Malelzadeh P, Vaseghi J, "Thermal effect on axisymmetric bending of functionally graded circular and annular plates using DQM", Steel and Composite Structures, 2011, 11 (4), 341-358.

Safaeian Hamzehkolei N, Miri M, Rashki M, "Reliability-based design optimization of rotating FGM cylindrical shells with temperature-dependent probabilistic frequency constraints", Aerospace Science and Technology, 2017, 223-239.

Sofiyev AH, "The vibration and stability behavior of freely supported FGM conical shells subjected to external pressure", Composite Structures, 2009, 89 (3), 356-366.

Tornabene F, Viola E, Inman DJ, "2-D differential quadrature solution for vibration analysis of functionally graded conical, cylindrical shell and annular plate structures", Journal of Sound and Vibration, 2009, 328 (3), 259-290.

Tornabene F, Fantuzzi N, Bacciocchi M, Viola E, Reddy JN, A numerical investigation on the natural frequencies of FGM sandwich shells with variable thickness by the local generalized differential quadrature method, Applied Science, 2017, 7 (2), 131 (39 Pages).

Zamani Nejad M, Rahimi GH, "Elastic analysis of FGM rotating cylindrical pressure vessels", Journal of the Chinese Institute of Engineers, 2010, 33 (4), 525-530.

Zenkour AM, Elsibai KA, Mashat DS, "Elastic and viscoelastic solutions to rotating functionally graded hollow and solid cylinders", Applied Mathematics and Mechanics, 2008, 29 (12), 1601-1616.

Zhao X, Lee YY, Liew KM, "Thermoelastic and vibration analysis of functionally graded cylindrical shells", International Journal of Mechanical Science, 2009, 51 (9-10), 694-707.

Zhao X, Liew KM, "Free vibration analysis of functionally graded conical shell panels by a meshless method", Composite Structures, 2011, 93 (2), 649-664.

University of Tabriz

Journal of Civil and Environmental Engineering
Volume 49 (2020), Issue 4 (Winter), 117-129

EXTENDED ABSTRACT

Thermo-elastic Analysis of the Rotating Functionally Graded Truncated Conical shells Using Differential Quadrature Method

Mahmoud Miri [a,*], Naser Safaeian Hamzehkolaei [b], Mohsen Rashki [c]

[a] *Department of Civil Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran*
[b] *Department of Civil Engineering, Bozorgmehr University of Qaenat, Qaen, Iran*
[c] *Department of Architectural Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran*

Received: 01 November 2017; **Accepted:** 15 July 2018

Keywords:
Thermo-elastic analysis, Rotating conical shell, Functionally graded materials, Convection heat transfer, DQM.

1. Introduction

Functionally graded materials (FGMs) are inhomogeneous materials with continues variation of the constituents, usually metal and ceramic, in a given direction that are commonly useful in thermal environment (Malekzadeh and Safaeian, 2013, 2016). Rotating FGM conical shells are widely used as structural components in different engineering fields such as aeronautics, nuclear engineering, etc. Therefore, exact thermo-elastic analysis of these structures is crucial. In the present study, thermo-elastic analysis of rotating FGM truncated conical shells with temperature dependent material properties and subjected to convection heat transfer effects between the internal hot fluid and the shell inner surface is investigated based on the elasticity theory.

2. Methodology

2.1. The shell thermo-elastic equilibrium equations

Consider the rotating FGM conical shell (Fig. 1) with inner radius $R_i(z)$, outer radius $R_o(z)$, thickness h, and the length L, which rotates with angular velocity of Ω. The displacement components of an arbitrary material points of the shell are denoted by (u, v, w) in the polar coordinate system (r, θ, z), respectively.

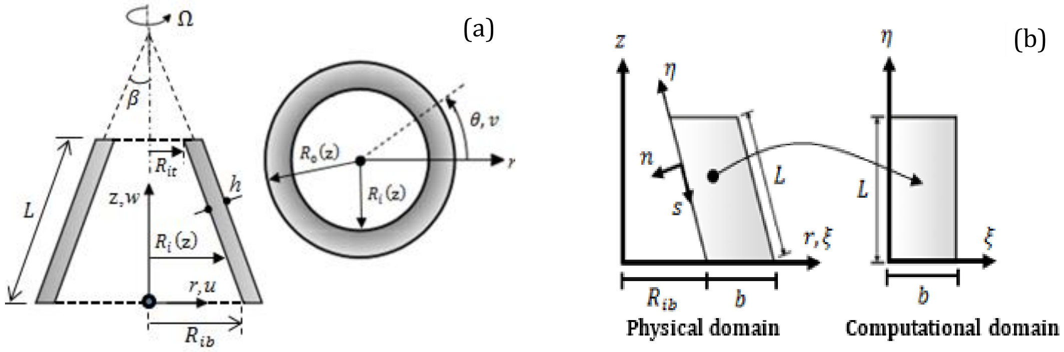


Fig. 1. The: (a) Geometry of rotating FGM conical shell, (b) Transformation of physical domain into computational domain

Based on the power low distribution, a typical material property 'P' of the shell can be expressed as:

* Corresponding Author
E-mail addresses: mmiri@eng.usb.ac.ir (Mahmoud Miri), nsafaeian@buqaen.ac.ir (Naser Safaeian Hamzehkolaei), mrashki@eng.usb.ac.ir (Mohsen Rashki).

$$P(r,z,T) = P_c(T) + [P_m(T) - P_c(T)] \times (\bar{r}/h \,.\cos\beta)^p; \qquad \text{where, } P(T) = P_0 \sum_{i=-1}^{3} P_i T^i \tag{1}$$

In Eq. (1), the subscripts m and c, respectively, refer to the metal and ceramic constituents; $p(\geq 0)$ is the material graded index; P_i $\{i = -1,0,1,2,3\}$ are unique for the constituent materials (Safaeian et al., 2017); and $T = T(r)$ denotes temperature (in Kelvin). In the absence of the heat generation source within the shell, the temperature distribution can be obtained by solving the following tow-dimensional heat transfer equation:

Thermal boundary conditions:

At $r = R_i(z)$: $k\left(\frac{\partial T}{\partial r}\cos\beta + \frac{\partial T}{\partial z}\sin\beta\right) = -\tilde{h}_c(T_\infty - T_0)$,

At $r = R_o(z)$: $T = T_0$

Temperature distribution:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rk\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) = 0; \tag{2}$$

where $k = k(r,T)$ is the thermal conductivity; T_∞ is the shell inside fluid temperature; and $\tilde{h}_c$ is the convection heat transfer coefficient of the fluid. Using the virtual work principle, the stress-strain and the shell equilibrium equations based on the linear elasticity theory can be written as (Safaeian et al., 2017):

$$\begin{Bmatrix}\sigma_{rr}\\ \sigma_{\theta\theta}\\ \sigma_{zz}\\ \sigma_{rz}\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0\\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0\\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0\\ 0 & 0 & 0 & C_{55}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\partial u/\partial r - \alpha\Delta T\\ u/r - \alpha\Delta T\\ \partial w/\partial z - \alpha\Delta T\\ \partial u/\partial z + \partial w/\partial r\end{Bmatrix}; \qquad \begin{aligned}&\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} + \rho r\Omega^2 = 0\\ &\frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} = 0\end{aligned} \tag{3}$$

2.2. Solution procedure

The differential quadrature method (DQM) is used to discretize the shell governing equations. According to DQM, the derivatives of a function are simply approximated as a weighted sum of its values at a given sampling points (Safaeian et al., 2017; Malekzadeh and Safaeian, 2013, 2016). Since the computational domain of DQM is a rectangular one, the linear geometric transformation (Eq. 4) is employed to transform the skewed cross section of the conical shell (physical domain) to rectangular computational domain of DQM (Fig. 1(b)).

$$r = R_{ib} + \xi - \eta\,(\sin\beta), \qquad z = \eta\,(\cos\beta) \tag{4}$$

After using the DQM together with the transformation rule (Eq. 4) to discretize the shell thermo-elastic equations, one obtain a system of equations in matrix form which can be written as:

$$[SK]\{d\} = \{F\}; \text{ where, } d = \{[u] \quad [w]\}^T \tag{5}$$

3. Results and discussion

In numerical calculations, Biot number $\left(\text{Bio} = h \times \tilde{h}_c/k_c\right)$ is used as suitable non-dimensional parameter for convective thermal boundary condition (Malekzadeh and Safaeian, 2013; Safaeian et al., 2017).

3.1. Effect of the temperature field

As a first example, the effect of temperature field on the non-dimensional radial displacement (U), radial stress ($\sum_{rr}$), and also the shear stress ($\sum_{zz}$) components of rotating FGM conical shell are investigated in Fig. (2). According to this figure, increasing the shell inside fluid temperature and/or Biot number significantly affects the response components of the FGM conical shell.

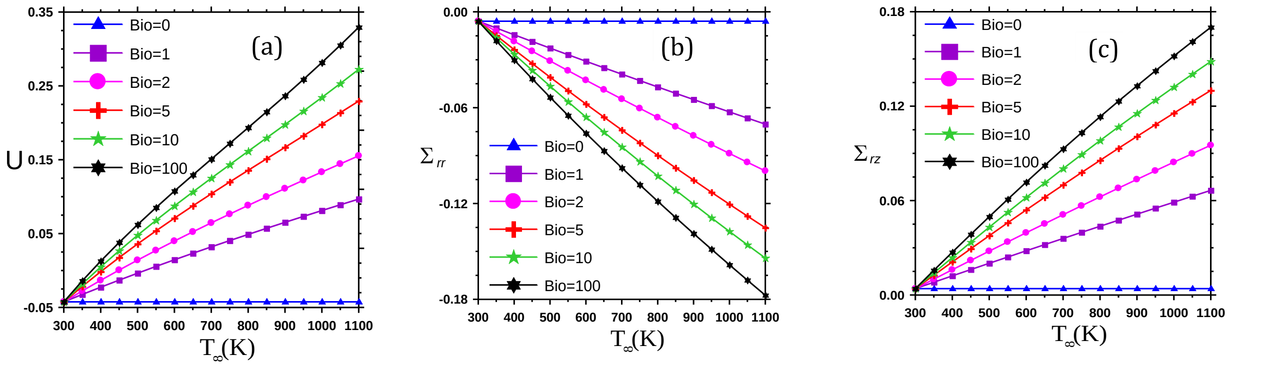


Fig. 2. Effect of temperature field on the non-dimensional response components of the clamped-clamped rotating FGM conical shell [$\beta = 45°, h/R_m = 0.1, \Omega = 100(\text{Rad}/s)$]: (a) Radial displacement, (b) Radial stress, (c) Shear stress

3.2. Effect of annular velocity

In Fig. 3, variations of the system response components against the shell semi-vertex angle (β) and for 5 different values of annular velocity (Ω) are presented. The influence of β on the results is quite obvious. The stress components are increased by increasing Ω, whereas the radial displacement is reduced by increasing Ω.

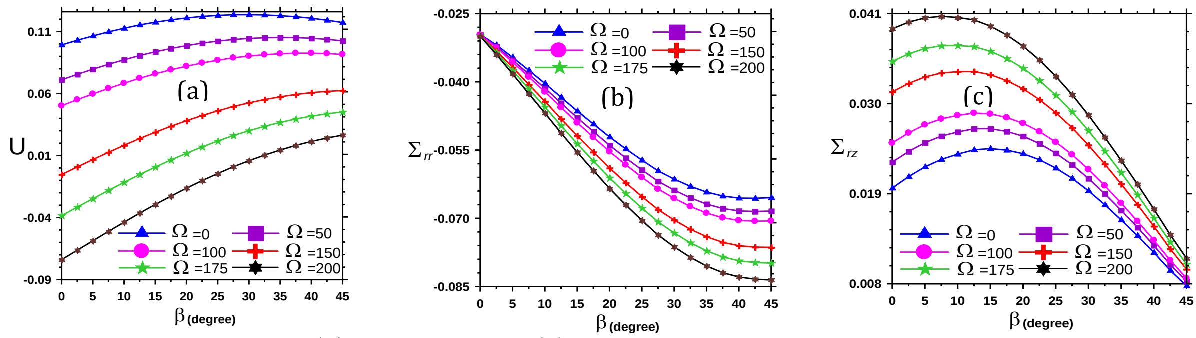


Fig. 3. Effect of annular velocity (Ω) and vertex angle (β) on the non-dimensional response components of the clamped-simply supported FGM conical shell $[h/R_m = 0.4, \mathrm{Bio} = 150]$: (a) Radial displacement, (b) Radial stress, (c) Shear stress

3.3. Effect of temperature dependence of FG material properties

The effect of temperature dependence of FG material properties (Eq. 1) on the response components of rotating FGM conical shell are depicted in Fig. 4. As can be seen, response components of the shell are greatly overestimated when the temperature dependence of FGM properties is not taken into account.

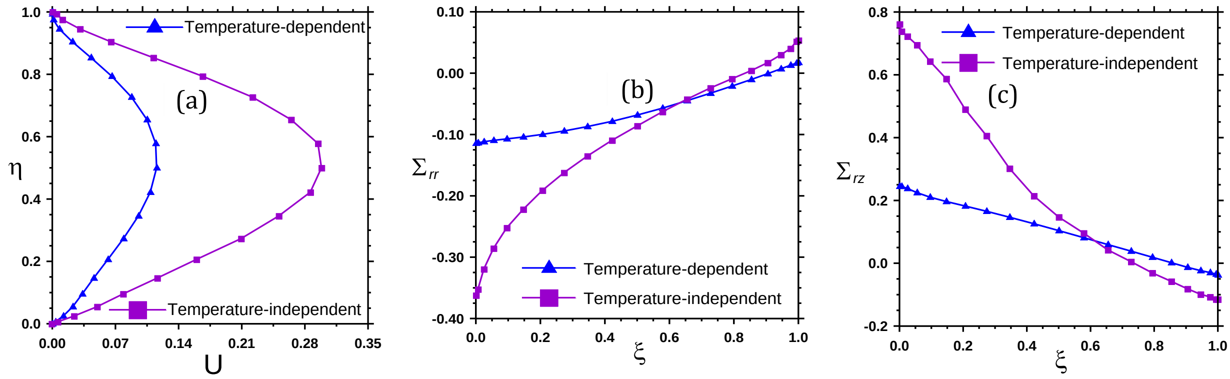


Fig. 4. Effect of temperature dependence of FG material properties on the response components of rotating FGM conical shell $[\beta = 25°, h/R_m = 0.2, \mathrm{Bio} = 10, \Omega = 200(\mathrm{Rad}/s)]$: (a) Radial displacement, (b) Radial stress, (c) Shear stress

4. Conclusions

In the present study, the temperature-dependent DQ thermo-elastic analysis of the rotating FGM truncated conical shells subjected to convective heat transfer effect is investigated. A mapping technique is used to transform skewed sectional area of the shell into computational domain of DQM. The influence of temperature rise, convection heat transfer coefficient, annular velocity, and temperature-dependence of FGM properties on the response components of the shell are carried out. Results show that increasing the temperature rise and/or convection heat transfer coefficient of the fluid causes increasing the response components of the shell. The observations imply that neglecting the temperature dependence of FGM properties may lead to extremely over-estimated and highly conservative results for rotating conical shells. All the displacement and stress components (except for shear stress) increased by increasing the vertex angle of the shell. Besides, increasing the annular velocity leads to decreasing/increasing the displacement/stress components of the shell.

5. References

Malekzadeh P, Safaeian Hamzehkolaei N, "A 3D discrete layer-differential quadrature free vibration of multi-layered FG annular plates in thermal environment", Mechanics of Advanced Materials and Structures, 2013, 20 (4), 316-330.

Malekzadeh P, Safaeian Hamzehkolaei N, “Temperature-dependent discrete layer-differential quadrature bending analysis of the multi-layered functionally graded annular plates rested on two-parameter elastic foundation”, Mechanics of Advanced Materials and Structures, 2016, 23 (1), 43-58.

Safaeian Hamzehkolaei N, Miri M, Rashki M, “Reliability-based design optimization of rotating FGM cylindrical shells with temperature-dependent probabilistic frequency constraints”, Aerospace Science and Technology, 2017, 223-239.