

## شبیه‌سازی عددی جریان سیال غیرنیوتنی گذرنده از روی سیلندر دایروی ساکن در داخل کانال

کیوان فلاح\*

محمد طیبی رهنی

آتنا قادری

استادیار، عضو باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، واحد ساری، دانشگاه آزاد اسلامی، ساری، ایران

استاد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، موسسه آموزش عالی روزبهان، ساری، ایران

### چکیده

در مطالعه حاضر جریان سیال غیرنیوتنی گذرنده از روی سیلندر دایروی ساکن واقع در یک کانال با استفاده از روش شبکه بولتزمن شبیه سازی شده است. رژیم جریان ناپایا و دو بعدی ( $Re=100$ ) برای شاخص‌های سیال غیرنیوتنی مدل توانی ( $0.4 \leq n \leq 1.8$ ) و چهار نسبت انسداد ۲، ۴، ۶ و ۸ بررسی شده است. برای بررسی رفتار سیال غیرنیوتنی، مدل توانی بکار گرفته شده است. نتایج عددی حاضر با نتایج عددی و آزمایشگاهی پیشین مقایسه شده است. اثرات شاخص توانی و نسبت انسداد بر روی کانتور ورتیسیت، متوسط ضریب پسا، نوسانات ضریب برا و توزیع متوسط زمانی فشار، با جزئیات، مطالعه شده است. نتایج نشان می‌دهد که طبیعت پایا یا تناوبی بودن جریان عبوری بر روی سیلندر دایروی به مقادیر شاخص توانی و نسبت انسداد وابسته می‌باشد. بطور کلی، برای شاخص توانی ثابت با افزایش نسبت انسداد، متوسط ضریب پسا کاهش می‌یابد. برای همه نسبت انسدادهای در نظر گرفته شده به جز  $B=2$ ، متوسط ضریب پسا با تغییر خواص سیال از سیال رقیق شونده برشی به غلیظ شونده برشی افزایش می‌یابد. **واژه‌های کلیدی:** سیلندر دایروی ساکن؛ سیال غیرنیوتنی؛ روش شبکه بولتزمن.

## Numerical Simulation of Non-Newtonian Fluid over a Stationary Circular Cylinder in the Channel

K. Fallah

Young Researchers and Elite Club, Sari Branch, Islamic Azad University, Sari, Iran

M. Taeibi Rahni

Department of Aerospace Engineering, Sharif University, Tehran, Iran

A. Ghaderi

Department of Mechanical Engineering, University College of Rouzbahan, Rouzbahan, Iran

### Abstract

In the current study, the non-Newtonian fluid over a stationary circular cylinder has been simulated using the lattice Boltzmann method. The regime of 2D and unsteady flow ( $Re=100$ ) for different non-newtonian power-law indices ( $0.4 \leq n \leq 1.8$ ) and four different aspect ratios of 2, 4, 6 and 8 has been investigated. The power-law model was used for describing the non-Newtonian behavior of the fluid. The results have been compared with previous experimental and numerical results. The effects of the power-law index and aspect ratio on the vorticity contour, average drag coefficient, fluctuations of lift coefficient and time averaged of pressure coefficient have been studied in detail. The results show that the steady or unsteady fluid behavior depend on power-law index and aspect ratio. Generally, the average of drag coefficient decreases by increasing aspect ratio at fixed power-law index. For all considered aspect ratio, except  $B=2$ , the average of drag coefficient increases when the fluid behavior changes from shear thinning to shear-thickening.

**Keywords:** Stationary Circular Cylinder, Non-Newtonian Fluid, Lattice Boltzmann Method.

دیوار بر روی جریان مطالعات کم‌تری صورت گرفته است. بطور نمونه

زواتو و پدیزی [۷]، چاکرابرتی و همکاران [۸]، رحیمی و همکاران [۹] و سیمها و سیماترا [۱۰] به بررسی اثرات متفاوت بر روی یک سیلندر در داخل کانال پرداختند.

اگرچه مسأله جریان و انتقال گرما سیال نیوتنی از روی سیلندر و پدیده‌های مربوط به آن به طور گسترده‌ای در سال‌های پیشین مورد بررسی قرار گرفته است، ولی در زمینه خواص سیال غیرنیوتنی این نوع جریان مطالعات بسیار اندکی صورت گرفته است. بیشتر سیالات واقعی مورد استفاده در صنایع مکانیکی و شیمیایی رفتار غیرنیوتنی از خود نشان می‌دهند، بدین صورت که گرادبان سرعت یک رابطه غیرخطی با تنش برشی دارد. شناخت رفتار این‌گونه سیالات در جریان سیال و انتقال گرما به دلیل کاربرد گسترده آنها در صنایع شیمیایی و بیوشیمیایی، صنایع پتروشیمی، مبدل‌های گرمایی و ... ضروری به نظر

### ۱- مقدمه

مطالعه و بررسی ویژگی‌های جریان و انتقال گرما سیالات نیوتنی حول سیلندر دارای سابقه طولانی است. در صنعت، کاربردهای متعددی برای اینگونه اجسام می‌توان مشاهده نمود از جمله جریان حول دودکش‌ها، ساختمان‌ها و سازه‌های بلند، سازه‌های دریایی، پل‌های معلق، برج‌ها، دکل‌ها و وسایل اندازه گیری اشاره نمود. تحقیقات آزمایشگاهی و عددی فراوانی در این زمینه انجام شده است که از جمله آنها تحقیقات مربوط به پرانتل [۱]، کاتانچو و منارد [۲]، میتال و کومار [۳]، خان و همکاران [۴] و یان و همکاران [۵] می‌باشند. این تحقیقات به حدی زیاد بوده است که زادارویچ [۶] در کتاب خود نتایج اکثر محققان را گردآوری نموده است. تا کنون عمده تحقیقات انجام گرفته در این خصوص، بر جریان‌های خارجی حول سیلندر متمرکز بوده و در زمینه جریان حول مانع در داخل کانال و شناخت تاثیرات

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: keyvan.fallah@iausari.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۱/۲۶

تاریخ پذیرش: ۹۵/۰۱/۱۸

می‌رسد. سیویکومار و همکاران [۱۱] اثر شاخص توانی ( $0.3 \leq n \leq 1.8$ ) بر روی عدد رینولدز بحرانی (که در آن گردابه‌ها ناپایدار می‌شوند)، عدد استروهمال و ضریب متوسط پسا را بصورت عددی برای جریان حول سیلندر در جریان آزاد مورد مطالعه قرار دادند. باهراتی و همکاران [۱۲] به بررسی جریان سیال غیرنیوتنی در اطراف یک سیلندر دایروی در داخل کانال پرداختند و اثرات عدد رینولدز و خواص سیال غیرنیوتنی را بر روی جریان سیال و ضریب پسا بررسی نمودند. پاتانانا و همکاران [۱۳] جریان ناپایا غیرنیوتنی عبوری از روی یک سیلندر دایروی ساکن در جریان آزاد را با استفاده از نرم افزار Fluent شبیه سازی نمودند. آنها اثرات شاخص توانی ( $0.4 \leq n \leq 1.8$ ) و عدد رینولدز ( $40 \leq Re \leq 400$ ) بر روی متغیرهای جریان مانند خطوط جریان، الگوی گردابه، توزیع فشار، عدد استروهمال و ضرایب پسا و برا را مورد بحث و بررسی قرار دادند. پاتانانا و همکاران [۱۴] خصوصیات انتقال گرما جابجایی اجباری سیال غیرنیوتنی عبوری از یک سیلندر دایروی ساکن در جریان آزاد را بصورت عددی با استفاده از نرم افزار Fluent شبیه سازی نمودند. محدوده اعداد رینولدز، شاخص توانی و عدد پرناتل در مطالعات آنها، به ترتیب، بین ۴۰ تا ۱۴۰، ۰/۴ تا ۱/۸ و ۱ تا ۱۰۰ در نظر گرفته شد. نجات و همکاران [۱۵] با استفاده از روش شبکه بولتزمن به شبیه‌سازی جریان سیال غیرنیوتنی عبوری از روی سیلندر دایروی در داخل کانال در اعداد رینولدز کمتر از ۴۰ پرداختند. بیژام و همکاران [۱۶] با استفاده از نرم‌افزار Ansys- Fluent جریان سیال غیرنیوتنی از نوع دایلاتانت عبوری از روی یک سیلندر دایروی که بصورت نامتقارن در داخل کانال قرار گرفته را شبیه‌سازی نمودند.

در سالهای اخیر روش شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی پدیده‌های فیزیکی به طور موفق به کار گرفته شده است. این روش به علت ساده بودن پیاده سازی آن روی سخت افزارهای معمول و به دلیل ماهیت موضعی محاسبات دارای قابلیت موازی سازی می‌باشد. زیبایی اصلی این مدل، سادگی آن است. مساله حائز اهمیت در مورد جریان‌های غیرنیوتنی، ثابت نبودن لزجت می‌باشد که می‌تواند باعث بروز ناپایداری در فرآیند حل گردد [۱۷]. اما با توجه به ماهیت جنبشی روش شبکه بولتزمن، این روش، توانایی محاسبه مستقیم نرخ برش محلی با دقت مرتبه دو را داراست [۱۸]. از سویی دیگر، یکی از مزایای روش شبکه بولتزمن این است که تانسور لزجت سیالات غیر نیوتنی بصورت محلی می‌تواند محاسبه گردد که این امر موجب افزایش سرعت محاسبات می‌گردد.

با توجه به مطالب بیان شده، در می‌یابیم که، در زمینه جریان سیالات غیرنیوتنی عبوری از سیلندر دایروی در داخل کانال کمتر مورد توجه محققان قرار گرفته است و مطالعات صورت گرفته مربوط به رژیم جریان پایا می‌باشد. از اینرو، در مطالعه حاضر با در نظر گرفتن یک استوانه ساکن در داخل کانال دو بعدی یک سیال غیرنیوتنی در رژیم ناپایا بصورت عددی با استفاده از روش شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار گرفته است. اثر تغییر شاخص توانی ( $0.4 \leq n \leq 1.8$ ) برای عدد رینولدز ۱۰۰ برای چهار نسبت انسداد مختلف ۰.۲، ۰.۴، ۰.۶ و ۰.۸ بر روی کانتور گردابه، ضریب پسا، نوسانات ضریب برا و توزیع فشار بر روی سطح سیلندر انجام شده است.

## ۲- روش عددی

در این بخش، روش شبکه بولتزمن که برای شبیه سازی مسأله حاضر استفاده شده، توضیح داده می‌شود.

### ۲-۱- روش شبکه بولتزمن با ضریب آسایش چندگانه<sup>۱</sup>

در مقاله حاضر مدل نه سرعتی دو بعدی شبکه بولتزمن (که به مدل D2Q9 معروف است (شکل ۱) با ضریب آسایش چندگانه، استفاده شده است. شکل تکاملی این معادله بصورت زیر می‌باشد [۲۰]:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x} + \mathbf{e}_\alpha \Delta t, t + \Delta t) - \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} \mathbf{M} [\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{f}^{eq}(\mathbf{x}, t)] \quad (1)$$

که در آن  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$  بردار تابع توزیع در مکان  $\mathbf{x}$  و زمان  $t$  بوده و به صورت زیر است:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = [f_0, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7, f_8]^T \quad (2)$$

که در آن  $f_\alpha$  نشانگر تابع توزیع در راستای بردار سرعت  $\mathbf{e}_\alpha$  در مکان  $\mathbf{x}$  و لحظه  $t$  می‌باشد و حرف  $T$ ، بیانگر عملگر ترانپوز می‌باشد.

در شبکه D2Q9، بردار سرعت گسسته،  $\mathbf{e}_\alpha$  به قرار زیر است:

$$\mathbf{e}_\alpha = \begin{cases} (0, 0) & \alpha = 0 \\ (\cos[(\alpha - 1)\pi/2], \sin[(\alpha - 1)\pi/2])c & \alpha = 1, 2, 3, 4 \\ \sqrt{2}(\cos[(\alpha - 5)\pi/2 + \pi/4], \sin[(\alpha - 5)\pi/2 + \pi/4])c & \alpha = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (3)$$

همچنین در رابطه (۲)،  $f_\alpha^{eq}(\mathbf{x}, t)$  بیانگر تابع توزیع تعادلی می‌باشد که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$f_\alpha^{eq} = w_\alpha \rho \left[ 1 + 3 \frac{(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u})}{c^2} + \frac{9(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u})^2}{2c^4} - \frac{3u^2}{2c^2} \right] \quad (4)$$

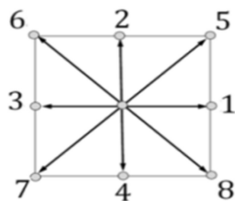
که در آن ضرایب وزنی  $w_\alpha$  برای ذرات ساکن ( $\alpha=0$ ) برابر ۴/۹، ۱/۹ برای  $\alpha=1, 2, 3, 4$  و  $\alpha=5, 6, 7, 8$  برای ۱/۳۶ و برای  $\alpha=5, 6, 7, 8$  می‌باشد. همچنین  $C = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  سرعت پایه روی شبکه بوده و  $\Delta x$  و  $\Delta t$  به ترتیب اندازه شبکه و گام زمانی هستند.

در فضای گسسته مونتوم، چگالی جرمی محلی  $\rho$  سرعت محلی  $\mathbf{u}$  به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$\rho = \sum_{\alpha=0}^8 f_\alpha \quad (5)$$

$$\mathbf{u} = \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha=0}^8 \mathbf{e}_\alpha f_\alpha \quad (6)$$

سرعت صوت در این مدل برابر است با  $c_s = c/\sqrt{3}$ .



شکل ۱- سرعتها در مدل نه سرعتی

فرآیند تکاملی معادله گسسته شده شبکه بولتزمن با ضریب آسایش چندگانه را در دو مرحله می‌توان بیان کرد. مرحله ی برخورد

<sup>1</sup> Multiple-relaxation-time lattice Boltzmann equation

ساختاری و بازدهی مناسب این مدل، برای شبیه سازی سیالات غیرنیوتنی استفاده شده است. ویسکوزیته سیالات غیرنیوتنی بصورت زیر می باشد:

$$\mu = \mu_0 |\dot{\gamma}|^{n-1} \quad (14)$$

که  $\dot{\gamma}$ ،  $\mu_0$  و  $n$  به ترتیب نرخ تغییر شکل، شاخص مدل توانی و ضریب سازگاری هستند.  $\mu_0$  جزو خواص یک سیال غیر نیوتنی در مدل توانی می باشد. بازه تغییرات شاخص مدل توانی بصورت  $1 < n < 2$  می باشد.  $n=1$  نشان دهنده سیال نیوتنی است و برای  $n > 1$  نرخ افزایش لزجت ظاهری با افزایش نرخ تغییر شکل، افزایش می یابد که چنین سیالاتی به سیالات دایلاتانت یا غلیظ شونده برشی معروف هستند. برای  $n < 1$ ، نرخ افزایش لزجت ظاهری با افزایش نرخ تغییر شکل، کاهش خواهد یافت. سیالاتی با چنین رفتاری را به عنوان سیالات شبه پلاستیک<sup>۱</sup> یا رقیق شونده برشی معرفی می کنند. نرخ برش با تانسور نرخ کرنش بصورت زیر با هم مرتبط می شوند:

$$D_{II} = \sum_{\eta, \delta=1}^L \varepsilon_{\eta\delta} \varepsilon_{\delta\eta} \quad (15)$$

$$\dot{\gamma} = \sqrt{D_{II}} \quad (16)$$

مقدار  $L=2$  برای شبیه سازی دو بعدی است. همانگونه که بیان شد، به منظور شبیه سازی سیال غیرنیوتنی وابسته به نرخ کرنش، مقادیر برش در هر نقطه بایستی محاسبه گردد. تانسور نرخ کرنش می تواند از تعریف معادله (۱۱) و اعمال روش اختلاف محدود روی سرعت های ماکروسکوپی به دست آید. از سویی دیگر با توجه به ویژگی های خاص روش شبکه بولتزمن، تانسور نرخ کرنش می تواند با استفاده از رابطه (۱۲) به صورت محلی و در مقیاس مزوسکوپی بدست آید.

### ۳- مشخصات مسئله مورد مطالعه

در این بخش مشخصات هندسی، شرایط مرزی و اعداد بی بعد حاکم در این تحقیق بیان می شود.

#### ۳-۱- مشخصات هندسی

شکل ۲ نشان دهنده هندسه مورد بررسی در این مقاله است. یک استوانه دو-بعدی به قطر  $D$  در داخل یک کانال مستطیلی به عرض  $H$  و به طول  $L$  در نظر گرفته شده است. که سیلندر در وسط کانال قرار گرفته شده است. جریان سیال غیرنیوتنی با پروفیل سرعت سهمی وارد کانال می گردد و از اطراف استوانه عبور می کند. به منظور کاهش تاثیر شرایط مرزی ورودی و خروجی بر حل میدان جریان، با توجه به کار بهاراتی و همکاران [۱۲]  $\frac{L_u}{D} = 10$  و  $\frac{L_d}{D} = 40$  در نظر گرفته شده است.

(معادله ۷) و جایجایی (معادله ۸). در مرحله برخورد تابع توزیع احتمال ذرات فرضی روی نقاط شبکه در زمان  $t$  به هم برخورد می کنند و در مرحله جاری شدن، ذرات در فاصله زمانی  $\Delta t$  در مسیرهای مشخص به نقاط مجاور انتقال پیدا می کنند. معادلات این مراحل، به صورت زیر بیان می شوند:

$$\tilde{f}_{\alpha}^{-}(x, t) = f_{\alpha}(x, t) + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} [\mathbf{R}(x, t) - \mathbf{R}^{eq}(x, t)] \quad (7)$$

$$f_{\alpha}(x + e_{\alpha} \delta t, t + \delta t) = \tilde{f}_{\alpha}^{-}(x, t) \quad (8)$$

$\mathbf{M}$  یک ماتریس مربعی  $9 \times 9$  می باشد که بردارهای  $\mathbf{f}$  و  $\mathbf{f}^{eq}$  را توسط  $\mathbf{R} = \mathbf{M} \mathbf{f}$  و  $\mathbf{R}^{eq} = \mathbf{M} \mathbf{f}^{eq}$  به برداری در فضای مومنتم تبدیل می کند و به قرار زیر می باشد:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

و همچنین  $\mathbf{S}$  ماتریس قطری آرامش به قرار زیر می باشد:

$$\mathbf{S} = \text{diag}(s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8) \quad (10)$$

بدلیل بقای جرم و مومنتم قبل و بعد از برخورد، مقادیر  $s_0, s_3, s_5$  و  $s_7$  صفر قرار داده می شوند و  $s_1, s_2, s_4, s_6, s_8$  بین صفر تا ۱ می توانند انتخاب گردند، البته، بهتر است که این مقادیر برای پایداری بهتر، کمی بیشتر از یک اختیار شوند. در مطالعه حاضر،  $s_1 = s_2 = s_4 = s_6 = 1/1$  در نظر گرفته شده اند. همچنین مقادیر  $s_3 = s_8$  به اجبار باید برابر باشند و با لزجت دینامیکی بصورت زیر در ارتباط هستند.

$$\mu = \rho C_s^2 \Delta t \left( \frac{1}{S_7} - \frac{1}{2} \right) = \rho C_s^2 \Delta t \left( \frac{1}{S_8} - \frac{1}{2} \right) \quad (11)$$

از آنجائیکه لزجت دینامیکی سیالات غیرنیوتنی با نرخ برشی یا گرادین سرعت رابطه دارد، بنابراین نرخ برش در هر نقطه باید محاسبه گردد، که این عمل بوسیله تانسور نرخ کرنش مشخص می شود:

$$\varepsilon_{\eta\delta} = \frac{1}{2} (\nabla_{\delta} u_{\eta} + \nabla_{\eta} u_{\delta}) \quad (12)$$

یکی از مزایای روش شبکه بولتزمن این است که تانسور لزجت سیالات غیر نیوتنی بصورت محلی نیز محاسبه می گردد. تانسور نرخ کرنش در مدل شبکه بولتزمن با ضریب آسایش چندگانه بصورت زیر می باشد [۱۹]:

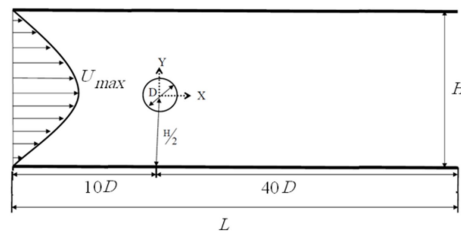
$$\varepsilon_{\eta\delta} = -\frac{1}{2\rho C_s^2 \Delta t} \times \sum_{i=0}^8 \mathbf{e}_{\eta} \mathbf{e}_{\delta} \quad (13)$$

$$\sum_{j=0}^8 (\mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} \mathbf{M})_{ij} [f_j(x, t) - f_j^{eq}(x, t)]$$

#### ۲-۱-۱- مدل توانی

مدل های گوناگونی برای سیالات غیر نیوتنی ارائه شده است که هر کدام از آنها در محدوده خاصی از نرخ برش و تنش اعمال شده اولیه کاربرد دارند. در این مقاله از مدل توانی به علت سادگی معادله

<sup>1</sup> Pseudo plastic



شکل ۲- هندسه مورد بررسی

### ۲-۳- شرایط مرزی

در این قسمت شرایط مرزی در دیواره‌های کانال، سطح سیلندر، ورودی کانال، خروجی کانال و سطح سیلندر بیان می‌شود.

### ۱-۲-۳- شرایط مرزی دیواره‌های کانال

بر روی دیواره‌های کانال شرط مرزی عدم لغزش برقرار است که برای برقراری این شرایط در روش شبکه بولتزمن، از شرط مرزی موسوم به پرش به عقب<sup>۱</sup> بکار گرفته می‌شود.

### ۲-۲-۳- شرایط مرزی ورودی

در ورودی شرایط مرزی سرعت توسعه یافته برای سیال توانی به صورت معادلات (۱۷) قابل بیان است.

$$\begin{cases} u = U_{\max} \left( 1 - \left( \frac{2y}{H} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right) \\ v = 0 \end{cases} \quad (17)$$

برای اعمال شرایط مرزی سرعت در روش شبکه بولتزمن از روشی که زو و هی [۲۰] بیان نمودند، استفاده می‌گردد.

### ۳-۲-۳- شرایط مرزی خروجی

شرایط مرزی برونابی که بوسیله یو و همکاران [۲۱] برای مرزی خروجی بکار برده شده است، که بصورت زیر می‌باشد:

$$f_{\alpha}(N_x, j) = 2f_{\alpha}(N_x - 1, j) - f_{\alpha}(N_x - 2, j) \quad (18)$$

$N_x$  تعداد شبکه در جهت  $x$  می‌باشد.

### ۴-۲-۳- شرایط مرزی روی سطح سیلندر

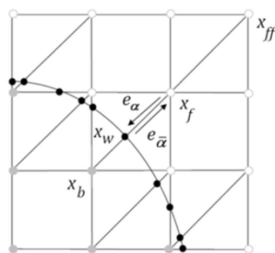
به منظور شبیه‌سازی حرکت اجسام با مرز منحنی درون سیالات و محاسبه نیروهای وارد شده بر آن‌ها، لازم است روش‌های مناسبی برای اعمال شرایط مرزی بکار برده شود. فیلیپوا و هانل [۲۲] با استفاده از برونابی خطی مدلی را برای اعمال شرایط مرزی سرعت ارائه دادند. و همکارانش [۲۳-۲۵] این مدل را بهبود بخشیدند و محدودیت‌های آن را نیز برطرف کردند. در این مقاله از مدلی کهمی و همکارانش [۲۳-۲۵] بیان نمودند، استفاده می‌شود. در مورد مرزهای جامد درون سیال، شرط مرزی سرعت بر روی دیواره‌های جامد با محاسبه  $f_{\alpha}$  دیواره به صورت تقریبی قابل اعمال خواهد بود. در شکل ۳ یک مرز خمیده که

ناحیه مربوط به سیال را از بخش جامد جدا می‌کند بر روی شبکه نه سرعته نشان داده شده‌است. نقطه‌ای از شبکه که در بخش سیال و در مجاورت دیواره جسم قرار دارد با  $x_f$  و گره‌ای که در ناحیه جامد و در مجاورت دیواره قرار دارد با  $x_b$  نمایش داده می‌شود. نقطه حاصل از برخورد خطوط شبکه با مرز واقعی جسم نیز با  $x_w$  معرفی می‌گردد. سرعت روی دیواره جامد با  $u_w$  بیان می‌شود. مومنتم ذره سیال که از  $x_b$  به سمت  $x_f$  در حال حرکت است با  $e_{\alpha}$  و مومنتم ذره‌ای که برعکس آن از  $x_b$  به سمت  $x_f$  حرکت می‌کند با  $e_{\bar{\alpha}}$  نمایش داده می‌شود به گونه‌ای که  $e_{\bar{\alpha}} = e_{\alpha}$  می‌باشد. بعد از انجام مرحله برخورد،  $\tilde{f}_{\alpha}(x_f)$  برای همه نقاط  $x_f$  و همه جهت‌ها  $\alpha$  مشخص می‌شود. اما مقدار بعد از برخورد  $\tilde{f}_{\alpha}(x_b)$  که از یک نقطه مرز جامد  $x_b$  به سمت  $x_f$  قصد حرکت دارد هنوز مشخص نیست. از روابط زیر که از میانابی توابع برخورد ذرات سیال بدست آمده اند و دارای دقت خوبی هستند برای بدست آوردن  $\tilde{f}_{\alpha}(x_b)$  استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{\alpha}(x_b, t) = & (1-\lambda)\tilde{f}_{\alpha}(x_f, t) + \lambda f_{\alpha}(x_b, t) \\ & - 2\frac{3}{2} w_{\alpha} \rho(x_f) (e_{\alpha} \cdot u_w) \end{aligned} \quad (19)$$

که داریم:

$$\begin{aligned} f_{\alpha}(x_b, t) = & f_{\alpha}^{eq}(x_f, t) \\ & + \frac{3}{2} w_{\alpha} \rho(x_f) e_{\alpha} \cdot (u_{sf} - u_f) \end{aligned} \quad (20)$$



شکل ۳- چگونگی قرارگیری مرز خمیده بر روی شبکه

### ۳-۳- اعداد بی بعد حاکم

اعداد بی بعد که در شبیه سازی جریان حائز اهمیت می‌باشند،

عبارتند از:

$$\begin{aligned} t^* = \frac{2U_{ave} t}{D}, \text{Re} = \frac{\rho U_{ave}^{2-n} D^n}{\mu_0}, B = \frac{H}{D} \\ C_D = \frac{2F_x}{\rho U_{ave}^2 D}, C_L = \frac{2F_y}{\rho U_{ave}^2 D}, C_P = \frac{2(P - P_{\infty})}{\rho U_{ave}^2} \end{aligned}$$

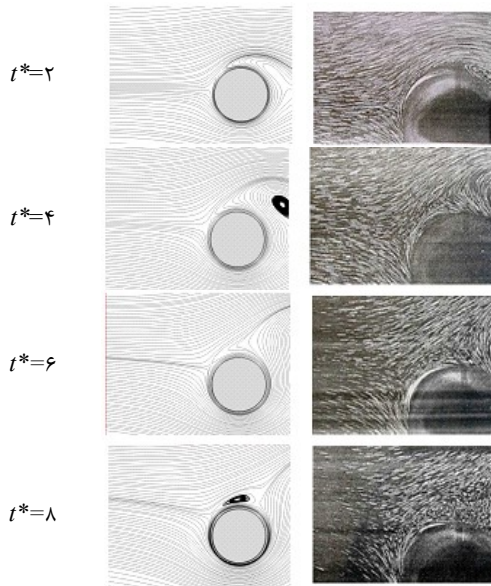
که  $t^*$  زمان بی بعد،  $Re$  عدد رینولدز،  $B$  نسبت انسداد،  $C_D$  ضریب پسا،  $C_L$  ضریب برا و  $C_P$  ضریب فشار می‌باشند. در روابط فوق،  $F_x$  و  $F_y$  به ترتیب، نیرو در جهت  $x$  و نیرو در جهت  $y$  می‌باشند. برای محاسبه نیرو از روش مبادله مومنتم [۲۶] استفاده شده است. این روش بر اساس انتقال مومنتم بوسیله ذرات سیال به ذرات جسم جامد در مرحله جاری شدن می‌باشد. مقدار کل نیروهای وارد بر سطح جسم از رابطه ی زیر بدست می‌آید:

$$F = \sum_{\alpha=1}^8 \mathbf{e}_{\alpha} [f_{\alpha}(x_b, t) + f_{\alpha}(x_f)] (1 - \phi(x_f)) \quad (18)$$

<sup>2</sup> Bounce Back

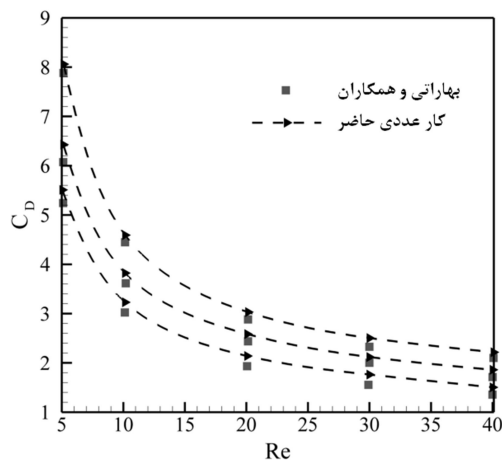
#### ۴-۲-۲- جریان سیال غیر نیوتنی از روی یک سیلندر ساکن در داخل کانال

به منظور صحت سنجی معادلات اعمال شده جهت شبیه‌سازی سیال غیرنیوتنی در داخل کانال، مقادیر مربوط به ضریب پسا محاسبه شده از روش عددی حاضر، در اعداد رینولدز ۵، ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ با نتایج بهاراتی و همکاران [۱۲] برای سه سیال مختلف دارای شاخص توانی ۱/۴، ۱/۱ و ۰/۶ در شکل ۵ مقایسه شده است. این شکل نشان می‌دهد که شبیه‌سازی حاضر نتایج قابل قبولی برای هر دو حالت پایا و ناپایا برای سیال غیرنیوتنی در داخل کانال ارائه می‌دهد.



کاتانچو و منارد [۲]

شکل ۴- سیر تکاملی میدان سرعت برای  $Re=200$  و سرعت چرخشی بی-بعد  $2/07$



شکل ۵- ضریب پسا روش عددی حاضر و نتایج بهاراتی و همکاران [۱۲]

#### ۴-۳- بحث و نتایج

$(x_f)$  آرایه اسکالر است که اگر گره در داخل سیال قرار بگیرد  $\Phi(x_f) = 0$  و اگر در داخل جامد قرار بگیرد،  $\Phi(x_f) = 1$  می‌باشد.

همچنین،  $U_{ave}$  سرعت متوسط می‌باشد که برابر است با  $U_{ave} = \left(\frac{n+1}{2n+1}\right) U_{max}$

#### ۴- نتایج عددی

در این قسمت، به بررسی جریان سیال غیرنیوتنی بر روی یک سیلندر دایروی در داخل کانال پرداخته می‌شود.

#### ۴-۱- استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی

بمنظور انتخاب شبکه محاسباتی مناسب و استقلال مقادیر محاسبه شده از اندازه شبکه، مقادیر ضریب پسا برای چهار شبکه محاسباتی متفاوت برای جریان نیوتنی در داخل کانال در  $Re=40$  در جدول ۱ ارائه شده است. چهار شبکه محاسباتی عبارتند از:  $1000 \times 80$ ،  $1200 \times 96$ ،  $1400 \times 112$  و  $1700 \times 136$ . همان‌طور که از این مقادیر پیداست، در حالتی که یک شبکه  $1400 \times 112$  گره داریم، نتایج قابل قبول حاصل شده است و حل عددی مستقل از شبکه محاسباتی می‌باشد. بنابراین در این مقاله از این شبکه جهت حل عددی استفاده شده است.

جدول ۱- استقلال حل از شبکه برای  $Re=40$

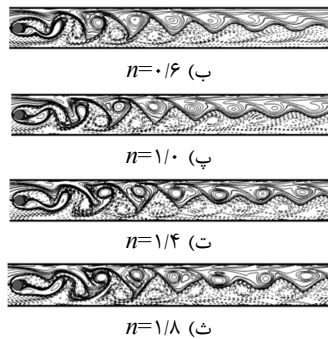
اندازه شبکه ( $N_x \times N_y$ )	ضریب پسا
$1000 \times 80$	۱/۹۲۰۷
$1200 \times 96$	۱/۸۸۵۶
$1400 \times 112$	۱/۸۶۳۹
$1700 \times 136$	۱/۸۵۱۱

#### ۴-۲- اعتبارسنجی

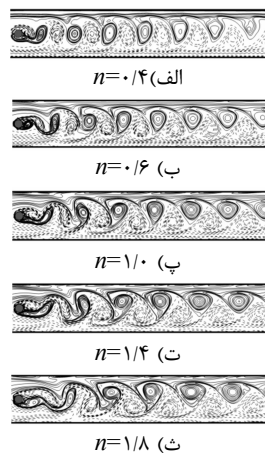
به منظور اطمینان از صحت نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی حاضر، دو مسئله متفاوت شامل: (۱) جریان سیال نیوتنی نامحدود از روی یک سیلندر دایره‌ای چرخان و (۲) جریان سیال غیر نیوتنی از روی یک سیلندر ساکن در داخل کانال در نظر گرفته شده است و با نتایج بدست آمده توسط محققان دیگر مقایسه شده است.

#### ۴-۲-۱- جریان سیال نیوتنی نامحدود از روی یک سیلندر دایره‌ای چرخان

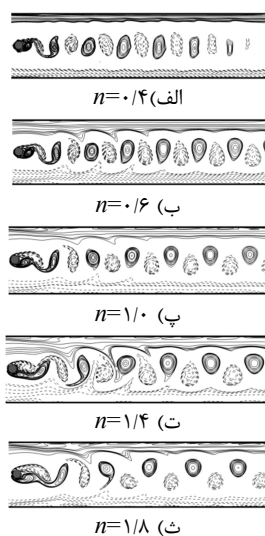
بمنظور مقایسه نتایج کار عددی حاضر با نتایج آزمایشگاهی، مسأله جریان نیوتنی نامحدود از روی یک سیلندر دایره‌ای چرخان در این تحقیق با کار آزمایشگاهی کاتانچو و منارد [۲] مقایسه شده است. شکل ۴ مقایسه بین سیر تکاملی میدان سرعت مطالعه حاضر و نتایج آزمایشگاهی برای رینولدز ۲۰۰ و سرعت چرخشی بی‌بعد  $2/07$  (سرعت چرخشی بی‌بعد بصورت سرعت سطح سیلندر به سرعت جریان آزاد تعریف می‌شود) برای سیال نیوتنی ( $n=1$ ) را نشان می‌دهد. همان‌طور که نتایج نشان می‌دهد، تطابق خوبی بین نتایج حاضر با نتایج آزمایشگاهی خطوط جریان وجود دارد.



شکل ۷- کانتور گردابه در شاخص توانی مختلف در زمان بی بعد  
 $t^*=200$  برای  $B=4$



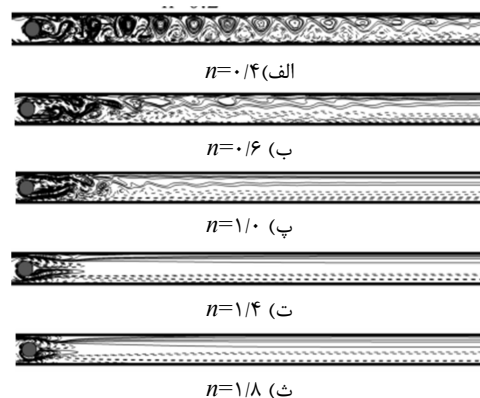
شکل ۸- کانتور گردابه در شاخص توانی مختلف در زمان بی بعد  
 $t^*=200$  برای  $B=6$



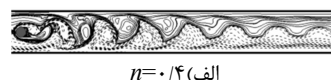
شکل ۹- کانتور گردابه در شاخص توانی مختلف در زمان بی بعد  
 $t^*=200$  در  $B=8$

در این مطالعه، محاسبات برای چهار مقادیر مختلف نسبت انسداد ۰.۴، ۰.۶ و ۸ برای عدد رینولدز ۱۰۰ و برای مقادیر شاخص‌های توانی ۰/۴، ۰/۶، ۰/۸، ۱/۰، ۱/۲، ۱/۴، ۱/۶ و ۱/۸ انجام شده است تا تاثیر نسبت انسداد و رفتار غیرنیوتنی بودن سیال را بر روی جریان مشخص نماید. طبیعت پایا یا تناوبی بودن جریان عبوری بر روی سیلندر دایروی به مقادیر شاخص توانی و نسبت انسداد وابسته می‌باشد. شکل‌های ۶، ۷، ۸ و ۹ کانتور گردابه (در کانتور گردابه خطوط بریده بریده مقادیر منفی و خطوط توپر مقادیر مثبت را نشان می‌دهند)، به ترتیب، برای نسبت انسدادهای ۰.۲، ۰.۴، ۰.۶ و ۸ برای شاخص توانی مختلف در زمان بی بعد  $t^*=200$  برای  $Re=100$  را نشان می‌دهند. در نتیجه زیاد بودن اطلاعات، بعضی از نتایج حذف شده‌اند.

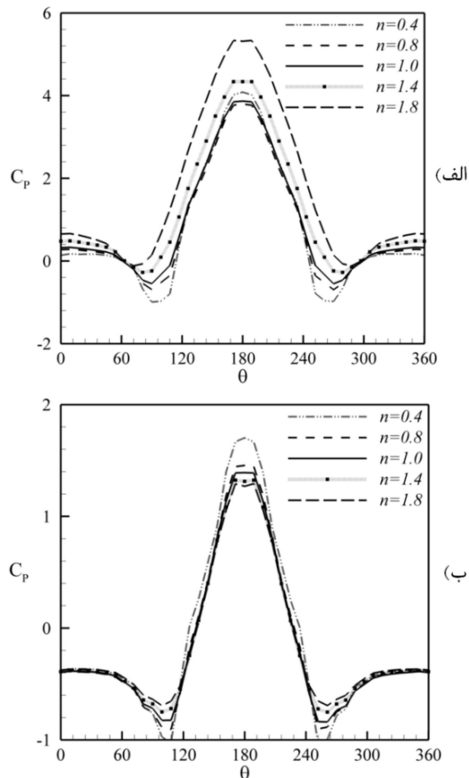
همانطور که از شکل‌ها پیداست، در نسبت انسداد ۲ برای سیالات شبه-پلاستیک ( $n > 1$ ) جریان پایا بوده و ریزش گردابه اتفاق نمی‌افتد. این رفتار بوضوح اثر دیوارهای کانال را نشان می‌دهد. بدلیل اینکه برای  $B=0.5$  دیوارهای کانال بسیار به سطح سیلندر نزدیک می‌باشند و همچنین همانطور که می‌دانیم، لزجت سیالات شبه‌پلاستیک با افزایش نرخ برش، افزایش می‌یابد و این سیالات از خود مقاومت بیشتری را نشان می‌دهند. برای سایر حالت‌های در نظر گرفته شده جریان تناوبی بوده و پدیده ورتکس شدینگ اتفاق می‌افتد. البته با افزایش نسبت انسداد یا در واقع افزایش فاصله بین دیوارهای کانال با سطح سیلندر، اثر گردابه‌های دیوار بر روی گردابه‌های سیلندر کمتر می‌شود. در نتیجه گردابه‌ها بزرگتر شده و مدورتر می‌گردند. در واقع مشاهده می‌شود که برای نسبت انسداد ۸ گردابه‌های دیوار بر روی گردابه‌های سیلندر اثر ناچیزی دارند و می‌توان گفت ریزش گردابه در این حالت مشابه پدیده ریزش گردابه سیلندر در جریان آزاد می‌باشد. نکته حائز اهمیت دیگر این است که با تغییر رفتار سیال از نیوتنی به غلیظ‌شونده برشی در یک نسبت انسداد ثابت برای رژیم جریان تناوبی، طول و پهنای لزجت‌ها بزرگتر می‌گردند در حالیکه وقتی رفتار سیال از نیوتنی به رقیق‌شونده برشی تغییر می‌کند، عکس این روند مشاهده می‌گردد.



شکل ۶- کانتور گردابه در شاخص توانی مختلف در زمان بی بعد  
 $t^*=200$  برای  $B=2$



توزیع متوسط زمانی ضریب فشار در شکل ۱۲ برای دو نسبت انسداد ۲ (شکل الف) و ۶ (شکل ب) در شاخص‌های توانی متفاوت نشان داده شده است. در واقع، توزیع متوسط زمانی ضریب فشار دارای یک نقطه بیشینه در  $\theta_{max} = 180^\circ$  (نقطه سکون) و دو نقطه کمینه است که حاکی از تقارن کامل نسبت به  $\theta = 180^\circ$  می‌باشد. این تقارن منجر به ضریب برا متوسط صفر می‌شود.



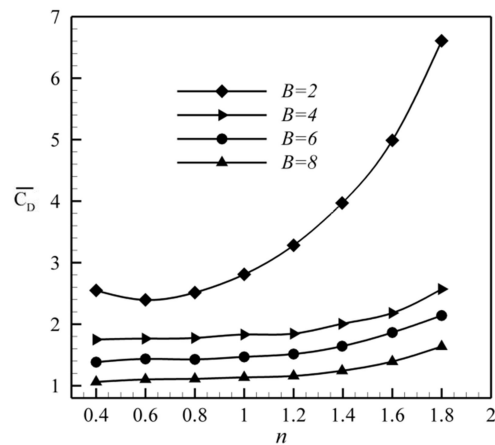
شکل ۱۲- توزیع فشار بر روی سطح سیلندر: (الف)  $B=2$  و (ب)  $B=6$

### ۵- نتیجه گیری

در این تحقیق از روش شبکه بولتزمن بمنظور مطالعه جریان سیال ناپایا دو بعدی غیر نیوتنی عبوری از سیلندر دایروی ساکن در داخل کانال استفاده شده است. برای بررسی رفتار سیال غیر نیوتنی، مدل توانی بکار گرفته شده است. شبیه‌سازی برای شاخص‌های توانی  $0.4 \leq n \leq 1.8$  و چهار نسبت انسداد ۲، ۴، ۶ و ۸ در  $Re = 100$  انجام شده است. نتایج عددی مطالعه حاضر را بصورت زیر می‌توان خلاصه نمود:

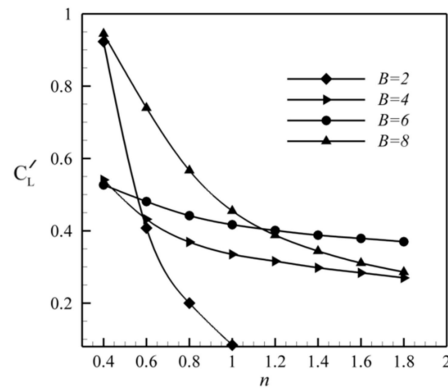
- ۱- روش شبکه بولتزمن، یک روش مناسب برای شبیه‌سازی سیالات غیر نیوتنی در هندسه‌های منحنی می‌باشد. علاوه بر این، جمله تنش لزج بصورت محلی محاسبه می‌گردد که مزیت اصلی این روش می‌باشد.
- ۲- طبیعت پایا یا تناوبی بودن جریان عبوری بر روی سیلندر دایروی به مقادیر شاخص توانی و نسبت انسداد وابسته می‌باشد. در نسبت انسداد ۲ برای سیالات شبه-پلاستیک ( $n > 1$ ) جریان پایا بوده و ریزش گردابه اتفاق نمی‌افتد. ولی برای سایر حالت‌های در نظر گرفته شده جریان تناوبی

شکل ۱۰ تغییرات متوسط ضریب پسا بر حسب شاخص توانی در نسبت انسدادهای مختلف را نشان می‌دهند. همانگونه که از شکل ۱۰ بر می‌آید، برای شاخص توانی ثابت با افزایش نسبت انسداد، متوسط ضریب پسا کاهش می‌یابد. روند تغییرات متوسط ضریب پسا برای سه نسبت انسداد ۴، ۶ و ۸ مانند هم می‌باشد. با تغییر خواص سیال از سیال رقیق شونده برشی به غلیظ شونده برشی افزایش متوسط ضریب پسا را شاهد خواهیم بود. در حالیکه برای نسبت انسداد ۲، کمترین مقدار متوسط ضریب پسا برای  $n = 0.6$  مشاهده می‌شود و با افزایش شاخص توانی، شیب افزایش ضریب پسا بسیار زیاد می‌باشد که این دلیل رژیم جریان پایا می‌باشد که دو جفت گردابه متقارن و ثابت در پشت سیلندر برای رژیم جریان پایا تشکیل می‌شود.



شکل ۱۰- متوسط ضریب پسا بر حسب شاخص توانی در نسبت انسدادهای مختلف

شکل ۱۱ نوسانات ضریب پسا بر حسب شاخص توانی را در نسبت انسدادهای متفاوت را نشان می‌دهند. همانطور که در این شکل می‌بینیم، با تغییر رفتار سیال از رقیق شونده برشی به غلیظ شونده برشی نوسانات ضریب پسا کاهش می‌یابد. البته برای نسبت انسداد ۲ و شاخص توانی بزرگتر از یک، چون جریان پایا می‌باشد، نوساناتی وجود ندارد و به همین دلیل در شکل رسم نشده است.



شکل ۱۱- دامنه نوسانات ضریب پسا بر حسب شاخص توانی در نسبت انسدادهای مختلف

[7] Zovatto L., and Pedrizzetti G., Flow about a circular cylinder between parallel walls, *J. Fluid Mech.*, Vol. 440, pp. 1-25, 2001.

[8] Chakraborty J., Verma N., and Chhabra R.P., Wall effects in flow past a circular cylinder in a plane channel: a numerical study, *Chemical Engineering and Processing*, Vol. 43, pp. 1529-1537, 2004.

[9] Rehim F., Aloui F., Ben Nasrallah S., Doublicz L., and Legrand J., Experimental investigation of a confined flow downstream of a circular cylinder centred between two parallel walls, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 24, pp. 855-882, 2008.

[10] Singha S., and Sinhamahapatra K.P., Flow past a circular cylinder between parallel walls at low Reynolds numbers, *Journal of Ocean Engineering*, Vol. 37, pp. 757-769, 2010.

[11] Sivakumar P., and Bharti R P, Chhabra R P., Effect of power-law index on critical parameters for power-law flow across an unconfined circular cylinder, *Chem Eng Sci* Vol. 61, pp. 6035-6046, 2006.

[12] Bharti R.P., Chhabra R., and Eswaran V., Two-dimensional steady Poiseuille flow of power-law fluids across circular cylinder in plane confined channel: wall effects and drag coefficients, *Industrial engineering chemistry research*, Vol. 46, pp. 3820-3840, 2007.

[13] Patnana V K., Bharti R P., and Chhabra R P., Two-dimensional unsteady flow of power-law fluids over a cylinder, *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 64, pp. 2978-2999, 2009.

[14] Patnana V K., Bharti R P., and Chhabra R. P., Two-dimensional unsteady forced convection heat transfer in power-law fluids from a cylinder, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 53, pp. 4152-4167, 2010

[15] Nejat A., Abdollahi V., and Vahidkhal K., Lattice Boltzmann simulation of non-Newtonian flows past confined cylinders, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 166, pp. 689-697, 2011

[16] Bijjam S., Dhiman A., and Gautam V., Laminar momentum and heat transfer phenomena of power-law dilatant fluids around an asymmetrically confined cylinder, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 88, pp. 110-127, 2015.

[17] Artoli A. M., and Sequeira A., Mesoscopic simulations of unsteady shear-thinning flows, in: *Lecture Notes in Comput. Sci.*, Berlin: Springer, pp. 78-85, 2006.

[18] Gabbaneli S., Drazer G., and Koplik J., Lattice Boltzmann method for non-Newtonian (Power-Law) fluids", *Phys. Rev. E* 72: 046312, 2005.

[19] Zhenhua C., Baochang S., Zhaoli G., and Fumei R., "Multiple-relaxation-time lattice Boltzmann model for generalized Newtonian fluid flows, J

بوده و پدیده ریزش گردابه اتفاق می‌افتد. در رژیم جریان پایا، جریان در بخش پائینی سطح سیلندر دایروی جدا می‌شود و دنباله<sup>۱</sup> بصورت دو ادی<sup>۲</sup> ثابت که از سطح سیلندر جدا نمی‌شود، ظاهر می‌گردد. در رژیم ناپایا، این ادی‌ها شروع به جاری شدن با یک فرکانس ثابت در پائین دست سیلندر می‌کنند که منجر به تناوبی شدن جریان می‌شوند. برای شاخص توانی ثابت با افزایش نسبت انسداد، متوسط ضریب پسا کاهش می‌یابد. روند تغییرات متوسط ضریب پسا برای سه نسبت انسداد ۰.۴، ۰.۶ و ۰.۸ مانند هم می‌باشد. با تغییر خواص سیال از سیال رقیق شونده برشی به غلیظ شونده برشی افزایش می‌یابد. در حالیکه برای نسبت انسداد ۰.۲، کمترین مقدار متوسط ضریب پسا برای  $n=0.6$  مشاهده می‌شود و با افزایش شاخص توانی، شیب افزایش ضریب پسا بسیار زیاد می‌باشد.

۳- توزیع متوسط زمانی ضریب فشار دارای یک نقطه بیشینه در  $\theta_{max}=180^\circ$  و دو نقطه مینیمم است که حاکی از تقارن کامل نسبت به  $\theta=180^\circ$  می‌باشد.

#### ۶- تقدیر و تشکر

این مقاله حاصل طرح تحقیقاتی مصوب دانشگاه آزاد اسلامی واحد ساری که با حمایت مالی دانشگاه آزاد اسلامی واحد ساری اجرا شده است.

#### ۷- مراجع

[1] Prandtl L., The Magnus effect and wind powered ship, *Naturwissenschaften*, Vol. 13, pp. 93-108, 1925.

[2] Coutanceau M., and Menard C., Influence of rotation on the near-wake development behind an impulsively started circular cylinder, *J Fluid Mech.*, Vol. 158, pp. 399-466, 1985.

[3] Mittal S. and Kumar, B., Flow past a rotating cylinder. *J. Fluid Mech.*, Vol. 476, pp. 303-334, 2003.

[4] Khan W. A., Culham J. R., and Yovanovich M. M., Fluid Flow Around and Heat Transfer From an Infinite Circular Cylinder, *J. Heat Transfer*, Vol. 127(7), pp. 785-790, 2005.

[5] Yoon H.S., Seo J.H., and Kim J.H., Laminar forced convection heat transfer around two rotating side-by-side circular cylinder, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, pp. 4525-4535, 2010.

[6] Zdravkovich, Flow Around Circular Cylinders, Vol. 1,2: Fundamentals, Oxford University Press, USA, 1997.

<sup>1</sup> Wake  
<sup>2</sup> Eddy

- Non-Newtonian Fluid Mech., Vol. 166, pp. 332–342, 2011.
- [20] Zou Q., and He X., On pressure and velocity flow boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model, Phys. Fluids., Vol. 9pp. 1591–1598, 1997.
- [21] Yu D., Mei R., and Shyy W., Improved treatment of the open boundary in the method of lattice Boltzmann equation, Prog. Comput. Fluid Dyn., Vol. 5, pp.1–11, 2005.
- [22] Filippova O., and Hänel D., Grid refinement for lattice-BGK models, J. Comput. Phys., Vol. 147, pp. 219-228, 1998.
- [23] Mei R., and Luo L. Sh., An accurate curved boundary treatment in the lattice Boltzmann method, J. Comput. Phys., Vol. 155, pp. 307-330., 2000.
- [24] Mei R., and Yu D., "Force evaluation in the lattice Boltzmann method involving curved geometry, Physical Review E., 65: 1/041203–14/041203, 2002.
- [25] Mei R., and Shyy W., Lattice Boltzmann method for 3-D flows with curved boundary, J. Comput Phys., Vol. 161, pp. 680-699, 2002.
- [26] Nemati H., Farhadi M., Sedighi K., Pirouz M. M., and Fattahi E., "Numerical simulation of fluid flow around two rotating side by side circular cylinders by Lattice Boltzmann method, Int J Comput Fluid Dyn., Vol. 24 (3), pp. 83–94, 2010.