

## طراحی بهینه سازه‌های فضاکار مبتنی بر نظریه قابلیت اطمینان با استفاده از الگوریتم ژنتیک

علی حدیدی<sup>۱\*</sup> و سیمین چیت‌ساز<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشیار گروه سازه، دانشکده فنی مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

<sup>۲</sup> کارشناس ارشد سازه، دانشکده فنی مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

(دریافت: ۹۶/۲/۶، پذیرش: ۹۶/۹/۱۸، نشر آنلاین: ۹۶/۹/۱۹)

### چکیده

بهینه‌سازی سازه‌ها بر اساس نظریه قابلیت اطمینان، با توجه به طبیعت تصادفی پارامترهای سازه‌ای از قبیل خواص مصالح، بارهای خارجی، ابعاد هندسی و غیره مورد توجه ویژه‌ای قرار گرفته است. به کمک نظریه قابلیت اطمینان سیستم‌های سازه‌ای، می‌توان عدم قطعیت‌های ناشی از طبیعت آماری پارامترهای سازه‌ای را به صورت روابط ریاضی درآورد. متعاقباً، می‌توان ملاحظات ایمنی و عملکرد را به طور کمی وارد روند طراحی نمود. در این مقاله طراحی بهینه سازه‌های فضاکار بر اساس کمینه‌سازی وزن تحت محدودیت قابلیت اطمینان اعضا و سیستم سازه‌ای صورت گرفته است. در این مسیر با هم‌گرایی موضعی و زمان طولانی لازم برای انجام محاسبات قابلیت اطمینان در سازه‌های بزرگ مقیاس، روبه‌رو هستیم. هدف از این مقاله ارائه روشی برای رفع این مشکلات می‌باشد. با در نظر گرفتن شاخص قابلیت اطمینان به عنوان محدودیت طراحی، محاسبات بهینه‌سازی احتمال اندیشانه برای سازه‌های بزرگ، در محدوده زمانی بهینه‌سازی یقین‌اندیشانه قرار می‌گیرد. بررسی نتایج نشان می‌دهد، این الگوریتم در نظر گرفته شده برای بهینه‌سازی خرپاهای متقارن با بارگذاری متقارن عملکرد بسیار مناسبی از خود نشان می‌دهد.

**کلیدواژه‌ها:** بهینه‌سازی، سازه‌های فضاکار، قابلیت اطمینان، الگوریتم ژنتیک، المان محدود.

### ۱- مقدمه

موسوم به طراحی بهینه مبتنی بر نظریه قابلیت اطمینان در دهه‌های اخیر بسیار مورد استفاده قرار گرفته است.

در روش بهینه‌سازی مبتنی بر نظریه قابلیت اطمینان، ایمنی طراحی بر پایه احتمال شکست ارزیابی شده و همچنین عدم قطعیت‌های فوق‌الذکر با توزیع احتمالی متغیرهای تصادفی مدل شده‌اند. مؤلفه‌های مورد بررسی با تعریفی از حدود احتمال شکست مقادیر کاربردی، در بازه مقبول برای ایمنی جای خواهند گرفت. این روش کاربردی برای سازه‌های مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرد. از جمله این سازه‌ها می‌توان به سازه‌های فضاکار اشاره نمود. سازه‌های فضاکار یکی از رایج‌ترین سازه‌ها برای پوشش محوطه‌های بزرگ به شمار می‌آیند. این سازه‌ها به علت داشتن ساختار اسکلتی، در عین حال که از سختی بالایی برخوردارند، وزن سازه‌ای بسیار کمی دارند. این سازه‌ها به خصوص در پوشش محوطه‌هایی که وجود ستون‌های میانی در آنها نامطلوب می‌باشد، کاربرد وسیعی دارند. از طرفی به علت این که این نوع سازه‌ها در

بهینه‌سازی بر روی آیت‌ها و متغیرهای قطعی و یقین‌اندیشانه، بهینه‌سازی یقین‌اندیشانه نامیده می‌شود. همچنین با توجه به این که عدم قطعیت‌هایی ناشی از اشتباهات مدل‌سازی و شبیه‌سازی و یا شرایط سرویس مانند تغییرات بارگذاری وجود دارند؛ می‌توان این عدم قطعیت‌ها را در پروسه‌های مختلف ساخت از جمله گوناگونی در خواص مواد، ابعاد هندسی سازه و بارگذاری معرفی نمود. در بهینه‌سازی یقین‌اندیشانه سازه‌ها می‌توان از فاکتورهای قوی ایمنی به جای عدم قطعیت‌ها استفاده کرد. در صورتی که طراحی این نوع سازه‌ها، به سازه‌های بیش از حد محافظه‌کارانه منتهی خواهد شد که مؤثر نخواهد بود. با توجه به این که عدم قطعیت‌ها در هر مرحله از طراحی مهندسی وجود دارند؛ نیاز به وارد کردن فاکتورهای ایمنی در محاسبات بهینه‌سازی یقین‌اندیشانه وجود دارد. به منظور رفع این مشکل روش طراحی دیگری

\* نویسنده مسئول؛ شماره تماس: ۰۴۱-۳۳۳۹۲۳۹۹

Tam و Tao (۲۰۱۲)، با کمک تئوری قابلیت اطمینان سیستم مدل‌های بهینه‌سازی مبتنی بر قابلیت اطمینان سیستم را برای پروژه‌های ساخت مورد استفاده قرار داده‌اند.

در مسیر ارزیابی روش‌های مختلف بهینه‌سازی سازه‌های فضاکار، Togani و Daloglu (۲۰۱۰)، نتایج حاصل از اعمال محدودیت احتمال خرابی بر روی یک سازه فضایی بیست و پنج عضوی با در نظر گرفتن روش‌های مختلف بهینه‌سازی مانند برنامه‌نویسی درجه دو متوالی (SQP)، برنامه‌نویسی محدب (SCP)، استراتژی‌های تکاملی (EVO) و الگوریتم ژنتیک (GA) نشان داده و مورد ارزیابی قرار دادند. در مقایسه نتایج حاصل از روش‌های مختلف، الگوریتم ژنتیک نتایج مطلوب‌تری را از خود نشان داده است.

Enevoldsen (۱۹۹۴)، مسائل بهینه‌سازی سازه‌ها براساس نظریه قابلیت اطمینان را بر پایه نظریه تصمیم‌گیری کلاسیک فرمول‌بندی کرده است. در این روش محدودیت قابلیت اطمینان برای سیستم و نیز برای المان‌های سازه به کار گرفته شده و برای تخمین‌های انجام گرفته از متدهای مرتبه اول قابلیت اطمینان (FORM) برای هر دو نوع محدودیت، استفاده شده است.

Moses و Yuansheng (۱۹۸۶)، روش‌های بهینه‌سازی با پارامترهای تصادفی را روی مدل‌های شکننده و انعطاف‌پذیر مورد مقایسه قرار دادند.

در تحقیق دیگر از Moses با همراهی Luit شرایط بهینه‌سازی بر روی سازه اصلی دست نخورده و نیز سازه پاسخ، بعد از اعمال شرایط بارگذاری، مقایسه شده است. بدین منظور محدودیت سیستم قابلیت اطمینان با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو به کار گرفته شده است (Moses و Luit، ۱۹۹۲). با توجه به مناسب بودن پاسخ‌های الگوریتم ژنتیک برای سازه‌های فضاکار، این ابزار بهینه‌سازی برای انجام محاسبات در این مقاله انتخاب شده است.

وزن سازه از پارامترهای مهم در ارزیابی‌های لرزه‌ای و اقتصادی می‌باشد؛ از این رو بهینه‌سازی وزنی سازه‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشد. قاسمی و قلعه‌نوی با ارائه روابطی وزن سازه را تحت محدودیت قابلیت اطمینان اعضای سازه و نیز تحت محدودیت سیستم سازه کمینه کرده و همچنین با کمینه کردن احتمال خرابی سازه، وزن سازه تحت محدودیت احتمال خرابی کل سازه را بهینه نمودند (قاسمی، ۲۰۰۷).

Davidson و همکاران (۱۹۷)، برای بهینه‌سازی وزنی سازه‌های نامعین با پارامترهای تصادفی فرمول‌سازی عمومی را ارائه داده‌اند. فرمول‌سازی ارائه شده در این تحقیق بر روی چند سازه خرابی و قابی نشان داده شده که بر اساس بیشترین احتمال خرابی سیستم سازه‌ای در نظر گرفته شده است. برای این منظور

مقیاس‌های بزرگ طراحی و ساخته می‌شوند، طراحی سنتی آنها منجر به سازه‌هایی غیر بهینه، سنگین و بسیار پرهزینه می‌شوند. به همین دلیل بهینه‌سازی سازه‌های فضاکار همواره یکی از حوضه‌های فعال تحقیق در زمینه بهینه‌سازی بوده است.

با توجه به اهمیت بهینه‌سازی مبتنی بر قابلیت اطمینان تحقیقات مختلفی در این زمینه صورت گرفته است، در ادامه به چند مورد از تحقیقات اخیر اشاره‌ای می‌کنیم. Yu و همکارانش قابلیت اطمینان را برای طراحی بهینه دمپرهای جرمی تنظیم شده در کنترل لرزه‌ای سازه‌های قطعی و تخمینی به کار گرفته‌اند (Yu و همکاران، ۲۰۱۳).

Antonio (۲۰۰۱)، طراحی بهینه مبتنی بر قابلیت اطمینان تیرهای تقویت شده سازه‌های پوسته‌ای مرکب با رفتار غیر خطی را هدف مطالعات خود قرار داده است. در این تحقیق تنش‌ها و جابه‌جایی‌ها به صورت احتمالی است و تنها محدودیت کماتشی به کار گرفته شده است.

Jiang (۲۰۱۳)، آنالیزهای قابلیت اطمینان سازه‌ها را با استفاده از مدل محدب غیر احتمالی عملی کرده است. در این روش به جای توزیع احتمالی پارامترهای تخمینی، محدودیت‌های آن‌ها به کار گرفته شده است.

Jensen و همکاران (۲۰۰۹)، برای کاهش پروسه‌های بهینه‌سازی مبتنی بر قابلیت اطمینان، از یک گرادیان استاندارد بر اساس الگوریتم متناسب با جستجوی خطی استفاده نموده‌اند.

Lee (۲۰۰۲)، در مقاله خود برای قرارگیری محدودیت‌های احتمالی طراحی بهینه در بازه قابل قبول، دو روش را مورد بحث قرار داده است. این دو روش شامل روش مبتنی بر شاخص قابلیت اطمینان و دیگری روش عملکردی مورد نظر بر اساس احتمالات می‌باشد.

Chen و Ma (۲۰۱۱)، طراحی بهینه دینامیکی سازه‌ها را مبتنی بر قابلیت اطمینان دینامیکی مورد بحث قرار داده‌اند.

در مقاله‌ای از Jalalpour و همکاران (۲۰۱۳)، بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌های خرپایی براساس قابلیت اطمینان با نقص‌های هندسی احتمالی و سختی غیر قطعی صورت گرفته است.

هدف از کار تحقیقی Young تعیین کمیت اثر مواد و تخمین‌های قابل استفاده روی عملکرد روتورهای دریایی خود انطباق و ایجاد یک طراحی بهینه براساس قابلیت اطمینان می‌باشد (Young، ۲۰۱۰).

Sahoo و همکاران (۲۰۱۲)، با پیشینه کردن قابلیت اطمینان سیستم و کمینه نمودن هزینه‌های یک سیستم، محدودیت‌های چندمنظوره مسائل بهینه‌سازی قابلیت اطمینان را با بازه‌های اندازه‌گیری شده قابلیت اطمینان هر مؤلفه در محدوده قابل قبول جای داده‌اند.

- جایگزینی: متناسب با آخرین مرحله، اشخاصی از جمعیت قدیمی کشته می‌شوند و با اشخاص جدید به منظور ایجاد جمعیت تکامل یافته جدید جایگزین می‌شوند.
  - معیارهای توقف: اتمام کار الگوریتم زمانی است که یکی از شرایط نهایی ایجاد شود و همچنین بهترین راه حل در نسل حاضر حاصل شود.
- این پروسه‌ها تا زمانی ادامه می‌یابد که الگوریتم به یک مقدار بهینه‌ای همگرا شده و یا شرایط توقف الگوریتم حاصل شود. به همین منظور پروسه عملیات بهینه‌سازی طولانی است.

### ۳- مفاهیم اساسی نظریه قابلیت اطمینان در سازه‌های فضاکار

شاخه‌ای از تئوری احتمالات، به نام نظریه قابلیت اطمینان (Theory of Reliability) چهارچوبی متین و منطقی برای به حساب آوردن موارد عدم قطعیت در ظرفیت و نیاز در اختیار می‌گذارد. اگر در یک سازه خرابایی متشکل از  $n$  عضو که  $l$  بار بر آن اثر نموده، وضعیتی بررسی گردد که تنش‌های مجاز  $C_{yi}$  و بارهای وارده  $L_j$ ، متغیرهای تصادفی باشند؛ حاشیه ایمنی نیز متغیر تصادفی بوده و احتمال خرابی هر عضو از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$P_{fi} = \Phi \left( -\frac{\bar{M}_i(A_i)}{\sigma_{M_i(A_i)}} \right) \quad (1)$$

در رابطه فوق تابع  $\Phi$ ، تابع توزیع احتمال نرمال استاندارد می‌باشد. همچنین  $\bar{M}_i(A_i)$  و  $\sigma_{M_i(A_i)}$  میانگین و انحراف معیار (جذر واریانس) حاشیه ایمنی عضو  $i$ -ام می‌باشند که برای سازه خرابایی به صورت زیر محاسبه می‌گردند:

$$\bar{M}_i(A_i) = \bar{C}_{yi}A_i - \sum_{j=1}^l a_{ij}(A_i)\bar{L}_j \quad (2)$$

$$\sigma_{M_i}^2(A_i) = \sigma_{C_{yi}}^2 A_i^2 + \sum_{j=1}^l a_{ij}^2(A_i) \sigma_{L_j}^2 \\ = \left( \bar{C}_{yi} CV_{C_{yi}} A_i \right)^2 + \sum_{j=1}^l \left\{ a_{ij}(A_i) \bar{L}_j CV_{L_j} \right\}^2 \quad (3)$$

در روابط فوق،  $\bar{C}_{yi}$  و  $\bar{L}_j$  به ترتیب میانگین تنش تسلیم و بار،  $\sigma_{C_{yi}}^2$  و  $\sigma_{L_j}^2$  به ترتیب واریانس تنش تسلیم و بار و  $CV_{C_{yi}}$  و  $CV_{L_j}$  به ترتیب ضریب پراکندگی تنش تسلیم و بار می‌باشند. همچنین  $a_{ij}(A_i)$  ضریب بار عضو  $i$  ام در اثر بار وارده  $L_j$  و  $l$  تعداد کل بارهای وارده بر سازه است (Kaveh, ۱۹۹۴).

پارامترهای تصادفی با مقادیر میانگین و ضریب پراکندگی‌شان معرفی شده‌اند.

### ۲- معرفی روش الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی سازه‌ها

یکی از ابزارهای پرکاربرد برای بهینه‌سازی سازه‌ها، روش الگوریتم ژنتیک (Genetic Algorithm) می‌باشد. روند کاوشی در بهینه‌سازی وزنی با کمک الگوریتم ژنتیک به گونه‌ای است که هم‌زمان با حصول مقادیر مناسب برای پارامترهایی که وزن سازه را به حداقل می‌رساند، محدودیت‌های طراحی را نیز ارضا می‌نماید. بنابر این در GA با جمعیت (Population) یا مجموعه‌ای از جواب‌های بالقوه به طور هم‌زمان کار می‌کنیم. اصول کار GA به کارگیری قوانین ژنتیک طبیعی برای یافتن یک راه حل تقریبی در حل مسائل بهینه‌سازی مهندسی است. این تکنیک روش مؤثری را برای کاوش در فضاهای بزرگ متغیرهای طراحی فراهم می‌آورد. این روند جمعیتی از جواب‌های ممکن را تحت عنوان کروموزوم‌ها (Chromosomes) اداره می‌کند. هر کدام از این کروموزوم‌های منتخب در دسته‌ای از عملیات تولید مثل وارد می‌شوند تا موقعیت آن‌ها در فضای جستجو بهبود پیدا کند. اولین دسته از جمعیت کروموزوم‌ها به صورت رندوم وارد محاسبات کاوشی می‌شود (Sivanandan, ۲۰۰۸). در حالت کلی GA شامل مراحل زیر می‌باشد:

- ارزیابی: سازگاری  $f(x)$  هر مقدار کروموزوم  $x$  ارزیابی می‌شود.
- انتخاب: تعداد خاصی از جمعیت (دو یا بیشتر)، برای ورود به مرحله تولید مثل انتخاب می‌شوند. در این مرحله GA، اشخاص را بر اساس مقدار تناسب حاصل از مرحله قبل، به طور رندوم انتخاب می‌کند. اشخاص با نسبت تناسب بیشتر، شانس بیشتری برای انتخاب دارند.
- تولید مثل: در این مرحله از اشخاص منتخب که والدین نامیده می‌شوند، فرزندان پرورش می‌یابند. کروموزوم‌های جدید از طریق ادغام و جهش تولید می‌شوند.
- ادغام: فرایندی است که با عمل روی رشته‌های والدین از آن‌ها فرزندان جدیدی تولید می‌کند. بعد از مرحله انتخاب، جمعیت با اشخاص بهتر غنی می‌شوند. تولید مثل، کلون‌هایی از رشته‌های مناسب ایجاد می‌نماید که جدید نیستند.
- جهش: بعد از مرحله ادغام رشته‌ها برای مرحله جهش انتخاب می‌شوند. جهش مانع از گرفتار شدن در کمینه‌های موضعی می‌شود. جهش برای ارزیابی آخرین خواص ژنتیکی به کار گرفته می‌شود. در واقع جهش یک سیاست بیمه‌ای در مقابل از دست دادن آخرین خواص ژنتیکی است (Sivanandan, ۲۰۰۸).

$$g^{(4)} = \max\left(\frac{P_f}{P_{fa}} - 1, 0\right) \quad (14)$$

$$g_i^{(5)} = \max(|\beta_i| < 0) \quad , i = 1, 2, \dots, \text{nom} \quad (15)$$

که در آن  $g^{(4)}, g_i^{(3)}, g_i^{(2)}, g_{j,k}^{(1)}$  به ترتیب قیدهای تغییرمکان، تنش، احتمال خرابی اعضا و احتمال خرابی سیستم می‌باشند و  $g_i^{(5)}$  قید مربوط به شاخص قابلیت اطمینان می‌باشد که در این مقاله به عنوان ایده مناسب برای حل مشکلات مطرح شده معرفی می‌شود. تعداد المان‌های سازه و non تعداد گره‌های سازه بوده و پارامترهایی که اندیس  $u$  دارند ماکسیمم مقدار مجاز مربوط به آن پارامتر می‌باشند.  $\delta_{u(j,k)}$  و  $\delta_{j,k}$  تغییر مکان‌های محاسباتی و تغییر مکان‌های مجاز گره  $i$  ام در جهت درجه آزادی  $k$  ام و  $\sigma_i$  و  $\sigma_{ui}$  به ترتیب تنش‌های موجود و مجاز برای عضو  $i$  ام می‌باشند.  $P_{f_{ai}}$  و  $P_{f_i}$  احتمال خرابی عضو و احتمال خرابی مجاز عضو  $i$  ام و  $P_f$  و  $P_{fa}$  احتمال خرابی سیستم و احتمال خرابی مجاز سیستم و  $\beta_i$  شاخص قابلیت اطمینان برای عضو  $i$  ام می‌باشد.

مقادیر مجاز تنش و لاغری براساس آیین‌نامه AISC-ASD تعیین می‌شود (AISC, ۱۹۸۹). براساس این آیین‌نامه ماکسیمم ضریب لاغری عضو به مقدار ۳۰۰ برای اعضای تحت کشش و به مقدار ۲۰۰ برای اعضای فشاری محدود شده است. برای عضو کششی:

$$\lambda_i = \frac{k_i l_i}{r_i} \leq 300 \quad (16)$$

و برای عضو فشاری:

$$\lambda_i = \frac{k_i l_i}{r_i} \leq 200 \quad (17)$$

که در آن  $k_i$  ضریب طولی مؤثر عضو  $i$  ام است که برای اعضای میله‌ای خرپایی در تحقیق حاضر مساوی یک فرض می‌شود. تنش مجاز کششی برای اعضای کششی از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$F_t = 0.6F_y \quad (18)$$

تنش مجاز فشاری اعضا نیز بر مبنای دو مود شکستی محتمل عضو محاسبه می‌شود. برای کمانش غیرالاستیک ( $\lambda_i > C_c$ ) داریم:

$$\begin{cases} F_a = \frac{\left[1 - \frac{\lambda_i^2}{2C_c^2}\right] F_y}{FS} \\ FS = \frac{5}{3} + \frac{3\lambda_i}{8C_c} - \frac{1\lambda_i^3}{8C_c^3} \end{cases} \quad (19)$$

و برای کمانش الاستیک که ( $\lambda_i \geq C_c$ ) داریم:

$$\begin{cases} F_a = \frac{\left(\frac{\pi^2 E}{\lambda_i^2}\right)}{FS} \\ FS = \frac{23}{12} \end{cases} \quad (20)$$

#### ۴- الگوریتم ژنتیک در بهینه‌سازی بر اساس نظریه قابلیت اطمینان

در حالت کلی در بهینه‌سازی سازه‌های میله‌ای هدف یافتن بردار متغیرهای طراحی به صورت:

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, x_i^l < x_i < x_i^u, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

که تابع برازش  $f(X)$  را مینیمم کند:

$$f(X) = W(X) + P(X) \quad (5)$$

و نیز قیود طراحی را نیز ارضا کند:

$$g^{(1)} \leq 0 \quad (6)$$

$$g^{(2)} \leq 0 \quad (7)$$

$$g^{(3)} \leq 0 \quad (8)$$

در روابط فوق، هر کدام از بردارهای  $x$  یک طرح پیشنهادی بوده و  $x_i^l$  و  $x_i^u$  به ترتیب حدود بالا و پایین متغیر  $i$  ام است.  $W(X)$  تابع هدف یا تابع وزن و  $P(X)$  تابع جریمه می‌باشد.

#### ۴-۱- تابع هدف

در مسائل بهینه‌سازی در مهندسی عمران عمدتاً هدف کمینه کردن وزن سازه یا همان مصالح مصرفی است. در این پژوهش نیز تابع هدف وزن سازه می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$W = \sum_{i=1}^{\text{nom}} \rho_i L_i A_i \quad (9)$$

که در آن  $A_i$  مساحت سطح مقطع المان  $i$  ام،  $L_i$  طول المان  $i$  ام،  $\rho_i$  وزن ویژه المان  $i$  ام و  $\text{nom}$  بیانگر تعداد اعضای سازه می‌باشد. این رابطه با فرض،  $\rho_i = \rho$  به شکل ساده زیر قابل بیان است:

$$W = \rho \sum_{i=1}^{\text{nom}} L_i A_i \quad (10)$$

#### ۴-۲- قیود مسئله

در مسأله حاضر محدودیت‌های عملکردی و سرویس‌دهی سازه‌های میله‌ای به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$g_{j,k}^{(1)} = \frac{\delta_{j,k}}{\delta_{u(j,k)}} - 1 \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, \text{non}, \quad k = 1, 2, 3 \quad (11)$$

$$g_i^{(2)} = \frac{\sigma_i}{\sigma_{ui}} - 1 \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, \text{nom} \quad (12)$$

$$g_i^{(3)} = \sum_{i=1}^{\text{nom}} \max\left(\frac{P_{f_i}}{P_{f_{ai}}} - 1, 0\right) \quad (13)$$

تحتانی احتمال خرابی سیستم‌های سازه‌ای پیشنهاد شده است که از روی آن‌ها می‌توان کرانه‌های شاخص قابلیت اطمینان سیستم را به دست آورد. از آن جمله روش‌های متداول کرانه‌ای می‌توان به روش کرنل<sup>۲</sup>، دیتلفسن<sup>۳</sup> و ون مارک<sup>۴</sup> اشاره نمود. این روش‌ها برای گروه خاص سیستم‌های سری با مدهای خرابی همبسته پیشنهاد شده‌اند. بدین ترتیب روش‌های ذکر شده برای ارزیابی قابلیت اطمینان خرپاهای معین استاتیکی و یا قاب‌هایی با رفتار پلاستیک، که مکانیزم‌های پلاستیک به منزله مدهای انهدام آن‌ها هستند و وقوع هر یک از این مدها باعث انهدام کلی سازه می‌شود، قابل استفاده هستند.

#### ۵-۱- کرانه‌های کرنل<sup>۵</sup>

کرنل احتمال خرابی یک سیستم سازه‌ای بر حسب کرانه‌های فوقانی و تحتانی را به صورت زیر پیشنهاد می‌کند (Cornell, ۱۹۶۷):

$$\max^k \{P(M_i \leq 0)\} \leq P_F \leq 1 - \prod_{i=1}^k \{1 - P(M_i \leq 0)\} \quad (25)$$

یا به طور ساده‌تر،

$$\max^k P_i \leq P_F \leq 1 - \prod_{i=1}^k (1 - P_i) \quad (26)$$

در رابطه فوق،  $P_F$  احتمال خرابی کلی سیستم سازه‌ای،  $k$  تعداد کل مدهای خرابی سازه،  $P_i$  احتمال وقوع هر مد خرابی  $i$  و  $M_i$  تابع عملکرد یا حاشیه ایمنی مد خرابی  $i$ -ام است. در این پژوهش از کرانه‌های کرنل استفاده شده است.

#### ۶- معرفی روش پیشنهادی

با توجه به حجم زیاد محاسبات در روش‌های فراکوشی و نظریه قابلیت اطمینان، انجام تحلیل‌های احتمال اندیشانه به خصوص در سازه‌های بزرگ مقیاس بسیار زمان‌بر می‌باشد. از طرفی نیاز به کاوش فضاهای پاسخ ممکن، احتمال گرفتار شدن در بهینه‌های موضعی را به مراتب افزایش می‌دهد. بنابراین برای کاهش این مشکلات به روش‌هایی کارا با قابلیت همگرایی بالا نیازمندیم. بر همین اساس در این مقاله سعی خواهیم کرد روش مناسبی برای حل این گونه مسائل ارائه نماییم. در روش پیشنهادی با نگاهی ویژه به حل مشکلات موجود پرداخته شده است. در این روش سعی گردیده برای دست یافتن به سرعت‌های بالای حل مسئله و همچنین رهایی از گرفتار شدن در بهینه‌های موضعی راهکاری مناسب ارائه شود.

که در روابط فوق  $E$  مدول الاستیسیته،  $F_y$  تنش تسلیم فولاد و  $\lambda_i = \frac{k.L_i}{r_i}$  ضریب لاغری اعضا می‌باشد.  $L_i$  و  $r_i$  به ترتیب طول و شعاع ژیراسیون عضو  $i$  ام و  $k$  ضریب طول مؤثر آن است که برابر یک در نظر گرفته می‌شود. FS ضریب اطمینان و  $C_c$  لاغری بحرانی است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}} \quad (21)$$

#### ۴-۳- تابع جریمه

توابع جریمه در الگوریتم‌های ژنتیک راهکاری جهت اعمال قیود طراحی می‌باشند. رایج‌ترین تابع جریمه‌ای که عموماً در مسائل مهندسی به کار می‌رود تابع جریمه‌ای می‌باشد که توسط Krishnamoorthy و Rajeev پیشنهاد شده است (Rajeev و Krishnamoorthy, ۱۹۹۲). این تابع در مسائل بهینه‌سازی وزن سازه‌ها به صورت زیر است:

$$P(X) = R_p \cdot C \cdot W(X) \quad (22)$$

$$C = \sum v^{(n)} \quad (23)$$

که در آن  $W(X)$  وزن سازه،  $R_p$  ضریب جریمه که بسته به نوع مسأله تعیین می‌شود و  $v^{(n)}$  مقدار نرمالیز شده تجاوز  $n$  امین قید طراحی از محدوده مجاز آن می‌باشد و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$v^{(n)} = \begin{cases} g^{(n)} & g^{(n)} > 0 \\ 0 & g^{(n)} \leq 0 \end{cases} \quad n = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (24)$$

علامت سیگما روی تمامی المان‌ها و گره‌هایی بسته شده است که برای آن‌ها قیدی اعمال می‌شود.

در تحقیق حاضر مقدار  $R_p$  در جریان بهینه‌سازی چنان تنظیم می‌شود که هم از ایجاد طرح‌هایی نامناسب و غیر قابل قبول ممانعت به عمل آید و هم از بالارفتن وزن سازه‌های طراحی شده جلوگیری شود.

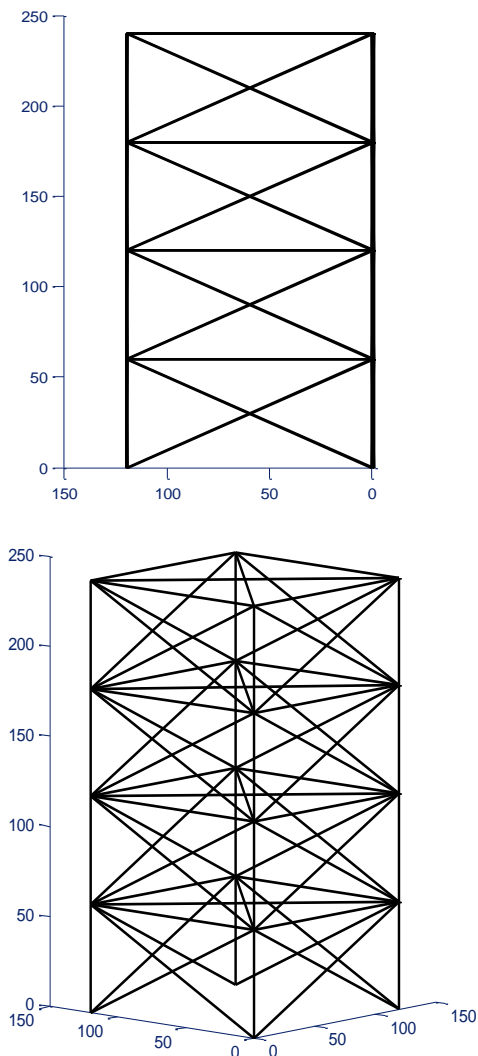
#### ۵- روش‌های کرانه‌ای احتمال خرابی سیستم‌های سازه‌ای

در ارزیابی قابلیت اطمینان سیستم‌های سازه‌ای، مدهای خرابی هنگامی رخ می‌دهند که حاشیه‌های ایمنی نظیرشان کوچک‌تر از صفر باشد. لذا احتمال خرابی کل سیستم، به نوع معادلات حاشیه‌های ایمنی بستگی پیدا می‌کند. با توجه به این بحث، روش‌های کرانه‌ای<sup>۱</sup> متعددی برای تعیین کرانه فوقانی و

4. Vanmarcke  
5. Cornell's Bounds

1. Bounding Methods  
2. Cornell  
3. Ditlevsen

تسلیم  $172/3 \text{ N/mm}^2$  فرض شده است. مقادیر ضریب پراکندگی تنش تسلیم تمامی اعضا و تمامی بارهای مؤثر بر سازه برابر با  $0/1$  در نظر گرفته شده است. با فرض احتمال خرابی مجاز  $4/7 \times 10^{-7}$  برای اعضا، احتمال خرابی مجاز برای کل سازه  $2/88 \times 10^{-5}$  می‌باشد. کمینه مساحت در نظر گرفته شده برای این مثال  $64/51 \text{ mm}^2$  می‌باشد. محدودیت تنش در این مثال  $172/3 \text{ N/mm}^2$  و محدودیت جابه‌جایی برابر با  $6/35 \text{ mm}$  در نظر گرفته شده است. گروه‌بندی اعضا در جدول نشان داده شده است. در جدول (۱) مقادیر بهینه شده تحت دو محدودیت عنوان شده نشان داده شده است و این نتایج حاصل با نتایج Huang مقایسه شده است (Huang, 2009). در روش حاصل هیچ عدول از قیدی وجود نداشته و نتایج، بهینه‌تر از نتایج موجود می‌باشد.



شکل ۱- خرابی فضایی ۷۲ عضوی

جدول ۱- نتایج بهینه‌سازی برای خرابی فضایی ۷۲ عضوی

ایده‌ی بنیادین به کار گرفته شده در این روش استفاده از قید حاکم بر شاخص قابلیت اطمینان است. این قید به صورت معیاری برای کنترل مقادیر بهینه مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این ایده مقادیر شاخص قابلیت اطمینان محاسبه شده برای هر عضو، با توجه به پارامترهای تصادفی به عنوان معیار کنترل و انتخاب مقادیر برچیده شده الگوریتم ژنتیک به کار گرفته می‌شود. انتخاب این قید باعث جهت دهی سریع و هوشمندانه پاسخ‌های بهینه خواهد بود. در حالت کلی می‌توان گفت به کارگیری این روش باعث حل مشکل بهینه‌های موضعی در روش‌های فراکوشی خواهد گردید. بر اساس فرمول‌بندی‌های قابلیت اطمینان، شاخص قابلیت اطمینان از فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$\beta_c = \frac{E[M]}{D[M]} = \frac{E[R]-E[S]}{\sqrt{\text{Var}[R]+\text{Var}[S]}} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (27)$$

در رابطه فوق،  $\beta_c$ ، شاخص قابلیت اطمینان<sup>۶</sup> یا شاخص ایمنی، در این رابطه متغیر تصادفی  $R$ ، تنش تسلیم مصالح و متغیر تصادفی  $S$ ، تنش ایجاد شده می‌باشد، حاشیه ایمنی و  $E[M]$  میانگین حاشیه ایمنی و  $D[M]$  انحراف معیار حاشیه ایمنی می‌باشد.  $\text{Var}[R]$  و  $\text{Var}[S]$  به ترتیب واریانس تنش تسلیم و واریانس تنش می‌باشد.  $E[S]$  و  $E[R]$  نیز به ترتیب میانگین تنش تسلیم و میانگین تنش می‌باشد.

در روش پیشنهادی، شاخص قابلیت اطمینان به عنوان قیدی در تابع جریمه در نظر گرفته شده است. این قید برای کنترل جستجوی فضای پاسخ ممکن به گونه‌ای به کار گرفته می‌شود که مقادیر شاخص حاصل در محدوده قابل قبول و اجرایی قرار گیرند. کارایی روش پیشنهادی برای زمینه‌های عنوان شده در سه مثال مختلف نشان داده شده است.

## ۷- مثال‌های عددی

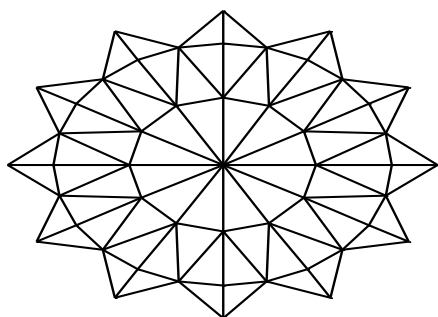
در این بخش سه مثال عددی مورد بررسی قرار می‌گیرند. نمونه‌های عنوان شده تحت بهینه‌سازی وزن شامل دو نوع محدودیت قابلیت اطمینان سیستم و اعضا قرار می‌گیرند.

### ۷-۱- خرابی فضایی ۷۲ عضوی

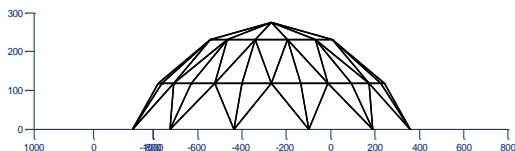
در مثال حاضر خرابی فضایی ۷۲ عضوی شکل (۱)، مورد بررسی قرار گرفته است، مقادیر مدول الاستیسیته و چگالی به ترتیب برابر با  $68/94 \text{ KN/mm}^2$  و  $2/76 \times 10^{-8} \text{ KN/mm}^3$  در نظر گرفته شده است. مقادیر میانگین بارگذاری برای این سازه در گره هفدهم به شدت  $22/24 \text{ KN}$  در جهت مثبت محور  $x$  و  $y$  و در جهت منفی محور  $z$  بر سازه اعمال می‌شود. مقدار میانگین تنش

حداکثر تغییر مکان مجاز کلیه گره‌ها در هر سه جهت محورهای مختصات برابر با  $0.5 \text{ mm}$  فرض شده است. با فرض احتمال خرابی مجاز  $4/7 \times 10^{-7}$  برای اعضا، احتمال خرابی مجاز برای کل سازه  $4/8 \times 10^{-5}$  می‌باشد.

این نتایج حاصل با نتایج مقاله Lee مقایسه شده است (Lee, 2004). در روش حاصل هیچ عدول از قیدی وجود نداشته و نتایج، بهینه‌تر از نتایج موجود می‌باشد. همگرایی در نسل‌های اولیه رخ می‌دهد. مدت زمان بهینه‌سازی صورت گرفته به صورت میانگین برای دوره‌های تکرار برنامه، در حدود ۲۰ دقیقه محاسبه شده که این زمان برای بهینه‌سازی یقین‌اندیشانه برابر با ۱۵ دقیقه به دست آمده است. مقدار بهبود وزنی  $14/2\%$  حاصل شده است.



-600 -400 -200 0 200 400 600 800



شکل ۲- گنبد فضایی ۱۲۰ عضوی

### ۳-۷- سازه فضایی ۲۰۰ عضوی

در این مثال به بهینه‌سازی وزن سازه فضایی ۲۰۰ عضوی شکل (۳)، می‌پردازیم. همان‌طور که در جدول (۳) نشان داده شده است. اعضای سازه به ۳ گروه دسته‌بندی شده است که متغیرهای اندازه مسئله را تشکیل می‌دهند. بر زه بالایی این سازه بار  $13/5 \text{ KN}$  وارد می‌شود. مینیمم مساحت المان در این مثال برابر با  $300 \text{ mm}^2$  در نظر گرفته شده است. مدول الاستیسیته در این مثال برابر  $210 \text{ KN/mm}^2$ ، چگالی مصالح  $7/975 \text{ KN/mm}^3$  و تنش تسلیم فولاد برابر با  $150 \text{ N/mm}^2$  در نظر گرفته شده است. مقادیر ضریب پراکندگی تنش تسلیم تمامی اعضا و تمامی بارهای مؤثر بر سازه برابر با  $0/1$  در نظر گرفته شده است.

گروه اعضا	نتایج Huang	با قابلیت اطمینان سیستم	با قابلیت اطمینان اعضا
$A_1 - A_4$	۱۳۵۴/۸۳	۱۲۰۲/۵۷	۱۲۰۲/۵۷
$A_5 - A_{12}$	۳۸۷/۰۹	۳۱۰/۹۶	۳۱۰/۹۶
$A_{13} - A_{16}$	۶۴/۵۱	۶۴/۵۱	۶۴/۵۱
$A_{17} - A_{18}$	۶۴/۵۱	۷۹/۳۵	۷۹/۳۵
$A_{19} - A_{22}$	۹۰۳/۲۲	۷۱۹/۳۵	۷۱۹/۳۵
$A_{23} - A_{30}$	۳۲۲/۵۸	۳۲۲/۵۸	۳۲۲/۵۸
$A_{31} - A_{34}$	۶۴/۵۱	۶۴/۵۱	۶۴/۵۱
$A_{35} - A_{36}$	۶۴/۵۱	۶۴/۵۱	۶۴/۵۱
$A_{37} - A_{40}$	۳۲۲/۵۸	۲۹۴/۱۹	۲۹۴/۱۹
$A_{41} - A_{48}$	۳۲۲/۵۸	۳۲۲/۵۸	۳۲۲/۵۸
$A_{49} - A_{52}$	۶۴/۵۱	۶۴/۵۱	۶۴/۵۱
$A_{53} - A_{54}$	۶۴/۵۱	۶۴/۵۱	۶۴/۵۱
$A_{55} - A_{58}$	۱۲۹/۰۳	۶۴/۵۱	۶۴/۵۱
$A_{59} - A_{66}$	۳۲۲/۵۸	۳۲۲/۵۸	۳۲۲/۵۸
$A_{67} - A_{70}$	۱۹۳/۵۴	۲۲۶/۴۵	۲۲۶/۴۵
$A_{71} - A_{72}$	۴۵۱/۶۱	۳۸۷/۰۹	۳۸۷/۰۹
وزن	۱۷۳۰/۰۹	۱۶۶۴/۲۰	۱۷۴۰/۲۸
زمان محاسبات	۴ دقیقه	۵ دقیقه	۵ دقیقه
احتمال خرابی مجاز		$2/8 \times 10^{-5}$	$4/7 \times 10^{-7}$
احتمال خرابی حاصل		$6/03 \times 10^{-7}$	$< 4/7 \times 10^{-7}$

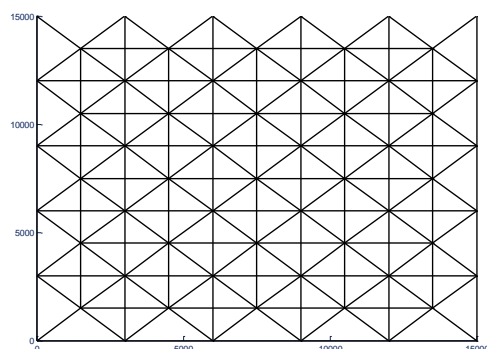
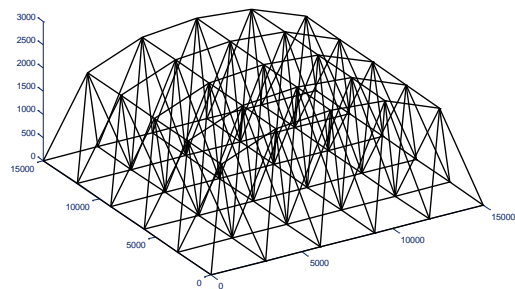
هم‌گرایی در زمان ۵ دقیقه و در نسل ۵ رخ می‌دهد. برای بهینه‌سازی یقین‌اندیشانه زمان محاسبه در حدود ۴ دقیقه می‌باشد. مقدار وزنی این سازه در حدود  $3\%$  نسبت به حالت یقین‌اندیشانه بهبود داشته است.

### ۲-۷- گنبد فضایی ۱۲۰ عضوی

در این مثال به بهینه‌سازی وزن گنبد ۱۲۰ عضوی شکل (۲)، می‌پردازیم. همان‌طور که در جدول (۲) نشان داده شده است اعضای سازه به ۷ گروه دسته‌بندی شده است که متغیرهای اندازه مسئله را تشکیل می‌دهند. به جز گروه‌های تکیه گاهی به بقیه گره‌های گنبد بارهای قائم به این شرح وارد می‌شود: بار  $60 \text{ kN}$  در گره ۱، بار  $30 \text{ kN}$  در گره‌های ۲ تا ۱۴ و بار  $10 \text{ kN}$  در بقیه گره‌های گنبد وارد می‌شود. مینیمم مساحت المان در این مثال برابر با  $500 \text{ mm}^2$  در نظر گرفته شده است. مدول الاستیسیته در این مثال برابر  $210 \text{ N/mm}^2$ ، چگالی مصالح  $7/975 \text{ KN/mm}^3$  و تنش تسلیم فولاد برابر با  $400 \text{ N/mm}^2$  در نظر گرفته شده است. مقادیر ضریب پراکندگی تنش تسلیم تمامی اعضا و تمامی بارهای مؤثر بر سازه برابر با  $0/1$  در نظر گرفته شده است. رابطه شعاع ژیراسیون برای مقاطع لوله‌ای از رابطه  $r_i = 0.4993A_i^{0.6777}$  قابل محاسبه می‌باشد (Soh, 1994).

حداکثر تغییر مکان مجاز کلیه گره‌ها در هر سه جهت محوره‌های مختصات برابر با ۲۰ mm فرض شده است. با فرض احتمال خرابی مجاز  $1 \times 10^{-5}$  برای اعضا، احتمال خرابی مجاز برای کل سازه  $2 \times 10^{-3}$  می‌باشد.

همگرایی در نسل‌های اولیه (زیر ۵) رخ می‌دهد. برای بهینه‌سازی احتمال اندیشانه زمان محاسبه نتایج به طور میانگین برای چندین تکرار انجام شده در حدود ۳۰ دقیقه حاصل شد، به همین ترتیب برای بهینه‌سازی یقین اندیشانه محاسبات Togon و Danoglu در حدود ۳۰ دقیقه بوده است (Danoglu و Togon، ۲۰۰۶). جواب‌های وزنی بسیار نزدیک به هم می‌باشد.



جدول ۳- نتایج بهینه‌سازی سازه فضایی ۲۰۰ عضوی

جدول ۲- نتایج بهینه‌سازی گنبد فضایی ۱۲۰ عضوی

اعضا	نتایج Lee	قابلیت اطمینان سیستم	قابلیت اطمینان اعضا	احتمال خرابی (برای محدودیت سیستم) ( $10^{-9}$ )	احتمال خرابی (برای محدودیت اعضا) ( $10^{-7}$ )
$A_1 - A_{12}$	۲۱۲۵/۸۰	۱۹۶۷/۰۹	۱۹۸۰/۶۴	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
$A_{13} - A_{24}$	۱۵۴۵/۸۰	۱۵۷۴/۱۹	۱۶۳۸/۷۰	۰/۰۰۹۲	۰/۰۰۰۱
$A_{25} - A_{28} - A_{31}$ $A_{34} - A_{37} - A_{40}$ $A_{43} - A_{46} - A_{49}$ $A_{52} - A_{55} - A_{58}$	۲۴۹۹/۳۴	۲۱۲۵/۸۰	۲۱۴۵/۸۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
$A_{26} - A_{27} - A_{29} - A_{30}$ $A_{32} - A_{33} - A_{35} - A_{36}$ $A_{38} - A_{39} - A_{41} - A_{42}$ $A_{44} - A_{45} - A_{47} - A_{48}$ $A_{50} - A_{51} - A_{53} - A_{54}$ $A_{56} - A_{57} - A_{59} - A_{60}$	۱۶۵۸/۷۰	۱۴۴۳/۲۲	۱۴۴۶/۴۴	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
$A_{61} - A_{84}$	۷۴۱/۹۳	۴۳۰/۳۲	۲۷۸/۰۶	۰/۱۰۵۱	۰/۹۹۱۵
$A_{85} - A_{88} - A_{91}$ $A_{94} - A_{97} - A_{100}$ $A_{103} - A_{106} - A_{109}$ $A_{112} - A_{115} - A_{118}$	۲۱۴۹/۰۲	۱۷۹۸/۰۶	۱۶۴۸/۳۸	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
$A_{86} - A_{87} - A_{89} - A_{90}$ $A_{92} - A_{93} - A_{95} - A_{96}$ $A_{98} - A_{99} - A_{101} - A_{102}$ $A_{104} - A_{105} - A_{107} - A_{108}$ $A_{110} - A_{111} - A_{113} - A_{114}$ $A_{116} - A_{117} - A_{119} - A_{120}$	۱۷۹۶/۱۲	۱۴۹۶/۱۲	۱۵۷۱/۶۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
وزن (KN)	۸۷/۶۶	۷۵/۹۲	۷۵/۲۰		
زمان محاسبات	۱۵ دقیقه	۲۰ دقیقه	۲۰ دقیقه	$\sum P_{fi} = 1/14 \times 10^{-10}$	$\sum P_{fi} = 9/91 \times 10^{-8}$
احتمال خرابی مجاز		$4/8 \times 10^{-5}$	$4/7 \times 10^{-7}$		



جدول ۳- نتایج بهینه‌سازی سازه فضایی ۲۰۰ عضوی

اعضاء	نتایج Togan و Danoglu	با احتمال خرابی سیستم	با احتمال خرابی اعضا	احتمال خرابی (با محدودیت سیستم) $(10^{-3})$	احتمال خرابی (با محدودیت اعضا) $(10^{-5})$
$A_1 - A_{60}$	۳۰۶	۴۰۱/۳۸۷	۳۰۲/۴۹۹	۰/۰۰۰	۰/۵
$A_{61} - A_{160}$	۸۱۹	۵۵۵/۷۰۸	۱۰۹۴/۵۹۱	۰/۴۶۷۸	۰/۶۹
$A_{161} - A_{200}$	۱۵۵۲	۱۳۲۱/۹۳۳	۸۱۰/۵۹۳	۰/۰۰۰	۰/۴
وزن (KN)	۲۲/۶۸	۳۲/۳۲۵۰	۳۹/۴۵۰۴	$\sum P_{fi} = ۴/۶۷ \times 10^{-۴}$	$\sum P_{fi} = ۷/۹ \times 10^{-۵}$
زمان محاسبات	۳۰ دقیقه	۳۰ دقیقه	۳۰ دقیقه		
احتمال خرابی مجاز		$۲ \times 10^{-۳}$	$۱ \times 10^{-۵}$		

## ۸- نتیجه‌گیری

با توجه به مثال‌های حل شده می‌توان بیان نمود که:

- با کمک الگوریتم پیشنهادی محاسبات بهینه‌سازی احتمال اندیشانه برای سازه‌های بزرگ، در محدوده زمانی بهینه‌سازی یقین اندیشانه قرار می‌گیرد.
- با اعمال قید مربوط به شاخص قابلیت اطمینان، نتایج بهینه‌سازی در نسل‌های اولیه حاصل شده و از قرارگیری در بهینه‌های موضعی جلوگیری می‌شود.
- در این روش، بهینه‌سازی احتمال اندیشانه برای کمینه‌سازی وزن سازه‌های متقارن با بارگذاری متقارن بسیار مناسب می‌باشد.
- با توجه به این که بهینه‌سازی احتمال اندیشانه وابستگی شدیدی به نحوه بارگذاری بر روی سازه دارد، لذا برای سازه‌های بزرگ مقیاس با بارگذاری نامتقارن در محدوده وزنی بهینه‌سازی یقین اندیشانه قرار می‌گیرد.
- سازه‌های بهینه‌سازی شده با روش پیشنهادی دارای شرط ایمنی در طول عمر مفید سازه می‌باشد، در صورتی که سازه‌های بهینه شده یقین اندیشانه چنین تضمینی برای سازه‌ها ارائه نمی‌دهند.

## ۸- مراجع

- قاسمی م، قلعه‌نوی م، مستخدمین حسینی ح، "بهینه‌سازی سازه-های خرابایی بر اساس نظریه قابلیت اعتماد به کمک الگوریتم وراثتی"، دانشگاه سیستان بلوچستان، مرداد ۱۳۸۷.
- Jalalpour M, Guest JK, Igusa T, "Reliability-Based Topology Optimization of Trusses with Stochastic Stiffness", *Structural Safety*, 43, 2013, 41-49.
- Jensen HA, Valdebenito MA, G.I. Schueller, Kusanovic DS, "Reliability-Based Optimization of Stochastic Systems Using Line Search. Comut", *Methods Applied Mechanical Engineering*, 198, 2009, 3915-3924.
- Jiang C, Bi RG, Lu GY, Han X, "Structural Reliability Analysis Using Non-Probabilistic Convex Model", *Comput, Methods Applied Mechanical Engineering* 254, 2013, 83-98.
- کاوه ع و، کلات جاری، و، "نظریه قابلیت اعتماد و کاربرد آن در مهندسی سازه"، دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۷۳.
- Lee JO, Yang YS, Ruy WS, "A Comparative Study on Reliability-Index and Target-Performance-Based Probabilistic Structural Design Optimization", *Computers and Structures*, 80, 2002, 257-269.
- Lee KS, Geem ZW, "A New Structural Optimization Method Based on the Harmony Search Algorithm", *Journal of Computer and Structure*, 82, 2004, 781-798.
- Li LJ, Huang ZB, Liu F, "A heuristic particle swarm optimization method for truss structures with discrete variables", *Journal of Computer and Structure*, 87, 2009, 435-443.
- Luit YW, Moses F, "Truss optimization Including Reserve and Residual Reliability Constraints", *Computers and structural*, 1992: 42 (3), 355-363.
- Ma J, Gao W, Wriggers P, Chen J, Sahraee SH, "Structural Dynamic Optimal Design Based on Dynamic Reliability", *Engineering structures*, 33, 2011, 468-476.
- Rajeev S, Krishnamoorthy CS, "Discrete Optimization of Structures Using Genetic Algorithms", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 1992, 118, (5), 1233-1250.
- Sahoo L, Bhunia AK, Kapur PK, "Genetic Algorithm Based Multi-Objective Reliability Optimization in Interval environment", *Computers and Industrial Engineering*, 62, 2012, 152-160.

- American Institute of Steel Construction (AISC), *Manual of Steel Construction-Allowable Stress Design*. Chicago, 1989.
- Conceicao CA, Antonio A, "Hierarchical Genetic algorithm For Reliability Based Design of Geometrically Non-Linear Composite Structures", *Composite Structures*, 54, 2001, 37-47.
- Cornell CA, *Bounds on the Reliability of structural Systems* *Journal of Structural Division*, ASCE, 1967, 93 no. ST1, 171-200.
- Davidson JW, Felton LP, Hart GC, "Optimum design of structures with Random Parameters", *Computers and structures*, 7, 1977, 481-486.
- Enevoldsen I, Sorensen JD, "Reliability Based Optimization in structural engineering", *Structural safety*, 15, 1994, 169-196.

- Sivanandan SN, Deepa SN, "Introduction to Genetic Algorithms", Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2008.
- Soh CK, Yang JP, "A genetic algorithm approach for shape optimization of trusses, Journal Compute, Civil Engineering 8, 1994, 309-325.
- Tao R, Tam ChM, "System Reliability Optimization Model for construction Projects via System Reliability Theory", Automation in Construction, 22, 2012, 340-347.
- Togan V, Daloglu A, "Optimum Design of a Truss System under the Constraint of Failure Probability", The Bulletin of The Istanbul Technical University, 54.
- Togan V, Daloglu AT, "Optimization of 3D Trusses with Adaptive Approachin Genetic Algorithm", Engineering Structures, 24, 2006, 1019-1027.
- Young YL, Baber JW, Motley MR, "Reliability-Based Design and Optimization of Adaptive Marine Structures", Composite Structures, 244, 2010, 244-253.
- Yu FH, Gillot M, Ichchou, "Reliability Based Robust Design Optimization for Tuned Mass Damper in Passive Vibration Control of Deterministic/Uncertain Structures", Sound and Vibration, 332, 2013, 2222-2238.
- Yuansheng F, Moses F, "Optimum design Redundancy and Reliability of Structural Systems", Computers and structures, 1986, 24, (2), 239-251.

## EXTENDED ABSTRACT

# Reliability-Based Optimal Design of Space Structures Using Genetic Algorithm

Ali Hadidi\*, Simin Chitsaz

Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

Received: 26 April 2017; Accepted: 09 December 2017

---

### Keywords:

Optimization, Space structures, Reliability, Genetic algorithm, Finite element.

---

## 1. Introduction

Optimization by explicit and deterministic variables is called deterministic optimization. It is known that there are wide varieties of uncertainties which are originated from the errors in modeling and simulation and condition of services such as changes in loading. Moreover, we must consider these uncertainties in different stages of design process of structures. Some of the most important factors which should be considered in structural designing are variation of material properties, geometrical dimensions of the structures, and the loading patterns. On the other hand, deterministic optimization on structures uses the strong safety factors instead of uncertainties. Thus, the resultant designed-structures are leading to the excessive conservative structures that would not be economical and optimal. According to, existing some uncertainties in each level of engineering design process; it is required to consider safety factors in computation of the deterministic optimization. In order to resolve this problem, an efficient approach is recently developed which is called reliability based optimal design. In this method the safety of structures are evaluated based on the failure probability and the aforementioned uncertainties are modeled by the probability distribution of random variables. Finally, the investigated components embedded in the assessed acceptable ranges of safety which is introduces with the failure definition. This practical method can be applied to different structures.

Space structures are one of the most common structures that covering the large landscapes. These structures are light-weight possessing high stiffness due to their skeletal configuration. Specially, these structures are extensively used where middle columns are undesirable. On the other hand, since these structures are designed and constructed in large scales, classical design method leads to non-optimal, heavy, and very costly structures. Consequently, in recent years optimization of space structures has been one of the significant fields for optimization researches.

## 2. Methodology

### 2.1. Genetic Algorithm

Genetic algorithm is a stochastic optimization method to find the set of state variables that minimize the weight of structure. The algorithm has the task of exploring the appropriate values of parameters for which the minimum weight of structure is obtained and the same time all the constraints are satisfied. GA uses natural genetic rule to find an approximate solution of complex engineering optimization problems. This technique provides an efficient approach to search large space of design variables handling a population of possible solution as chromosomes. Each of these abstract chromosomes experiences a set of reproduction operators to improve their position in search space. GA initiates the search of solution by first generating a randomly created population of chromosomes. Then, genetic algorithm performs an iterative process to make the population involve (Sivanandan, 2008).

---

\* Corresponding Author

E-mail addresses: a\_hadidi@tabrizu.ac.ir (Ali Hadidn), s.chitsaz89@ms.tabrizu.ac.ir (Simin Chitsaz).

## 2.2. Reliability theory fundamentals in space structures

A branch of statistics, so-called reliability theory, provides a sensible and mathematical framework to take into account the probable uncertainties in variables of phenomena. Assume that in a space truss comprising from  $n$  bar elements is under a loading case. Now, we are to investigate the conditions in which the allowable stresses and applied loads are stochastic variables. Moreover, the safety margins are also a stochastic variable, therefore, the failure probability of each element can be calculated as:

$$P_{fi} = \Phi\left(-\frac{\bar{M}_i(A_i)}{\sigma_{M_i}(A_i)}\right) \quad (1)$$

Where,  $\Phi$  is the normal distribution standard function? And,  $\bar{M}_i(A_i)$  and  $\sigma_{M_i}(A_i)$  are average and variance of safety margins for  $i$ -th element, respectively.

## 2.3. Proposed method

Regarding vast amount of computational efforts needed in heuristic approaches and reliability theory, performing probabilistic analysis would be very time consuming specially in large scale structures. Moreover, exploration of large solution spaces increases the probability of trapping in local optima. Then, in order to resolve these difficulties, we need some robust algorithms with high performance. Based on these facts, in this paper we mostly target this kind of problems. In the proposed method, several efficient suggestions are made to increase the convergence speed of problem solving algorithm and decrease the probability of trapping in local optima.

The basic idea of the proposed method is use of a constraint for the reliability index. In this idea calculated amounts of reliability due to stochastic parameters for each member would be controlling criteria for selected values of genetic algorithm. Generally employing this method can resolve the problem of local optima in heuristic algorithms.

According to the reliability theory formulation, the reliability index is calculated from:

$$\beta_c = \frac{E[M]}{D[M]} = \frac{E[R] - E[S]}{\sqrt{\text{Var}[R] + \text{Var}[S]}} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (2)$$

Where,  $\beta_c$  is reliability index or safety index, the stochastic variable  $R$  is the yielding stress of material and  $S$  is the stochastic variable of observed stresses. Moreover,  $M$  is safety margins,  $E[M]$  and  $D[M]$  are average safety margin and its variance, respectively.  $\text{Var}[R]$  and  $\text{Var}[S]$  are variance of yielding stress and variance of observed stress, respectively.  $E[R]$  and  $E[S]$  are average of yielding stress and average of observed stress, respectively (Thoft-Chri Stensen, 1986).

In the presented method, reliability index is considered as additional constraints in the penalty function. This constraint is employed to explore the feasible solutions in such a way that the reliability index embedded in the acceptable and practical range.

## 3. Results and discussions

Three examples have been showed in this paper. We have optimized these structures with reliability constraints of structural components and reliability constraints of structural system as whole. Proficiency of the proposed algorithm can be concluded from these numerical examples. The first example is 72 bar space grid that we have achieved better results than others. The average time of repeating computation of probabilistic optimization is about 5minutes. While, deterministic optimization of this structure is done approximately in 4 minutes. The weight of this structure has been improved by about 3% compared with the deterministic case. The second example is 120 bar space dome that the weight of this structure has been improved by about 14.2% compared with deterministic case. By repeating the computation of probabilistic optimization, the average time is about 20minutes. Deterministic optimization of this structure is done approximately in 15 minutes. Because of the reliability index is so sensitive to the loading pattern, this developed method can operate more impressively on the symmetric structures under symmetric loading pattern. The third example is 200 bar space grids that we have reached similar structural weight. Computation structure is done approximately in 15 minutes. Because of the reliability index is so sensitive to the loading pattern, this developed method can operate more impressively on the symmetric structures under symmetric loading pattern. The third example is 200 bar space grids that we have reached similar structural weight.

Computation of probabilistic optimization, took about 30minutes. This observation would be meaningful when deterministic optimization of this structure is done approximately in 30 minutes too.

#### **4. Conclusions**

According to the results obtained from the numerical examples the following consequences can be concluded:

- Using of proposed algorithm, computational time in probabilistic optimization of large-scale structure decrease to the time needed for deterministic optimization of these structures.
- Applying the constraints based on the reliability index, the desirable convergence is achieved in the initial generations and the problem of trapping in local optima is almost resolved.
- This developed method can operate more impressively on the symmetric structures under symmetric loading pattern.
- The structures designed by this new method would have desirable degree of safety during their life times; however, there is no such a guaranty for the deterministically optimized structures.

#### **5. References**

- Sivanandan SN, Deepa SN, "Introduction to Genetic Algorithms". Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2008.
- Thoft-Chri Stensen P, Murotso Y, "Application of Structural Systems Reliability Theory", Springer-Verlag, Berlin, 1986.