مجله مهندسی مکانیک، شماره پیاپی ۸۰، جلد ۴۷، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۶، صفحه ۲۱-۲۹

حل تحلیلی جریان سیال ماکسولی بر روی صفحه تخت با حضور میدان مغناطیسی در محیط متخلخل به روش هموتوپی اغتشاشی

رضا احمدی کتمجانی دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد ساری، ساری، ایران

مهران خاکی جامعی* استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد ساری، ساری، ایران

مرتضی عباسی استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد ساری، ساری، ایران

چکیده

در بسیاری از کاربردهای متداول صنعتی، رفتارسیالات، غیرنیوتنی است و دسترسی به مدل‌های تحلیلی مناسب برای مطالعه آن‌ها ضروری می‌باشد. یکی از مدل‌های مختلفی که برای تقریب رفتار سیالات غیرنیوتونی ارائه شده است، مدل سیال ماکسولی می‌باشد که از آن برای بررسی برخی از کاربردهای صنعتی استفاده می‌شود. در این پژوهش، بررسی تحلیلی جریان سیال ماکسولی بر روی صفحه تخت با حضور میدان مغناطیسی در محیطی متخلخل مورد مطالعه قرار گرفته است. بدین منظور معادلات حاکم بر مساله از نوع مشتقات جزئی غیرخطی، توسط متغیر تشابهی به معادلات غیرخطی از نوع معمولی تبدیل شده و سپس با روش هموتوپی اغتشاشی به حل تحلیلی آن پرداخته شده است. نتایج حاصل از روش پیشنهاد شده با نتایج حاصل از حل عددی مقایسه شده و اعتبارسنجی شدند، که تطابق بسیار خوبی را نشان می دهد. مطابق نتایج بدست آمده، افزایش پارامتر مغناطیس موجب کاهش توزیع سرعت و افزایش ضخامت لایه مرزی می‌شود. بیشترین تاثیر پارامتر مغناطیس، در تنش بر روی صفحه مشاهده می‌شود. با افزایش پارامتر مغناطیس، توزیع تنش بر روی صفحه به مقدار قابل توجهی افزایش می‌یابد. همچنین افزایش پارامتر مغناطیس، باعث افزایش ضریب اصطکاک پوسته‌ای بر روی سطح می‌شود.

واژه‌های کلیدی: مدل سیال ماکسولی، محیط متخلخل، لایه‌مرزی ، هموتوپی اغتشاشی، جریان سیال مغناطیسی.

Analytical Solution of Maxwell Flow on Flat Plate Subjected to Magnetic Field in a Porous Medium Using Homotopy Perturbation Method (MHD)

R. Ahmadi Kotamjani Department of Mechanical Engineering, Sari Branch, Islamic Azad University, Sari, Iran

M. khaki jamei Department of Mechanical Engineering, Sari Branch, Islamic Azad University, Sari, Iran

M. Abbasi Department of Mechanical Engineering, Sari Branch, Islamic Azad University, Sari, Iran

Abstract

In many industrial applications, fluids have non-Newtonian behavior and it is essential to access appropriate analytical models to study them. The Maxwell fluid model is one of the various models, proposed for the approximation of the non-Newtonian fluid behavior, which is used to study some of the industrial applications. In this research, the analytical investigation of a Maxwell flow on flat plate subjected to magnetic field in a porous media has been studied. For this purpose, the governing non-linear partial differential equations, are transformed to the ordinary non-linear equations by similarity variable and then analytically solved by the HPM. The results of the proposed method are compared to the numerical solution and validated. According to the results, increasing the magnetic field parameter, causes the velocity distribution decrement and increment of the boundary layer thickness. The most significant effect of the magnetic field parameter is observed for the stress on the plate. By increasing magnetic field parameter, the stress distribution on the plate substantially increases. Also increasing the magnetic field parameter, increases the skin friction coefficient on the surface and the velocity distribution.

Keywords: Maxwell fluid model, Porous medium, Boundary layer, Homotopy perturbation method, M.H.D. flow.

۱- مقدمه

اغلب مسائل انتقال گرما و مکانیک سیالات در عمل بطور ذاتی غیرخطی هستند و به‌جزء معدودی از آنها حل دقیق تحلیلی ندارند. در بسیاری از فرآیندهای صنعتی، سیالات مورد استفاده از رابطه خطی بین تنش و کرنش در هر نقطه پیروی نمی‌کنند. چنین سیالاتی به‌عنوان سیالات غیرنیوتنی[1]نام برده می‌شود. اگرچه معادله مشخص و یکتا که بتواند تمام رفتار این دست از سیالات را نشان بدهد وجود ندارد، با این‌حال در دهه‌های اخیر توجه به تحلیل سیالات غیرنیوتنی به سبب ارتباطشان با علوم کاربردی بسیار افزایش یافته و چندین معادله پایستاری برای این سیالات ارائه‌شده است. معادلات حاکم بر جریان این نوع سیالات نسبت به معادلات حاکم بر جریان سیالات نیوتنی (معادلات ناویر- استوکس[2]) غیرخطی، بسیار پیچیده تر و از مرتبه بالاترمی‌باشند. دقت ناکافی تئوری ناویر- استوکس برای تشریح رئولوژی[3] پیچیده سیالاتی مانند محلول‌های پلیمر، خون، رنگ، روغن-

[1]Non newton fluids

[2] Navier-stoks equation

[3] Rheology

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: khaki@iausari.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۴/۰۴/۱۵

تاریخ پذیرش: ۹۴/۰۸/۱۱

های صنعتی و گریس منجر به توسعه مدل‌های مختلفی برای سیالات غیر نیوتنی گردید و در این میان سیالات نوع دیفرانسیلی و سیالات ویسکوالاستیک از اهمیت بسیار ویژه‌ای برخوردار می‌باشند. برای تشریح ویژگی‌های سیالات غیر نیوتنی پارامترهای دلخواه زیادی را می‌توان وارد معادلات پایه اینگونه سیالات نمود که هر پارامتر می‌تواند یک سری از ویژگی‌های سیال را بازگو نماید. تعدادی از این معادلات غیرخطی با استفاده از تکنیک های عددی قابل حل اند.

روش های عددی متفاوتی برای حل معادلات حاکم بر جریان سیالات غیرنیوتنی درشرایط مختلف ارائه شده است. باهاتاچاریا و همکاران[۱] به بررسی جریان لایه‌مرزی همرفتی اجباری با شرط لغزش در دیواره در محیط متخلخل به روش عددی پرداختند. نتایج بررسی آنان نشان داد که اثر نفوذپذیری منجر به افزایش سرعت در نتیجه کاهش پسای جریان می گردد و این به نوبه خود باعث کاهش دما نیز می‌شود. همچنین به واسطه افزایش پارامتر لغزش، سرعت افزایش و دما کاهش می یابد.آگبود و سائولی[۲] به آنالیز سیال وسیکوالاستیک مرتبه دوم روی یک صفحه کشسان تحت تأثیر میدان مغناطیسی با انتقال جرم و گرما پرداختند. اثرات پارامتر ویسکوالاستیک و مغناطیس بر سرعت و طول، همچنین اثرات پارامتر مغناطیس، چشمه و عدد پرانتل بر دما بررسی‌شده است. مشاهده‌شده است که با افزایش پارامتر ویسکوالاستیک و مغناطیس، سرعت و طول کاهش می‌یابد. الاهی و ریاض[۳] به تجزیه و تحلیل تأثیر مغناطیس از سیال مرتبه سوم بر جریان داخل لوله با لزجت متغیر پرداختند. برای به دست آوردن سرعت و دما از روش تحلیل هموتوپی استفاده نمودند. نتایج آن‌ها نشان داد که با کاهش پارامتر سیال مرتبه سوم و افزایش پارامتر مغناطیس، سرعت و دما کاهش می‌یابد. ساجید و هیات[۴](۲۰۰۶) مساله جریان پایدار سیال مرتبه چهار را بر روی یک صفحه متخلخل را به کمک روش هموتوپی تحلیلی[1]حل نمودند و دو سیال همین مسئله توسط وسیله مارینکا[۵] به همراه همکارانش به روش اختلال اصلاح‌شده اوهام مجدداً حل شد. آن‌ها نشان دادند که مانند سیال مرتبه دو و مرتبه سه با افزایش پارامترهای مربوط به سیال مرتبه دو و سه و چهار موجود در معادله حاکم بر جریان، سرعت سیال کاهش می‌یابد.نادم و همکاران[۶] با استفاده از حل تحلیلی، اثرات لغزش جزئی بر روی یک سیال مرتبه چهار با لزجت متغیر را در یک استوانه بررسی نمودند و نتایج آنان نشان داد که افزایش پارامتر لغزش جزئی، میدان سرعت را کاهش می‌دهد درحالی‌که میدان دما بدون تغییر باقی می‌ماند. از طرفی افزایش پارامتر سیال مرتبه سوم، سرعت و دما را کاهش می‌دهد و در نهایت اینکه افزایش پارامتر ویسکوزیته سرعت و دما را کاهش می‌دهد. اسلام و همکاران[۷] به حل جریان پایدار یک سیال غیر نیوتنی مرتبه چهار وقتی‌که لغزش بین صفحه و سیال اتفاق می‌افتد پرداختند و با استفاده از روش تحلیل هموتوپی بهینه‌شده به حل مسئله پرداختند. نتایج بررسی آنان نشان داد که با افزایش پارامتر لغزشی، سرعت کاهش می‌یابد و با کاهش پارامتر سیال غیر نیوتنی و گرادیان فشار محوری، سرعت کاهش می‌یابد. هیات و همکاران[۸] به بررسی جریان لایه‌مرزی هیدرودینامیک مغناطیسی برای جریان آرام، پایدار سیال فوق همرفتی ماکسولی بر روی صفحه کشسان و متخلخل پرداختند. با استفاده از روش تحلیل هموتوپی به بررسی تأثیر پارامترهای زمان استراحت[2] (λ)، هارتمن و رینولدز بر پروفیل سرعت و ضریب اصطکاک پوسته‌ای پرداختند. نتایج بررسی آنان نشان داد که با افزایش پارامترهای فوق ضخامت لایه‌مرزی کاهش می‌یابد. همچنین به ازای مقادیر بالای پارامتر زمان استراحت، ضریب اصطکاک پوسته‌ای افزایش می‌یابد.هیات و همکاران[۹] با استفاده از روش تحلیل هموتوپی به حل معادله حاکم بر جریان سیال دوبعدی از مدل سیال ماکسولی نزدیک نقطه سکون روی صفحه کشسان پرداختند. اثرات عدد دبرا و عدد هارتمن بر سرعت و ضریب اصطکاک بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش عدد دبرا و عدد هارتمن، سرعت کاهش و به ازای مقادیر بالای عدد دبرا و عدد هارتمن، ضریب اصطکاک پوستی افزایش می‌یابد. مامالوکاس و همکاران[۱۰] به بررسی اثرات میدان مغناطیسی بر مدل سیال ماکسولی روی یک سطح کشسان پرداختند. برای حل معادله از روش رانگ-کوتا مرتبه چهارم استفاده کردند. اثرات پارامتر کشسان و پارامتر مغناطیس بر سرعت را بررسی کردند. نتایج نشان می‌دهد با افزایش پارامتر مغناطیس، سرعت افزایش یافته و با افزایش پارامتر کشسان، سرعت کاهش می‌یابد.انورو ماکینده[۱۱] به تجزیه و تحلیلی جریان کاملاًتوسعه‌یافته، تراکم ناپذیر و پایدار از یک سیال ویسکوالاستیک فوق همرفتی ماکسولی با انتقال جرم در یک کانال با محیط متخلخل پرداختند. برای حل مسئله از روش عددی رانج-کوتا استفاده نموده‌اند. نتایج بررسی آنان نشان می‌دهد با افزایش دارسی سرعت جریان در مرکز کانال افزایش‌یافته و با افزایش دبرا، سرعت کاهش می‌یابد. همچنین نتایج نشان می‌دهد که تغییرات این دو پارامتر بر انتقال جرم تأثیری ندارد و درنهایت بررسی‌ها نشان می‌دهد با افزایش عدد اشمیت، انتقال جرم افزایش می‌یابد ولی در مقدار سرعت تأثیری ایجاد نمی‌شود. ساجید و همکاران[۱۲] به حل تحلیلی جریان چرخشی از یک سیال ویسکوالاستیک فوق همرفتی ماکسولی روی یک صفحه کشسان پرداختند. آنان در ابتدا به بررسی همگرایی حل پرداختند و در ادامه به بررسی اثر پارامتر ویسکوالاستیک و چرخش در کنترل ضخامت لایه‌مرزی پرداختند. همچنین نتایج نشان داد که افزایش پارامتر ویسکوالاستیک و چرخش موجب افزایش سرعت در راستای محور و کاهش سرعت در راستای عمود بر محور می‌شود.

آنچه در تحقیق حاضر مورد توجه قرار گرفته است، بررسی جریان لایه‌مرزی سیال فوق همرفتی ماکسولی بر روی صفحه تخت در محیط متخلخل با حضور میدان مغناطیسی می باشد. به دلیل شرط مرزی بی نهایت در این مساله باید از روشی استفاده شود که بر این شرط چیره شود. جریان سیالات غیر نیوتنی بر روی صفحه در محیط متخلخل[3]به خاطر کاربردهای فراوان آن در صنایع مختلف از جمله صنایع پلیمرو صنایع شیمیایی از اهمیت ویژه‌ای در این تحقیق برخوردار است. کنترل لایه‌مرزی و غیره، از دیگر کاربردهای این مطالعه است.

۲- بیان مساله

دست یافتن به معادلات و رفتار سیال غیر نیوتنی ماکسولی بر روی صفحه تخت در محیط متخلخل با میدان مغناطیسی هدف عمده این

[1] Homotopy Analysis Method

[2] Relaxation Time

[3] Porous medium

تحقیق را تشکیل می دهد. با توجه به کاربرد بسیار زیاد سیالات غیر نیوتنی که بزرگ‌ترین دسته از آن‌ها با نام سیالات ویسکوالاستیک دیفرانسیلی شناخته می‌شوند، لذا لازم است تا رفتار و ویژگی‌های این دسته از سیالات را به‌درستی بشناسیم. از آنجایی‌که سیال مرتبه دو بطور کامل قادر به تشریح تمام ویژگی‌های سیالات ویسکوالاستیک نیست لذا با اضافه کردن پارامترهای بیشتر سیالات ویسکوالاستیک کامل‌تر بانام‌های سیالات مرتبه سه و سیال مرتبه چهار و فوق همرفتی ماکسولی معرفی می‌گردد. این پارامترها در واقع تأثیرات زمان، حافظه جهت‌دار، دما و تنش تسلیم را به ویژگی‌های سیال ویسکوالاستیک اضافه می‌نماید. از طرفی در بسیاری از کاربردهای صنعتی مانند صنایع شیمیایی و غذایی و نیز فرآیندهای پتروشیمی، جریان سیالات غیر نیوتنی در بستری متخلخل موجود است.

در روش هموتوپی اغتشاشی، عبارت هموتوپی به‌عنوان یک عبارت کوچک در معادله در نظرگرفته می‌شود و بر مبنای فرض p اغتشاشی، جواب به‌صورت یک سری توانی داده می‌شود تا اینکه یک حل مجانبی با جمله‌های کم و با دقت مناسب به دست آید. این روش مزایای روش اغتشاشی و هموتوپی را با هم دارد. زمانی که از روش هموتوپی اغتشاشی برای حل یک مسئله مستقیم استفاده می‌شود، برای حل ابتدا یک تقریب اولیه زده می‌شود و با استفاده از شرایط مرزی و اولیه، حل ادامه پیدا می‌کند. برای شرح ایده اصلی روش هموتوپی اغتشاشی برای حل معادلات غیرخطی، معادله غیرخطی ذیل را در نظر می‌گیریم[۱۳]

$$A(u) - f(r) = 0\,, r \in \Omega \qquad (۱)$$

با شرایط مرزی

$$B\left(u, \frac{\partial u}{\partial n}\right) = 0, r \in \Gamma \qquad (۲)$$

جایی که $A(u)$ یک عملگر دیفرانسیلی، B عملگر شروط مرزی و $f(r)$ تابع تحلیلی معلوم است. Γ مرز ناحیه Ω و $\frac{\partial u}{\partial n}$ بیانگر مشتق در راستای عمود برآمده از Ω است. تابع $A(u)$ به‌طورکلی می‌تواند به دو قسمت خطی L و غیرخطی N تجزیه شود؛ یعنی معادله (۱) را می‌توان به شکل ذیل نوشت:

$$L(u) + N(u) - f(r) = 0, r \in \Omega \qquad (۳)$$

ساختار کلی روش هموتوپی اغتشاشی به شکل زیر قابل ارائه است

$$H(v,p) = (1-p)[L(v) - L(u_0)] + p[A(v) - f(r)] = 0 \qquad (۴)$$

که

$$v(r,p)\Omega \times [0,1] \to R \qquad (۵)$$

در معادله (۴) $p \in [0,1]$ یک پارامتر جاسازی شده است و u_0 یک حدس اولیه است که شرایط مرزی را ارضاء می‌کند. واضح است که وقتی $P=0$ باشد، معادله (۴) به یک معادله خطی، $L(v) - L(u_0) = 0$ و در هنگامیکه $P=1$ باشد، به معادله غیرخطی اولیه (۳) تبدیل می‌گردد؛ بنابراین فرآیند افزایش یکنواخت P از صفر به یک، همان فرآیند تبدیل $L(v) - L(u_0) = 0$ به $A(v) - f(r) = 0$ می‌باشد که این فرآیند اساس هموتوپی را تشکیل می دهد. فرض اساسی در این روش، این است که جواب معادله را بتوان به‌صورت یکسری توانی از P نوشت.

$$v = v_0 + pv_1 + p^2 v_2 + \cdots \qquad (۶)$$

با جایگذاری معادله (۶) درمعادله (۴)، معادله غیرخطی حاکم را به مانند آنچه در روش‌های اغتشاشی شرح آن رفته، به ریز معادلات خطی تبدیل و حل می‌کنیم. واضح است که با افزایش تعداد عناصر رابطه (۴)، تقریب زده شده به جواب دقیق نزدیک‌تر خواهد بود و همچنین حد جواب حاصل در $p \to 1$ *تقریب* مناسبی برای جواب مسئله است، یعنی:

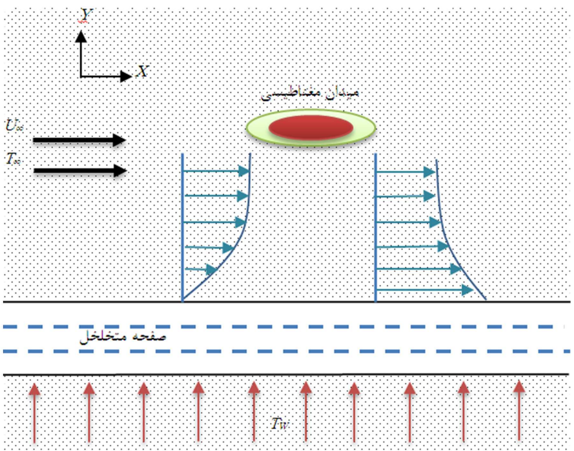
$$u = \lim_{p \to 1} v = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots \qquad (۷)$$

سری (۷)، در اکثر موارد به جواب همگرا می‌شود، ولی سرعت همگرایی به جمله غیرخطی $N(v)$ بستگی دارد، دو نکته زیر توسط هی[۱۳] در ارتباط با شرایط همگرایی روش هموتوپی اغتشاشی ارائه شده است:

مشتق دوم $N(v)$ نسبت به v باید کوچک باشد، زیرا پارامتر P وقتی که $p \to 1$، ممکن است نسبتاً بزرگ باشد. جمله $L^{-1}\left(\frac{\partial N}{\partial v}\right)$ برای همگرایی سری (۶) باید کوچک‌تر از واحد باشد.

۳- فرضیات مسئله

به منظور به دست آوردن معادلات حاکم برای جریان لایه‌مرزی سیال مافوق همرفتی ماکسول بر روی صفحه تخت در محیط متخلخل با حضور میدان مغناطیسی، ابتدا معادلات لایه‌مرزی که به شکل مشتقات جزئی است توسط متغیر تشابهی به معادلات دیفرانسیلی معمولی غیرخطی تبدیل می‌شود. در معادلات حاکم u, ϑ متغیر وابسته y، x متغیر مستقل هستند. T_W دمای صفحه و $U = U_\infty$ سرعت جریان آزاد است. شکل ۱ طرح‌واره‌ای از مسئله را نشان می‌دهد.



شکل ۱ - طرح‌واره مسئله

- محیط پیوسته است.
- سیال غیرقابل تراکم فرض می‌شود.
- خواص ثابت است.
- جریان سیال آرام و پایدار است.
- جریان تک فازی است.
- ذرات جامد دارای خواص فیزیکی و شکل یکسان هستند.
- میدان مغناطیسی در جهت Y قرار دارد.

۴- معادلات حاکم

معادلات لایه‌مرزی برای هر سیالی از ۳ معادله اصلی یعنی معادله پیوستگی و معادله مومنتوم و معادله انرژی به دست می‌آید. چون خواص ثابت در نظر گرفته‌شده است پس معادله مومنتوم مستقل از انرژی بررسی می‌شود. برای جریان آرام و دائم دوبعدی در محیط متخلخل معادلات پیوستگی و مومنتوم به‌صورت زیر است،[۱۶،۱۵،۱۴]

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial \vartheta}{\partial y}=0 \qquad (۸)$$

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+\vartheta\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}-\frac{\mu}{k}u-J\times B \qquad (۹)$$

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+\vartheta\frac{\partial v}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y}-\frac{\mu}{k}\vartheta \qquad (۱۰)$$

که در آن ρ لزجت سیال، دو جمله $\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}$ و $\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y}$ در این معادله جمله الاستیک و دو جمله $\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}$ و $\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}$ جمله لزجت است و J چگالی جریان، B میدان مغناطیسی،$\frac{\mu}{k}u$ جمله دارسی برای محیط متخلخل، k ضریب نفوذ است. براساس تئوری لایه‌مرزی و با استفاده از روش مرتبه بزرگی داریم[۱۴]:

$$u=O(1),\quad \vartheta=O(\delta),\quad x=O(1),\quad y=O(\delta)$$
$$\frac{\tau_{xx}}{\rho}=O(1),\quad \frac{\tau_{xy}}{\rho}=O(\delta),\quad \frac{\tau_{yy}}{\rho}=O(\delta^2) \qquad (۱۱)$$

با ساده‌سازی معادلات (۹) و (۱۰) به معادلات زیر می‌رسیم:

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+\vartheta\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{dp}{dx}+\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}-\frac{\mu}{k}-\sigma B_0^2\,u$$

$$\frac{\partial p}{\partial y}=0 \qquad (۱۲)$$

در ادامه با استفاده از مدل تعمیم‌یافته دارسی به حل معادلات در خارج لایه‌مرزی می پردازیم:

B_0 ثابت میدان مغناطیسی در راستای y و σ رسانایی الکتریکی است. حال ما دو معادله بالا را داریم با ۵ مجهول $u,\vartheta\ ,\tau_{xx}\ ,\tau_{xy},p$ و برای اینکه تعداد مجهولات با معادلات برابر باشد ابتدا نیاز داریم به معادله‌ای که مؤلفه‌های تنش را به میدان تغییر شکل مربوط سازد. در مدل سیال ماکسول تانسور تنش τ_{ij} با تانسور نرخ تغییرات d_{ij} به‌صورت زیر رابطه دارد

$$\tau_{ij}+\lambda\frac{\Delta}{\Delta t}\tau_{ij}=2\eta d_{ij} \qquad (۱۳)$$

که در آن η ضریب لزجت، λ زمان آسودگی و مشتق زمانی $\frac{\Delta}{\Delta t}$ در معادله بالا مشتق زمانی فوق همرفتی نامیده می‌شود که به‌صورت زیر عمل می‌کند[۱۷]

$$\frac{\Delta\tau_{ij}}{\Delta t}=\frac{D\tau_{ij}}{Dt}-L_{jk}\tau_{ik}-L_{ik}\tau_{kj} \qquad (۱۴)$$

L_{ij} تانسور گرادیان سرعت است.

با جایگزین کردن مؤلفه‌های تنش در معادله (۱۲) معادله مومنتوم برای سیال ماکسولی به دست می‌آید:

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+\vartheta\frac{\partial u}{\partial y}+\lambda\left[u^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)+\vartheta^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)+2u\vartheta\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}\right)\right]$$
$$=-\frac{dp}{\rho dx}+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)-\frac{\nu}{k}u-\frac{\sigma B_0^2}{\rho}\,u \qquad (۱۵)$$

با توجه به اینکه فشار در هر نقطه در لایه‌مرزی برابر است با فشار در امتداد عمود همان نقطه در خارج لایه‌مرزی و با توجه به مدل تعمیم‌یافته دارسی در ناحیه متخلخل داریم

$$\rho_f\left[\frac{\partial V}{\partial t}+(V.\nabla)V\right]=-\nabla P-\frac{\mu}{K}v$$

$$\rho_f\left[\frac{\partial U}{\partial t}+u\frac{\partial U}{\partial x}+\vartheta\frac{\partial U}{\partial y}\right]=-\frac{dp}{dx}-\frac{\mu}{K}U \qquad (۱۶)$$

با توجه به ثابت بودن سرعت جریان آزاد نتیجه می‌شود:

$$\frac{dp}{dx}=-\frac{\mu}{K}U \qquad (۱۷)$$

و معادله نهایی به‌صورت زیر می‌شود:

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+\vartheta\frac{\partial u}{\partial y}+\lambda\left[u^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)+\vartheta^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)+2u\vartheta\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}\right)\right]$$
$$=\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)-\frac{\nu}{k}(u-U)-\frac{\sigma B_0^2}{\rho}\,u \qquad (۱۸)$$

این معادله لایه‌مرزی برای سیال ماکسولی در محیط متخلخل است با شرط عدم لغزش و شرایط مرزی مساله به‌صورت زیر می باشد:

$$at\ y=0\,;\quad u=0;\ \ \vartheta=\vartheta_w$$
$$at\quad y\to\infty;\qquad u\to U \qquad (۱۹)$$

۵- تبدیل معادلات به فرم دیفرانسیل معمولی

با تعریف تابع جریان می‌توانیم تعداد مجهولات معادله (۱۸) را به یک مجهول کاهش دهیم[۱۸]

$$u=\frac{\partial\psi}{\partial y}\quad ,\qquad \vartheta=-\frac{\partial\psi}{\partial x} \qquad (۲۰)$$

با جایگزینی در معادله مذکور خواهیم داشت:

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y}\right)-\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\right)+\lambda[\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2\left(\frac{\partial^3\psi}{\partial y\partial x^2}\right)$$
$$+\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2\left(\frac{\partial^3\psi}{\partial y^3}\right)-2\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial^3\psi}{\partial x\partial y^2}\right)]$$
$$=\nu\left(\frac{\partial^3\psi}{\partial y^3}\right)-\frac{\nu}{k}\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}-U\right)-\frac{\sigma B_0^2}{\rho}\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right) \qquad (۲۱)$$

با تعریف پارامتر تشابهی $\eta=y\sqrt{\frac{U}{\nu x}}$ و درنتیجه $\psi=\sqrt{U\nu x}f(\eta)$ و با توجه به تعریف عدد دارسی $Da_x=\frac{k}{x^2}$ $,k=k_0x$ و $\frac{k_0}{x}$ و با افزودن جمله مغناطیس به معادله دیفرانسیل معمولی نهایی سیال ماکسولی در محیط متخلخل دست می یابیم:

$$f'''(\eta)+\frac{1}{2}f(\eta)f''(\eta)-\frac{\lambda U}{4x}(2f(\eta)f'(\eta)f''(\eta)$$
$$+f^2(\eta)f'''(\eta)+\eta f'^2(\eta)f''(\eta))$$
$$-\frac{1}{Da_xRe_x}(f'(\eta)-1)-\frac{\sigma B_0^2x}{\rho U}f'(\eta)=0 \qquad (۲۲)$$

در معادله بالا $De=\frac{\lambda U}{4x}$ و $k^*=\frac{1}{Da*Re}$ و $M^2=\frac{\sigma B_0^2x}{\rho U}$ است. با توجه به این روابط معادله نهایی (۲۳) را خواهیم داشت:

$$f'''(\eta)+\frac{1}{2}f(\eta)f''(\eta)-De(2f(\eta)f'(\eta)f''(\eta)$$
$$+f^2(\eta)f'''(\eta)+\eta f'^2(\eta)f''(\eta))-k^*(f'(\eta)-1)$$
$$-M^2f'(\eta)=0 \qquad (۲۳)$$

شرایط مرزی برای معادله فوق به‌صورت زیر است:

$$\eta=0;\qquad f(\eta)=R,\qquad f'(\eta)=0$$

$$\eta \to \infty\,; \qquad f'(\eta) \to 1 \tag{۲۴}$$

۶- بررسی نتایج

در ادامه به بررسی تأثیر پارامتر مغناطیس برای صفحه تخت بر روی پروفیل سرعت و تنش سیال فوق همرفتی ماکسولی خواهیم پرداخت. در ابتدا برای بررسی درستی پاسخ‌ها، نتایج حاصل از روش هموتوپی اغتشاشی را با نتایج حاصل از روش عددی مسائل مقدار مرزیمقایسه می‌کنیم و در ادامه به بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر روی پروفیل سرعت و توزیع تنش روی صفحه می پردازیم.

به منظور به دست آوردن $f(\eta)$، عملگر خطی کمکی را به‌صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

$$L(u) = f'''(\eta) + \zeta f''(\eta) \tag{۲۵}$$

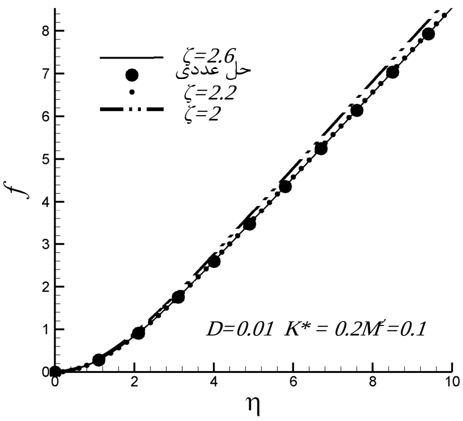
معادله دیفرانسیل متناظر به آن به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{d^3f}{d\eta^3} + \zeta\,\frac{d^2f}{d\eta^2} = 0 \tag{۲۶}$$

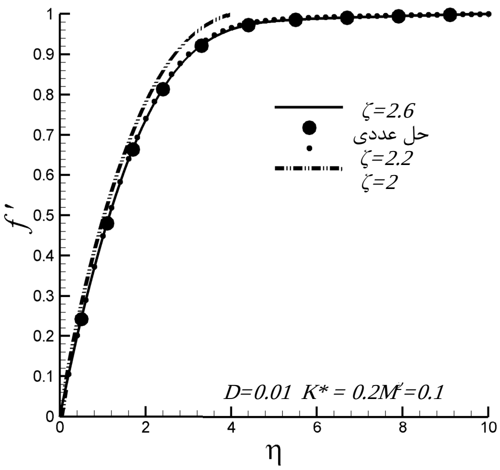
شرایط مرزی در این حالت به‌صورت زیر است:

$$f(0) = 0, \qquad f'(0) = 0, \qquad f'(\infty) = 1 \tag{۲۷}$$

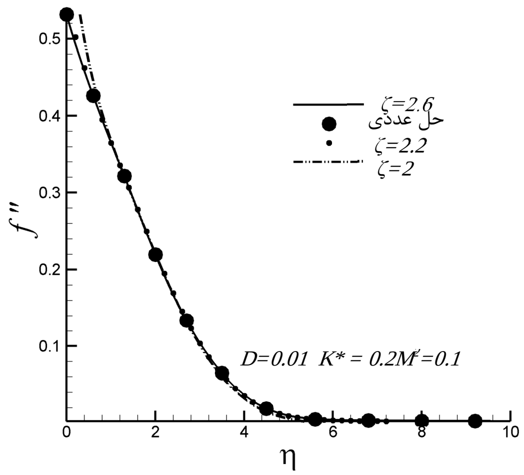
مقدارζ با توجه به پارامترهای ثابت مسئله و رسیدن به جواب عددی تعیین می‌شود. به‌عنوان مثال برای زمانی که M=۰.۱ De=۰.۰۱ k^*=۰.۲ باشد،۲.۶= ζ بالاترین دقت را با حل عددی دارد. که در شکل ۲ نشان داده‌شده است.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل۲ - مقادیر مختلف ζ با حل عددی برای حالت M=۰.۱ De=۰.۰۱ k^*=۰.۲ (الف) نمودار تابع جریان (ب) نمودار توزیع سرعت و ج) توزیع تنش

تابع حل متناظر به عملگر خطی کمکی، از حل معادله دیفرانسیل فوق و شرایط مرزی مسئله به دست می‌آید که به آن تابع حدس نیز گفته می‌شود و برابر است با:

$$f^0(\eta) = -\frac{5}{13} + \eta + \frac{5}{13}e^{\left(-\frac{13}{5}\eta\right)} \tag{۲۸}$$

در هموتوپی اغتشاشی معادله و شرایط مرزی متناظر به آن برای مسئله حاضر به‌صورت معادله (۲۹) نوشته می‌شود:

$$(1-p)L[F(\eta;p) - f^0(\eta)] + p[\,L\{F(\eta;p) + N\{F(\eta;p)\}] = 0$$
$$F(0;p) = R, \qquad F'(0;p) = 0, \qquad F'(\infty;p) = 1 \tag{۲۹}$$

که درآنp پارامتر تعبیه نامیده شده و در بازه$p \in [0,1]$ است. $L\{F(\eta;p) + N\{F(\eta;p)\}]$منظور به‌کل معادله است. برای $p = 0$ و$p = 1$ داریم

$$F(\eta;0) = f_0(\eta), \qquad F(\eta;1) = f(\eta) \tag{۳۰}$$

بنابراین وقتی p از صفرتا یک افزایش می‌یابد $F(\eta;p)$ از $f_0(\eta)$ به f(η) تغییر می‌کند. حل این معادله برای حالت M=۰.۱ De=۰.۰۱ k^*=۰.۲ به‌وسیله نرم‌افزار Maple به‌صورت زیر است:

$$\begin{aligned}(1-p)(f'''(\eta) &+ 2.6f''(\eta) - f'''(\eta)\left(-\frac{5}{13} + \eta + \frac{5}{13}e^{\left(-\frac{13}{5}\eta\right)}\right)\\ &-2.6f''(\eta)\left(-\frac{5}{13} + \eta + \frac{5}{13}e^{\left(-\frac{13}{5}\eta\right)}\right)) + p(f'''(\eta)\\ &+\frac{1}{2}f(\eta)f''(\eta) - 0.02f(\eta)f'(\eta)f''(\eta) - 0.01f^2(\eta)f'''(\eta)\\ &-0.01\eta f'^2(\eta)f''(\eta) - 0.21f'(\eta) + 0.2) = 0\end{aligned} \tag{۳۱}$$

حال با جایگذاری $f(\eta) = f_0(\eta) + pf_1(\eta) + \cdots + p^{14}f_{14}(\eta)$ در معادله (۳۰) و این معادله را نسبت به p مرتب کرده و به ترتیب برای ضریب p^0،p^1 الی p^{14} با توجه به شرایط مرزی $f_0(\eta)$،$f_1(\eta)$ الی $f_{14}(\eta)$بهدست می‌آید :

$$f_0(\eta) = -0.3846153846 + \eta + 0.3846153846^{-2.6\eta} \quad (۳۲)$$

$$f_1(\eta) = -0.0033333333(e)^{(2.6\eta)\eta^3} 0.0942307692(e)^{(-2.6\eta)\eta^2} +0.8964497041\eta(e)^{-2.6\eta} + 0.3147126132(e)^{-2.6\eta} -0.0000821828(e)^{(-7.8\eta)\eta} + 0.0000579494(e)^{-7.8\eta} +0.0022189349\eta(e)^{-5.2\eta} + 0.0079654074(e)^{-5.2\eta} +0.0019230769\eta^2 - 0.0384615380\eta$$

$$-0.3227359693 + \cdots \quad (۳۳)$$

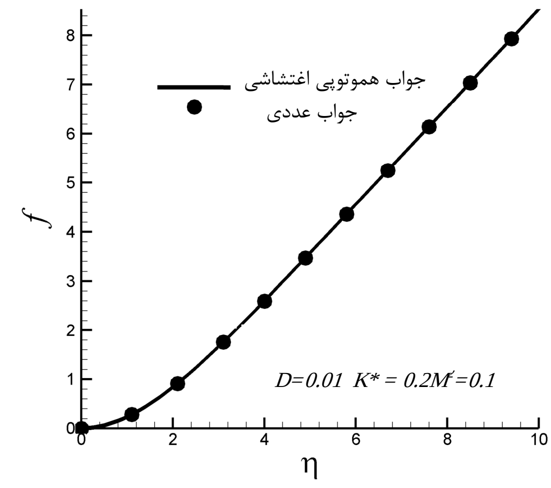
$$f_2(\eta) = 0.0076240323\eta - 0.2508134633 +0.0000144444(e)^{(-2.6\eta)\eta^6} + 0.0000000428(e)^{-13\eta} +0.0000048692(e)^{(-10.4\eta)} - 0.0000000863\eta(e)^{-13\eta} -0.0000047278\eta(e)^{-10.4\eta} + 0.0000021367(e)^{(-\eta)\eta^4} -0.0000384615\eta^{(4)(e)^{5.2\eta}} + 0.0000000474\eta^{(2)(e)^{-13\eta}} -0.0000021072\eta^{(2)(e)^{-10.4\eta}} + 0.0007966667\eta^{(5)(e)^{2.6\eta}} +0.0000572540\eta^{(3)(e)^{7.8\eta}} - 0.0012031558\eta^{(3)(e)^{-5.2\eta}}$$

$$+0.0033125000(e)^{(-2.6\eta)\eta^4} - \cdots \quad (۳۴)$$

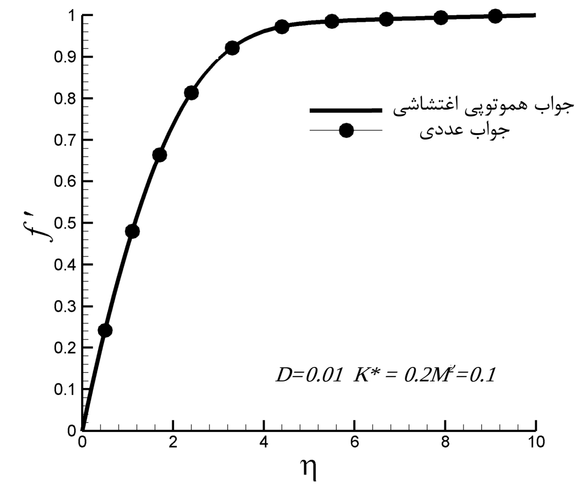
برای مقادیر $f_3(\eta)$, $f_4(\eta)$ ... $f_{14}(\eta)$ روند بالا ادامه دارد و به دلیل حجیم بودن پاسخ ها از ذکر آنها خودداری و به ذکر بخشی از جواب کل $f(\eta)$ اکتفا نموده و جواب‌های آن‌ها را به‌صورت ترسیمی نشان می‌دهیم.

$$f(\eta) = -0.3846153846 + \eta + 0.3846153846^{-2.6\eta} -0.0033333333(e)^{(2.6\eta)\eta^3} -0.0942307692(e)(-2.6\eta)\eta^2 +0.8964497041\,\eta(e)^{-2.6\eta} +0.3147126132(e)^{-2.6\eta} -0.0000821828(e)^{(-7.8\eta)\eta} +0.0000579494(e)^{-7.8\eta} +0.0022189349\eta(e)^{-5.2\eta} +0.0079654074(e)^{-5.2\eta} +0.0019230769\eta^2 - 0.0384615380\eta -0.3227359693 + \cdots \quad (۳۵)$$

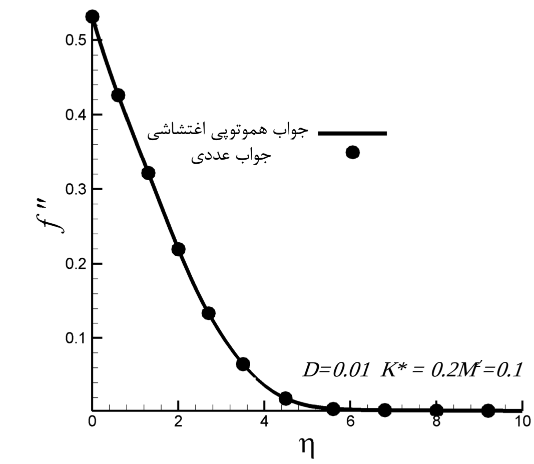
در شکل ۳ به ترتیب تابع جریان بی‌بعد، توزیع سرعت و توزیع تنش با حل عددی مقایسه شده و واضح است که روش هموتوپی اغتشاشی برای این حالت دقت قابل قبولی دارد.



(الف)



(ب)

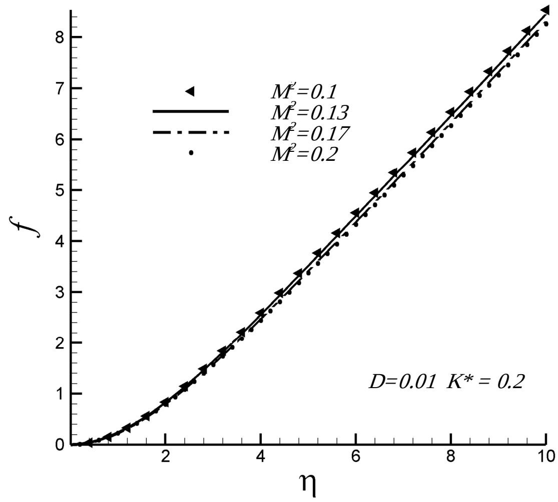


(ج)

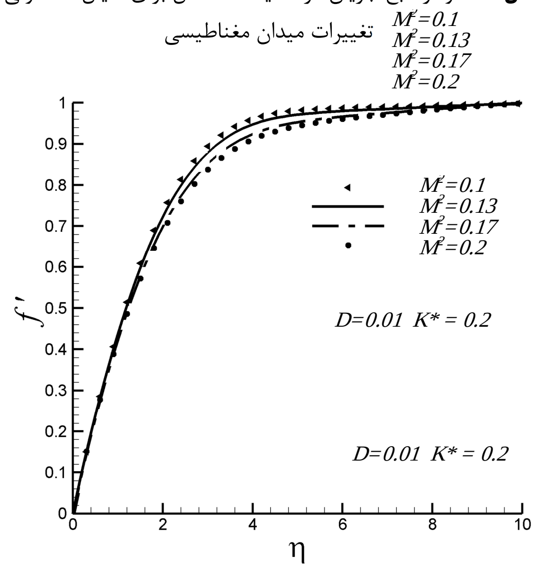
شکل۳- جواب روش هموتوپی اغتشاشی و حل عددی به ازای مقادیر M=۰/۱ De=۰/۰۱ k*=۰/۰۲ برای الف) نمودار تابع جریان ب) توزیع سرعت ج) توزیع تنش

در ادامه به‌بررسی تغییر پارامترهای مختلف بر روی پروفیل سرعت و پروفیل تنش با روش حل هموتوپی اغتشاشی می‌پردازیم. شکل های۴ تا ۶ به ترتیب تابع جریان بی‌بعد، توزیع سرعت و توزیع تنش را

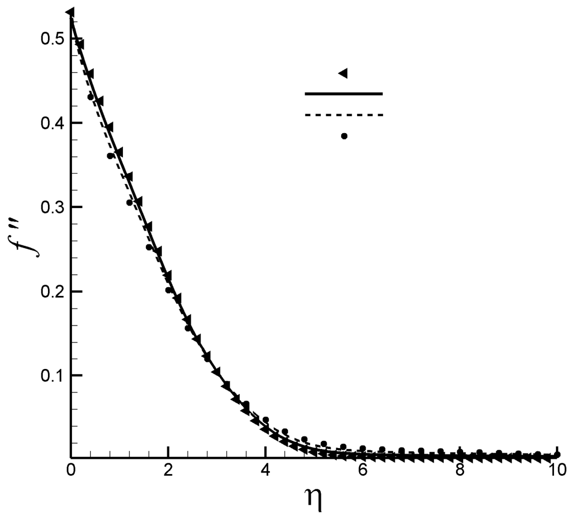
درمحیط متخلخل با میدان هیدرودینامیک مغناطیسی برای سیال فوق همرفتی ماکسول در لایه‌ی مرزی نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۴ می‌توان مشاهده کرد با افزایش پارامتر مغناطیس، سرعت در راستای y یا همان تابع جریان کاهش می‌یابد، همچنین از شکل‌های ۵ و ۶ مشخص است که با افزایش η سرعت در داخل لایه‌مرزی کاهش می یابد، اما تنش‌های برشی افزایش می‌یابند. علت آن است که با افزایش η در حقیقت به دیواره نزدیکتر می‌شویم (در یک x یکسان). درنتیجه با نزدیکتر شدن به دیواره، اثرات دیواره و تنش‌های برشی بیشتر می‌شود و سرعت ازسرعت جریان آزاد دورتر می‌گردد.



شکل۴- نمودار تابع جریان در محیط متخلخل برای سیال ماکسولی با تغییرات میدان مغناطیسی



شکل۵ - نمودار توزیع سرعت در محیط متخلخل برای سیال ماکسولی با تغییرات میدان مغناطیسی



شکل۶- نمودار توزیع تنش در محیط متخلخل برای سیال ماکسولی با تغییرات میدان مغناطیسی

در شکل ۵ مشاهده می شود با افزایش پارامتر مغناطیس توزیع سرعت کاهش یافته و ضخامت لایه مرزی سرعتی افزایش می یابد. بیشترین تاثیر پارامتر مغناطیس بر تنش روی صفحه است که در شکل ۶ نشان داده شده است. جدول ۱ مقادیر تنش دیواره به ازای $De=$۰/۰۱ ۰/۲ $k^*=$ و شدت میدان مغناطیسی مختلف نشان می‌دهد. با افزایش پارامتر مغناطیس توزیع تنش بر روی صفحه به مقدار قابل توجهی افزایش می‌یابد. بر اساس روابط (۳۶) نتیجه می‌گیریم که با افزایش توزیع تنش ضریب اصطکاک پوسته‌ای افزایش می‌یابد.

$$\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y}|_{y=0}$$
$$\left(\frac{\tau_w}{\rho U^2}\right) = \left(\frac{\mu}{\rho U}\right) \frac{d\left(\frac{u}{U}\right)}{d\eta}|_{\eta=0} \frac{\partial \eta}{\partial y}$$
$$C_f \equiv \frac{1}{\sqrt{Re_x}} f''(0) \qquad (۳۶)$$

جدول ۱- مقادیر تنش دیواره به ازای. $De=$۰/۰۱ ۰/۲ $k^*=$

M	۰/۱	۰/۱۳	۰/۱۷	۰/۲
$f''(0)$	۰/۵۲۱۳	۰/۵۲۳۸	۰/۵۲۴۵	۰/۵۷۱۷

همچنین در جدول ۲نتایج حل به روش هموتوپی اغتشاشی و حل عددی به ازای $M=$۰/۱ $De=$۰/۰۱ $k^*=$۰/۲ در محدوده η از صفر تا ۱۰ آورده شده است. نتایج نشان می دهد که حل به روش هموتوپی اغتشاشی با دقت قابل قبولی نتایج حل عددی را دنبال می کند.

جدول ۲ - نتایج حل به روش هموتوپی اغتشاشی و حل عددی به ازای M=۰/۱ De=۰/۰۱ k^*=۰/۲

η	$f(\eta)$ نتایج هموتوپی اغتشاشی	$f(\eta)$ نتایج عددی	$f(\eta)$ انحراف	$f'(\eta)$ نتایج هموتوپی اغتشاشی	$f'(\eta)$ نتایج عددی	$f'(\eta)$ انحراف
۰	۰	۰	۰	۴ $\times$ ۱۰$^{-۱۰}$	۰	۴ $\times$ ۱۰$^{-۱۰}$
۰/۵	۰/۰۶۲۴۹۰۹۹۴	۰/۰۶۲۴۲۲۱۶۸	۶/۸۸۲۵۷۱۴ $\times$ ۱۰$^{-۵}$	۰/۲۴۲۵۶۲۴۱۴	۰/۲۴۲۲۴۳۳۲۵	۳/۱۹۰۸۹ $\times$ ۱۰$^{-۴}$
۱	۰/۲۳۵۷۹۳۹۲۷	۰/۲۳۵۴۵۷۱۷۷	۳/۳۶۷۵۰۰۷ $\times$ ۱۰$^{-۴}$	۰/۴۴۴۳۰۳۵۳۵	۰/۴۴۳۴۴۲۷۷۲	۸/۶۰۷۶۸ $\times$ ۱۰$^{-۴}$
۱/۵	۰/۵۰۰۶۱۷۳۵۵	۰/۴۹۹۶۷۱۲۱۲	۹/۴۶۱۴۲۸۳ $\times$ ۱۰$^{-۴}$	۰/۶۰۸۸۵۴۵۶۲	۰/۶۰۷۳۵۴۹۵۷	۱/۴۹۹۶۰ $\times$ ۱۰$^{-۳}$
۲	۰/۸۳۸۵۰۳۳۸۵	۰/۸۳۶۸۸۳۲۴۱	۱/۶۲۰۱۴۴۳ $\times$ ۱۰$^{-۳}$	۰/۷۳۶۶۱۶۰۱۳	۰/۷۳۵۷۱۵۳۶۸	۹/۰۰۶۴۵ $\times$ ۱۰$^{-۴}$
۲/۵	۱/۲۳۱۴۵۵۲۸۶	۱/۲۲۹۷۹۸۲۴۹	۱/۶۵۷۰۳۷۱ $\times$ ۱۰$^{-۳}$	۰/۸۲۹۸۵۲۳۱۲	۰/۸۳۰۶۵۷۷۲۱	۸/۰۵۴۰۹ $\times$ ۱۰$^{-۴}$
۳	۱/۶۶۳۵۶۱۲۱۳	۱/۶۶۲۵۹۱۱۹۸	۹/۷۰۰۱۴۹۲ $\times$ ۱۰$^{-۴}$	۰/۸۹۴۳۲۰۹۱۵	۰/۸۹۶۰۲۳۰۵۶	-۱/۷۰۲۱۴ $\times$ ۱۰$^{-۳}$
۳/۵	۲/۱۲۲۰۲۵۳۹۲	۲/۱۲۱۸۳۵۸۱۱	۱/۸۹۵۸۰۶۲ $\times$ ۱۰$^{-۴}$	۰/۹۳۶۲۵۷۷۸۵	۰/۹۳۷۴۸۸۹۶۶	-۱/۲۳۱۱۸ $\times$ ۱۰$^{-۳}$
۴	۲/۵۹۶۹۹۹۶۱۲	۲/۵۹۷۲۱۵۱۳۳	-۲/۱۵۵۲۱۴ $\times$ ۱۰$^{-۴}$	۰/۹۶۱۲۷۹۵۳۱	۰/۹۶۱۶۵۶۲۰۶	۳/۷۶۶۷۴ $\times$ ۱۰$^{-۴}$
۴/۵	۳/۰۸۱۳۹۸۳۳۹	۳/۰۸۱۶۶۵۲۵۵	-۲/۶۶۹۱۶۰ $\times$ ۱۰$^{-۴}$	۰/۹۷۴۸۴۲۰۹۹	۰/۹۷۴۷۴۲۹۶۴	۹/۹۱۳۵۵ $\times$ ۱۰$^{-۵}$
۵	۳/۵۷۰۷۴۵۸۲۵	۳/۵۷۰۹۲۷۷۰۳	-۱/۸۱۸۷۸۱ $\times$ ۱۰$^{-۴}$	۰/۹۸۱۷۷۸۳۹	۰/۹۸۱۵۹۷۸۳۹	۱/۸۰۵۵۱ $\times$ ۱۰$^{-۴}$
۵/۵	۴/۰۶۲۶۵۰۳۵۲	۴/۰۶۲۷۵۱۲۹۷	۱/۰۰۹۴۴۵۵ $\times$ ۱۰$^{-۴}$	۰/۹۸۵۵۰۳۰۷۶	۰/۹۸۵۳۸۳۷۶۱	۱/۱۹۳۱۴ $\times$ ۱۰$^{-۴}$
۶	۴/۵۵۶۰۳۳۹۳۴	۴/۵۵۶۰۸۹۶۴	-۵/۵۷۰۶۳۱ $\times$ ۱۰$^{-۵}$	۰/۹۸۷۹۰۲۶۷۳	۰/۹۸۷۸۳۶۸۹۷	۶/۵۷۷۵۹ $\times$ ۱۰$^{-۵}$
۶/۵	۵/۰۵۰۴۷۲۸۳۴	۵/۰۵۰۵۰۴۸۱۹	-۳/۱۹۸۴۶۵ $\times$ ۱۰$^{-۵}$	۰/۹۸۹۸۰۴۲۴۶	۰/۹۸۹۷۶۰۶۰۵	۴/۳۶۴۱۰ $\times$ ۱۰$^{-۵}$
۷	۵/۵۴۵۸۰۵۵۷۳	۵/۵۴۵۸۱۹۹۱۲	-۱/۴۳۳۹۲۷ $\times$ ۱۰$^{-۵}$	۰/۹۹۱۵۰۳۲۸۹	۰/۹۹۱۴۶۸۳۰۷	۳/۴۹۸۱۴ $\times$ ۱۰$^{-۵}$
۷/۵	۵/۵۴۵۸۰۵۵۷۳	۶/۰۴۱۹۵۶۴۲۹	-۴/۹۶۱۵۸۶ $\times$ ۱۰$^{-۵}$	۰/۹۹۱۵۰۳۲۸۹	۰/۹۹۳۰۶۲۵۹۳	۱/۵۵۹۳۴ $\times$ ۱۰$^{-۳}$
۸	۶/۵۳۸۸۸۲۷۳۴	۶/۵۳۸۸۶۸۰۷۵	۱/۴۶۵۹۰۴۹ $\times$ ۱۰$^{-۵}$	۰/۹۹۴۵۹۶۲۳۲	۰/۹۹۴۵۷۳۳۴۸	۲/۲۸۸۴۷ $\times$ ۱۰$^{-۵}$
۸/۵	۷/۰۳۶۵۴۲۲۳۴	۷/۰۳۶۵۱۶۹۸۲	۲/۵۲۵۱۸۷۲ $\times$ ۱۰$^{-۵}$	۰/۹۹۶۰۳۲۱۸۵	۰/۹۹۶۰۱۳۸۷۴	۱/۸۳۱۰۹ $\times$ ۱۰$^{-۵}$
۹	۷/۵۳۴۹۰۴۶۱۸	۷/۵۳۴۸۷۲۶۳۲	۳/۱۹۸۵۷۰۹ $\times$ ۱۰$^{-۵}$	۰/۹۹۷۴۰۷۴۳۵	۰/۹۹۷۳۹۲۱۶۵	۱/۵۲۷۰۷ $\times$ ۱۰$^{-۵}$
۹/۵	۸/۰۳۳۹۴۰۷۱۰	۸/۰۳۳۹۰۸۲۷۱	۳/۲۴۳۹۴۷۹ $\times$ ۱۰$^{-۵}$	۰/۹۹۸۷۲۸۰۸۷	۰/۹۹۸۷۱۳۵۰۶	۱/۴۵۸۰۶ $\times$ ۱۰$^{-۵}$
۱۰	۸/۵۳۳۶۲۴۹۱۴	۸/۵۳۳۵۸۴۱۸۸	۴/۰۷۲۵۶۷۰ $\times$ ۱۰$^{-۵}$	۰/۰۰۰۰۰۰۰۴۲	۱	۴/۱۹۹۹۹ $\times$ ۱۰$^{-۸}$

۷- نتیجه گیری

در این پژوهش با به‌کارگیری روش هموتوپی اغتشاشی به بررسی جریان سیال فوق همرفتی ماکسولی در محیط متخلخل بر روی صفحه تخت با حضور میدان مغناطیسی، پرداخته‌شده است. با توجه به بررسی های انجام شده با افزایش پارامتر مغناطیس توزیع سرعت کاهش یافته و ضخامت لایه مرزی سرعتی افزایش می یابد. بیشترین تاثیر پارامتر مغناطیس بر روی تنش برروی صفحه است . با افزایش پارامتر مغناطیس توزیع تنش بر روی صفحه به مقدار قابل توجهی افزایش می یابد . افزایش پارامتر مغناطیس باعث افزایش ضریب اصطکاک پوسته‌ای بر روی سطح و افزایش توزیع سرعت می‌شود.به منظور بررسی جامع تر مسئله می توان جریان لایه‌مرزی سیال فوق همرفتی ماکسول در محیط متخلخل بر روی صفحه متخلخل با شرط لغزش را تحقیق نمود.

۸- مراجع

[1] Bhattacharyya K., Mukhopadhyay S., Layek G.C., Slip effects on boundary layer stagnation-point flow and heat transfer towards a shrinking sheet, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 54, pp. 308-313, 2011.

[2] Aïboud S, Saouli S, Second Law Analysis of Viscoelastic Fluid over a Stretching Sheet, Subject to a Transverse Magnetic Field with Heat and Mass Transfer, Entropy, International Journal of Non-Linear Mechanics, Vol. 45, pp. 482-489, 2010.

[3] Ellahi R., Arshad R., Analytical solutions for MHD flow in a third-grade fluid with variable viscosity, Mathematical and Computer Modelling, Vol. 52, pp. 1783-1793, 2010.

[4] Sajid M, hayat T, Asghar S, on the analytic solution of the steady flow of a fourth grade fluid, physics letters, Vol. 355, pp. 18-26, 2006.

[5] Marinca V, Herisanu N.C., Bota B, an optimal homotopy asymptotic method applied to the steady flow of a fourth grade fluid past a porous plate, applied mathematics letters, Vol. 22, pp, 245-251, 2009.

[6] Nadeem S.T., Hayat S., Abbasbandy M., Effects of partial slip on a fourth-grade fluid with variable viscosity: An analytic solution, Nonlinear Analysis: Real World Applications, Vol. 11, pp. 856-868, 2010.

[7] Islam S., Bano Z., Siddique I., SiddiquiA M., The optimal solution for the flow of a fourth-grade fluid with partial slip , Computers & Mathematics with Applications,Vol. 11, pp. 856-868, 2010.

[8] Hayat T., Sajid M., Homotopy analysis of MHD boundary layer flowof an upper-convected Maxwell fluid, International Journal of Engineering Science, Vol. 45, pp, 393–401, 2007.

[9] Hayat T., Abbas Z., Sajid M., MHD stagnation-point flow of an upper-convected Maxwell fluid over a stretching surface, Chaos, Solitons and Fractals, Vol. 39, pp, 840–848, 2009.

[10] Mamaloukas C.H., Subhas A..M, Tawade J.V., Mahabaleswar U.S., on effects of a transverse magnetic field on an UCM fluid over a stretching sheet, International Journal of Pure and Applied Mathematics, Vol. 66, pp, 327–338, 2011.

[11] Anwar Bég O., Makinde O.D., Viscoelastic flow and species transfer in a Darcian high-permeability channel, Journal of Petroleum Science and Engineering. Vol. 76, pp, 93-99, 2011.

[12] Sajid M.Z., Iqbal T., Hayat S., Series Solution for Rotating Flow of an Upper Convected Maxwell Fluid over a Stretching Sheet, Communications in Theoretical Physics, Vol. 56, pp. 740–744, 2011.

[13] He J., Homotopy Perturbation Technique, Comput. Meth. Appl. Mech. Eng., Vol. 62, pp,178-257, 1999.

[14] Sadeghy K., Najafi A., Saffaripour M., Sakiadis flow of an upper-convected Maxwell fluid, International Journal of Non-Linear Mechanics, Vol. 40, pp, 1220 – 1228, 2005.

[15] Bhattacharyya K, Mukhopadhyay S., Layek G.C., Steady boundary layer slipflow and heat transfer over aflat porous

plate embeddedin a porous media, Journal of Petroleum Science and Engineering,Vol.78, pp,304–309, 2011.

[16] Alizadeh A., Sadeghy K., On the use of homotopy analysis method for solving unsteady MHD flow of Maxwellian fluids above impulsively stretching sheets, Commun Nonlinear Sci Numer Simulat,Vol. 14, pp,1355–1365, 2009.

[17] Larson R.G., Constitutive Equations for Polymer Melts and Solutions, Butterworths, Boston, pp,489-501, 1988.