

بررسی عددی تأثیر نسبت فشاری بر پدیده تداخل موج ضربه‌ای و لایه‌مرزی در یک مجرا با سطح مقطع ثابت

مهرداد بزاززاده

مجتبی دهقان منشادی*

محمد کرباسی‌زاده

دانشیار، مجتمع دانشگاهی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اصفهان، ایران

دانشیار، مجتمع دانشگاهی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اصفهان، ایران

دانشجوی دکتری، مجتمع دانشگاهی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، ایران

چکیده

هدف بررسی تأثیر نسبت فشار بر ساختار موج ضربه‌ای و فیزک جریان تحت تأثیر پدیده تداخل موج ضربه‌ای و لایه‌مرزی در امتداد سطح دیوار در جریان‌های تراکم‌پذیر داخلی می‌باشد. از روش عددی جهت بررسی تأثیر نسبت فشاری بر ساختار، قدرت و طول سیستم امواج ضربه‌ای و مشخصه‌های لایه‌مرزی استفاده شد. معادلات میانگین‌گیری شده نایبراستوکس و مدل آشفتگی دو معادله‌ای $k-\omega$ استفاده شد. نتایج نشان‌دهنده انطباق قابل‌قبول نتایج با اطلاعات تجربی است. با افزایش نسبت فشاری سیستم امواج ضربه‌ای به سمت بالادست جریان حرکت می‌کند و ساختار موج ضربه‌ای نیز از حالت X شکل به λ شکل تغییر می‌کند که با افزایش قدرت موج ضربه‌ای همراه است. با افزایش نسبت فشاری، میزان جابجایی سیستم امواج ضربه‌ای در طول مجرا بیشتر می‌شود. با کاهش نسبت فشاری، موج ضربه‌ای به سمت پایین‌دست جریان جابجا می‌شود و در این حالت طول موردنیاز برای بازیابی کامل فشار در دسترس نخواهد بود. اگر موج ضربه‌ای قوی باشد جدایش جریان بر روی دیواره اتفاق خواهد افتاد. جهت اعتبارسنجی از نتایج تجربی تونل باد فراصوت دمشی در دانشگاه کمبریج استفاده شد. **واژه‌های کلیدی:** جریان فراصوت، ضریب جریان، تداخل موج ضربه‌ای و لایه‌مرزی، نسبت فشار، دینامیک سیالات محاسباتی.

Numerical Investigation of the Effect of Pressure Ratio on the Shock Boundary Layer Interaction in a duct with Constant Cross-Section

M. Bazazzadeh
M. Dehghan Manshadi
M. Karbasizadeh

MalekAshtar University of Technology, Esfahan, Iran
MalekAshtar University of Technology, Esfahan, Iran
MalekAshtar University of Technology, Esfahan, Iran

Abstract

The present research is mainly devoted to investigate the effect of pressure ratio (π) on the Shock Wave-Boundary Layer interaction phenomena along the wall surface in internal compressible flows. The implicit Reynolds Average Navier-Stokes equations and $k-\omega$ turbulent model have been used to numerical simulation and investigation the effect of pressure ratio on location, structure of the shock train and the boundary layer specification. The obtained results show that the present numerical results are in good agreement with the experimental data. On increasing π , not only the shock train moved toward the upstream flow but also the shock structure changed from X -shape to λ . Furthermore with increasing π the displacement of shock train along the duct is increased. With decreasing π the shock train moved to the downstream so that the length of the duct isn't enough for complete recovery pressure. The flow separation bubble is formed near the wall, when the shock was strong. The experimental results of supersonic blow down wind tunnel in Cambridge University have been used for validation.

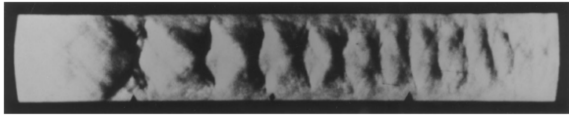
Keywords: Supersonic Flow, Flow Confinement, Shock Boundary Layer Interaction, Pressure Ratio, CFD.

۱- مقدمه

پیچیده‌ای بین موج ضربه‌ای ولایه مرزی در پایین‌دست موج ضربه‌ای می‌شود. امواج ضربه‌ای تشکیل شده (قطار امواج ضربه‌ای) و ناحیه مخلوط در ادامه آن تشکیل یک سیستم امواج ضربه‌ای را می‌دهد که نقشی مشابه با یک موج ضربه‌ای قائم را در تئوری یک‌بعدی دارد و در اصطلاح به‌کل ناحیه‌ای که در آن بازیافت فشار استاتیکی رخ می‌دهد اطلاق می‌شود. محدوده سیستم امواج ضربه‌ای از بالادست اولین موج ضربه‌ای از مجموعه قطار امواج ضربه‌ای

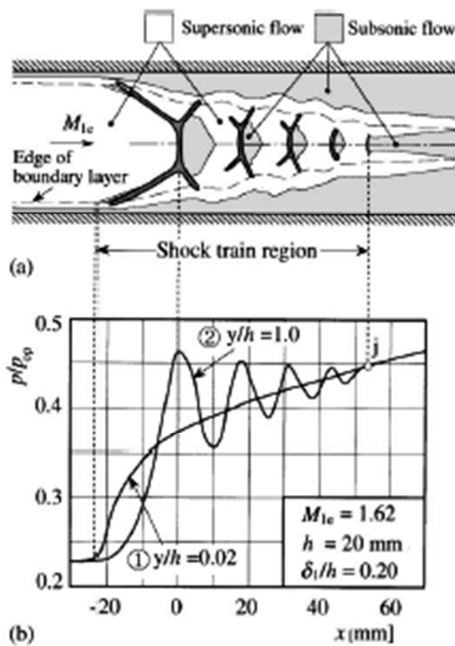
موج ضربه‌ای قسمتی از یک اختلال ناگهانی است که منجر به ناپیوستگی و تغییرات غیرقابل‌برگشت در خواص جریان از جمله فشار و دما خواهد شد. در بسیاری از کاربردها موج ضربه‌ای که به‌صورت قائم یا مایل نسبت به راستای جریان تشکیل می‌شود، با سطوح دیوار مجاور برخورد نموده و با گسترش لایه‌مرزی موجب تداخل

¹ Shock train



شکل ۱- تصویر شیلرین قطار امواج ضربه‌ای در یک مجرای مستطیلی [۹]

نتایج حاصل از آزمون‌های تجربی انجام شده توسط تاماکی و همکارانش در یک مجرا با سطح مقطع ثابت در شکل ۲ نشان داده شده است. همان طور که در این شکل مشاهده می‌شود فشار از نقطه ۱ (پایه اولین موج ضربه‌ای)، شروع به افزایش نموده و به صورت پیوسته در دیوار (منحنی ۱) و به شکل نوسانی در امتداد خط مرکزی (منحنی ۲) به دلیل وجود امواج ضربه‌ای قائم متوالی افزایش می‌یابد تا نهایتاً به نقطه ۲ می‌رسد. شتاب‌گیری مجدد جریان بعد از هر موج ضربه‌ای به علت تنظیمات لایه‌مرزی دیوار است [۱۱]. اگر جریان در نقطه ۲ کاملاً مادون‌صوت و یکنواخت باشد، فشار استاتیک در پایین‌دست این نقطه به علت تأثیرات اصطکاک باید کاهش یابد، اما همان طور که مشاهده می‌شود در امتداد ناحیه قطار امواج ضربه‌ای افزایش فشار همچنان ادامه داشته و تغییرات فشار در امتداد دیوار و خط مرکزی بر یکدیگر منطبق است. وجود این ناحیه به طول مجرا بستگی دارد. اگر طول مجرا به اندازه کافی بلند باشد، این ناحیه نمایان شده و در نهایت فشار استاتیک به بیشینه مقدار خود خواهد رسید و بعد از آن به صورت تدریجی کاهش می‌یابد.



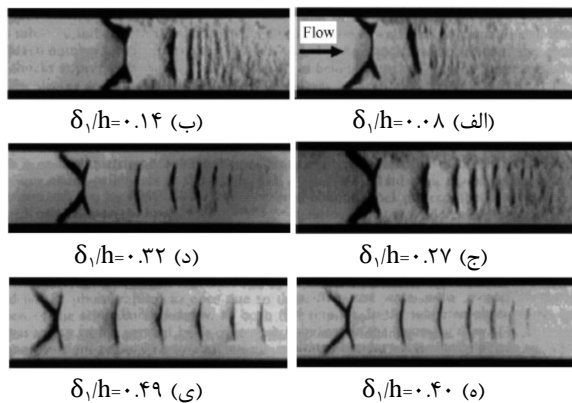
شکل ۲- طرحواره تشکیل قطار شاک به همراه توزیع فشار استاتیک در طول خط مرکزی و سطح دیوار در مجرای با سطح مقطع ثابت [۱۲]

در مطالعات انجام شده تمرکز محققان بیشتر بر روی بررسی تأثیر عدد ماخ بالادست موج ضربه‌ای و ضریب جریان بوده است و کمتر تأثیر نسبت فشار بر فیزیک جریان مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته است. در مطالعه حاضر تأثیر نسبت فشار بر پدیده تداخل موج ضربه‌ای و لایه‌مرزی بررسی شده است.

آغاز شده و تا مکانی که افزایش فشار استاتیک بر روی دیوار ادامه دارد (انتهای ناحیه مخلوط)، امتداد می‌یابد. تداخل در جریان‌های خارجی به شدت توسط عدد ماخ بالادست موج ضربه‌ای، عدد رینولدز و هندسه جسم تحت تأثیر قرار می‌گیرد و گرادیان فشار ایجاد شده در اثر این پدیده تحت تأثیر پارامترهای فوق می‌باشد. در بسیاری از جریان‌های متداخل داخلی، قطار امواج ضربه‌ای در موقعیتی از گذرگاه جریان بسته به شرایط فشاری در بالادست و پایین‌دست جریان، ضخامت لایه‌مرزی بالادست، هندسه گذرگاه و اصطکاک دیوار ناشی از ویسکوزیته تشکیل می‌شود. قطار امواج ضربه‌ای تشکیل شده عملکرد و بازدهی کل سیستم مورد استفاده همچون ورودی موتورهای فراصوت، موتورهای اسکرم جت، اجکتورها و دیفیوزرهای تونل‌های باد فراصوت را تحت تأثیر قرار داده و حتی در صورت کنترل نامناسب تداخل ممکن است منجر به عدم کارایی تجهیزات فوق شود [۱]. تحقیقات وسیعی در زمینه مشخصه‌های تداخل امواج ضربه‌ای و لایه‌مرزی به صورت تجربی و تئوری انجام شده است، بررسی رفتار امواج ضربه‌ای در مجراهای واگرا توسط وایز و همکارانش و بررسی عددی امواج ضربه‌ای در مجراهای ایزوله توسط هوانگ نمونه‌ای از تحقیقات انجام شده در سال‌های اخیر است [۳-۲].

به منظور طراحی دیفیوزرهای تونل باد، نیومن و همکارانش آزمایشات تجربی در یک مجرا با سطح مقطع ثابت تحت شرایطی که یک موج ضربه‌ای قائم در مجرا تشکیل می‌شود را بررسی کردند. نتایج بررسی بیانگر این بود که موج ضربه‌ای ایده‌آلی که در غیاب لایه‌مرزی فرض می‌شود، هرگز حاصل نمی‌شود و به جای آن به علت حضور لایه‌مرزی، افزایش فشار ناشی از موج ضربه‌ای در طول مجرا اتفاق خواهد افتاد [۴]. بهینه‌سازی هندسه دیفیوزر در تونل بادهای فراصوت با هدف کنترل امواج ضربه‌ای می‌تواند سهم بسزایی بر نسبت فشار موردنیاز جهت راه‌اندازی تونل باد داشته باشد [۵]. لوکساویچ تراکم امواج ضربه‌ای در مجراها را مورد بررسی قرار داد. نتایج حاصله بیانگر این موضوع بود که ناحیه تراکم موج ضربه‌ای ممکن است شامل چندین منحنی یا موج ضربه‌ای مایل باشد که به صورت منظم و یا انعکاس امواج ماخ^۱ شکل می‌گیرد [۶]. شاپیرو نیز با توجه به اطلاعات تجربی نیومن به موج ضربه‌ای قائم در مجراها اشاره کرده و بیان نموده است که مجموعه‌ای از امواج ضربه‌ای قائم شکل در اثر تداخل موج ضربه‌ای و لایه‌مرزی در یک مجرا تشکیل می‌شود [۷]. بحث تداخل موج ضربه‌ای و لایه‌مرزی در ورودی‌های فراصوت می‌تواند منجر به جدایش جریان و در ادامه شروع پدیده موج - نوسان شود. این پدیده یکی از دلایل ناپایدار کننده در این نوع تجهیزات می‌باشد [۸]. نمونه‌ای از تصاویر شیلرین از یک قطار موج ضربه‌ای در شکل ۱ نشان داده شده است، محدوده قطار موج ضربه‌ای حدوداً شامل ۱۰ موج ضربه‌ای قائم است [۹]. ساختار امواج ضربه‌ای تشکیل شده بر حسب عدد ماخ متفاوت می‌باشد. بررسی‌های تجربی انجام شده توسط کیم نشان‌دهنده آن است که به ازای اعداد ماخ بزرگتر از ۱/۵ امکان جدایش جریان بیشتر است [۱۰].

^۱ Mach-type reflection



شکل ۳- تصاویر شیلرین ثبت شده در بررسی‌های تجربی [۱۶]

۴- با ثابت نگه‌داشتن عدد ماخ جریان بالادست و افزایش δ_1/h ، تعداد امواج ضربه‌ای و فاصله بین هر دو موج ضربه‌ای متوالی افزایش می‌یابد. در انتهای ناحیه سیستم امواج ضربه‌ای، جائیکه جریان به سرعت‌های مادون‌صوت می‌رسد، اصطکاک تمایل به افزایش سرعت جریان دارد. در برخی از نقاط کاهش فشار به علت جریان خط فانو بیشتر از افزایش آن به دلیل ناحیه مخلوط بوده و ماکزیمم فشار قابل دسترس با کاهش تدریجی همراه خواهد بود.

۳-۲- نسبت فشاری

در کاربردهای عملی با توجه به کارکرد سیستم در شرایط مختلف (خارج از نقطه طراحی) ثابت نگه داشتن نسبت فشاری تقریباً غیر ممکن است. در مطالعه حاضر نسبت فشار (M) به‌صورت فشار استاتیک در خروجی به فشار سکون در ورودی تعریف شده است. در این راستا هندسه در نظر گرفته شده برای سیستم امواج ضربه‌ای حائز اهمیت است. در جدول ۱ مشخصات کلی سیستم‌های مشابه شامل عدد ماخ، سطح مقطع و طول مجرا ارائه شده است. بر اساس نمونه‌های موجود سیستمی با مشخصات هندسی و فیزیکی ذکر شده در جدول ۲ جهت مطالعه حاضر در نظر گرفته شده است. جهت طراحی کانتور نازل از روش مشخصه‌ها استفاده شده است [۱۸-۱۷].

جدول ۱- مشخصات هندسی نمونه‌های مشابه

مرجع	عدد ماخ	طول مجرا (mm)	سطح مقطع (mm ²)
[۱۹]	۴.۲	۱۵۰۰	۸۰×۸۰
[۳]	۲	۹۶۰	۸۰×۸۰
[۲۰]	۱/۶۱	۷۵۳/۸	۷۶/۳×۳۲/۰۶
[۲۱]	۴	۵۸۰	۴۷.۵×۴۵.۲
[۲۲]	۱/۴۹	۱۱۰	۱۱×۱۱
[۲]	۱/۴۵	۱۶۰	۱۵×۸
[۵]	۴-۱/۴	۱۸۰۰	۱۰۰۰×۱۰۰۰

۲- مشخصه‌های جریان

شکل هر موج ضربه‌ای در ناحیه قطار امواج ضربه‌ای اساساً توسط عدد ماخ، لایه‌مرزی بالادست قطار امواج ضربه‌ای و نسبت فشار تحت تأثیر قرار می‌گیرد. تأثیر پارامتر دوم (لایه‌مرزی) با پارامتری تحت عنوان "ضریب جریان"^۱ مشخص می‌شود و به‌صورت نسبت ضخامت لایه‌مرزی بالادست به نصف ارتفاع مجرا و یا شعاع مجرا در هندسه متقارن محوری تعریف می‌شود (δ_1/h). تأثیرات عدد ماخ و ضریب جریان بر پدیده تداخل موج ضربه‌ای و لایه‌مرزی توسط محققان مورد بررسی قرار گرفته است.

۲-۱- تأثیر عدد ماخ

تأثیر عدد ماخ بالادست بیشتر بر ساختار موج ضربه‌ای می‌باشد، به نحوی که در اعداد ماخ پایین، موج ضربه‌ای قائم تشکیل می‌شود (قطار امواج ضربه‌ای قائم) و با افزایش عدد ماخ و برای تداخل‌های قوی‌تر نقطه دو شاخه شدن موج ضربه‌ای از دیواره دور شده و به سمت مرکز مجرا حرکت می‌کند و قسمت عمودی موج ضربه‌ای از بین می‌رود (قطار امواج ضربه‌ای مایل). برای قطار امواج ضربه‌ای مایل تعداد امواج ضربه‌ای و فاصله بین دو موج ضربه‌ای متوالی نسبت به تغییرات ضریب جریان کمتر حساس می‌باشد. معمولاً قطار امواج ضربه‌ای مایل در تداخل با اعداد ماخ بالاتر از $2/2 - 1/8$ بسته به شرایط لایه‌مرزی حاصل می‌شود [۱۴-۱۳]. با افزایش عدد ماخ تعداد امواج ضربه‌ای، فاصله بین دو موج ضربه‌ای متوالی و طول قطار امواج ضربه‌ای بیشتر می‌شود [۱۵].

۲-۲- تأثیر ضریب جریان

در سال ۱۹۹۰ نتایج بررسی‌های کارول در مورد مشخصه‌های تداخل موج ضربه‌ای و لایه‌مرزی در مجراهای مستطیلی منتشر شد. این نتایج به‌صورت مجموعه‌ای از تصاویر شیلرین که نشان دهنده تأثیر پارامتر ضریب جریان بر شکل قطار امواج ضربه‌ای می‌باشد، در شکل ۳ نشان داده شده است [۱۶].

با توجه به تصاویر ارائه شده در شکل (۳) نتیجه می‌شود که:

- ۱- با افزایش نسبت δ_1/h تعداد امواج ضربه‌ای افزایش می‌یابد.
- ۲- اولین موج ضربه‌ای تشکیل‌شده در تمامی اشکال از نوع λ شکل بوده، درحالی‌که مابقی امواج ضربه‌ای قائم می‌باشد.
- ۳- در هر شکل با حرکت در راستای جریان، فاصله بین دو موج ضربه‌ای متوالی کاهش می‌یابد.

^۱Flow confinement

جدول ۲- مشخصات جریان

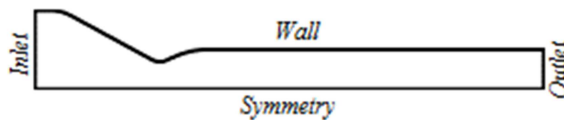
۱/۸	عدد ماخ در خروج از نازل
۱۵۰ Kpa	فشار سکون در ورودی
۳۰۰ K	دمای سکون در ورودی
۴۵×۵۰ mm ²	سطح مقطع مجرا
۱۰۰۰ mm	طول مجرا

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k w \rho + P_{kb} \quad (۴)$$

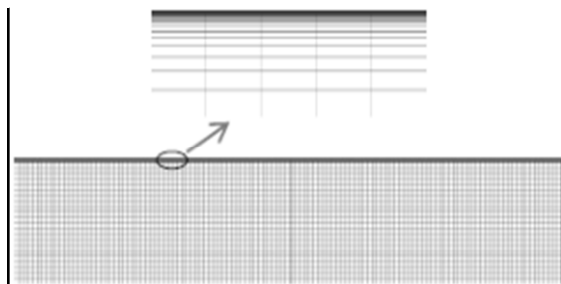
$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j w) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_w} \right) \frac{\partial w}{\partial x_j} \right] + \alpha \frac{w}{k} P_k - \beta \rho w^2 + P_{wb}$$

۳-۲- شرایط مرزی

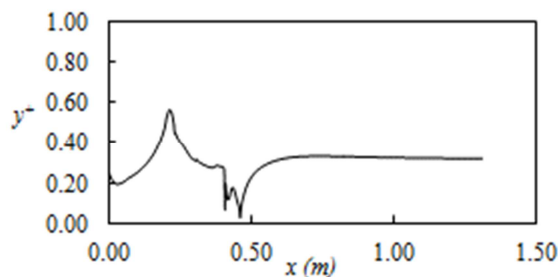
در شبیه‌سازی انجام شده جریان در ورودی نازل یکنواخت فرض شده است. در خروج از سیستم امواج ضربه‌ای فشار پشت متناظر با نسبت فشاری مورد نظر تغییر می‌کند و دانسیته و سرعت خروجی با استفاده از برون‌یابی محاسبه می‌شود. همان طور که در شکل ۴ نشان داده شده است با توجه به تقارن سیستم نسبت به محور y تنها نیمی از میدان جریان شبیه‌سازی شده است. شرط آدیاباتیک، عدم لغزش و صلب بودن در طول دیواره لحاظ شده است. با توجه به بحث تداخل موج ضربه‌ای و لایه‌مرزی، حل معادلات در نزدیکی دیواره جهت تحلیل رفتار جریان و لایه‌مرزی آشفته بسیار حائز اهمیت است، از اینرو با ریز کردن شبکه در نزدیک دیواره، شبکه بندی لایه‌مرزی اعمال شده (شکل ۵) و فاصله اولین سلول محاسباتی از دیواره در حدود 0.1 میلی‌متر در نظر گرفته شده است که این مقدار، y^+ زیر یک را به همراه خواهد داشت (شکل ۶). در بررسی رفتار لایه‌مرزی مقدار این عدد بی بعد (y^+) باید کمتر از 1 باشد تا سلول چسبیده به دیوار جزو ناحیه زیر لایه لزج دیواره محسوب شود [۲۶].



شکل ۴- طرحواره هندسه شبیه‌سازی شده



شکل ۵- شبکه محاسباتی در مدل فیزیکی نزدیک به دیواره



شکل ۶- توزیع y^+ در امتداد دیواره

۳- روش عددی

۳-۱- معادلات حاکم

به منظور شبیه‌سازی عددی تأثیر نسبت فشاری بر پدیده تداخل موج ضربه‌ای و لایه‌مرزی از معادلات ناویر استوکس با رینولدز میانگین استفاده شده است [۲۳].

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial F_{ns}}{\partial x} + \frac{\partial G_{ns}}{\partial y} = 0 \quad (۱)$$

در این رابطه بردارهای U, F, G, F_{ns}, G_{ns} عبارتند از:

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ (E + P)u \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + P \\ (E + P)v \end{bmatrix}$$

$$F_{ns} = -\frac{1}{Re} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + e_x \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$G_{ns} = -\frac{1}{Re} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + e_y \end{bmatrix}$$

در روابط فوق:

$$e_x = \frac{1}{\gamma-1} \left(\frac{\mu_l}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial(c^2)}{\partial x}$$

$$e_y = \frac{1}{\gamma-1} \left(\frac{\mu_l}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial(c^2)}{\partial y} \quad (۳)$$

$$\tau_{xx} = \frac{4}{3} \mu_x - \frac{2}{3} \mu_y$$

$$\tau_{yy} = \frac{4}{3} \mu_y - \frac{2}{3} \mu_x$$

$$\tau_{xy} = \mu_y + \mu_x$$

در معادلات فوق μ_l لزجت لایه‌ای و μ_t لزجت آشفتگی می‌باشد. Pr و Pr_t به ترتیب عدد پرانتل و عدد پرانتل آشفته بوده و C سرعت صوت است. رابطه بین E و P به صورت زیر بیان می‌شود:

$$P = (\gamma - 1) \left(E - \frac{(\rho u)^2 + (\rho v)^2}{2\rho} \right) \quad (۴)$$

لزجت جریان لایه‌ای بر اساس قانون لزجت ساترلند محاسبه می‌شود. در این پژوهش با توجه به قابلیت مدل آشفتگی دو معادله-ای $k-\omega$ در شبیه‌سازی تداخل موج ضربه‌ای و لایه‌مرزی در جریان-های داخلی از این مدل استفاده شده است [۲۴]. در این مدل لزجت آشفتگی بر حسب تابعی از انرژی و فرکانس آشفتگی محاسبه می‌شود [۲۵]:

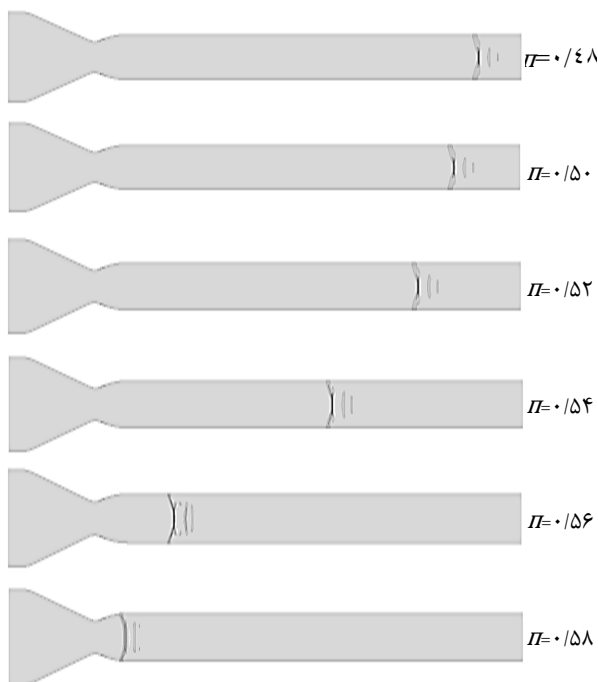
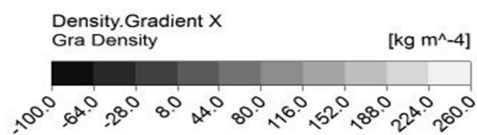
$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega} \quad (۵)$$

در این معادله انرژی و فرکانس آشفتگی با استفاده از معادلات (۶) حاصل می‌شود:

۴- نتایج

در این بررسی تأثیر نسبت فشار بر مشخصات و فیزیک جریان از جمله موقعیت، طول و ساختار سیستم امواج ضربه‌ای، بررسی رفتار پارامتر δ/h و جدایش جریان در یک مجرا مورد بحث قرار گرفته است. بدین منظور محدوده نسبت فشاری $0.48 - 0.58$ با گام 0.02 در نظر گرفته شده است.

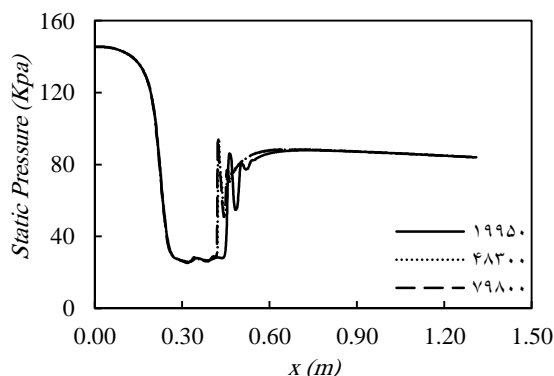
در شکل ۹ کانتور شدت تغییرات چگالی در راستای جریان نشان داده شده است. همان طور که در این شکل مشاهده می‌شود با افزایش Π سیستم امواج ضربه‌ای به سمت بالادست جریان حرکت کرده و در نهایت به ازای $\Pi=0.58$ موج ضربه‌ای در قسمت واگرای نازل قرار می‌گیرد. از جمله نکات قابل توجه در کانتورهای ارائه شده نحوه تغییرات ساختار موج ضربه‌ای می‌باشد، به نحوی که با افزایش نسبت فشاری قسمت قائم موج ضربه‌ای افزایش می‌یابد. نتایج مزبور با نتایج حاصل از بررسی‌های تجربی کارول به منظور بررسی تأثیر ضریب جریان مطابقت دارد [۱۶].



شکل ۹- تغییر موقعیت امواج ضربه‌ای با نسبت فشار

یکی دیگر از نکات قابل توجه در مورد موقعیت سیستم امواج ضربه‌ای میزان جابجایی آن در طول مجرا با تغییر نسبت فشاری است، همان طور که در شکل ۹ مشاهده می‌شود با افزایش Π شدت جابجایی سیستم امواج ضربه‌ای بیشتر می‌شود. این مسئله یکی از نکات قابل توجه در بحث عملکرد سیستم امواج ضربه‌ای در نقاط خارج از طراحی یک سیستم فراصوت می‌باشد.

برای بررسی تأثیر شبکه بر میدان حل، سیستم با سه شبکه‌بندی 19950 ، 48300 و 79800 شبکه بررسی شده است. طبق بررسی‌های صورت گرفته، مطابق شکل ۷ با فرض شرایط مرزی یکسان، برای دو شبکه بندی ریزتر موقعیت سیستم امواج ضربه‌ای مستقل از تعداد شبکه خواهد بود و توزیع فشار استاتیک در طول محور X برای 48300 و 79800 شبکه منطبق بر یکدیگر می‌باشد. با لحاظ نمودن دو پارامتر دقت و حجم محاسبات انتخاب شبکه‌بندی درشت‌تر (48300 شبکه) برای انجام محاسبات قابل قبول می‌باشد.

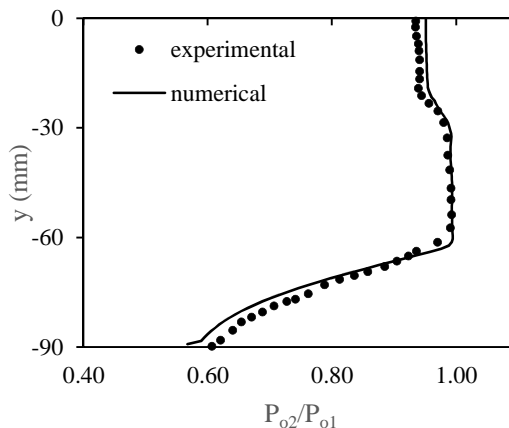


شکل ۷- توزیع فشار استاتیک در امتداد خط مرکزی مجرا برای سه شبکه محاسباتی متفاوت

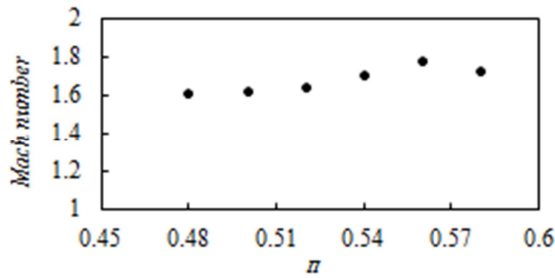
۳-۳- اعتبارسنجی

به منظور اعتبارسنجی کار حاضر از نتایج تجربی تونل باد فراصوت دمشی دانشگاه کمبریج استفاده شده است [۲۷]. در تونل باد مذکور عدد ماخ در بالادست موج ضربه‌ای برابر با 1.5 بوده و فشار و دمای سکون به ترتیب برابر با 180 Kpa و 295 K می‌باشد. در انجام آزمایشات این تونل تغییرات فشار سکون در امتداد ارتفاع داکت توسط سنسور فشاری اندازه‌گیری شده است. همان طور که در شکل ۸ نشان داده شده نتایج حاصل از حل عددی تطابق خوبی با نتایج حاصل از آزمون تجربی دارد.

در این مطالعه از نرم افزار ANSYS برای شبکه‌بندی دامنه محاسباتی و از نرم‌افزار تجاری CFX به عنوان حلگر عددی استفاده شده است.

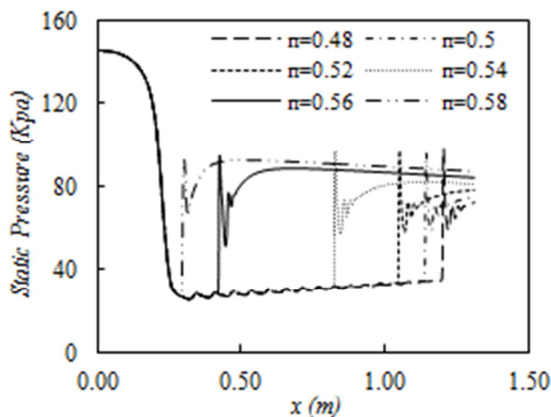


شکل ۸- مقایسه نسبت فشار سکون به دست آمده از نتایج تجربی آزمون تونل باد فراصوت دمشی و شبیه‌سازی عددی



شکل ۱۲- تغییرات عدد ماخ بالادست سیستم امواج ضربه‌ای بر حسب نسبت فشاری

تغییرات فشار استاتیک در امتداد خط مرکزی نیز بیانگر تشکیل ناحیه امواج ضربه‌ای و مخلوط پس از آن می‌باشد (شکل ۱۳). همان طور که در شکل ۱۳ نشان داده شده است برای $\Pi = 0.48$ ، 0.50 ، 0.52 ، 0.54 و 0.58 با توجه به حرکت سیستم امواج ضربه‌ای به سمت انتهای مجرا طول موردنیاز جهت بازیابی کامل فشار و تشکیل ناحیه مخلوط کوتاه بوده و میزان بازیابی فشار صورت پذیرفته عملاً ناشی از قطار امواج ضربه‌ای می‌باشد ولی به ازای $\Pi > 0.52$ سیستم امواج ضربه‌ای ضربه‌ای بطور کامل تشکیل شده و بازیابی فشار حداکثر مقدار خود را خواهد داشت.



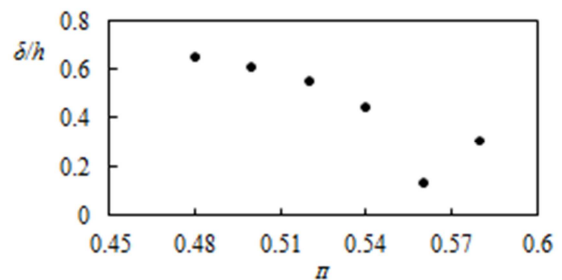
شکل ۱۳- تغییرات فشار استاتیک در امتداد خط مرکزی مجرا به ازای نسبت فشارهای متفاوت

۲-۴- طول سیستم امواج ضربه‌ای

طول سیستم امواج ضربه‌ای عبارتست از فاصله بین نقطه شروع افزایش فشار تا جاییکه شیب تغییرات منحنی تقریباً صفر شود. این تعریف برای جریان‌ها در وسایل مختلف مانند دیفیوزرهای فراصوت و اجکتورها صحیح نیست، زیرا گذرگاه جریان در این تجهیزات در طول مسیر جریان از مکانی به مکان دیگر تغییر می‌کند از این رو به علت غالب شدن گرادیان فشاری جریان، نقطه انتهایی سیستم امواج ضربه‌ای قابل تشخیص نمی‌باشد. طبق مدل دیفیوژن طول موردنیاز برای بازیابی کامل فشار از رابطه (۷) محاسبه می‌شود [۱۴].

$$\frac{L_p}{D} = \frac{2}{c} \sinh^{-1} \left(\frac{w_1 - w_2}{2w^*} \right) \quad (7)$$

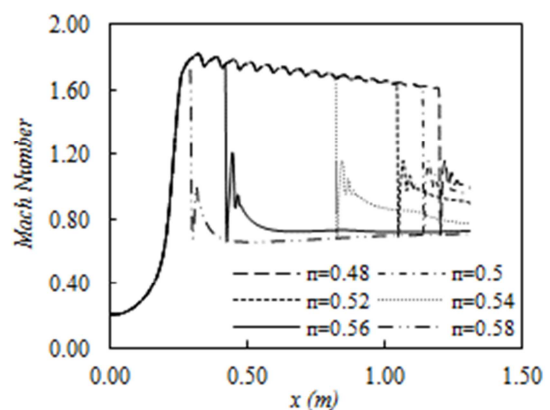
همان طور که در تصاویر شیلرین شکل ۳ مشاهده می‌شود با افزایش ضریب جریان، قسمت قائم موج ضربه‌ای حذف شده و برای $\delta/h = 0.49$ تقریباً تبدیل به یک موج ضربه‌ای X شکل می‌شود. نحوه تغییرات ضریب جریان با نسبت فشاری در شکل ۱۰ نشان داده شده است. با افزایش Π ضخامت لایه‌مرزی در بالادست سیستم امواج ضربه‌ای کاهش یافته و با توجه به ثابت بودن ارتفاع مجرا ضریب جریان کاهش می‌یابد. کاهش این پارامتر باعث تغییر ساختار موج ضربه‌ای شده و افزایش قدرت موج ضربه‌ای را به همراه دارد. برای $\Pi = 0.58$ با توجه به فرارگیری موج ضربه‌ای در قسمت واگرای نازل و کاهش عدد ماخ، ضریب جریان افزایش می‌یابد.



شکل ۱۰- تغییرات ضریب جریان بر حسب نسبت فشاری

۴-۱- قدرت موج ضربه‌ای

نحوه تغییرات عدد ماخ در امتداد خط مرکزی مجرا در شکل ۱۱ نشان داده شده است. نوسانات ایجاد شده در بالادست سیستم امواج ضربه‌ای در تحلیل عددی صورت گرفته ناشی از امواج انعکاسی از دیواره می‌باشد که سبب بروز تغییرات جزئی در توزیع عدد ماخ می‌شود. همان طور که مشاهده می‌شود با کاهش Π ، قدرت موج ضربه‌ای کاهش می‌یابد، دلیل این امر این است که با توجه به رشد ضخامت لایه‌مرزی، سطح مقطع موثر جریان کاهش یافته و مجرا عملاً همانند یک سطح مقطع همگرا برای جریان فراصوت عمل می‌کند، در این حالت عدد ماخ در راستای جریان و در بالادست اولین موج ضربه‌ای کاهش می‌یابد. در شکل ۱۲ نحوه تغییرات عدد ماخ در بالادست سیستم امواج ضربه‌ای به ازای Π های مختلف نشان داده شده است.



شکل ۱۱- توزیع عدد ماخ در امتداد خط مرکزی مجرا به ازای نسبت فشارهای متفاوت

نسبت فشارها، در انطباق با نتایج تجربی کارول در مورد تأثیر ضریب جریان بر ساختار موج ضربه‌ای می‌باشد [۱۶].

۳- اختلاف بین نتایج حل عددی و معادله (۷) ناشی از ضریب جریان‌های متفاوت می‌باشد، با این وجود نتایج حاصل از هر دو روش در محدوده نتایج حاصل از آزمون‌های تجربی می‌باشد (شکل ۱۴).

جدول ۳- طول سیستم امواج ضربه‌ای با استفاده از حل عددی و معادله (۷)

L_p/D	L_p/D	طول ناحیه	طول قطار	Π	
معادله	حل عددی	مخلوط (mm)	امواج ضربه‌ای (mm)		
(۷)					
-	-	-	۹۰	۰/۴۸	۱
-	-	-	۸۸	۰/۵۰	۲
-	-	-	۸۰	۰/۵۲	۳
۶/۱۲	۷/۲	۲۴۸	۷۹	۰/۵۴	۴
۶/۴۷	۷/۵	۲۷۵	۶۶	۰/۵۶	۵
-	-	-	-	۰/۵۸	۶

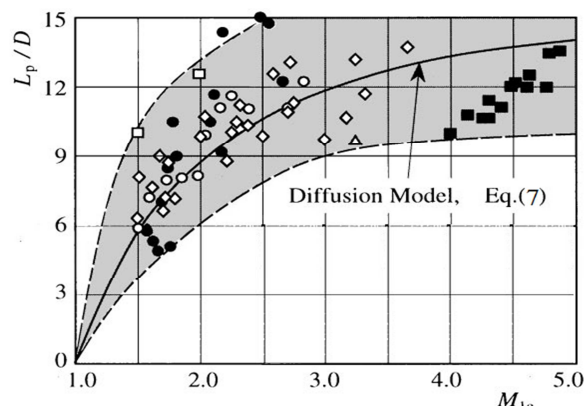
۳-۴- لایه مرزی

افزایش ضخامت لایه مرزی در بالادست سیستم امواج ضربه‌ای با کاهش Π امری اجتناب‌ناپذیر است. یکی از مباحث اصلی در این زمینه بحث جدایش جریان می‌باشد. افزایش قدرت موج ضربه‌ای احتمال جدایش را بیشتر می‌کند، به نحوی که اگر موج ضربه‌ای به اندازه کافی قوی باشد منجر به جدایش لایه مرزی می‌شود [۲۸]. طبق بررسی‌های صورت گرفته برای $\Pi=0/48$ جدایشی اتفاق نمی‌افتد که با توجه به قدرت موج ضربه‌ای و تغییر ساختار آن از λ به X شکل، منطقی به نظر می‌رسد. با افزایش Π و بالطبع افزایش عدد ماخ جریان بالادست (شکل ۱۲)، جدایش جریان اتفاق افتاده و طول ناحیه جدایش افزایش می‌یابد. در شکل ۱۵ خطوط جریان برای $\Pi=0/54$ نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود در موقعیت تشکیل موج ضربه‌ای، جدایش اتفاق افتاده و در ادامه مجدداً جریان به سطح می‌چسبند. در شکل ۱۶ تغییرات تنش برشی بر روی دیواره با زاویه Π های متفاوت نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود با افزایش Π محدوده تنش برشی مقادیر منفی که معرف ناحیه جدایش می‌باشد، افزایش می‌یابد. افزایش نسبت فشاری با افزایش عدد ماخ و قدرت موج ضربه‌ای در بالادست اولین موج همراه بوده و باعث افزایش طول ناحیه جدایش می‌شود. همان طور که در شکل ۱۷ نشان داده شده است برای $\Pi=0/48$ جدایش بر روی دیواره وجود ندارد اما برای $\Pi > 48/0$ جدایش جریان اتفاق می‌افتد.



شکل ۱۵- خطوط جریان به ازای $\Pi=0/54$

در این رابطه پارامترهای W_1, W_2 و W^* به ترتیب عبارتست از: عدد کروکو در مقاطع ابتدایی، انتهایی و شرایط صوتی. پارامتر C ثابت تجربی و برابر با $0/114$ می‌باشد. رابطه فوق تنها برای یک مجرا با سطح مقطع ثابت معتبر است. در شکل ۱۴ نتایج حاصل از آزمون‌های تجربی و فرمول فوق بر حسب عدد ماخ در بالادست سیستم امواج ضربه‌ای نشان داده شده است. علائم مختلف بکار رفته در این شکل، نتایج حاصل از آزمایشات متفاوت می‌باشد. اطلاعات تجربی از آزمایش مجراها با سطح مقطع مستطیل و یا دایره با طول کافی به دست آمده است، از این رو جریان خروجی در تمامی آزمون‌های تجربی انجام شده مادون صوت است. خط توپر نشان‌دهنده مقادیر محاسبه شده با استفاده از مدل دیفیوژن برای سیستم امواج ضربه‌ای می‌باشد. پراکندگی اطلاعات در شکل ۱۴ می‌تواند به دلیل تأثیرات ضریب جریان‌های مختلف باشد. اطلاعات تجربی دارای رفتاری مشابه نتایج حاصل از معادله (۷) می‌باشد. در هر دو حالت طول ناحیه سیستم امواج ضربه‌ای با افزایش عدد ماخ جریان بالادست بیشتر می‌شود اما با افزایش بیشتر عدد ماخ این پارامتر تقریباً به یک مقدار ثابت میل می‌کند. برای اعداد ماخ بالادست بزرگتر از ۲ باید توجه داشت که طول سیستم امواج ضربه‌ای ۶ تا ۱۵ برابر قطر معادل گذرگاه جریان است.



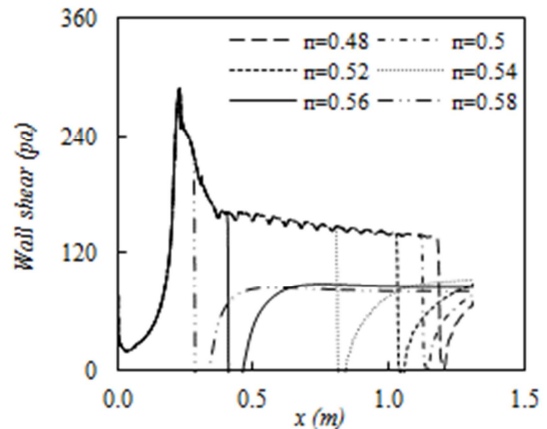
شکل ۱۴- طول بدون بعد شده سیستم امواج ضربه‌ای در مجرا با سطح مقطع ثابت بر حسب عدد ماخ بالادست موج ضربه‌ای [۲۸]

در جدول ۳ نتایج حاصل از حل عددی و معادله (۷) در مورد طول سیستم امواج ضربه‌ای آورده شده است. شایان ذکر است که طول قطار امواج ضربه‌ای و ناحیه مخلوط صرفاً با استفاده از شبیه‌سازی عددی قابل محاسبه می‌باشد. با توجه به نتایج به دست آمده:

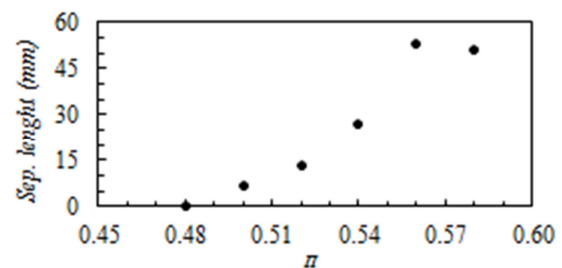
- ۱- برای $0/52, 0/50, 0/48$ با توجه به موقعیت قرارگیری قطار امواج ضربه‌ای طول کافی جهت بازیابی کامل فشار وجود ندارد. از اینرو امکان محاسبه L_p/D وجود ندارد (جدول ۳).
- ۲- بطور کلی با افزایش نسبت فشاری طول ناحیه قطار امواج ضربه‌ای کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر با افزایش نسبت فشاری فاصله بین دو موج ضربه‌ای متوالی کاهش می‌یابد. این نتیجه با توجه به تغییرات ناچیز در عدد ماخ بالادست اولین موج ضربه‌ای و فرض ثابت ماندن آن برای تمامی

تجربی توسط کارول جهت بررسی تأثیر ضریب جریان همخوانی دارد.

- با توجه به حرکت سیستم امواج ضربه‌ای به سمت بالادست جریان با افزایش نسبت فشاری، عدد ماخ در بالادست موج ضربه‌ای اول افزایش یافته که این قضیه با افزایش قدرت موج ضربه‌ای و افت‌های ناشی از آن همراه است.
- در صورت کاهش نسبت فشاری به مقادیر کمتر از $0.54 = \pi$ ، طول موردنیاز برای بازیابی کامل فشار توسط داکت تامین نشده و عمل بازیابی فشار ناشی از ناحیه مخلوط بطور ناقص انجام می‌شود (شکل ۱۳).
- طبق نتایج حاصل از حل عددی با افزایش نسبت فشاری طول ناحیه قطار امواج ضربه‌ای کاهش می‌یابد ولی طول کلی سیستم امواج ضربه‌ای افزایش می‌یابد. نتایج حاصل از معادله (۷) نیز موید این موضوع می‌باشد (جدول ۳).
- در صورتیکه موج ضربه‌ای به اندازه کافی قوی باشد جدایش جریان بر روی دیواره اتفاق می‌افتد. برای $0.48 = \pi$ جدایشی مشاهده نگردیده است، ولی برای $0.52 = \pi$ جدایش بر روی دیواره اتفاق افتاده و با افزایش π طول ناحیه جدایش نیز افزایش می‌یابد (شکل ۱۷).



شکل ۱۶- تغییرات تنش برشی در امتداد دیواره مجرا



شکل ۱۷- طول ناحیه جدایش بر حسب نسبت فشاری

۵- نمادها

سرعت صوت	c
انرژی جنبشی آشفتگی	k
نسبت طول به قطر مجرا	L_p/D
فشار	P
عدد پراتل	Pr
عدد پراتل آشفته	Pr_t
عدد رینولدز	Re
فرکانس آشفتگی	ω
عدد کروکو	$w = \frac{u}{\sqrt{2C_p T_0}}$
علائم یونانی	
لزجت لایه‌ای	μ_l
لزجت آشفتگی	μ_t
چگالی (kgm^{-3})	ρ
نسبت فشار استاتیک خروجی به فشار سکون	π
ورودی	
تنش برشی	τ
بالانویس‌ها	
شرایط صوتی	*
زیرنویس‌ها	
شرایط بالادست اولین موج ضربه‌ای	1
شرایط پایین‌دست ناحیه مخلوط	2

۶- مراجع

- [1] Green J.E., Interactions Between Shock Waves and Turbulent Boundary Layers, Progress Aerospace Sciences, Vol. 11, pp. 235-340, 1970.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله از معادلات دو بعدی میانگین‌گیری شده ناوراستوکس و مدل آشفتگی دو معادله‌ای $k-\omega$ برای شبیه‌سازی میدان جریان استفاده شده است. در این بررسی تأثیر نسبت فشار (π) بر ساختار و قدرت موج ضربه‌ای و همچنین ضریب جریان و رفتار لایه‌مرزی مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. در نهایت نتایج زیر حاصل شده است:

- انطباق خوب بین نتایج تجربی و حل عددی انجام شده بیانگر این است که روش عددی پیشنهادی می‌تواند با دقت قابل‌قبولی جهت تحلیل سیستم امواج ضربه‌ای تشکیل‌شده و مشخصات جریان ناشی از تداخل موج ضربه‌ای و لایه‌مرزی مورد استفاده قرار گیرد.
- با افزایش نسبت فشاری علاوه بر حرکت سیستم امواج ضربه‌ای به سمت بالادست جریان ساختار موج ضربه‌ای از حالت X شکل به M شکل تغییر می‌کند. این تغییر ساختار با افزایش قدرت موج ضربه‌ای همراه است. علاوه بر این در نسبت فشارهای بالاتر میزان جابجایی و تغییر موقعیت مجموعه امواج ضربه‌ای شدیدتر خواهد بود (شکل ۹).
- با افزایش نسبت فشاری با توجه به حرکت سیستم امواج ضربه‌ای به سمت ورودی، ضخامت لایه‌مرزی بالادست اولین موج ضربه‌ای و در نتیجه ضریب جریان کاهش خواهد یافت. نحوه تغییر ساختار موج ضربه‌ای ناشی از تغییر در نسبت فشاری با نتایج حاصل از انجام آزمایشات

- Wave/Turbulent Boundary-Layer Interactions at Low Mach Numbers in a Square Straight Duct, 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Orlando, Florida, January 5 – 8, 2009.
- [23] Sun L., Sugiyama H., Mizobata K., Fukuda K., Numerical and Experimental Investigations on the Mach 2 Pseudo-Shock Wave in a Square Duct, *Journal of Visualization*, Vol. 6, No. 4, pp. 363-370, 2003.
- [24] Wong W.S., Qina N., Sellars N., Holden H., Babinsky H., A combined experimental and numerical study of flow structures over three-dimensional shock control bumps, *Aerospace Sciences and Technology*, Vol. 12, Issue 6, pp. 436–447, September 2008.
- [25] Wilcox D.C., *Turbulence modeling for CFD*, First Edition, pp. 84-87, DCW Industries, 2006.
- [26] Ockfen A.E., Viscous modeling of ground effect aerodynamics of Airfoil and jet, M.S. Thesis, Department of Mechanical Engineering, Washington State University, Washington DC, USA, 2008.
- [27] Holden H. A., Babinsky H., Separated Shock–Boundary-Layer Interaction Control Using Streamwise Slots, *Journal of Aircraft*, Vol. 42, No. 1, Feb. 2005.
- [28] Matsuo K., Miyazato Y., Kim H.D., Shock train and pseudo-shock phenomena in internal gas flows, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 35, Issue 1, pp. 33-100, 1999.
- [2] Weiss A., Grzona A., Olivier H., Behavior of shock trains in a diverging duct, *Experiments in Fluids*, Vol. 49, No. 2, pp. 355–365, 2010.
- [3] Huang W., Wang Z., Pourkashanian M., Ma L., Ingham D.B., Luo S.b., Lei J., Liu J., Numerical investigation on the shock wave transition in a three-dimensional scramjet isolator, *Elsevier*, Vol. 68, Issues 11-12, pp. 1669-1675, June-July 2011.
- [4] Neumann E.P., Lustwerk F., Supersonic Diffusers for Wind Tunnels, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 16, No. 2, pp.195-202, 1949.
- [5] Akatsuka J., Nagai S., The Effect of Diffuser Geometry on the Starting Pressure Ratio of a Supersonic Wind Tunnel, 27th AIAA Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conference, Chicago, Illinois, 28 June - 1 July 2010.
- [6] Lukasiwicz J., Diffusers for Supersonic Wind Tunnels, *Journal of the Aeronautical Sciences*, Vol. 20, No. 9, pp. 617-626, 1953.
- [7] Shapiro A.H., *The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow*, New York: Ronald Press, Vols. 1 & 2, pp. 135-139 & 1153-1156, 1953.
- [8] Soltani M.R., Abedi M., SepahiYounsi J., Experimental Investigation of Instability of a Supersonic Mixed Compression Air Intake, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No.4, pp. 93-100, 2015
- [9] Ikui T., Matsuo K., Researches of Supersonic Flow with the Shock Wave as Main Subject, *JSME Journal (in Japanese)*, Vol. 72, No. 609, pp.1306-1312, 1969.
- [10] Kim H., Shock Induced Boundary Layer Separation, 8th International Symposium on Experimental and Computational Aerothermodynamics of Internal Flows, Lyon, France, 2007.
- [11] Om D., Childs M.E., Multiple Transonic Shock-Wave/Turbulent Boundary-Layer Interaction in a Circular Duct, *AIAA Journal*, Vol. 23, No. 10, pp.1506-1511, 1985.
- [12] Tamaki T., Tomita Y., Yamane R., A study of Sseudo-Shock, 1st Report, λ -type pseudo-shock, *Bull JSME*, Vol. 13, No.55, pp.51-58, 1970.
- [13] Tamaki T., Tomita Y., Yamane R., A study of pseudo-shock, 2nd Report, X-type pseudo-shock, *Bull JSME*, Vol. 14, No. 74, pp. 807-817, 1971.
- [14] Ikui T., Matsuo K., Nagai M., The mechanism of pseudo-shock waves, *Bull JSME*, Vol. 17, No. 108, pp.731-739, 1974.
- [15] McCormick DC., Shock/boundary-layer interaction control with vortex generators and passive cavity, *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 1, pp.91-96, 1993.
- [16] Carroll BF., Dutton JC., Characteristics of multiple shock wave/turbulent boundary-layer interactions in rectangular ducts, *Journal of Propulsion Power*, Vol. 6, No. 2, pp.186-193, 1990.
- [17] Shope F.L., Contour design techniques for super/hypersonic wind tunnel nozzles, AIAA, 24th Applied Aerodynamics Conference, San Francisco, California, June 5-8, 2006.
- [18] Al-Ajlouni M., An automatic method for creating the profile of supersonic convergent-divergent nozzle, *Journal of Mechanical and Industrial Engineering*, Vol. 4, No. 3, pp. 404-411, June 2010.
- [19] Sugiyama H., Fukuda K., Mizobata K., Sun L., Minato R., Experimental Investigation on Shock Wave and Turbulent Boundary Layer Interactions in a Square Duct at Mach 2 and 4, *Proceedings of the international gas turbine congress*, Tokyo, Japan, November 2-7, 2003.
- [20] Carroll B. F., Dutton J. C., Turbulence Phenomena in a Multiple Normal Shock Wave/Turbulent Boundary-Layer Interaction, *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 1, pp. 43-48, January 1992.
- [21] Helmer D. B., Measurements of a Three-Dimensional Shock-Boundary Layer Interaction, PhD Thesis, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Stanford, July 2011.
- [22] Miyazato Y., Matsuo K., Kasada R., Experimental and Theoretical Investigations of Normal Shock