

کنترل تطبیقی فازی مدل مرجع برای سیستم‌های غیرخطی تک‌ورودی - تک‌خروجی همراه با نامعینی

افشین کاظمی^۱، کارشناس ارشد؛ نویدرضا ابجدی^۲، دانشیار

۱- دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه شهرکرد - شهرکرد - ایران - afshika10@gmail.com

۲- دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه شهرکرد - شهرکرد - ایران - abjadi.navidreza@eng.sku.ac.ir

چکیده: در این مقاله یک کنترل تطبیقی فازی برای سیستم‌های غیرخطی SISO در حضور نامعینی پارامتری، ارائه می‌شود. سیستم غیرخطی با استفاده از مدل فازی تاکاگی سوگنو (T-S) مدل‌سازی می‌شود. سپس یک کنترل‌کننده فازی تطبیقی مبتنی بر مدل مرجع (MRAS) برای ردیابی سیگنال مرجع طراحی می‌شود. پارامترهای کنترل‌کننده به صورت برخط، در هر لحظه قابل محاسبه است. برای هر سیگنال مرجع ورودی محدود، حالت‌های سیستم به طور مجانبی حالت‌های مدل مرجع را ردیابی می‌کنند. در این مقاله ابتدا لمی موسوم به لم تخمین پارامتر تعمیم‌یافته، مطرح و اثبات می‌شود. سپس برای انتخاب قوانین کنترل، تطبیق و اثبات پایداری کلی سیستم از این لم استفاده می‌شود. اثبات پایداری الگوریتم تطبیقی با وجود نامعینی پارامتری سیستم، ارائه شده است. علاوه بر این، برای دو دسته از سیستم‌های خطی پرکاربرد، به کمک لم تخمین پارامتر تعمیم‌یافته، کنترل تطبیقی طراحی شده است. کنترل‌کننده پیشنهادی برای سیستم غیرخطی پاندول معکوس طراحی شده و شبیه‌سازی با نرم‌افزار متلب برای بررسی عملکرد کنترل‌کننده ارائه می‌شود.

واژه‌های کلیدی: لم تخمین پارامتر، مدل‌سازی فازی تاکاگی سوگنو (TS)، کنترل تطبیقی مدل مرجع (MRAS)، سیستم‌های غیرخطی SISO، نامعینی پارامتری.

Fuzzy Adaptive Control Based on MRAS for SISO Nonlinear Systems with Uncertainty

A. Kazemi¹, Msc; N. R. Abjadi², Associate Professor

1- Faculty of Engineering, University of Shahrekord, Shahrekord, Iran, Email: afshika10@gmail.com

2- Faculty of Engineering, University of Shahrekord, Shahrekord, Iran, Email: abjadi.navidreza@eng.sku.ac.ir

Abstract: In this paper, a fuzzy adaptive control for SISO nonlinear systems is presented. The nonlinear system is modeled using Takagi-Sugeno (T-S) model. Then, a fuzzy adaptive control based on reference model (MRAS) is designed to track reference signal. The parameters of the controller are calculated on-line at each instant. For each bounded input reference signal, the states of the system follow the states of the reference model. In this paper, first a lemma called extended estimation lemma is introduced and proved. Then, to select the control law, adaptation law and to prove the overall system stability, this lemma is used. The stability proof of the adaptation algorithm with system parametric uncertainty is presented fully. Moreover, for two very popular linear systems, using the extended estimation lemma, adaptive controls are designed. The proposed controller is designed for inverse pendulum nonlinear system and the performance of the controller is verified with MATLAB software.

Keywords: Parameter estimation lemma, takagi-sugeno fuzzy model (TS), adaptive control based on model reference, nonlinear SISO systems, parametric uncertainty.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۵/۰۲/۲۶

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۵/۰۶/۲۵، ۱۳۹۵/۰۹/۱۲ و ۱۳۹۵/۱۱/۱۳

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۱/۱۱

نام نویسنده مسئول: نویدرضا ابجدی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - شهرکرد - دانشگاه شهرکرد - دانشکده فنی و مهندسی.

۱- مقدمه

خطای همگرایی کاملاً صفر نشده است. هم‌چنین سیگنال کنترل دائماً بین دو مقدار تغییر می‌کند و دارای اغتشاش می‌باشد. در [۴] کنترل‌کننده فازی تطبیقی مد لغزشی طراحی شده بر روی سیستم پاندول معکوس شبیه‌سازی شده است و در نهایت حالت‌ها به مقدار مرجع همگرا شده‌اند؛ ولی نکته‌ای که قابل تأمل است سرعت پایین همگرایی است.

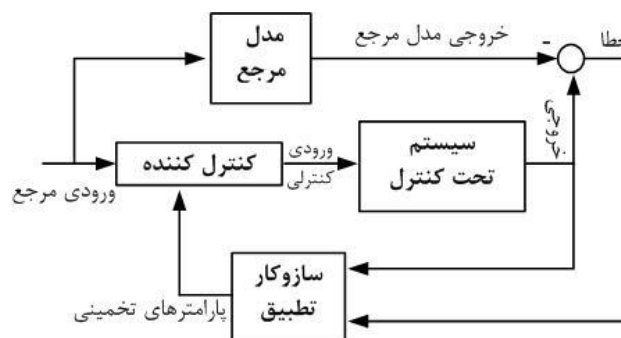
برخی دیگر از محققان قانون بهره‌رکردن پارامترها را با روش حداقل مربعات بازگشتی (RLS)، یا تکنیک مبتنی بر مدل مرجع (مستقیم یا غیرمستقیم) انجام داده‌اند [۵-۶]. روش مدل مرجع را وایت کر و همکارانش در حدود سال ۱۹۵۸ ارائه کردند [۷]. در [۸] کنترل تطبیقی مدل مرجع با استفاده از قاعده MIT برای کنترل سیستم توپ و پرتو طراحی شده است. برای طراحی کنترل‌کننده تطبیقی مدل مرجع برای سیستم‌های غیرخطی SISO می‌توان در ابتدا از مدل‌سازی فازی استفاده کرد، سپس انتخاب قانون کنترل و تطبیق و در نهایت اثبات پایداری و همگرایی کنترل حاصل را با استفاده از یک تابع لیاپانوف متناسب، هماهنگ کرد [۹].

مکانیسم تطبیق در تنظیم پارامترها در قانون کنترل استفاده می‌شود. در سیستم‌های MRAS، قانون تطبیق، به دنبال پارامترهایی است که پاسخ سیستم تحت کنترل تطبیقی را با پاسخ مدل مرجع یکسان کنند. برای رسیدن به این نتیجه می‌توان از چندین روش کنترل غیرخطی، مثل نظریه لیاپانوف، قاعده MIT و ... استفاده کرد. در [۱۰] از دو استراتژی قاعده MIT و قاعده لیاپانوف برای طراحی سیستم کنترل تطبیقی مدل مرجع برای سیستم راکتور شیمیایی با پارامترهای نامعین، استفاده شده است. الگوریتم قاعده MIT پایداری سیستم را در تمام شرایط تضمین نمی‌کند ولی الگوریتم بر پایه تئوری لیاپانوف برای تضمین پایداری سیستم روش مناسبی می‌باشد. برای طراحی کنترل تطبیقی سیستم‌های غیرخطی می‌توان یک مدل مرجع غیرخطی در نظر گرفت [۱۱]. در این صورت روش طراحی بر اساس تقریب متغیر با زمان مدل مرجع غیرخطی و سیستم انجام می‌شود. در این مقاله ابتدا لمی برای تخمین پارامترها با در نظر گرفتن خطا به صورت یک بردار، موسوم به لم تخمین پارامتر تعمیم‌یافته، ارائه می‌شود و به جای استفاده از این روش‌ها از لم تخمین پارامتر تعمیم‌یافته استفاده می‌شود. با به کارگیری این لم، فرآیند طراحی کنترل‌کننده تطبیقی، نسبت به استفاده مستقیم از تئوری لیاپانوف، ساده‌تر می‌شود مضافاً به این که این لم کاربردهای متنوع دیگری نیز می‌تواند داشته باشد. در [۱۲]، یک کنترل‌کننده فازی تطبیقی مد لغزشی برای سیستم‌های غیرخطی طراحی شده است و در شبیه‌سازی روی سیستم پاندول پیاده شده است. در نتایج مشاهده می‌شود که همگرایی حالات سیستم به مقدار مطلوب و سرعت همگرایی قابل قبول به نظر می‌رسد ولی در سیگنال کنترل مسئله اغتشاش و تغییرات زیادی ملاحظه می‌شود. هم‌چنین معادلات برای به دست آوردن قوانین کنترل و تطبیق پیچیده است. در [۱۳] یک کنترل‌کننده تطبیقی فازی برای دسته‌ای از سیستم‌های تک‌ورودی-تک‌خروجی طراحی شده

به‌طور حسی کنترل‌کننده تطبیقی، کنترل‌کننده‌ای است که بتواند رفتارش را در پاسخ به تغییر دینامیک فرایند و اغتشاش‌ها، تغییر دهد. اما از دید عملی کنترل‌کننده تطبیقی، کنترل‌کننده‌ای است با پارامترهای قابل تنظیم همراه با مکانیسمی برای تنظیم پارامترها، چنین کنترل‌کننده‌ای به دلیل وجود مکانیسم تنظیم، معمولاً غیرخطی و متغیر بازمان است.

بسیاری از سیستم‌های دینامیکی که بایستی کنترل شوند دارای پارامترهای نامعلوم هستند که یا ثابت هستند و یا به‌آهستگی تغییر می‌کنند. برای مثال، روبات‌های جابه‌جاکننده ممکن است اجسام بزرگی را با جرم‌های نامعلوم حمل کنند. سیستم‌های قدرت ممکن است با شرایطی مواجه باشند که تغییرات زیادی در بار صورت پذیرد. کنترل تطبیقی یک روش برای کنترل این چنین سیستم‌ها است. ایده اصلی در کنترل تطبیقی این است که پارامترهای نامعلوم سیستم بر اساس سیگنال‌های اندازه‌گیری شده به صورت برخط (به‌هنگام)، تخمین زده شوند و در انجام محاسبات ورودی کنترل از پارامترهای تخمین زده شده استفاده شود. بنابراین می‌توان سیستم کنترل تطبیقی را یک سیستم کنترل با تخمین به‌هنگام پارامترها در نظر گرفت [۱-۲].

دو روش اصلی برای ساختن کنترل‌کننده‌های تطبیقی وجود دارد. یکی، روش موسوم به روش کنترل تطبیقی مدل مرجع و دیگری، روشی است که به روش خودتنظیم معروف است. سیستم تطبیقی مدل مرجع یکی از کنترل‌گرهای تطبیقی مهم است، که در آن عملکرد مطلوب برحسب مدل مرجعی که به سیگنال فرمان پاسخ مطلوب می‌دهد، بیان می‌شود. بلوک دیاگرام سیستم کنترل تطبیقی مدل مرجع در شکل ۱ نشان داده شده است [۲].



شکل ۱: بلوک دیاگرام سیستم کنترل تطبیقی مدل مرجع [۲]

در پژوهش‌های انجام شده در زمینه کنترل تطبیقی سیستم‌های غیرخطی معمولاً یک مدل خطی با تغییرات کم پارامترها در نظر گرفته شده است. در بحث کنترل تطبیقی فازی، بیشتر محققان بر استفاده از سیستم‌های خوش‌ریخت^۱ تأکید دارند و برای پیشرفت قانون بهره‌رکردن پارامترها تئوری کنترل مد لغزشی^۲ (SMC) را با تکنیک فازی ترکیب می‌کنند [۳-۴]. در [۲] بردار حالت، مقدار مرجع خود را دنبال کرده است ولی این همگرایی به صورت کامل رخ نداده است. در نهایت نیز

شبه‌سازی‌ها با استفاده از سیمولینک نرم‌افزار متلب در بخش ۴ نمایش داده شده است. بخش ۵ نیز به نتیجه‌گیری اختصاص یافته است.

۲-۲- روش تخمین پارامتر برای سیستم‌های کنترل تطبیقی

در طراحی کنترل تطبیقی برای برخی سیستم‌های تک‌خروجی برای به‌دست آوردن قوانین تطبیق و کنترل و همچنین تخمین پارامتر، می‌توان از لم اساسی زیر استفاده کرد [۱].

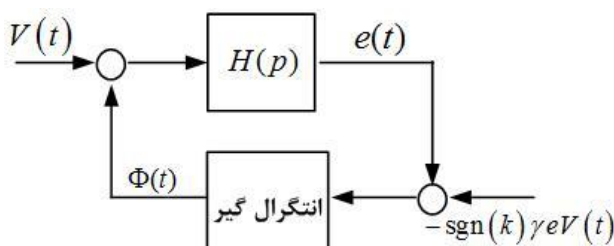
۲-۱- لم تخمین پارامتر

این لم برای حالتی است که خطا به‌صورت اسکالر باشد [۱]. در برخی مسائل سیستم‌های کنترل تطبیقی تک‌خروجی، دینامیک خطا به‌فرم (۱) قابل‌بازنویسی می‌باشد.

$$e(t) = H(p) \left[k \Phi^T(t) V(t) \right] \quad (1)$$

که در آن $e(t)$ یک سیگنال خروجی اسکالر، $H(p)$ یک تابع تبدیل حقیقی کاملاً مثبت^۳ (SPR)، k یک ثابت نامعلوم با علامت معلوم، $\Phi(t)$ بردار پارامتر تابع زمان $m \times 1$ و $V(t)$ یک بردار قابل‌اندازه‌گیری $m \times 1$ است. در شکل ۲ بلوک دیاگرام مرتبط با این لم مشاهده می‌شود. اگر بردار $\Phi(t)$ به‌صورت (۲) تغییر کند؛

$$\dot{\Phi}(t) = -\text{sgn}(k) \gamma e V(t) \quad (2)$$



شکل ۲: بلوک دیاگرام شامل تابع تبدیل SPR [۱]

که در آن γ یک ثابت مثبت است، آنگاه $e(t)$ و $\Phi(t)$ کران‌دار می‌شوند. همچنین اگر V نیز کران‌دار باشد، آنگاه:

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow e(t) \rightarrow 0 \quad (3)$$

۲-۲- لم تخمین پارامتر تعمیم‌یافته

این لم برای حالتی کاربرد دارد که خطا، برداری باشد. دو سیگنال $E(t)$ و $\Phi(t)$ را که توسط معادله دینامیکی (۴) به‌هم مرتبط هستند در نظر بگیرید؛

$$E(t) = \mathbf{H}(p) \left[k \Phi^T(t) V(t) \right] \quad (4)$$

که در آن $E(t)$ یک سیگنال خروجی برداری $m \times 1$ ، $\mathbf{H}(p)$ یک ماتریس تابع تبدیل حقیقی $m \times m$ کاملاً مثبت، k یک ثابت نامعلوم با علامت معلوم، $\Phi(t)$ ماتریس پارامترهای تابع زمان $m \times n$ و $V(t)$ یک بردار قابل‌اندازه‌گیری $n \times 1$ است. اگر ماتریس $\Phi(t)$ به‌صورت (۵) تغییر کند؛

$$\dot{\Phi}(t) = -\text{sgn}(k) \gamma E V^T(t) \quad (5)$$

است. با بررسی نتایج حاصل از شبه‌سازی در [۱۳] ملاحظه می‌شود که در [۱۳] همگرایی حالات با درصد خطای قابل قبولی صورت گرفته است اما مسئله‌ای که قابل‌تامل است شکل سیگنال کنترل می‌باشد؛ که دارای اغتشاش و تغییرات نسبتاً زیادی است. همچنین مسئله قابل‌تامل دیگر معادلات پیچیده و طولانی در روش ارائه‌شده می‌باشد. در [۱۴] از سیستم‌های فازی در طراحی یک کنترل‌کننده مدل مرجع غیرمستقیم استفاده شده است که مدل مرجع خود به‌صورت فازی می‌باشد که طراحی و انتخاب پارامترهای آن را پیچیده می‌سازد.

استفاده از منطق فازی و سیستم‌های فازی یکی از راهکارها برای مدل‌سازی توابع غیرخطی و کنترل سیستم‌های غیرخطی می‌باشد [۱۲]، [۱۵]. در [۱۵] از سیستم‌های فازی در طراحی کنترل‌کننده برای یک تنظیم‌کننده ولتاژ استفاده شده است با این حال با توجه به‌اینکه کنترل فازی به‌تنهایی از دقت بالا در تنظیم و تعقیب سیستم‌های کنترل برخوردار نیست این سیستم‌ها با کنترل مد لغزشی و کنترل تطبیقی ترکیب می‌گردند [۱۲].

در این مقاله طراحی یک کنترل‌کننده فازی تطبیقی مبتنی بر مدل مرجع برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی SISO به‌روشی منظم و ساده مدنظر است. از یک مدل فازی تاکاگی سوگنو (TS) برای مدل‌سازی سیستم غیرخطی استفاده شده است. برای طراحی کنترل تطبیقی مدل مرجع در [۱] لم اساسی تخمین پارامتر برای انتخاب قوانین تطبیق و کنترل معرفی شده است. از این لم در [۱۶] در طراحی یک کنترل‌کننده خطی‌سازی با فیدبک تطبیقی برای یک سیستم غیرخطی استفاده شده است و نتایج خوبی در تخمین پارامترها به‌دست آمده است. در اینجا، این لم تعمیم داده می‌شود و یک الگوریتم برای انتخاب قوانین کنترل و تطبیق و همچنین اثبات پایداری سیستم کنترل به‌کمک این لم مطرح می‌شود. با توجه به‌اینکه کنترل‌کننده تطبیقی یک کنترل‌کننده غیرخطی به‌حساب می‌آید و همچنین بررسی سیستم‌های غیرخطی در حالت کلی مشکل است، دسته‌های خاصی از سیستم‌های غیرخطی در نظر گرفته شده است. مهم‌ترین مزیت طراحی ارائه‌شده، سادگی و سرعت عمل در به‌دست آوردن کنترل تطبیقی مدل مرجع با استفاده از لم تخمین پارامتر می‌باشد؛ فقط کافی است شرایط لم چک شود بقیه موارد از جمله قانون کنترل و یا قانون تطبیق به‌کمک لم به دست می‌آید و همگرایی خطای اختلاف خروجی فرآیند و مدل مرجع تضمین شده است.

سازمان‌دهی مقاله به این شرح است: در بخش ۲ پس از معرفی لم تخمین پارامتر در حالت اسکالر، لم تعمیم‌یافته با اثبات کامل (در پیوست) ارائه شده است، همچنین کاربرد لم تعمیم‌یافته برای طراحی کنترل تطبیقی مدل مرجع برای دو دسته سیستم با نمایش فضای حالت نشان داده شده است. در بخش ۳ نیز کنترل فازی تطبیقی مبتنی بر مدل مرجع برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی با مدل‌سازی فازی تاکاگی سوگنو مطرح شده است؛ نتیجه به‌دست‌آمده به‌عنوان مثال روی سیستم غیرخطی پاندول معکوس پیاده‌سازی شده است. نتایج

$$\dot{x} = Ax + Bu + C \quad (14)$$

فرض کنید مطلوب پیدا کردن قانون کنترلی باشد که پاسخ آن به سیگنال‌های فرمان به صورت (۱۵) باشد.

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m r + C_m \quad (15)$$

یک قانون کنترل خطی عمومی برای سیستم معادله (۱۴) به صورت (۱۶) است؛

$$u = -\hat{A}_x x + \hat{A}_r r + \hat{A}_c \quad (16)$$

که در آن \hat{A}_x ، \hat{A}_r و \hat{A}_c پارامترهای تخمینی هستند. اگر ماتریس پارامتر به صورت (۱۷) تغییر کند؛

$$\dot{\Phi} = -\gamma EV^T \quad (17)$$

که در آن:

$$E = x - x_m, \quad \Phi = [-\tilde{A}_x \quad \tilde{A}_r \quad \tilde{A}_c], \quad V = \begin{bmatrix} x \\ r \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{A}_x = \hat{A}_x - A_x,$$

$$\tilde{A}_r = \hat{A}_r - A_r, \quad \tilde{A}_c = \hat{A}_c - A_c \quad (18)$$

A_x ، A_r و A_c مقادیر ایده‌آل پارامترهای کنترل کننده می‌باشند و به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$A_x = B_m^T (B B_m^T)^{-1} (A - A_m), \quad A_r = B_m^T (B B_m^T)^{-1} B_m, \\ A_c = B_m^T (B B_m^T)^{-1} (C - C_m), \quad H(p) = (pI - A)^{-1} B \quad (19)$$

آنگاه با استفاده از لم تخمین پارامتر تعمیم یافته نتیجه می‌شود که:

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow E(t) \rightarrow 0 \quad (20)$$

۳-کنترل تطبیقی فازی مدل مرجع (MRAS) برای

سیستم‌های غیرخطی SISO

برای طراحی کنترل کننده تطبیقی مدل مرجع برای سیستم‌های غیرخطی SISO می‌توان در ابتدا از مدل سازی فازی استفاده کرد، سپس انتخاب قانون کنترل و تطبیق و در نهایت اثبات پایداری و همگرایی کنترل حاصل را با استفاده از لم تخمین پارامتر تعمیم یافته هماهنگ کرد. پایداری الگوریتم تطبیقی پیشنهادی با وجود پارامترهای نامعین سیستم اثبات می‌شود. در انتها این بخش، سیستم غیرخطی پاندول معکوس را به عنوان مثال در نظر گرفته می‌شود و نتایج حاصل از طراحی کنترل کننده تطبیقی فازی مورد نظر را به کمک سیمولینک متلب شبیه سازی می‌شود.

۳-۱-مدل فازی سیستم غیرخطی

در این مقاله یک دسته از سیستم‌های غیرخطی تک ورودی-تک خروجی (SISO) به فرم (۲۱) در نظر گرفته شده است؛

که در آن γ یک ثابت مثبت است؛ آنگاه ثابت می‌شود $E(t)$ و $\Phi(t)$ دارای کران بوده و اگر V نیز کران دار باشد؛ آنگاه:

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow E(t) \rightarrow 0 \quad (6)$$

(اثبات در پیوست آورده شده است.)

۲-۳- کاربرد لم تخمین پارامتر تعمیم یافته برای سیستم‌های با

نمایش فضای حالت

یکی از کاربردهای لم تخمین پارامتر تعمیم یافته طراحی کنترل تطبیقی مدل مرجع برای سیستم‌های خطی در حالت کلی می‌باشد.

۲-۳-۱-کنترل تطبیقی مدل مرجع برای سیستم‌های با نمایش

فضای حالت مرسوم

سیستم خطی با نمایش فضای حالت (۷) را در نظر بگیرید.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (7)$$

فرض کنید هدف پیدا کردن قانون کنترلی باشد که پاسخ آن به سیگنال‌های فرمان به صورت (۸) باشد.

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m r \quad (8)$$

یک قانون کنترل خطی عمومی برای سیستم معادله (۷) به صورت (۹) است؛

$$u = -\hat{A}_x x + \hat{A}_r r \quad (9)$$

که در آن \hat{A}_x و \hat{A}_r پارامترهای تخمینی هستند. اگر ماتریس پارامتر به صورت (۱۰) تغییر کند؛

$$\dot{\Phi} = -\gamma EV^T \quad (10)$$

که در آن:

$$E = x - x_m, \quad \Phi = [-\tilde{A}_x \quad \tilde{A}_r], \quad V = \begin{bmatrix} x \\ r \end{bmatrix}, \quad \tilde{A}_x = \hat{A}_x - A_x,$$

$$\tilde{A}_r = \hat{A}_r - A_r, \quad H(p) = (pI - A)^{-1} B \quad (11)$$

A_x و A_r مقادیر ایده‌آل پارامترهای کنترل کننده می‌باشند و به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$A_x = B_m^T (B B_m^T)^{-1} (A - A_m), \quad (12)$$

$$A_r = B_m^T (B B_m^T)^{-1} B_m$$

آنگاه با استفاده از لم تخمین پارامتر تعمیم یافته نتیجه می‌شود که:

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow E(t) \rightarrow 0 \quad (13)$$

۲-۳-۲-کنترل تطبیقی مدل مرجع برای سیستم‌های با نمایش

فضای حالت کلی تر

همان طور که اشاره شد، یکی از کاربردهای لم تخمین پارامتر تعمیم یافته برای به دست آوردن کنترل تطبیقی مدل مرجع برای سیستم‌های خطی عمومی می‌باشد. در اینجا فرم کلی تری در نظر گرفته می‌شود. سیستم خطی با نمایش فضای حالت (۱۴) را در نظر بگیرید.

$$A_i = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 1 \\ -a_{i1} & \dots & \dots & \dots & -a_{in} \end{pmatrix}$$

$$B_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_i \end{pmatrix}, \quad C_i = (1 \dots 0) \quad (25)$$

۲-۳-۲- کنترل تطبیقی فازی مدل مرجع

در این قسمت هدف طراحی یک کنترل کننده تطبیقی به گونه ای است که با وجود نامعینی در پارامترهای فرآیند، رفتار کنترل کننده مشابه رفتار مدل مرجع باشد. پایداری در صورتی تضمین می گردد که پارامترهای نامعین به تدریج توسط یک مکانیسم تطبیق تخمین زده شوند. برای غلبه بر این مشکل از یک کنترل کننده فازی تطبیقی مبتنی بر مدل مرجع استفاده می شود. در هر لحظه پارامترهای فرآیند تخمین زده می شود و برای پارامترهای کنترل کننده استفاده می گردد. تخمین مدل فرآیند توسط مدل فازی TS نمایش داده می شود تا ساختار A_i و B_i شناخته شود زیرا پارامترها ناشناخته یا متغیر با زمان هستند.

هدف انتخاب قانون کنترلی است که همه سیگنال های حلقه بسته سیستم کران دار باشد و بردار حالت x ، بردار حالت مدل مرجع x_m را ردیابی نماید. مدل مرجع به فرم (۲۶) توصیف می شود.

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m r \quad (26)$$

A_m ماتریس پایدار با بعدی مشابه A_i سیگنال مرجع و B_m به گونه ای انتخاب می شود که x_m نمایش بردار حالت مطلوب فرایند باشد.

۳-۳-۱- قانون کنترل

در حالت کلی قانون کنترل به صورت (۲۷) و شامل سه بخش انتخاب می شود:

$$u_i = -k_i x + l_i r - q_i s \quad (27)$$

بخش اول مربوط به کنترل فیدبک حالت فازی (PDC):

ضرایب k_i ها را به گونه ای باید در نظر گرفت که تمام مقادیر ویژه زیرسیستم ها سمت چپ محور موهومی قرار گیرند، تا بدین صورت پایداری فرایند تضمین گردد. در طراحی PDC هر قانون از مطابقت با قانون مدل فازی TS مربوطه طراحی می شود.

$$\text{if } z_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } z_n(t) \text{ is } M_{in},$$

$$\text{then } u_{fi} = -k_i x \quad i = 1, 2, \dots, r$$

$$u_{fi} = -\frac{\sum_{i=1}^r w_i(z) k_i x}{\sum_{i=1}^r w_i(z)} = -\sum_{i=1}^r h_i(z) k_i x \quad (28)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f(x) + g(x)u + d \end{cases} \quad (21)$$

که در آن f و g توابع غیرخطی نامشخصی هستند که دارای نامعینی می باشند، d اغتشاش (یک سیگنال کران دار) است. سیستم غیرخطی (۲۱) با استفاده از مدل دینامیکی فازی TS و با مجموعه ای از زیر مدل ها، به طوری که هر زیرمدل با یک قانون فازی توصیف می شود، نمایش داده می شود. قانون نام از مدل فازی به فرم (۲۲) است [۱۷].

$$\text{if } z_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } z_n(t) \text{ is } M_{in},$$

$$\text{then } \begin{cases} \dot{x} = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (22)$$

M_{ij} ها مجموعه های فازی، r تعداد قوانین فازی، $[x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$ بردار حالت، $u(t)$ ورودی، $y(t)$ خروجی و $z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t)$ متغیرهای مقدم می باشند. در هر قانون یک وزن $w_i(z)$ در نظر گرفته می شود که بستگی به میزان اهمیت تابع عضویت متغیر مقدم Z در مجموعه های فازی M_{ij} دارد.

$$w_i(z) = \prod_{i=1}^n \mu_{ij}(z_i) \quad w_i(z) \geq 0 \quad i = 1, \dots, r$$

$$h_i(z) = \frac{w_i(z)}{\sum_{i=1}^r w_i(z)} \quad 0 < h_i(z) < 1 \quad i = 1, \dots, r$$

$$\sum_{i=1}^r h_i(z) = 1 \quad (23)$$

معادلات حالت به فرم (۲۴) می باشد که در آن A_i و B_i دارای پارامترهای نامعلوم هستند.

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z) [A_i x + B_i u]}{\sum_{i=1}^r w_i(z)} = \sum_{i=1}^r h_i(z) [A_i x + B_i u] \\ y(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z) C_i x}{\sum_{i=1}^r w_i(z)} = \sum_{i=1}^r h_i(z) C_i x \end{cases} \quad (24)$$

با توجه به این که سیستم غیرخطی، تک ورودی-تک خروجی در نظر گرفته شده است، پس مشخص است که ابعاد ماتریس های C_i, B_i, A_i به ترتیب برابر $n \times n, n \times 1, 1 \times n$ می باشد.

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r h_i(z) [A_i x + B_i u] \quad (39)$$

با در نظر گرفتن خطا به صورت $e = x - \bar{x}$ دینامیک خطا را به صورت:

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{x} - \dot{\bar{x}} = \sum_{i=1}^r h_i(z) [(A_i x + B_i u) - (A_i \bar{x} + B_i u)] \\ &= \sum_{i=1}^r h_i(z) [(A_i x + B_i u) - ((A_i - A_i) x + B_i u)] \\ &= \sum_{i=1}^r h_i(z) A_i e + \sum_{i=1}^r h_i(z) [A_i \bar{x} + B_i u] \end{aligned} \quad (40)$$

به دست می آید (قابل ذکر است که $A_i - \hat{A}_i = \tilde{A}_i$)

مشاهده می شود که در معادله دینامیک خطا ماتریس A_i که نامعلوم است؛ ظاهر می شود. بنابراین با استفاده از یک تکنیک، تغییراتی در مدل فازی به وجود آورده می شود. با توجه به این که ماتریس A_m ماتریس پایداری است، می توان آن را در رابطه مدل فازی اضافه و کم کرد.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_m x + \sum_{i=1}^r h_i(z) [(A_i - A_m) x + B_i u] \\ \dot{x} &= A_m x + \sum_{i=1}^r h_i(z) [(A_i - A_m) x + B_i u] \end{aligned} \quad (41)$$

حال مجدداً دینامیک خطا به دست آورده می شود.

$$\dot{e} = A_m e + \sum_{i=1}^r h_i(z) [A_i x + B_i u] \quad (42)$$

$$A_i = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & & & & 1 \\ -(a_{i1} - a_{i1}) & \dots & & & -(a_{in} - a_{in}) \end{pmatrix} \quad B_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ (b_i - \hat{b}_i) \end{pmatrix}$$

برای این که بتوان از لم تخمین پارامتر تعمیم یافته استفاده کرد باید معادله خطا به فرم رابطه (۴) تبدیل شود.

$$\begin{aligned} e(t) &= H(p) \left[\sum_{i=1}^r h_i(z) A_i x + \sum_{i=1}^r h_i(z) B_i u \right] \\ &= H(p) [h_1 A_1 x + \dots + h_r A_r x + h B_1 u + \dots + h_r B_r u] \end{aligned} \quad (43)$$

همان طور که ملاحظه می شود؛ معادله خطا به فرم رابطه (۴) درآمد، که در اینجا ماتریس Φ و بردار v و ماتریس $H(p)$ به صورت:

$$\phi(t) = [h_1 A_1 \quad \dots \quad h_r A_r \quad h B_1 \quad \dots \quad h_r B_r] \quad (44)$$

$$v(t) = (x^T \quad x^T \quad \dots \quad x^T \quad r \quad \dots \quad r)^T \quad (45)$$

$$H(p) = (sI - A_m)^{-1} \quad (46)$$

می باشد. در نهایت نیز با استفاده از لم تخمین پارامتر تعمیم یافته قانون تطبیق به صورت (۴۷) انتخاب می شود.

با جایگذاری (۲۸) در (۲۴) سیستم حلقه بسته به صورت زیر به دست می آید:

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r h_i(z) [A_i - B_i k_i] x \quad (29)$$

چون هدف این است که رفتار سیستم مشابه رفتار مدل مرجع باشد، با تطابق دادن رابطه (۲۹) با (۲۶) روابط:

$$A_i - B_i k_i = A_m \quad (30)$$

$$\begin{aligned} k_i &= (B_m^T B_i)^{-1} B_m^T [A_i - A_m] \\ &= (B_m^T B_i)^{-1} B_m^T [a_{i1} - a_{m1}, \dots, a_{in} - a_{mn}] \end{aligned} \quad (31)$$

به دست می آید. پارامترهای $a_{i1}, \dots, a_{im}, b_i$ نامعلوم هستند و کنترل تطبیقی به تخمین این پارامترها می پردازد.

$$k_i = \frac{1}{b_i} [a_{i1} - a_{m1}, \dots, a_{in} - a_{mn}] \quad (32)$$

بخش دوم بهره پیش خور سیگنال مرجع:

$$u_i = l_i r \quad (33)$$

با جایگذاری (۳۳) در (۲۴) و تطابق با مدل مرجع رابطه (۳۴) حاصل می شود.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sum_{i=1}^r h_i(z) [(A_i - B_i k_i) x + B_i l_i r] \\ B_i l_i r &= B_m r \end{aligned} \quad (34)$$

با توجه به اینکه B_i معکوس پذیر نمی باشد، طرفین در B_m^T ضرب می شوند.

$$\begin{aligned} B_m^T B_i l_i r &= B_m^T B_m r \\ l_i &= (B_m^T B_i)^{-1} B_m^T B_m \end{aligned} \quad (35)$$

بخش سوم به منظور افزایش سرعت همگرایی استفاده می شود.

$$\begin{aligned} u_i &= -q_i s \\ s &= G e = G(x - \bar{x}) = (g_1 \quad g_2 \quad \dots \quad 1) e \end{aligned} \quad (36)$$

q_i یک ثابت مثبت است، s سطح لغزش، g_i ها باید طوری انتخاب شوند که چند جمله ای (۳۷) هرویتز باشد:

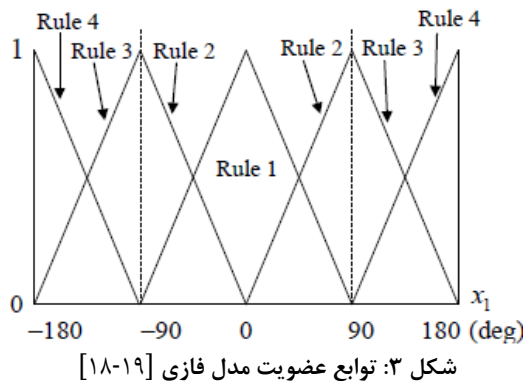
$$h(s) = s^{n-1} + g_{n-1} s^{n-2} + \dots + g_1 \quad (37)$$

پس در حالت کلی نتیجه می شود که:

$$u_i = \sum_{i=1}^r h_i(z) [-k_i x + l_i r - q_i s] \quad (38)$$

با توجه به رابطه (۲۴) و تخمین پارامترها، رابطه تخمین حالت ها را به صورت (۳۹) می توان نوشت.

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r h_i(z) [A_i x + B_i u]$$



$$\text{Rule 2: if } x_1 \text{ is about } \pm \frac{\pi}{2} \text{ and } \left(|x_1| < \frac{\pi}{2} \right) \text{ then } \dot{x} = A_2x + B_2u \quad (54)$$

$$\text{Rule 3: if } x_1 \text{ is about } \pm \frac{\pi}{2} \text{ and } \left(|x_1| > \frac{\pi}{2} \right) \text{ then } \dot{x} = A_3x + B_3u \quad (55)$$

$$\text{Rule 4: if } x_1 \text{ is about } \pi \text{ then } \dot{x} = A_4x + B_4u \quad (56)$$

ماتریس‌های مربوطه به صورت زیر می‌باشند:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 17.294 & 0 \end{pmatrix} \quad B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.1765 \end{pmatrix} \quad (57)$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 9.365 & 0 \end{pmatrix} \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.00524 \end{pmatrix} \quad (58)$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 9.365 & 0 \end{pmatrix} \quad B_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.00524 \end{pmatrix} \quad (59)$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.1765 \end{pmatrix} \quad (60)$$

۳-۴-۲- کنترل تطبیقی فازی مبتنی بر مدل مرجع برای

سیستم پاندول معکوس

مطابق (۲۷) قانون کنترل به فرم:

$$u_i = -k_i x + l_i r - q_i s \quad (61)$$

در نظر گرفته می‌شود. ثابت‌های q_1 و q_2 برابر ۵ و $G = [5 \ 1]$ انتخاب می‌شوند. مقادیر ایده‌آل بهره فیدبک حالت فازی (k_i) و بهره پیش‌خور سیگنال مرجع (l_i) طبق (۳۱) و (۳۵) به صورت:

$$k_i = \left(B_m^T B_i \right)^{-1} B_m^T [A_i - A_m] \quad (62)$$

$$l_i = \left(B_m^T B_i \right)^{-1} B_m^T B_m \quad (63)$$

می‌باشند، که در این جا با توجه به این که چهار قانون فازی انتخاب شده است، یعنی $r = 4$ پس $i = 1, 2, 3, 4$ خواهد بود. طبق (۴۷) قانون تطبیق به صورت:

$$\dot{\phi}(t) = -\gamma e v^T \quad (64)$$

انتخاب می‌شود.

$$\dot{\phi}(t) = -\gamma e v^T \quad (47)$$

و در انتها نیز با انتخاب قانون تطبیق به فرم (۴۸) با کمک لم تخمین پارامتر، اثبات می‌شود که خطا به سمت صفر همگرا می‌شود.

$$e \rightarrow 0 \quad (48)$$

و این به این معناست که خروجی مرجع را دنبال می‌کند. در ادامه برای شرح عملکرد روش معرفی شده از سیستم غیرخطی پاندول معکوس استفاده می‌شود و نتایج حاصل از شبیه‌سازی به کمک نرم‌افزار متلب نیز مشاهده خواهد شد.

۳-۴-۳- کنترل تطبیقی فازی مدل مرجع برای سیستم پاندول

معکوس

معادله دینامیکی غیرخطی سیستم پاندول به صورت (۴۹) می‌باشد.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{g \sin(x_1) - \frac{amlx_2^2 \sin(2x_1)}{2} - a \cos(x_1)u}{\frac{4l}{3} - aml \cos^2(x_1)} \end{cases} \quad (49)$$

$$= f(x) + g(x)u + d(t)$$

توابع غیرخطی $f(x)$ و $g(x)$ را می‌توان به این صورت نوشت:

$$f(x) = \frac{mlx_2^2 \sin(x_1) \cos(x_1) - (m+M)g \sin(x_1)}{ml \cos^2(x_1) - \frac{4l}{3(m+M)}} \quad (50)$$

$$g(x) = \frac{\cos(x_1)}{ml \cos^2(x_1) + \frac{4l}{3(m+M)}} \quad (51)$$

که x_1 زاویه پاندول با محور عمودی برحسب رادیان ($x_1 \in [-\pi, \pi]$) به جز x_2 سرعت زاویه‌ای (rad/s)، $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ثابت گرانشی، $m = 2 \text{ kg}$ جرم پاندول، $M = \lambda \text{ kg}$ جرم گاری، $2l = 1 \text{ m}$ طول پاندول، u ورودی کنترل و $a = l/(m+M)$ می‌باشند.

مدل مرجع را به وسیله مقادیر ویژه مناسب سیستم حلقه بسته ساخته می‌شود. با انتخاب مقادیر ویژه سیستم حلقه بسته -2 و -2 ، ماتریس A_m و بردار B_m به صورت:

$$A_m = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -4 \end{pmatrix} \quad B_m = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (52)$$

انتخاب می‌شوند.

۳-۴-۱- مدل فازی فرایند

با انتخاب چهار تابع عضویت مثلثی مطابق شکل ۳ قوانین فازی مدل TS نوشته می‌شوند [۱۸-۱۹].

$$\text{Rule 1: if } x_1 \text{ is about } 0 \text{ then } \dot{x} = A_1x + B_1u \quad (53)$$

۴- نتایج شبیه‌سازی

شبیه‌سازی‌ها با در نظر گرفتن سیگنال مرجع پله و در دو حالت با وجود پارامترهای نامعین ثابت و پارامترهای نامعین متغیر با زمان (آهسته) انجام شده است. برای هر قسمت جداگانه حالت‌های سیستم و حالت‌های مدل مرجع مشاهده و با یکدیگر مقایسه می‌شوند. از آنجاکه در کنترل تطبیقی مدل مرجع هدف این است که سیستم مدل مرجع را تعقیب کند، پس خطای ناشی از مقایسه حالت‌ها باید به سمت صفر میل کند.

۴-۱- پارامترهای نامعین ثابت

در این قسمت پارامترهای سیستم به صورت نامعین اما ثابت در نظر گرفته شده‌اند، با این وجود نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های انجام گرفته بررسی می‌شوند. در شکل ۴ حالت‌های x_1 و x_{m1} و خطای e_1 نشان داده شده است. همان‌طور که از شکل ۴ مشخص است سیگنال x_1 به خوبی سیگنال مرجع را دنبال می‌کند و در نتیجه خطای همگرایی به سمت صفر میل می‌کند. پس از ۴ ثانیه x_1 به طور کامل به x_{m1} همگرا می‌شود، یعنی در $t=4s$ خطا صفر شده است. در شکل ۵ حالت‌های x_2 و x_{m2} و خطای e_2 نشان داده شده است. همان‌طور که از شکل مشخص است x_2 به خوبی مرجع x_{m2} را تعقیب می‌کند و در نتیجه خطای ردیابی به سمت صفر همگرا شده است. در اینجا همگرایی کامل تقریباً پس از ۱ ثانیه صورت گرفته و در $t=1s$ خطا صفر شده است. ورودی کنترل به دست آمده در این حالت نیز در شکل ۶ مشاهده می‌شود.

۴-۲- پارامترهای نامعین متغیر با زمان (آهسته)

در این قسمت پارامترهای سیستم به صورت نامعین اما متغیر با زمان (به صورت آهسته) در نظر گرفته شده‌اند. برای شبیه‌سازی سیستم در این قسمت در یک حالت پارامتر طول پاندول (l) و در حالتی دیگر پارامتر جرم پاندول (m) و در حالت سوم نیز هر دو پارامتر به صورت متغیر با زمان در نظر گرفته شده‌اند. نتایج به دست آمده در هر حالت جداگانه بررسی می‌شوند.

الف) پارامتر طول پاندول (l) متغیر با زمان

در این حالت فرض بر این است که پارامتر نامعین l متغیر با زمان (آهسته) می‌باشد و سایر پارامترهای سیستم به صورت ثابت در نظر گرفته می‌شوند. این تغییرات در شکل ۷ مشاهده می‌شود. همان‌طور که دیده می‌شود تا لحظه $t=2/5s$ پارامتر ثابت و پس از آن به آرامی تغییر می‌کند تا به مقدار نهایی $0/55$ می‌رسد. در ادامه حالت‌های سیستم و مدل مرجع و هم‌چنین ورودی کنترل به دست آمده از شبیه‌سازی مشاهده می‌شوند. در شکل ۸ حالت‌های x_1 و x_{m1} و خطای e_1 ، در شکل ۹ حالت‌های x_2 و x_{m2} و خطای e_2 و در شکل ۱۰ ورودی کنترل مشاهده می‌شوند.

همان‌طور که از شکل ۸ مشخص است سیگنال x_1 به خوبی سیگنال مرجع را دنبال می‌کند و در نتیجه خطای همگرایی به سمت صفر میل می‌کند. پس از $3/7$ ثانیه x_1 به x_{m1} همگرا می‌شود، یعنی در $t=3/7s$ خطا صفر شده است. همان‌طور که از شکل ۹ مشخص است x_2 به خوبی مرجع x_{m2} را تعقیب می‌کند و در نتیجه خطای ردیابی به سمت صفر همگرا شده است. در اینجا همگرایی کامل تقریباً پس از ۱ ثانیه صورت

گرفته و در $t=1s$ خطا صفر شده است. شکل ۱۰ ورودی کنترل را نشان می‌دهد.

ب) پارامتر جرم پاندول (m) متغیر با زمان

در این حالت فرض بر این است که پارامتر نامعین m متغیر با زمان (آهسته) می‌باشد و سایر پارامترهای سیستم به صورت ثابت در نظر گرفته می‌شوند. این تغییرات در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود.

همان‌طور که دیده می‌شود تا لحظه $t=2/5s$ پارامتر ثابت و پس از آن به آرامی تغییر می‌کند تا به مقدار حداقل $1/9$ می‌رسد و دوباره شروع به افزایش می‌کند. در ادامه حالت‌های سیستم و مدل مرجع و هم‌چنین ورودی کنترل به دست آمده از شبیه‌سازی مشاهده می‌شوند. در شکل ۱۲ حالت‌های x_1 و x_{m1} و خطای e_1 ، در شکل ۱۳ حالت‌های x_2 و x_{m2} و خطای e_2 و در شکل ۱۴ ورودی کنترل مشاهده می‌شوند.

همان‌طور که از شکل ۱۲ مشخص است سیگنال x_1 به خوبی سیگنال مرجع را دنبال می‌کند و در نتیجه خطای همگرایی به سمت صفر میل می‌کند. پس از $2/5$ ثانیه x_1 به طور کامل به x_{m1} همگرا می‌شود، یعنی در $t=2/5s$ خطا صفر شده است. همان‌طور که از شکل ۱۳ مشخص است x_2 به خوبی مرجع x_{m2} را تعقیب می‌کند و در نتیجه خطای ردیابی به سمت صفر همگرا شده است. در اینجا همگرایی کامل تقریباً پس از $0/8$ ثانیه صورت گرفته و در $t=0/8s$ خطا صفر شده است. ورودی کنترلی نیز در شکل ۱۴ نشان داده شده است.

ج) پارامترهای طول (l) جرم (m) پاندول متغیر با زمان

در این حالت فرض بر این است که پارامترهای نامعین m و l متغیر با زمان (آهسته) می‌باشد و سایر پارامترهای سیستم به صورت ثابت در نظر گرفته می‌شوند. تغییرات پارامتر طول و پارامتر جرم نسبت به زمان مشابه دو حالت قبیل در نظر گرفته می‌شود. با وجود پارامترهای نامعین متغیر با زمان در این حالت نیز نتایج شبیه‌سازی‌های صورت گرفته را با در نظر گرفتن سیگنال اغتشاش و هم‌چنین بدون سیگنال اغتشاش مشاهده و بررسی می‌شوند.

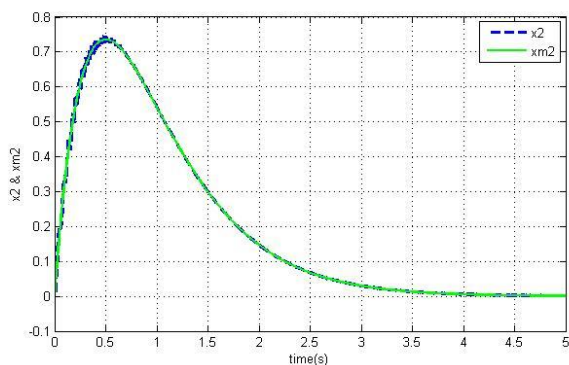
در شکل ۱۵ حالت‌های x_1 و x_{m1} و خطای e_1 ، در شکل ۱۶ حالت‌های x_2 و x_{m2} و خطای e_2 و در شکل ۱۷ ورودی کنترل مشاهده می‌شوند.

با توجه به نتایج به دست آمده در این حالت ملاحظه می‌شود که همگرایی کامل x_1 پس از $3/75$ ثانیه و همگرایی x_2 پس از تقریباً ۱ ثانیه اتفاق می‌افتد. ورودی کنترل نیز مطابق شکل ۱۷ به صورت نرم به مقدار ثابتی میل می‌کند.

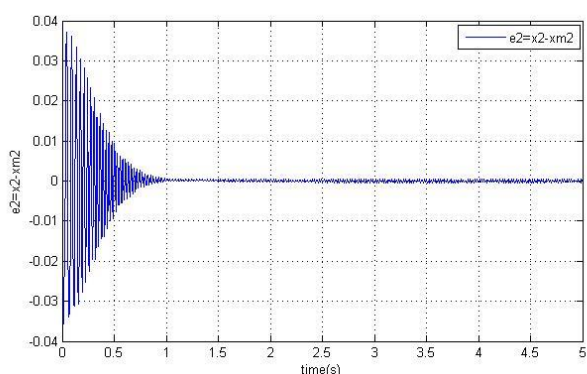
۵- نتیجه‌گیری

روشی منظم برای طراحی یک کنترل‌کننده تطبیقی برای خانواده‌ای از سیستم‌های غیرخطی ارائه شد. در این مقاله به کمک لم تخمین پارامتر تعمیم‌یافته، به طور منظم قانون تطبیق و کنترل به دست آورده شده و هم‌چنین پایداری سیستم کنترل اثبات شده است. با توجه به نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی‌ها مشاهده می‌شود که با وجود پارامترهای

نامعین ثابت و متغیر با زمان (آهسته) در سیستم، خروجی پس از کنترل، پایدار و مقدار مرجع را دنبال می‌کند. در نتیجه خطای ردیابی به سمت صفر همگرا می‌شود. همچنین با توجه به قانون تطبیق به‌دست‌آمده پارامترهای تخمین به مقادیر جدید تنظیم می‌شوند. کنترل‌کننده تطبیقی حاصل، رفتار را در پاسخ به تغییر دینامیک فرایند و اغتشاش‌ها، تغییر می‌دهد. با مشاهده و بررسی نتایج کارهای قبلی صورت گرفته در این زمینه، به این نتیجه می‌رسیم که در تمامی کارها مسئله همگرایی مقدار مرجع محقق شده است اما نکته‌ای که می‌توان اشاره کرد این است که یا همگرایی به‌صورت کامل صورت نگرفته (یعنی خطای همگرایی کاملاً صفر نشده است) یا سرعت همگرایی کم می‌باشد. مسئله دیگر وجود اغتشاش و تغییرات شدید در سیگنال کنترل می‌باشد. در این مقاله با توجه به نتایج حاصل از شبیه‌سازی مشاهده می‌شود که همگرایی به‌صورت کامل صورت پذیرفته، همچنین سرعت همگرایی قابل قبول است. شکل سیگنال کنترل به دور از هرگونه اغتشاش و تغییرات زیاد، شکلی نرم و قابل قبول دارد. با توجه به نتایج حاصل از شبیه‌سازی به این نتیجه می‌رسیم که کنترل‌کننده نتیجه و عملکرد خوب و قابل قبولی دارد.



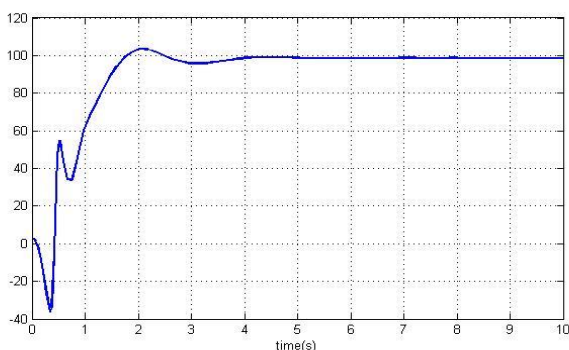
(a)



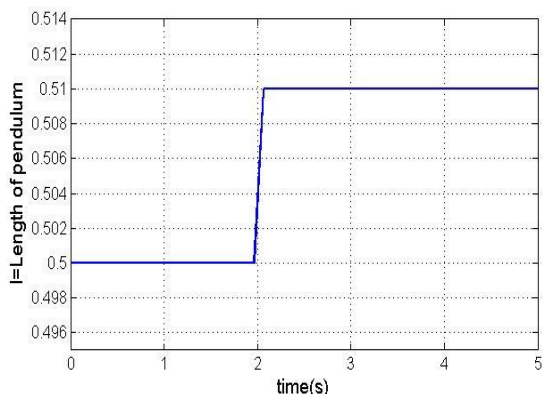
(b)

شکل ۵: (a) حالت‌های x_2 و x_{m2} به ازای سیگنال مرجع پله

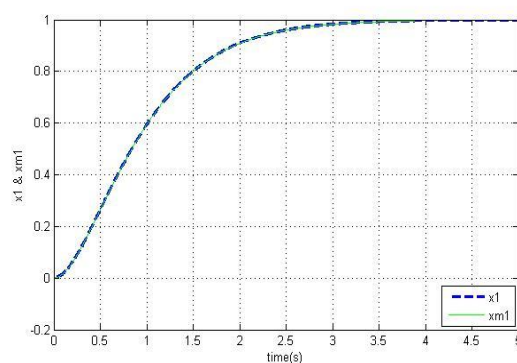
$$e_2 = x_2 - x_{m2} \quad (b)$$



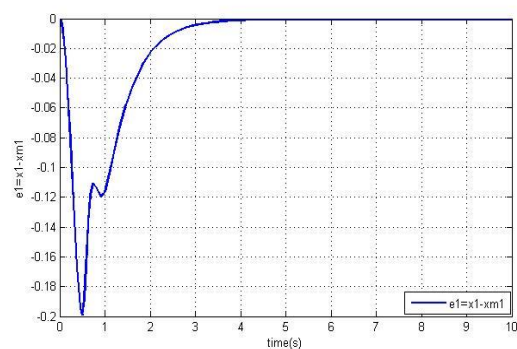
شکل ۶: ورودی کنترل u



شکل ۷: تغییرات پارامتر l (طول پاندول) نسبت به زمان



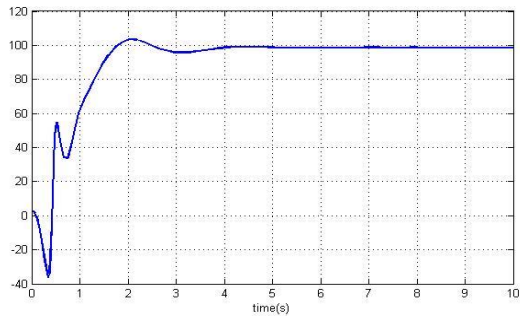
(a)



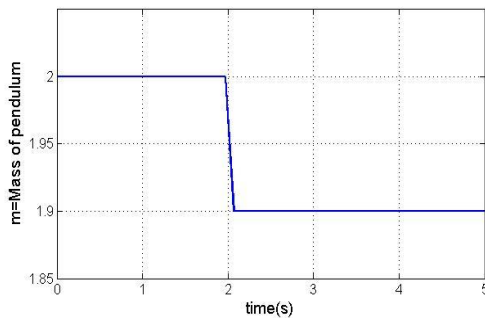
(b)

شکل ۴: (a) حالت‌های x_1 و x_{m1} به ازای سیگنال مرجع پله

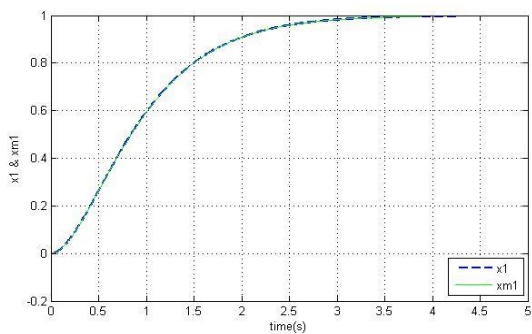
$$e_1 = x_1 - x_{m1} \quad (b)$$



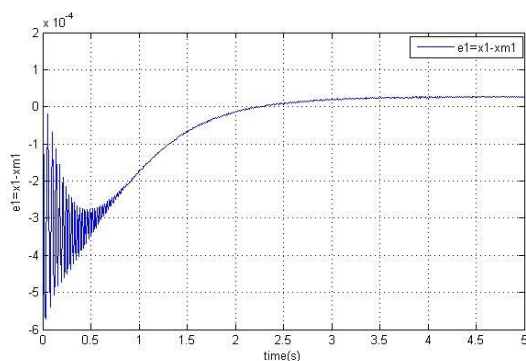
شکل ۱۰: ورودی کنترل l (پارامتر l متغیر با زمان)



شکل ۱۱: تغییرات پارامتر m (جرم پاندول) نسبت به زمان



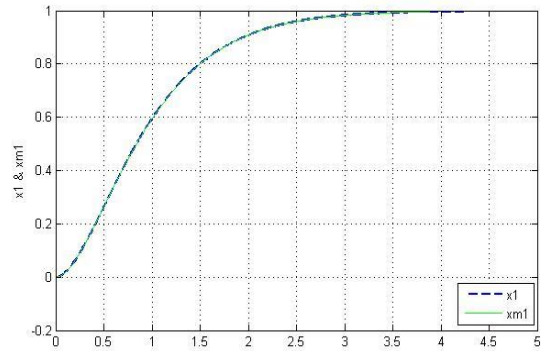
(a)



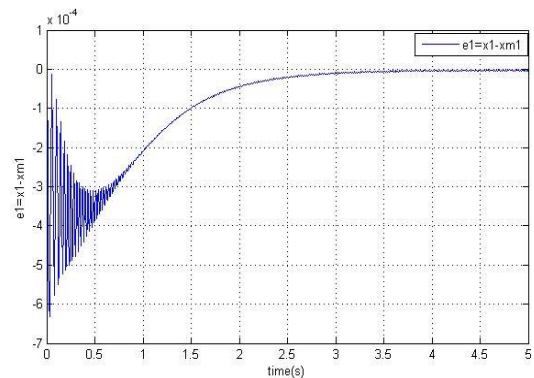
(b)

شکل ۱۲: (a) حالت‌های x_1 و x_{m1} به ازای سیگنال مرجع پله (ب) $e_1 = x_1 - x_{m1}$ (پارامتر m متغیر با زمان)

لم تخمین پارامتر برای حالتی که خطا به صورت بردار است با اثبات کامل تعمیم داده شد. این لم کاربردهای دیگری نیز می‌تواند داشته باشد که دو نمونه آن برای دو دسته سیستم خطی آورده شد.

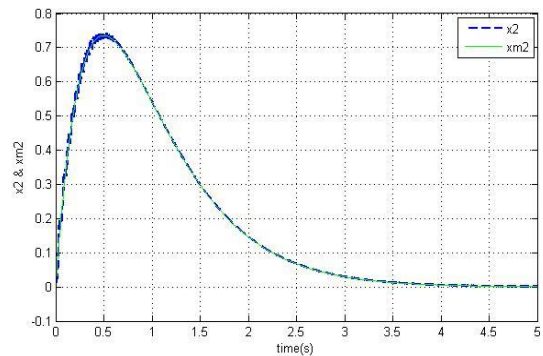


(a)

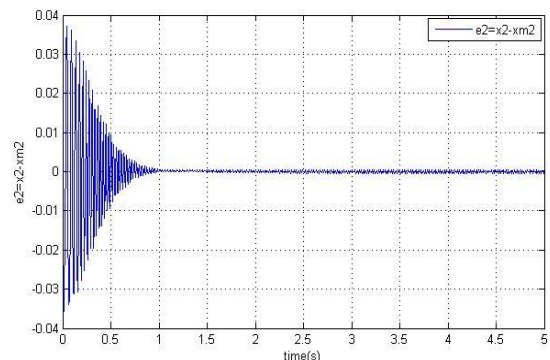


(b)

شکل ۸: (a) حالت‌های x_1 و x_{m1} به ازای سیگنال مرجع پله (ب) $e_1 = x_1 - x_{m1}$ (پارامتر l متغیر با زمان)

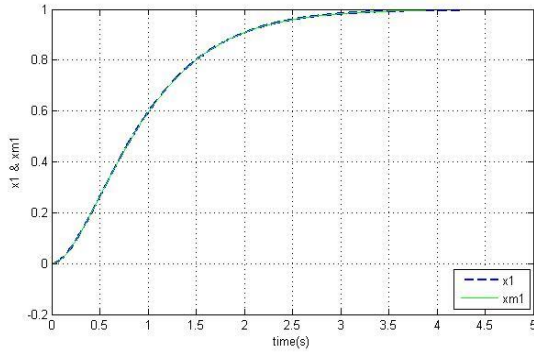


(a)

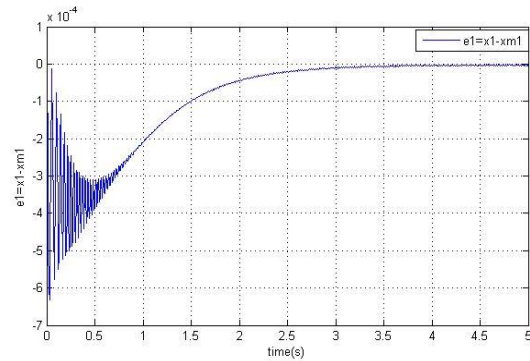


(b)

شکل ۹: (a) حالت‌های x_2 و x_{m2} به ازای سیگنال مرجع پله (ب) $e_2 = x_2 - x_{m2}$ (پارامتر l متغیر با زمان)

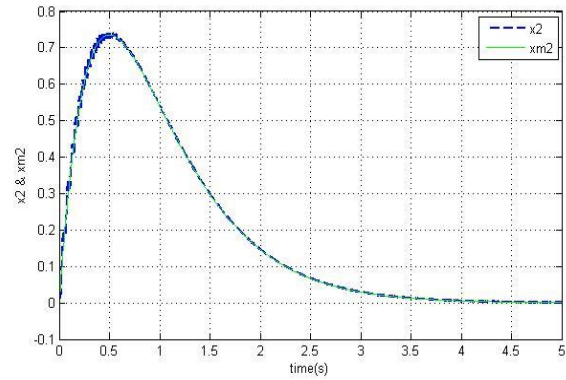


(a)

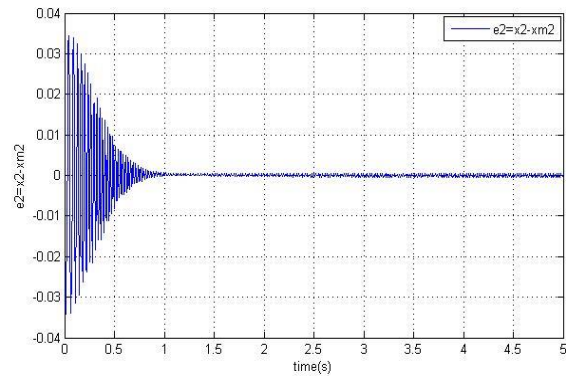


(b)

شکل ۱۵: (a) حالت‌های x_1 و x_{m1} به ازای سیگنال مرجع پله (b) $e_1 = x_1 - x_{m1}$ (پارامتر m و l متغیر با زمان)

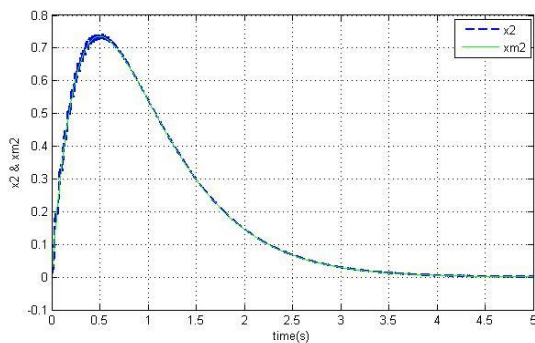


(a)

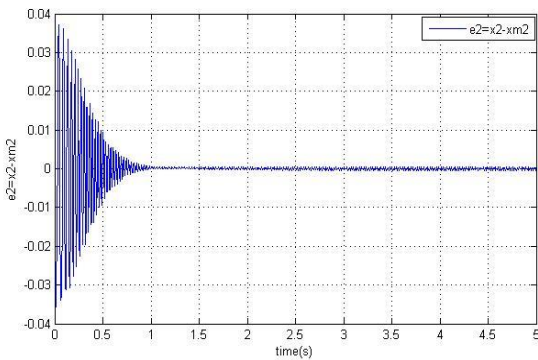


(b)

شکل ۱۳: (a) حالت‌های x_2 و x_{m2} به ازای سیگنال مرجع پله (b) $e_2 = x_2 - x_{m2}$ (پارامتر m متغیر با زمان)

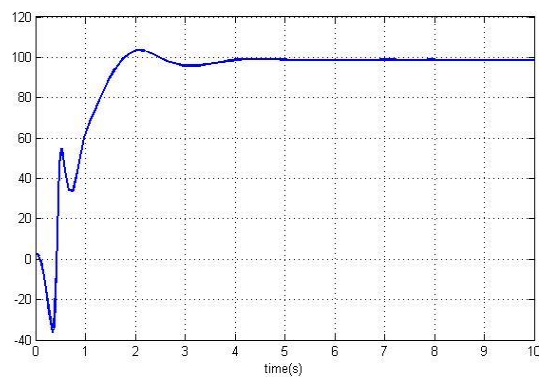


(a)



(b)

شکل ۱۶: (a) حالت‌های x_2 و x_{m2} به ازای سیگنال مرجع پله (b) $e_2 = x_2 - x_{m2}$ (پارامتر m و l متغیر با زمان)



شکل ۱۴: ورودی کنترل u (پارامتر m متغیر با زمان)

system via lyapunov rule for control of a chemical Reactor," Australian Control Conference, vol. 4, no. 5, pp. 348-353, Nov. 2013.

[11] F. Kodalak and M. U. Salamci, "Model reference adaptive control design for nonlinear systems using linear time varying approximations," IEEE16th International Carpathian Control Conference (ICCC), pp. 202-207, 2015.

[12] T. Amieur, M. Sedraoui, O. Amieur, A. Djeddi and Y. Houam, "Adaptive fuzzy fliding mode control for uncertain nonlinear SISO systems," 15th International Conference on Science and Techniques of Automatic Control & Computer Engineering (STA), Tunisia, pp. 142-147, Dec. 2014.

[13] L. Yongming, T. Shaocheng and S. Shuai, "Fuzzy adaptive output constraint control for SISO switched nonlinear systems in pure feedback form," Proceeding of the 34th Chinese Conference (CCC), pp. 435-440, 2015.

[14] S. Tahmasebi, M. A. Khanesar and M. Teshnehlab, "Fuzzy reference model for adaptive indirect takagi-sugeno model reference control," Proceedings of 2016 IEEE 13th International Conference on Networking, Sensing, and Control Mexico City, Mexico, April 28-30, 2016.

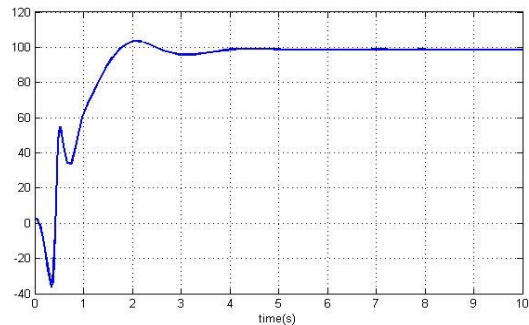
[۱۵] محمد نبی پور، مرتضی رزاز، سید قدرت‌الله سیف السادات، سید سعیدالله مرتضوی، "کنترل ولتاژ تزریقی DVR توسط کنترل کننده تطبیقی جدید دوگانه در جریان انواع خطاهای شبکه"، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۶، شماره ۲، صص. ۳۲۱-۳۰۷، ۱۳۹۵.

[۱۶] محسن کربعلی زاده، نویدرضا ابجدی، غلامرضا عرب، جعفر سلطانی، "کنترل تطبیقی با خطی سازی فیدبک ورودی-خروجی یک مبدل تشدید سری-موازی dc-dc"، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۴، شماره ۱، صص. ۴۲-۳۳، ۱۳۹۳.

[17] K. Tanaka and H. O. Wang, *Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach*, A Wiely-Interscience Publication, New York, pp. 5-47, 2001.

[18] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," IEEE Transactions on Systems, vol. 15, no. 1, pp. 116-132, 1985.

[19] K. Mehran, "Takagi-Sugeno fuzzy modeling for process control," Industrial Automation, Robotics and Artificial Intelligence, Newcastle, pp. 2-13, 2008.



شکل ۱۷: ورودی کنترل u (پارامتر m و l متغیر با زمان)

۶- مراجع

[1] J. J. E. Slotine and W. Li, *Applied nonlinear control*, Prentice-Hall, New Jersey, pp. 123-131 and 311-336, 1991.

[2] K. J. Astrom and B. Wittenmark, *Adaptive control*, Addison-Wesley Longman Pub., Boston, USA, 1994.

[3] P. T. Chan, A. B. Rad and J. Wang, "Indirect adaptive fuzzy sliding mode control: part II: parameter projection and supervisory control," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 122, pp. 31-43, 2001.

[4] J. P. Su, T. M. Chen and C. C. Wang, "Adaptive fuzzy sliding mode control with GA-based reaching laws," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 120, pp. 145-158, 2001.

[5] S. Blazic, L. Skrjanc and D. Matko, "Globally stable direct fuzzy model reference adaptive control," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 139, pp. 3-33, 2003.

[6] Y. W. Cho, C. W. Park and M. Park, "An indirect model reference adaptive fuzzy control for SISO Takagi-Sugeno model," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 131, pp. 197-215, 2002.

[7] H. P. Whitaker and A. Kezer, "New development in the design of model reference adaptive control systems," *Inst. Aeronautical Sciences*, Feb. 1961.

[8] P. Jain and M. J. Nigam, "Real time control of ball and beam system with model reference adaptive control strategy using MIT rule," *IEEE International Conference*, pp. 1-4, 2013.

[9] H. Abid, M. Chtourou and A. Toumi, "An indirect model reference robust fuzzy adaptive control for a class of SISO nonlinear systems," *International Journal of Control*, Springer, vol. 7, no. 6, pp. 982-991, Dec. 2009.

[10] H. Tahersima, M. Saleh, A. Mesgarisohani and M. Tahersima, "Design of stable model reference adaptive

از آنجاکه تابع تبدیل $\mathbf{H}(p)$ SPR است، طبق لم کالمن-یاکوویوچ P

و Q ماتریس‌های مثبت متقارن معین وجود دارند به طوری که:

$$A^T P + PA = -Q \quad (66)$$

$$Pb = c$$

فرض کنید تابع لیاپانوف یک تابع اکیداً مثبت به صورت رابطه

$$W(x, \Phi) = x^T P x + \frac{|k|}{\gamma} \text{tr}(\Phi^T \Phi) \quad (67)$$

باشد؛ مشتق آن در امتداد سیستم عبارت است از:

$$\dot{W} = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} + \frac{|k|}{\gamma} \text{tr} \left(\dot{\Phi}^T \Phi + \Phi^T \dot{\Phi} \right)$$

پیوست: اثبات لم تخمین پارامتر تعمیم یافته

فرض کنید نمایش فضای حالت (۴) به صورت زیر باشد:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + b(k\Phi V) \\ E = c^T x \end{cases} \quad (68)$$

$$\begin{aligned} &= -x^T Qx + 2kE\Phi V - 2kV^T \Phi^T E \\ &= -x^T Qx \leq 0 \end{aligned} \quad (۷۲)$$

بنابراین طبق قضیه پایداری لیاپانوف سیستم تعریف شده پایدار کلی است. هم چنین (۸) و (۹) ایجاب می کند که Φ و E کران دار کلی باشند.

اگر $W(t)$ کران دار باشد، \dot{x} نیز کران دار می شود، در نتیجه \dot{W} به طور پیوسته یکنواخت است؛ چون که مشتق آن

$$\ddot{W} = -2xQ\dot{x} < \infty \quad (۷۳)$$

کران دار است. به کمک لم شبه لیاپانوف بر گرفته از لم باربالات خواهیم داشت:

$$\dot{W} \rightarrow 0 \Rightarrow x \rightarrow 0 \quad (۷۴)$$

در نهایت با توجه به نمایش حالت:

$$E(t) \rightarrow 0 \quad (۷۵)$$

$$\begin{aligned} &= \left(kV^T \Phi^T b^T + x^T A^T \right) Px + x^T P (Ax + b(k\Phi V)) \\ &\quad + \frac{2|k|}{\gamma} \text{tr} \left(\Phi^T \dot{\Phi} \right) \\ &= x^T \left(A^T P + PA \right) x + kV^T \Phi^T b^T Px + kx^T P b \Phi V \\ &\quad + \frac{2k}{\gamma} \text{tr} \left(\Phi^T \left(-\gamma EV^T \right) \right) \\ &= x^T \left(A^T P + PA \right) x + 2kE^T \Phi V + \frac{2k}{\gamma} \text{tr} \left(\Phi^T \left(-\gamma EV^T \right) \right) \end{aligned} \quad (۶۸)$$

با توجه به ویژگی های trace

$$\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA) \quad (۶۹)$$

$$\text{tr}(A+B) = \text{tr}(A) + \text{tr}(B) \quad \text{for any } A, B \in \mathcal{R}^{n \times n} \quad (۷۰)$$

$$\text{tr}(yx^T) = x^T y \quad \text{for any } x, y \in \mathcal{R}^{n \times 1} \quad (۷۱)$$

نتیجه می شود:

$$\dot{W} = x^T \left(A^T P + PA \right) x + 2E\Phi V - 2k \text{tr} \left(\Phi^T EV^T \right)$$

زیر نویس ها

³ Strictly positive real

¹ Affine

² Sliding mode control