

تحلیل و شبیه‌سازی رفتار دینامیکی مدل یک‌چهارم و نصف خودرو با سیستم تعلیق غیرفعال

مصطفی فولادی وندا

دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شیراز، ایران

علی عبداللہی فر*

استادیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شیراز، ایران

بهادر سرانجام

دانشیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شیراز، ایران

چکیده

در این مقاله ابتدا دو خودرو با سیستم تعلیق غیرفعال و خطی، به صورت مدل‌های ریاضی یک‌چهارم خودرو با دو درجه آزادی و نصف خودرو با چهار درجه آزادی شبیه‌سازی شده است. سپس پاسخ این مدل‌ها نسبت به ناهمواری‌های پله‌ای با دامنه ۱۰۰ میلی‌متر مدل‌سازی شده، مورد مطالعه و مقایسه قرار گرفته است. برای آنالیز رفتار دینامیکی خودرو از روش‌های کد نویسی در نرم‌افزار MATLAB، مدل‌سازی در محیط Simulink نرم افزار MATLAB و روش المان محدود استفاده شده و برای صحت‌سنجی نتایج به دست آمده با نتایج مقالاتی با مشخصات مشابه مقایسه شده است. برای بررسی دقت و کارایی مدل‌های ریاضی اشاره شده، نتایج مدل‌ها با نتایج مدل کامل خودرویی با هفت درجه آزادی در مقاله دیگری مقایسه شده است. در نهایت تأثیر پارامترهای سیستم تعلیق بر حداکثر جابجایی و شتاب عمودی بدنه بررسی شده است. نمودارهای به دست آمده نشان می‌دهند که هنگام عبور خودرو از روی ناهمواری پله‌ای با سرعت ۶۰ کیلومتر در ساعت، همواره فزیندگی نرم‌تر، راحتی حرکت را اصلاح می‌کند و با قوی‌تر شدن میرایی، راحتی حرکت کاهش می‌یابد اما موجب نیازمندی خودرو به فضای بیشتر میان بدنه و چرخ می‌شود.

واژه‌های کلیدی: راحتی سفر، رفتار دینامیکی، مدل ریاضی، سیستم تعلیق غیرفعال، تابع پله.

Analysis of Dynamic Behaviour of Quarter and Half Model Car with Passive Suspension

M. Fooladi Vanda

Malek-Ashtar University of Technology, Shiraz, Iran

A. Abdollahifar

Malek-Ashtar University of Technology, Shiraz, Iran

B. Saranjam

Malek-Ashtar University of Technology, Shiraz, Iran

Abstract

In this paper, at first two-degree-of-freedom quarter-vehicle model and four-degree-of-freedom half-vehicle model of two vehicles with passive suspension systems and linear characteristics are developed. Then responses of these models to a road unevenness which is modeled as an impulse function with 100 mm amplitude, are investigated. For analyzing the dynamic behavior of vehicle, State Space Method in Matlab/Workspace, Matlab/Simulink and Finite Element Method were developed. For validation, the results are compared to previous works with the same data. The simulation results of these two models are compared with results of a full-vehicle model in another article. Finally, the effect of the suspension parameters on the maximum displacement and acceleration of body is investigated. Obtained diagrams show that while crossing a vehicle over an impulse and 100 mm amplitude road unevenness, softer springs always improve ride quality and Stronger dampers, reduce ride quality but make requirement of having more space between body and tires.

Keywords: Ride Quality, Dynamic Behavior, Mathematical Model, Passive Suspension System, Impulse Function.

دینامیکی و فیزیکی شبیه‌سازی کرد سپس تحریکات ورودی سیستم

را به صورت یک تابع مدل‌سازی کرده و با استفاده از روابط ریاضی و یا

یک نرم‌افزار شبیه‌سازی دینامیکی، پاسخ زمانی و یا پاسخ فرکانسی

سیستم را نسبت به تابع ورودی به دست آوریم. برای بررسی دینامیک

خودرو اغلب از مدل یک‌چهارم و مدل نصف خودرو استفاده می‌شود و

برای مدل‌سازی تحریکات ناشی از جاده معمولاً از تابع پله، تابع ضربه

و یا تابع سینوسی استفاده می‌شود.

در سال ۲۰۰۱ مسی با استفاده از شبیه‌سازی کامپیوتری تأثیر

روش‌های کنترلی را بر عملکرد میراکن‌های نیمه‌فعال برای کنترل

دینامیک مدل یک‌چهارم خودرو مورد بررسی قرار داد. او از یک تابع

پله با دامنه ۱۲ میلی‌متر به عنوان ورودی استفاده کرد [۲].

ساکن و همکارانش در سال ۲۰۰۵ عملکرد سیستم تعلیق

فعال را بر روی یک مدل غیرخطی مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها از

۱-مقدمه

امروزه خودروها به یکی از ارکان ضروری زندگی مدرن تبدیل

شده‌اند و ایمنی حرکت و راحتی سفر یکی از خواسته‌های اصلی

سرنشینان خودروها می‌باشد. یکی از مواردی که این خواسته را تحت

تأثیر قرار می‌دهد ارتعاشات حاکم بر خودرو می‌باشد. معمولاً ارتعاشات

ناشی از ناهمواری‌های جاده بیشترین تأثیر را بر عملکرد خودرو دارد،

بنابراین برای تعیین میزان ایمنی حرکت و راحتی سفر، بررسی این

نوع ارتعاشات از اهمیت بیشتری برخوردار است. به همین دلیل

تحقیقات زیادی در این زمینه انجام گرفته است [۱].

برای بررسی عملکرد سیستم‌های دینامیکی واقعی از جمله

خودرو، باید سیستم ارتعاشی را به صورت یک مدل قابل تحلیل

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: abdollahifar@shirazu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۱/۲۲

تاریخ پذیرش: ۹۵/۰۳/۰۲

یک مدل نصف خودرو با چهار درجه آزادی و ورودی جاده پله با دامنه ۳۵ میلی‌متر استفاده کردند [۳].

در سال ۲۰۰۶ فهیم و همکارش پاسخ مدل یک‌چهارم و نصف خودرو را نسبت به تحریک جاده‌ای بررسی کردند. آن‌ها پاسخ زمانی سیستم به ورودی پله و پاسخ فرکانسی جرم‌های فنربندی شده و جرم‌های فنربندی نشده را مورد مطالعه قرار دادند [۴].

در سال ۲۰۱۱ یونان و همکارانش پاسخ زمانی مدل یک‌چهارم خودرو با سیستم تعلیق غیرفعال را نسبت به ورودی پله شبیه‌سازی کردند. آن‌ها تأثیر نسبت جرم، نسبت سختی و نسبت ضریب میرایی را بر دینامیک جرم فنربندی شده مورد بررسی قرار دادند [۵]. فیداد در سال ۲۰۱۲ به‌منظور بهبود راحتی سفر خودرو، یک سیستم کنترلی برای سیستم تعلیق فعال ارائه کرد. او از یک ورودی پله با دامنه ۸۰ میلی‌متر و مدل یک‌چهارم خودرو استفاده کرد [۶].

چیخاله و همکارش در سال ۲۰۱۳ با استفاده از نرم‌افزارهای MATLAB و ADAMS ارتعاشات یک مدل یک‌چهارم خودرو تحلیل قرار دادند. آن‌ها برای به‌دست آوردن مدل ریاضی سیستم از مدل فضای حالت استفاده کردند [۷].

در سال ۲۰۱۴ فاروک و همکارانش با استفاده از کنترل‌کننده‌های متداول PID^۱ و منطق فازی پیوسته^۲ به بررسی راحتی سفر در خودرو پرداختند. آن‌ها پاسخ مدل یک‌چهارم خودرو را نسبت به ورودی پله با دامنه ۱ متر شبیه‌سازی کردند [۸].

در سال ۲۰۱۵ پاتوله و همکارش تلاش محققان درمورد غیرخطی بودن پارامترهای سیستم تعلیق غیرفعال را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها همچنین تأثیر دامنه ارتعاشات ورودی و انواع مختلف ورودی مدل همچون ورودی پله را بر راحتی سفر مورد بررسی قرار دادند [۹].

مدل دو درجه آزادی درعین‌حال که بسیار ساده است و دقت بالایی ندارد اما برای درک کلی از عملکرد سیستم تعلیق خودرو گزینه مناسبی می‌باشد. مدل نصف خودرو نیز مدل بسیار رایجی است و باوجود اینکه پیچیدگی‌های زیادی ندارد اما نتایج حاصل از آن دارای دقت مناسب و قابل قبولی می‌باشد.

در اکثر مقالات مرتبط، خودرو به‌صورت یک مدل یک‌چهارم خودرو تحلیل شده است. در این مقاله خودرو به‌صورت مدل دومحوره (مدل نصف خودرو) نیز بررسی شده است. در این صورت خودرو علاوه بر نوسانات پرشی^۳ قادر به انجام نوسانات ناووشی^۴ نیز می‌باشد این مقاله گامی در راستای پژوهش آتی به منظور افزایش ایمنی و راحتی سفر در خودرو می‌باشد. از طرفی در مقالاتی که تاکنون درمورد بررسی راحتی سفر خودرو انجام شده، تأثیر متغیرهایی نظیر جرم تایر، وزن راننده و سرنشینان، فنریت صندلی بر راحتی سفر خودرو بررسی نشده است، همچنین با توجه به این‌که در این مقاله خودرو به‌صورت دومحوره (مدل نصف خودرو) نیز بررسی می‌شود، در این صورت متغیرهای دیگری نظیر فاصله محوری طول خودرو، محل صندلی راننده در فاصله محوری، محل مرکز ثقل در طول محور

خودرو، متفاوت بودن فنریت و میرایی تایر جلو و عقب و افزایش وزن بدنه در اثر بارگیری بر راحتی سفر تأثیر خواهند داشت و تأثیر آنها در این پژوهش لحاظ می‌گیرد.

در مقاله حاضر، از مدل یک‌چهارم با دو درجه آزادی و مدل نصف خودرو با چهار درجه آزادی استفاده شده است. ابتدا پس از مدل‌سازی دینامیکی خودرو و ارائه مدل یک‌چهارم خودرو با استفاده از روش‌های تحلیلی معادلات حاکم بر مدل به‌دست می‌آید، سپس مدل نصف خودرو با چهار درجه آزادی ارائه می‌شود و معادلات حرکت ارتعاشی خودرو در جهت محور عمودی و دوران زاویه‌ای حول محور جانبی حین عبور از ناهمواری به‌دست می‌آید. در مرحله بعد شبیه‌سازی ریاضی و دینامیکی خودرو مربوط به هر دو مدل خودرو به‌ترتیب با استفاده از زبان برنامه‌نویسی MATLAB و روش المان محدود انجام شده و پاسخ ارتعاشی سیستم به یک ورودی تحریک جاده‌ای مشخص به‌دست می‌آید. با بررسی نمودارهای جابجایی، شتاب عمودی و شتاب زاویه‌ای اجزای مختلف مدل خودرو، رفتار خودرو مورد بررسی قرار گرفته و درنهایت برای بررسی صحت مدل‌سازی، نتایج حاصل از شبیه‌سازی با نتایج مقالاتی معتبر با مشخصات مدل و داده‌های مشابه مقایسه می‌شود.

درنهایت برای بررسی دقت و کارایی مدل‌های به‌کاررفته، نتایج مدل‌سازی با نتایج مدل کامل خودرویی با هفت درجه آزادی در مقاله دیگری مقایسه شده است.

در مدل‌سازی خودرو با توجه به این‌که با یک سیستم پیچیده با متغیرهای غیرخطی زیادی روبرو هستیم، برای آسان‌تر کردن مدل‌سازی و کاهش پیچیدگی‌ها فرضیات زیر را در نظر می‌گیریم.

- ۱- بدنه یک ساختار صلب در نظر گرفته می‌شود.
- ۲- عملکرد فنرها و کمک‌فنرها در حرکت‌های رفت و برگشتی یکسان و رفتار آن‌ها خطی فرض شده است.

تایر از زمین جدا نمی‌شود، چون در غیر این صورت در نقطه‌ای که جدایش صورت می‌گیرد برای تابع تحریک ناپیوستگی خواهیم داشت.

۲- مدل ریاضی

۲-۱- مدل یک‌چهارم خودرو با دو درجه آزادی

مدل‌های فیزیکی، برای بررسی دینامیک عمودی سیستم‌های تعلیق اغلب بر اساس مدل یک‌چهارم خودرو ساخته می‌شوند. مدل یک‌چهارم خودرو از اتصال مجموعه‌ای از تعدادی جرم، فنر و میراکن تشکیل شده است. این مدل با توجه به درجه ساده‌سازی که پژوهشگر اعمال می‌کند، به‌صورت یک، دو یا سه درجه آزادی در نظر گرفته می‌شود.

در این بخش از یک مدل یک‌چهارم خودرو با دو درجه آزادی که در شکل ۱ نشان داده شده، استفاده شده است. در این شکل m_2 جرم بدنه خودرو، m_1 جرم فنربندی نشده چرخ و محور، k_2 ثابت فنریت سیستم تعلیق، c_2 ثابت میرایی سیستم تعلیق، k_1 ثابت فنریت چرخ و c_1 ثابت میرایی چرخ می‌باشد. z_1 و z_2 به‌ترتیب بیانگر میزان جابجایی جرم‌های m_1 و m_2 و ناهمواری سطح جاده می‌باشند. با اعمال قانون دوم نیوتن بر مدل یک‌چهارم خودرو نشان

^۱ PID Controller (proportional integral derivative controller)

^۲ Integrated Fuzzy Logic Control

^۳ Bounce Vibrations

^۴ Pitch Vibrations

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$Y = \begin{bmatrix} Z_2 \\ \dot{Z}_2 \\ Z_1 \\ \dot{Z}_1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

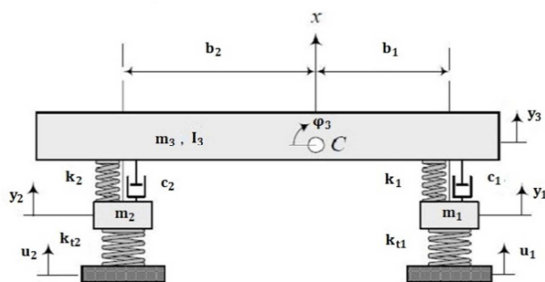
در صورتی که جابجایی‌ها و سرعت‌های عمودی، به عنوان خروجی مورد نظر باشند، ماتریس‌های C و D به صورت زیر خواهند بود:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

۲-۴- مدل نصف خودرو با چهار درجه آزادی

در این بخش از مقاله پاسخ دینامیک خودرو به تحریک جاده بر روی یک مدل طولی نصف خودرو که در شکل ۲ نشان داده شده، مورد بررسی قرار می‌گیرد. این مدل با جرم‌های فنربندی نشده چرخ‌های جلو و عقب m_1 و m_2 و جرم فنربندی شده بدنه خودرو m_3 نشان داده شده است. I_3 ممان اینرسی جرم فنربندی شده حول محوری عرضی خودرو می‌باشد. بدنه و چرخ‌ها توسط سیستم تعلیق غیرفعال جلو و عقب با فنرهای خطی و میراکن‌های لزج به هم متصل شده‌اند. این اجزا با ضرایب سختی k_1 و k_2 و ضرایب میرایی c_1 و c_2 مشخص شده‌اند. مشخصات الاستیک چرخ‌ها به وسیله فنرهای با ضرایب سختی k_{t1} و k_{t2} نشان داده شده‌اند. مدل طولی نصف خودرو یک سیستم دینامیکی با چهار درجه آزادی می‌باشد. نوسان عمودی جرم‌های گسسته، y_1, y_2 و y_3 نوسان بدنه خودرو حول مرکز جرم خودرو φ_3 می‌باشد.



شکل ۲- مدل نصف خودرو با چهار درجه آزادی

$$m_1 \ddot{y}_1 + c_1(-\dot{y}_1 + \dot{y}_3 - b_1 \dot{\varphi}_3) + k_1(-y_1 + y_3 - b_1 \varphi_3) + k_{t1}(y_1 - u_1) = 0 \quad (12)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + c_2(-\dot{y}_2 + \dot{y}_3 - b_2 \dot{\varphi}_3) + k_2(-y_2 + y_3 - b_2 \varphi_3) + k_{t2}(y_2 - u_2) = 0 \quad (13)$$

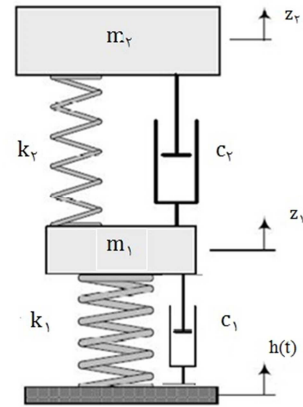
$$m_3 \ddot{y}_3 + c_1(-\dot{y}_2 + \dot{y}_3 + b_1 \dot{\varphi}_3) + c_2(-\dot{y}_2 + \dot{y}_3 - b_2 \dot{\varphi}_3) + k_1(y_3 - y_1 + b_1 \varphi_3) + k_2(-y_2 + y_3 - b_2 \varphi_3) \quad (14)$$

$$I_3 \ddot{\varphi}_3 + c_1 b_1(-\dot{y}_1 + \dot{y}_3 + b_1 \dot{\varphi}_3) + c_2 b_2(-\dot{y}_2 + \dot{y}_3 - b_2 \dot{\varphi}_3) + k_1 b_1(y_3 - y_1 + b_1 \varphi_3) + k_2 b_2(-y_2 + y_3 - b_2 \varphi_3) \quad (15)$$

داده شده در شکل ۱، معادلات حرکت سیستم حول وضعیت تعادل به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$m_2 \ddot{z}_2 + c_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + k_2(z_2 - z_1) = 0 \quad (1)$$

$$m_1 \ddot{z}_1 - c_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) - k_2(z_2 - z_1) + c_1(\dot{z}_1 - \dot{h}) + k_1(z_1 - h) = 0 \quad (2)$$



شکل ۱- مدل یک چهارم خودرو با دو درجه آزادی

۲-۲- معادلات فضای حالت

رفتار سیستم ارتعاشی در قالب معادلات دیفرانسیل بیان می‌شود. معادلات دیفرانسیل حاکم بر این مدل، از نوع مرتبه دو می‌باشد و حل آن‌ها با استفاده از روش‌های تحلیلی مشکل است. بنابراین راحت‌تر این است که معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم مربوط به روابط (۱) و (۲) به فضای حالت (۳) و (۴) منتقل شوند تا با دستگاه معادلات مرتبه اول سروکار داشته باشیم.

معادلات (۱) و (۲) را می‌توان به صورت مدل فضای حالت به صورت زیر نوشت:

$$\dot{X} = AX + BU \quad (3)$$

$$Y = CX + DU \quad (4)$$

که A ماتریس فضای حالت، B ماتریس ورودی، C ماتریس خروجی، D ماتریس انتقال مستقیم، U بردار ورودی سیستم، X بردار حالت و Y بردار خروجی می‌باشد.

تغییر متغیرهای زیر را ایجاد می‌کنیم:

$$X_1 = Z_2, X_2 = \dot{Z}_2, X_3 = Z_1, X_4 = \dot{Z}_1 \quad (5)$$

ماتریس‌های فضای حالت را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_2}{m_2} & -\frac{c_2}{m_2} & \frac{k_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_2}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} & -\frac{k_2}{m_1} - \frac{k_1}{m_1} & -\frac{c_2}{m_1} - \frac{c_1}{m_1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_1}{m_1} + \frac{c_1}{m_1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

۳- شبیه‌سازی و مدل‌سازی

۳-۱- مدل یک‌چهارم خودرو با دو درجه آزادی

در این بخش پس از شبیه‌سازی معادلات مدل یک‌چهارم خودرو با دو درجه آزادی در زبان برنامه‌نویسی MATLAB و روش المان محدود، نمودارهای پاسخ زمانی برای یک خودرو مشخص که مشخصات آن در جدول ۱ آورده شده است حین عبور از ناهمواری پله‌ای با دامنه ۰/۱ متر به دست می‌آید. سپس با استفاده از نمودارهای جابجایی و شتاب جرم فنربندی شده (بدنه) در شکل ۵ و ۶ نتایج حاصل از شبیه‌سازی ریاضی و دینامیکی خودرو با نتایج مقاله [۱۰] مقایسه می‌شود.

جدول ۱- مشخصات مدل یک‌چهارم خودرو

پارامتر	توضیحات	مقدار
k_1 (Nm ⁻¹)	سختی تایر	۱۳۵۰۰۰
c_1 (Nsm ⁻¹)	ضریب میرایی تایر	۱۴۰۰
m_1 (kg)	جرم فنربندی نشده	۴۹/۸
k_2 (Nm ⁻¹)	سختی تعلیق	۱۰۰۰
c_2 (Nsm ⁻¹)	ضریب میرایی تایر	۱۰۰۰
m_2 (kg)	جرم فنربندی شده	۴۶۶/۵

۳-۲- مدل نصف خودرو با چهار درجه آزادی

در این بخش صحت نتایج شبیه‌سازی مدل نصف خودرو با استفاده از زبان برنامه‌نویسی MATLAB و روش المان محدود بررسی می‌شود. به این ترتیب که با استفاده از نمودارهای جابجایی، شتاب عمودی و شتاب زاویه‌ای در شکل‌های ۷ تا ۱۲ پاسخ زمانی یک مدل نصف خودرو با مشخصات ذکر شده در جدول ۲ نسبت به ناهمواری پله‌ای با دامنه ۰/۱ با نتایج مقاله [۱۱] مقایسه می‌شود. روش انتگرال‌گیری نیومارک بر این فرض بنا شده است که شتاب به صورت خطی بین دو لحظه از زمان تغییر می‌کند. در سال ۱۹۵۹ نیومارک برای حل مسائل دینامیک سازه‌ای تحت بارگذاری ضربه‌ای و ارتعاشی، مجموعه‌ای از روش‌های انتگرال‌گیری تک‌مرحله‌ای را ارائه کرد. تاکنون روش نیومارک برای آنالیز دینامیکی بسیاری از سازه‌های مهندسی عملی به کار گرفته شده است. علاوه بر این روش توسط بسیاری از دیگر محققان، اصلاح و بهبود یافته است.

$$b_2(\varphi_3) = 0$$

در معادلات فوق $\ddot{y}$ ، $\ddot{\varphi}_3$ ، سرعت عمودی، شتاب عمودی، سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای می‌باشند. پارامترهای b_1 و b_2 فاصله تعلیق جلو و عقب را از مرکز جرم خودرو نشان می‌دهند. مقادیر متغیرهای اصلی مدل نصف خودرو در جدول ۲ نشان داده شده است. تحریکات ورودی جاده u_1 و u_2 به عنوان یک ناهمواری با ارتفاع ۰/۱ متر مدل‌سازی شده‌اند.

معادلات (۱۰) تا (۱۳) را می‌توان به صورت مدل فضای حالت نوشت:

$$\dot{X} = AX + BU \quad (16)$$

$$Y = CX + DU \quad (17)$$

که A ماتریس فضای حالت، B ماتریس ورودی، C ماتریس خروجی، D ماتریس انتقال مستقیم، U ورودی سیستم، X بردار حالت و Y بردار خروجی می‌باشد.

تغییر متغیرهای زیر را ایجاد می‌کنیم:

$$X_1 = y_1, X_2 = \dot{y}_1, X_3 = y_2, X_4 = \dot{y}_2, X_5 = y_3, X_6 = \dot{y}_3, X_7 = \varphi_3, X_8 = \dot{\varphi}_3 \quad (18)$$

ماتریس‌های فضای حالت را می‌توان به صورت زیر نوشت: ماتریس A در پیوست نشان داده شده است.

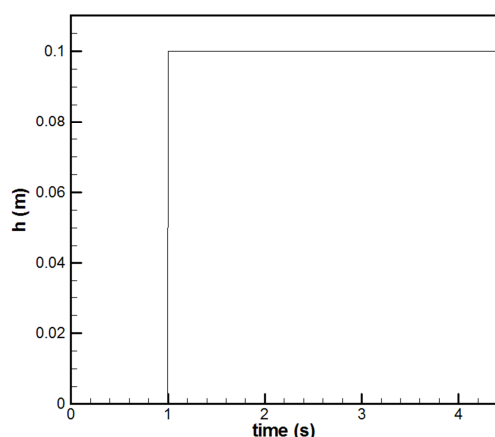
$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_{11} & 0 \\ m_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & k_{21} \\ 0 & m_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \\ X_8 \end{bmatrix} \quad (20)$$

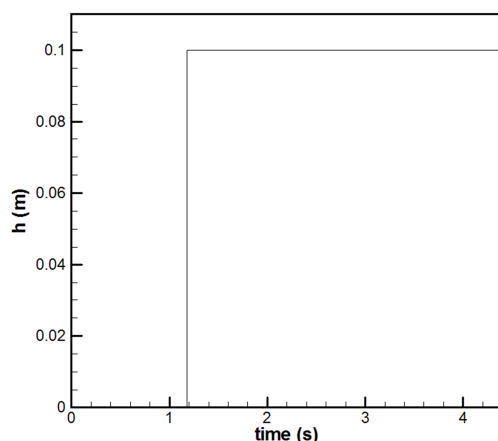
$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \dot{y}_1 \\ y_2 \\ \dot{y}_2 \\ y_3 \\ \dot{y}_3 \\ \varphi_3 \\ \dot{\varphi}_3 \end{bmatrix} \quad (21)$$

در صورتی که جابجایی‌ها و سرعت‌های عمودی و زاویه‌ای، به عنوان خروجی مورد نظر باشند، ماتریس‌های C و D به این صورت خواهند بود:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$



شکل ۳- تابع ناهمواری جاده پله‌ای برای چرخ جلو بر حسب زمان.



شکل ۴- تابع ناهمواری جاده پله‌ای برای چرخ عقب بر حسب زمان.

۴- نتایج و نمودارها

۴-۱- صحت سنجی نتایج

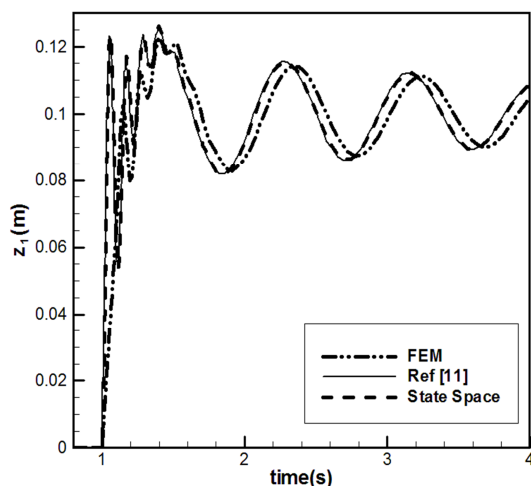
در مقاله حاضر، برای بررسی رفتار دینامیکی خودرو حین عبور از یک ناهمواری جاده به صورت تابع پله‌ای با دامنه ۰/۱ متر، خودرو به صورت مدل یک‌چهارم با دو درجه آزادی و مدل نصف خودرو با چهار درجه آزادی در نظر گرفته شده است. دینامیک کامل این خودرو توسط روابط تحلیلی حاکم بر آن به دست آمده است. با حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر این سیستم‌ها با استفاده از روش فضای حالت و روش رانگ کوتا [۱۳] و همچنین مدل‌سازی در روش المان محدود، پاسخ دینامیکی و ارتعاشی سیستم بر حسب زمان به صورت نمودارهای جابجایی عمودی، شتاب عمودی و شتاب زاویه‌ای اجزای مختلف سیستم به دست آمده است.

در کارهای قبل برای بررسی رفتار خودرو از یک مدل خودرو و برای صحت‌سنجی نتایج از یک نرم‌افزار مدل‌سازی استفاده شده است اما در این مقاله از هردو مدل یک‌چهارم و نصف خودرو استفاده شده و برای بررسی دقیق نتایج از زبان برنامه‌نویسی MATLAB و روش المان محدود استفاده شده است.

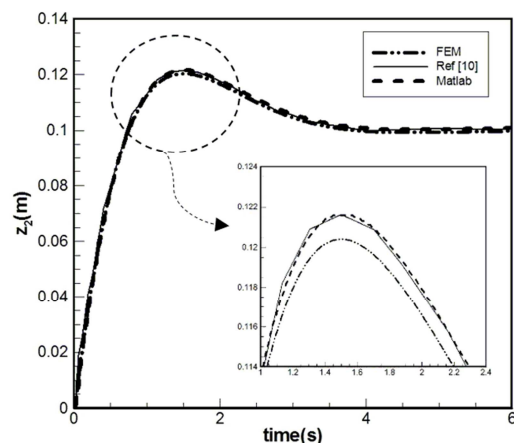
جدول ۲- مشخصات مدل نصف خودرو

پارامتر	توضیحات	مقدار
b_1 (m)	فاصله محوری چرخ جلو تا مرکز جرم خودرو	۱/۲۷
b_2 (m)	فاصله محوری چرخ عقب تا مرکز جرم خودرو	۱/۷۱
k_{t1} (Nm ⁻¹)	ثابت فنریت چرخ جلو	۲۰۰۰۰۰
k_{t2} (Nm ⁻¹)	ثابت فنریت چرخ عقب	۲۰۰۰۰۰
m_1 (kg)	جرم فنربندی نشده جلو	۸۷/۱۵
m_2 (kg)	جرم فنربندی نشده عقب	۱۴۰/۰۴
m_3 (kg)	جرم فنربندی شده	۱۷۹۴
c_1 (Nsm ⁻¹)	ثابت میرایی سیستم تعلیق جلو	۱۱۹۰
c_2 (Nsm ⁻¹)	ثابت میرایی سیستم تعلیق عقب	۱۰۰۰
I_3 (kg.m ²)	ممان اینرسی بدنه حول محور عرضی خودرو	۳۴۴۳/۰۵
k_1 (Nm ⁻¹)	ثابت فنریت سیستم تعلیق جلو	۶۶۸۲۴/۲
k_2 (Nm ⁻¹)	ثابت فنریت سیستم تعلیق عقب	۱۸۶۱۵

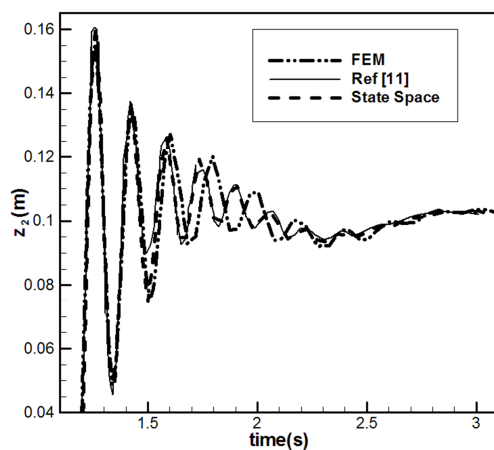
برای آنالیز ارتعاشات مدل خودرو حین عبور از ناهمواری باید تعداد گام‌های زمانی انتگرال‌گیری زیاد و بازه آن‌ها کوچک (۰/۰۱ ثانیه) باشد و این روش شرایط فوق را ارضاء می‌کند، بنابراین از روش نیومارک [۱۲] در المان محدود برای تحلیل دینامیکی مدل یک‌چهارم و نصف خودرو استفاده شده است. در این مدل‌سازی اجزا سیستم به صورت صلب شبیه‌سازی شده‌اند. برای مدل‌سازی ناهمواری سطح جاده از یک جسم صلب که به صورت تابعی پله‌ای با دامنه ۰/۱ متر در جهت عمودی جابجا می‌شود، استفاده شده است. در این مدل خودرو با سرعت ۶۰ کیلومتر در ساعت حرکت می‌کند بنابراین با توجه به طول خودرو (۳ متر) چرخ عقب با ۰/۱۸ ثانیه اختلاف زمانی نسبت به چرخ جلو شروع به نوسان می‌کند.



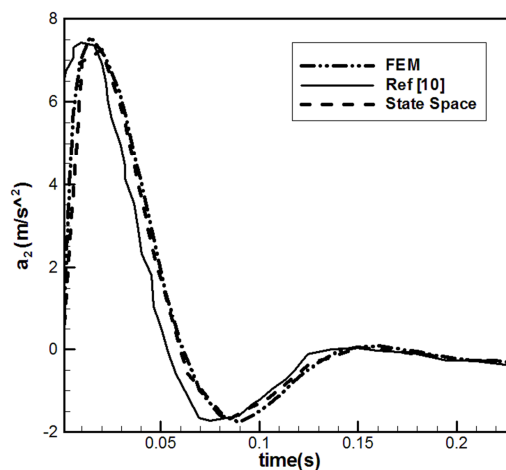
شکل ۷- جابجایی عمودی جرم ۱ مدل نصف خودرو



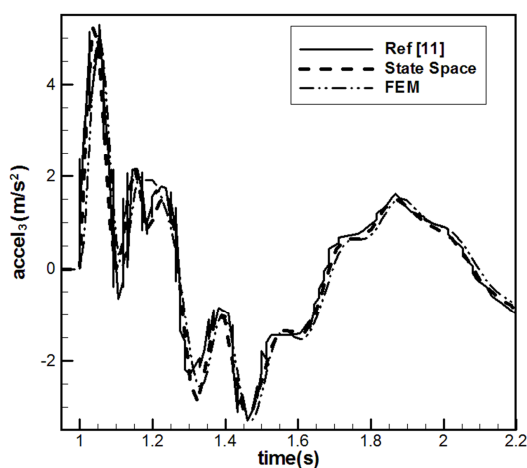
شکل ۵- جابجایی عمودی جرم فربندی شده در مدل یک‌چهارم خودرو



شکل ۸- جابجایی عمودی جرم ۲ مدل نصف خودرو



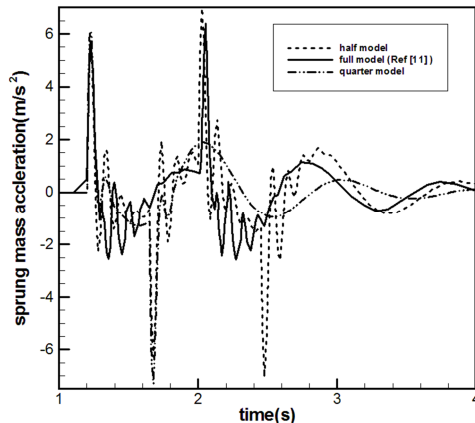
شکل ۶- شتاب عمودی جرم ۲ مدل یک‌چهارم خودرو



شکل ۹- شتاب عمودی جرم ۳ مدل نصف خودرو

نتایج مقایسه مدل یک‌چهارم خودرو با مشخصات ارائه‌شده در جدول ۱ با نتایج مقاله [۱۰] در شکل ۵ و شکل ۶ نشان داده شده است.

جابجایی و شتاب جرم فربندی شده در مدل نصف خودرو با مشخصات نشان داده‌شده در جدول ۲ با نتایج مقاله [۱۱] مقایسه شده و نتایج آن در شکل ۷ تا شکل ۱۰ نشان داده شده است. با بررسی این نتایج با یکدیگر، مشاهده می‌شود که نتایج بسیار نزدیک می‌باشند و این امر بیانگر دقت و صحت مدل‌های به‌کاررفته در این مقاله می‌باشد.



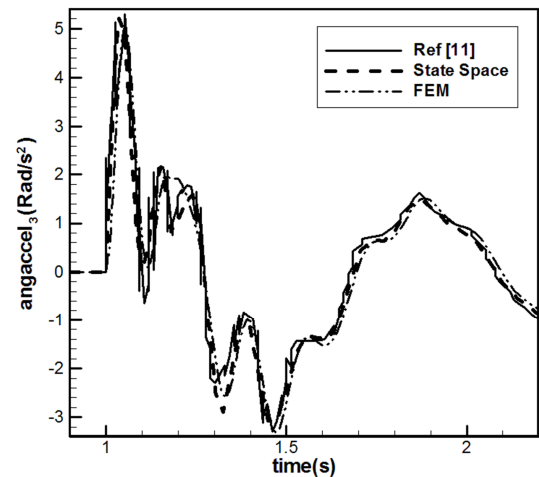
شکل ۱۲- شتاب عمودی جرم فنربندی شده در مدل‌های یک‌چهارم، نصف و مدل کامل خودرو

مدل یک‌چهارم نتایج مطلوبی را ارائه نمی‌کند زیرا این مدل شرایط جاده را تنها بر یک چرخ اعمال می‌کند بنابراین نمی‌تواند تأثیر شرایط جاده را بر تمام چرخ‌های خودرو نشان دهد. زمانی که چرخ‌های جلو روی ناهمواری می‌رود چرخ‌های عقب روی زمین می‌باشند که این امر موجب کاهش دامنه جابجایی و شتاب بدنه می‌شود. سپس زمانی که چرخ عقب روی ناهمواری می‌رود چرخ‌های جلو روی زمین است و موجب کاهش مقدار دامنه می‌شوند. اما در مدل یک‌چهارم، شرایط جاده را نمی‌توان در یک چرخ ترکیب کرد.

۵- بررسی تأثیر پارامترهای سیستم تعلیق بر جابجایی عمودی، شتاب عمودی و شتاب زاویه‌ای خودرو

در بررسی راحتی سفر خودرو، حداکثر جابجایی و شتاب عمودی بدنه از اهمیت زیادی برخوردار است. در این بخش تأثیر پارامترهای سیستم تعلیق بر جابجایی عمودی، شتاب عمودی و شتاب زاویه‌ای خودرو نسبت به ورودی ناهمواری جاده پله‌ای (شکل ۳ و شکل ۴) بررسی می‌شود.

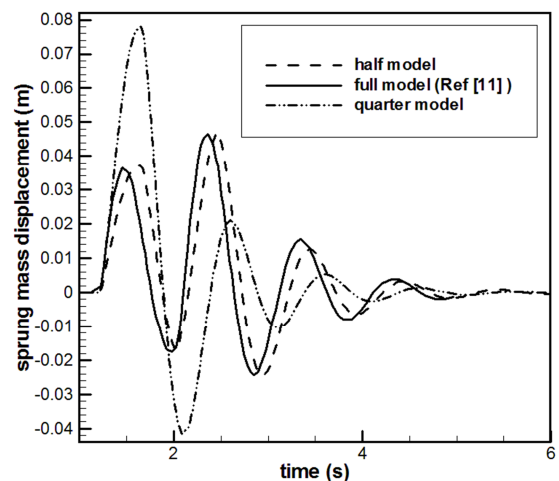
در شکل ۱۳ و شکل ۱۴ تأثیر سختی فنر سیستم تعلیق بر حداکثر جابجایی و شتاب جرم فنربندی شده (بدنه) در شکل ۱۵ و شکل ۱۶ تأثیر میرایی سیستم تعلیق بر حداکثر جابجایی و شتاب جرم فنربندی شده (بدنه) نشان داده شده است. شکل ۱۳ نشان می‌دهد که با افزایش سختی فنر سیستم تعلیق، حداکثر جابجایی عمودی جرم فنربندی شده نیز افزایش می‌یابد. این افزایش در ابتدا به صورت افزایش و سپس به صورت کاهش می‌باشد.



شکل ۱۰- شتاب زاویه‌ای جرم ۳ مدل نصف خودرو

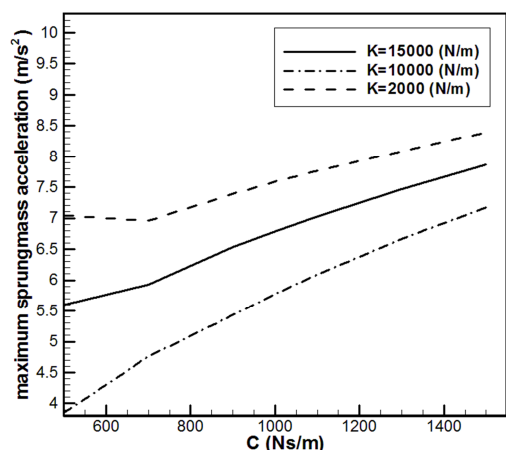
برای بررسی دقت نتایج مدل یک‌چهارم و مدل نصف خودرو به حالت واقعی، نتایج این دو مدل با نتایج مدل خودرو کامل از یک مقاله [۱۴] مقایسه شده است.

شکل ۱۱ و شکل ۱۲ مقایسه مدل‌های یک‌چهارم و نصف خودرو را با مدل کامل نشان می‌دهد. این نمودارها نشان می‌دهند که مدل الگوی نمودارهای جابجایی و شتاب جرم فنربندی شده برای مدل‌های یک‌چهارم، نصف و مدل کامل خودرو یکسان می‌باشد بنابراین از این مدل‌ها می‌توان برای مطالعات اولیه و آنالیز الگوریتم‌های کنترلی بهره برد اما برای آنالیز دقیق رفتار سیستم تعلیق خودرو باید مدل مناسبی انتخاب گردد. بررسی این شکل‌ها نشان می‌دهد که در حالت پیچ، مدل نصف خودرو نسبت به مدل یک‌چهارم خودرو از تطابق بیشتری با مدل کامل خودرو برخوردار است.



شکل ۱۱- جابجایی عمودی جرم فنربندی شده در مدل‌های یک‌چهارم، نصف و مدل کامل خودرو

ضریب میرایی رابطه مستقیم و تقریباً خطی دارد.

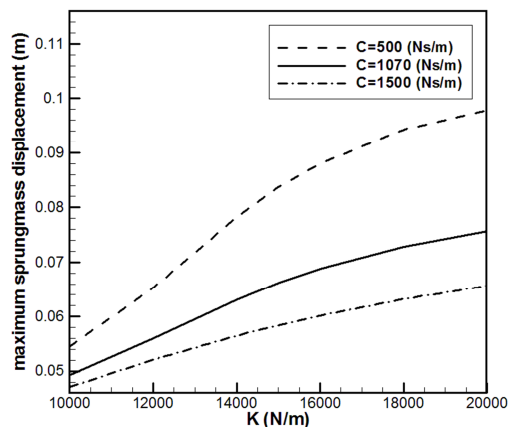


شکل ۱۶- بیشترین مقدار شتاب عمودی جرم فنربندی شده در مدل نصف خودرو

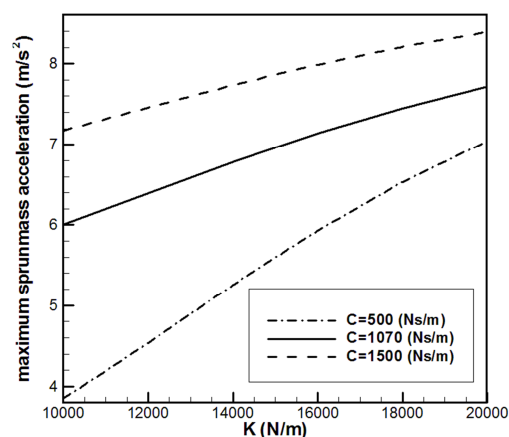
۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله شبیه‌سازی و آنالیز مدل یک‌چهارم خودرو با دو درجه آزادی و نصف خودرو با چهار درجه آزادی ارائه شده است. این مقاله نشان می‌دهد که مدل الگوی نمودارهای جابجایی و شتاب جرم فنربندی‌نشده برای مدل‌های یک‌چهارم، نصف و مدل کامل خودرو یکسان می‌باشد بنابراین از این مدل‌ها می‌توان برای مطالعات اولیه و آنالیز الگوریتم‌های کنترلی بهره برد اما برای آنالیز دقیق رفتار سیستم تعلیق خودرو باید مدل مناسبی انتخاب گردد.

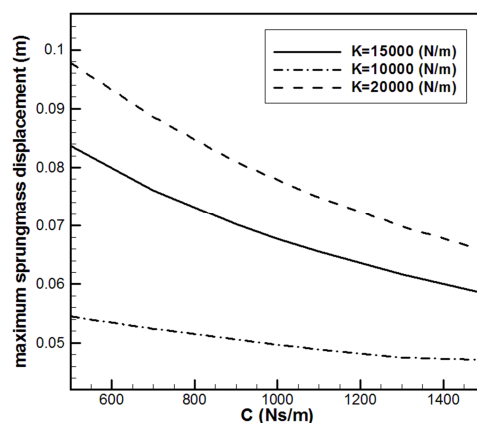
نتایج نشان داده شده که مدل نصف خودرو همچون مدل کامل از دقت خوبی برخوردار است. نمودارهای ارائه شده نشان می‌دهد که مدل‌های با پارامترهای (درجات آزادی) بیشتر، نتایج دقیق‌تری ارائه می‌کنند اما مدل‌هایی با درجات آزادی بیشتر مستلزم داده‌ها و زمان حل بیشتری می‌باشد. نمودارهای به‌دست آمده نشان می‌دهند که هنگام عبور خودرو از روی ناهمواری پله‌ای با سرعت ۶۰ کیلومتر در ساعت، همواره فنربندی نرم‌تر (کاهش ثابت فنربندی)، راحتی حرکت را اصلاح می‌کند (کاهش شتاب عمودی بدنه) و با قوی‌تر شدن میرایی (افزایش ثابت میرایی)، راحتی حرکت در مقابل نوسان کاهش می‌یابد (افزایش شتاب عمودی بدنه) اما موجب نیازمندی خودرو به فضای بیشتر میان بدنه و چرخ می‌شود (افزایش جابجایی عمودی بدنه نسبت به چرخ).



شکل ۱۳- بیشترین مقدار جابجایی عمودی جرم فنربندی شده در مدل نصف خودرو



شکل ۱۴- بیشترین مقدار شتاب عمودی جرم فنربندی شده در مدل نصف خودرو



شکل ۱۵- بیشترین مقدار جابجایی عمودی جرم فنربندی شده در مدل نصف خودرو

با افزایش سختی فنر طبق شکل ۱۴ حداکثر شتاب عمودی جرم فنربندی‌شده تقریباً به‌صورت خطی افزایش می‌یابد. در شکل ۱۵ با افزایش ضریب میرایی تعلیق، حداکثر جابجایی عمودی جرم فنربندی‌شده به‌صورت کاهنده کاهش می‌یابد. بر اساس شکل ۱۶ حداکثر شتاب عمودی جرم فنربندی‌شده با

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-k_{11}-k_{12}}{m_1} & \frac{-c_1}{m_1} & 0 & 0 & \frac{k_{12}}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} & \frac{-k_{11}b_1}{m_1} & \frac{-c_1b_1}{m_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-k_{21}-k_{22}}{m_2} & \frac{-c_2}{m_2} & \frac{k_{22}}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} & \frac{k_{22}b_2}{m_2} & \frac{c_2b_2}{m_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_{12}}{m_3} & \frac{c_1}{m_3} & \frac{k_{22}}{m_3} & \frac{c_2}{m_3} & \frac{-k_{12}-k_{22}}{m_3} & \frac{-c_1-c_2}{m_3} & \frac{-k_{22}b_2+k_{12}b_1}{m_3} & \frac{-c_2b_2+c_1b_1}{m_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-k_{12}b_1}{I} & \frac{-c_1b_1}{I} & \frac{k_{22}b_2}{I} & \frac{c_2b_2}{I} & \frac{-k_{12}b_1-k_{22}b_2}{I} & \frac{c_1b_1-c_2b_2}{I} & \frac{-k_{12}b_1^2-k_{22}b_2^2}{I} & \frac{-c_1b_1^2-c_2b_2^2}{I} \end{bmatrix}$$

ثابت فنریت سیستم تعلیق جلو (Nm-1)	K_1
ثابت فنریت سیستم تعلیق عقب (Nm-1)	K_2
ثابت فنریت چرخ جلو (Nm-1)	K_{t1}
ثابت فنریت چرخ عقب (Nm-1)	K_{t2}
جرم فنربندی نشده جلو (چرخ جلو) (kg)	m_1
جرم فنربندی نشده عقب (چرخ جلو عقب) (kg)	m_2
جرم فنربندی شده عقب (بدنه) (kg)	m_3
ناهمواری سطح جاده در محل چرخ جلو برحسب زمان (s)	$u_1(t)$
ناهمواری سطح جاده در محل چرخ عقب برحسب زمان (s)	$u_2(t)$
جابجایی جرم فنربندی نشده (چرخ جلو) (m)	y_1
جابجایی جرم فنربندی نشده (چرخ عقب) (m)	y_2
جابجایی جرم فنربندی شده (بدنه) (m)	y_3

علائم یونانی

جابجایی زاویه‌ای بدنه حول محور عرضی (rad)	φ_3
---	-------------

۹- مراجع

- [1] Zehsaz M., Vakili-Tahami F., Paykani A., Investigation on the effects of stiffness and damping coefficients of the suspension system of a vehicle on the ride and handling performance, *U.P.B. Sci. Bull., Series D*, Vol. 76, No. 1, 2014.
- [2] Masi J., *Effect of control techniques on the performance of semiactive dampers*, M. Sc. Thesis, Faculty of Virginia Polytechnic Institute and State University, December 2001.
- [3] Sakman L., Guclu R. and Yagiz N., Fuzzy logic control of vehicle suspension with dry friction nonlinearity, *Sadhana*, Vol. 30, No. 5, pp. 649-659, 2005.
- [4] Faheem A., Alam F. and Thomas V., The suspension dynamic for a quarter-car model and half-car model, *3rd BSME-ASME International Conference on Thermal Engineering*, pp. 20-22 December, Dhaka, 2006.

۸- نمادها

مدل یک چهارم ماتریس فضای حالت	A
ماتریس ورودی	B
ماتریس خروجی	C
ماتریس انتقال مستقیم	D
ورودی سیستم	U
بردار حالت	X
بردار خروجی	Y
ثابت میرایی چرخ (Nsm-1)	c_1
ثابت میرایی سیستم تعلیق (Nsm-1)	c_2
ثابت فنریت چرخ (Nm-1)	k_1
ثابت فنریت سیستم تعلیق (Nm-1)	k_2
جرم فنربندی نشده (چرخ) (kg)	m_1
جرم فنربندی شده (بدنه) (kg)	m_2
جابجایی جرم فنربندی نشده (چرخ) (m)	z_1
جابجایی جرم فنربندی شده (بدنه) (m)	z_2
ناهمواری سطح جاده برحسب زمان (s)	$h(t)$
مدل نصف خودرو	
فاصله محوری چرخ جلو تا مرکز جرم خودرو (m)	b_1
فاصله محوری چرخ عقب تا مرکز جرم خودرو (m)	b_2
ثابت میرایی سیستم تعلیق جلو (Nsm-1)	C_1
ثابت میرایی سیستم تعلیق عقب (Nsm-1)	C_2
ممان اینرسی بدنه حول محور عرضی خودرو (kgm ²)	I_3

- [5] Unaune D., Pawar M. and Mohite S., Ride analysis of quarter vehicle model, *Proceedings of the First International Conference on Modern Trends in Industrial Engineering*, Surat, Gujarat, India, November, pp. 17-19, 2011 .
- [6] Fayyad S., Constructing control system for active suspension system, *Contemporary Engineering Sciences*, pp. 189-200, 2012.
- [7] Chikhale S. and Deshm S., Comparative analysis of vehicle suspension system in matlab-simulink and MSc-ADAMS with the help of quarter-car model, *International Journal of Innovations Research in Science*, pp. 5452-5459, 201 3.
- [8] Faruk M., Bature A., Batani S. and Dankadai N., Conventional and intelligent controller for quadratic car suspension system, *International Journal of Technical Research and Applications*. No. 2, Special Issue, pp. 24-27, 201 4.
- [9] Patole S. and Swant S., An overview of disarray inside performance analysis of half car model passive vehicle dynamic system subjected to different road profiles with wheel base delay and nonlinear parameters, *International Journal of Innovative Research in Advanced Engineering*, pp. 63-66, 201 5.
- [10] Galal A. H., Car Dynamics using Quarter Model and Passive Suspension, Part VI: Sprung-mass Step Response, *IOSR Journal of Computer Engineering (IOSR-JCE)*, pp. 65-74, Mar – Apr, 2015.
- [11] Goga V. and Klucik M., Optimization of Vehicle Suspension Parameters with use of Evolutionary Computation, *Procedia Engineering*, No. 48, pp. 174-179 2012.
- [12] Wilson E. L., *Static and Dynamic Analysis of Structures*, Berkeley, New York, USA, Computers and Structures Inc, 2002.
- [3] El-Adl Mohammed Aly Rabeih, *Torsional Vibration Analysis of Automotive Driveline*, PhD thesis, Leeds, UK, Mechanical Engineering Department, the university of Leeds, 1997.
- [14] Rehan M., Saifuddin M., Mustafa Y. and Rahman A., Parametric Studies on Tramcar Suspension System, *1st International Conference on Natural Resources Engineering and Technology (INRET)*, 2010.