

طراحی کنترل کننده غیرخطی تطبیقی جهت همزمان سازی مقاوم سیستم های آشوبی در حضور اشباع محرک

سمانه محمدپور^۱، دانشجوی کارشناسی ارشد؛ طاهره بینازاده^۲، دانشیار

۱- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی شیراز - شیراز - ایران - s.mohamadpor@sutech.ac.ir

۲- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی شیراز - شیراز - ایران - binazadeh@sutech.ac.ir

چکیده: رویکرد تحلیلی مطرح در این مقاله مسئله همزمان سازی مقاوم سیستم های آشوبی در حضور قیود عملی است. قیودی که این مقاله در روند مطالعه همزمان سازی در نظر می گیرد قید اشباع محرک، اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت های مدل است. همزمان سازی بین دو سیستم غیرخطی اصلی و پیرو رخ می دهد و قانون کنترلی به نحوی طراحی می گردد که متغیرهای حالت سیستم پیرو متغیرهای حالت سیستم اصلی را در حضور ترم های نایقینی با در نظر گرفتن قید اشباع محرک دنبال کنند. از این رو بر اساس مدل خطا سطح لغزش و قانون کنترلی مقاوم و قوانین تطبیقی به نحوی طراحی می گردند که همزمان سازی مقاوم رخ دهد. برای این منظور قضیه ای ارائه شده است و بر اساس رویکرد لیپانوفی اثبات گردیده است که خطای همزمان سازی علی رغم وجود ترم های نایقینی با قید اشباع محرک به صفر می رسد. به منظور نشان دادن کارایی عملی رویکرد مطرح شده، روش مذکور بر روی سیستم عملی ژيروسکوپ که رفتار آشوبی دارد پیاده سازی می شود و شبیه سازی کامپیوتری، کارایی مناسب قانون پیشنهادی را در همزمان سازی مقاوم سیستم عملی مذکور نشان می دهند.

واژه های کلیدی: سیستم های آشوبی، همزمان سازی، کنترل مد لغزشی، اشباع محرک، تابع لیپانوف.

Adaptive Nonlinear Controller Design for Robust Synchronization of Chaotic Systems in the Presence of Actuator Saturation

S. Mohammadpour¹, MSc Student; T. Binazadeh², Associate Professor

1- Faculty of Electrical and Computer Engineering, University of Shiraz, Shiraz, Iran, Email: s.mohamadpor@sutech.ac.ir

2- Faculty of Electrical and Computer Engineering, University of Shiraz, Shiraz, Iran, Email: binazadeh@sutech.ac.ir

Abstract: The analytic approach proposed in this paper is synchronization of chaotic systems in the presence of practical constraints. Constraints that this paper is considered on the study of synchronization are: actuator saturation, presence of external disturbances and model uncertainties. The synchronization happens between the two nonlinear master and slave systems. Control law is designed in such a way that the state variables of the slave system follow the state variables of the master system in the presence of uncertainty and external disturbances and by considering the actuator saturation constraint. Therefore, based on the error model, sliding surface, robust control law and adaptive laws are designed in a way that robust synchronization occurs. For this purpose, a theorem is proposed and according to the Lyapunov approach it is proved that the synchronization error despite the uncertainty terms reaches zero by actuator saturation constraint. In order to show the practical performance of proposed approach, the aforesaid method is based on practical system of gyros that chaotic behavior is implemented and the computer simulations show proper performance of the proposed law in robust synchronization of aforesaid practical system.

Keywords: Chaotic systems, synchronization, sliding mode control, saturation on actuator, Lyapunov function.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۵/۰۲/۰۶

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۵/۰۴/۰۹ و ۱۳۹۵/۰۵/۱۹

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۷/۱۵

نام نویسنده مسئول: طاهره بینازاده

نشانی نویسنده مسئول: ایران - شیراز - بلوار مدرس - دانشگاه صنعتی شیراز - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر.

۱- مقدمه

طی تحقیقات انجام شده در سال های اخیر این حقیقت که بعضی از سیستم های دینامیکی شرایط لازم برای آشوب گونه بودن را از خود نشان می دهند شناخته شده است. آشوب رفتاری به ظاهر تصادفی و بی نظم است که یک ویژگی منحصر به فرد این گونه سیستم ها وابستگی شدید آن ها به شرایط اولیه می باشد. آشوب در بسیاری از پدیده های دنیای واقعی رخ می دهد، از این رو همزمان سازی سیستم های آشوبی در سال های اخیر توجه زیادی را جلب کرده است و در بسیاری از کاربردها مانند ارتباطات ایمن [۱، ۲]، کنترل و همزمان سازی ماهواره ها [۳]، رمزنگاری اطلاعات [۴]، لیزر [۵] و دیگر کاربردها استفاده می شود [۶].

در کاربردهای مذکور دو سیستم آشوبی در نظر گرفته می شود. یک سیستم به عنوان سیستم اصلی^۱ و دیگری سیستم پیرو^۲ است. هدف از همزمان سازی، یعنی قانون کنترلی به نحوی طراحی گردد که خطای بین متغیرهای حالت متناظر در سیستم اصلی و سیستم پیرو به صفر همگرا شوند. این امر با روش های متفاوتی در مقالات پرداخته شده است، از جمله می توان به همزمان سازی بر اساس کنترل پسگام [۷، ۸]، همزمان سازی بر اساس رویکرد تطبیقی [۹، ۱۰]، همزمان سازی همراه با طراحی روی تگر [۱۱]، همزمان سازی تصویری [۱۲، ۱۳]، همزمان سازی مد لغزشی [۱۴-۱۶]، همزمان سازی زمان گسسته [۱۷] و همزمان سازی نمایی [۱۸] اشاره نمود.

علی رغم این که ترم های نایقینی (اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت های مدل) همواره در سیستم های فیزیکی وجود دارد [۱۹، ۲۰]، قیود و محدودیت هایی نیز عملکرد این گونه سیستم ها را تحت تأثیر قرار می دهد. محدودیت هایی از جمله ورودی های غیرخطی، اشباع محرک، ناحیه مرده^۳ و ... که اگر این قیود در روند طراحی کنترل کننده نادیده گرفته شوند و کنترل کننده به سیستم اعمال گردد ممکن است باعث افزایش بی دقتی و بی ثباتی در پاسخ سیستم شود. به دلیل اینکه سیگنال کنترلی توسط محرک ها به سیستم اعمال می شود و محرک ها در واقع یک حد محدودی از سیگنال کنترلی را می توانند اعمال کنند از این رو اگر سیگنال در قید دامنه محرک ها نباشد سیگنال کنترلی به اشباع می رود و در نتیجه عدم لحاظ کردن این مطلب در روند طراحی باعث می شود که کنترل کننده که به سیستم اعمال می شود پس از اشباع عملکرد خود را از دست بدهد و منجر به ناپایداری سیستم حلقه بسته گردد لذا در نظر گرفتن این نکات در روند طراحی اهمیت فراوانی دارد [۲۱، ۲۲].

در نظر گرفتن اشباع محرک در روند همزمان سازی در مراجع محدودی پرداخته شده است. به عنوان نمونه در مراجع [۲۳، ۲۴] طراحی کنترل کننده بر اساس شبکه های عصبی جهت همزمان سازی سیستم های آشوبی با اشباع ورودی پیشنهاد شده است. رویکرد کنترل تطبیقی پایدار فراگیر سیستم های تک ورودی - تک خروجی مینیمم فاز با اشباع ورودی در مرجع [۲۵] بررسی می شود. قید اشباع و جبران آن در سیستم های غیرخطی با استفاده از منطق فازی در مرجع [۲۶]

مطالعه می شود. مراجع [۲۷، ۲۸] همزمان سازی کلاس خاصی از سیستم های آشوبی را در حضور ورودی اشباع بررسی کرده اند؛ اما عمدتاً این مراجع مسئله همزمان سازی را به صورت یک سیستم غیرخطی کلی با در نظر گرفتن قید اشباع نامتقارن محرک و همزمان لحاظ کردن ترم های نایقینی (عدم قطعیت های مدل و اغتشاشات خارجی) بررسی نکرده اند.

در این مقاله سیستم های اصلی و پیرو دارای ترم های نایقینی (ناشی از عدم قطعیت های پارامتری و اغتشاشات خارجی) می باشند. هدف همزمان سازی دو سیستم اصلی و پیرو با در نظر گرفتن اشباع ورودی کنترلی است که حد بالا و پایین این اشباع می تواند یکسان نباشند. برای این منظور بردار خطا تشکیل شده و سطح لغزش بر اساس دینامیک خطا پیشنهاد می شود. همچنین از آنجایی که این سیستم ها غیرخطی هستند و ماهیت آشوبی دارند و همچنین دارای ترم های نایقینی می باشند لذا جهت کم کردن میزان محافظه کاری در برخورد با این ترم های نایقینی از رویکرد تطبیقی نیز در این زمینه استفاده شده است و قوانین تطبیقی در این مقاله به نحوی طراحی می گردند که علی رغم اشباع محرک هدف مسئله (همزمان سازی سیستم های اصلی و پیرو) برآورده شود. برای این منظور قضیه ای در مقاله ارائه شده و بر اساس رویکرد لیاپانوفی مسئله همزمان سازی در حضور قیود مطرح شده تضمین می گردد.

بحث همزمان سازی به منظور کاربردی بودن برای کلاسی از سیستم های آشوبی عملی نیز به کار می رود به عنوان مثال در مراجع [۳۱-۲۹] به کاربرد همزمان سازی بین دو سیستم ژيروسکوپ آشوبی^۴ با پارامترهای نامعین پرداخته است. در مرجع [۳۲] بحث همزمان سازی زمان محدود را برای این دو سیستم مورد مطالعه قرار داده است، ولی هیچ کدام از این مراجع به کاربرد اشباع محرک در همزمان سازی سیستم های ژيروسکوپ نپرداخته اند. از این رو نوآوری دیگری که در این مقاله وجود دارد و نشان دهنده کارایی روش پیشنهادی در سیستم های عملی است همزمان کردن دو سیستم آشوبی ژيروسکوپ در حضور ترم های نایقینی و قید اشباع نامتقارن محرک می باشد. در نهایت شبیه سازی های کامپیوتری عملکرد مناسب قانون کنترلی پیشنهادی در سیستم عملی مذکور را نشان می دهند.

۲- توصیف سیستم

هدف این مقاله همان طور که در مقدمه ذکر شد همزمان سازی دو سیستم آشوبی تحت اشباع محرک است. لذا در این بخش به معرفی دینامیک این سیستم ها پرداخته می شود.

دینامیک دو سیستم آشوبی اصلی (۱) و پیرو (۲) به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= x_{i+1}(t) \quad i=1,2,\dots,n-1 \\ \dot{x}_n(t) &= f(x,t) + \Delta f(x,t) + d_1(t) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_i(t) &= y_{i+1}(t) \quad i=1,2,\dots,n-1 \\ \dot{y}_n(t) &= g(y,t) + \Delta g(y,t) + d_2(t) + \phi(u(t)) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\| \Delta f(x, t) \| < \lambda_1, \| \Delta g(y, t) \| < \lambda_2 \quad (۸)$$

در نتیجه داریم:

$$\| \Delta f(x, t) - \Delta g(y, t) \| < \lambda \quad (۹)$$

که در آن λ_1, λ_2 و λ ثوابت مثبت ولی نامعلوم هستند.

تذکره ۱ [۱۴]: به طور کلی فرض ۳ یک فرض منطقی است. از آنجایی که مسیرهای فاز سیستم‌های آشوبی محدود هستند لذا می‌توان λ را یک ثابت به اندازه کافی بزرگ فرض کرد.

لم باربالات [۳۳]: اگر $w: R \rightarrow R$ یک تابع پیوسته برای

$t > 0$ باشد و حد انتگرال $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t w(t) dt$ وجود داشته باشد و محدود باشد آنگاه داریم:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) = 0 \quad (۱۰)$$

هدف طراحی قانون کنترلی $u(t)$ به نحوی است که دو سیستم آشوبی (۱) و (۲) تحت تابع $\phi(u(t))$ همزمان شوند. همزمان شدن معادل با این است که بردار خطا $e(t) = [e_1(t), e_2(t), \dots, e_n(t)]^T \in R^n$ که المان‌های آن عبارت است از $e_i(t) = x_i(t) - y_i(t), i = 1, 2, \dots, n$ به صفر همگرا شود، درواقع $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0$.

۳- طراحی قانون کنترلی مقاوم تطبیقی

در این بخش ابتدا دینامیک خطا معرفی می‌شود و سپس قانون کنترل مقاوم غیرخطی $u(t)$ به نحوی طراحی می‌گردد که در حضور ترم‌های ناپیوستگی و همچنین تابع غیرخطی ϕ عملکرد مقاومی داشته باشد و همگرایی متغیرهای بردارهای خطا به طور مجانبی به سمت صفر را تضمین کند. از این رو دینامیک خطا از روابط (۱) و (۲) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) &= e_{i+1}(t) \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \\ \dot{e}_n(t) &= f(x, t) - g(y, t) + \Delta f(x, t) \\ &\quad - \Delta g(y, t) + d_1(t) - d_2(t) - \phi(u(t)) \end{aligned} \quad (۱۱)$$

رویکردی که در طراحی قانون کنترلی استفاده می‌شود، قانون کنترل مد لغزشی است که عملکرد مقاومی دارد. طراحی کنترل مد لغزشی شامل دو فاز است. فاز اول طراحی سطح لغزش به نحوی که حرکت روی سطح لغزش اهداف کنترلی را برآورده سازد. فاز دوم طراحی قانون کنترلی مناسب به نحوی که تضمین کند مسیرهای فاز در حضور عدم قطعیت و اغتشاشات در زمان محدود به سطح می‌رسند و بر روی آن باقی می‌مانند.

در اینجا معادله سطح لغزش بر اساس المان‌های بردار خطا به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$s(t) = e_n(t) + \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_i(t) \quad c_i (i = 0, 1, 2, \dots, n-1) \quad (۱۲)$$

همان‌طور که گفته شد در فاز اول باید سطح لغزش به نحوی طراحی شود که هدف کنترلی (همگرایی المان‌های بردار خطا به سمت صفر) را

که در این سیستم‌ها $x = [x_1, \dots, x_n] \in R^n$ و $y = [y_1, \dots, y_n] \in R^n$ بردارهای حالت هستند، f توابع تکه‌ای پیوسته از t و محلی لپ شیتز از x است و همچنین g توابع تکه‌ای از t و محلی لپ شیتز از y است، $u \in R$ ورودی کنترل، $d_1(t), d_2(t)$ اغتشاشات خارجی، $\Delta f, \Delta g$ ترم‌های غیرخطی یا دینامیک‌های مدل نشده سیستم می‌باشند و $\phi(u(t))$ تابع غیرخطی از ورودی است که بیانگر اشباع مقارن یا نامتقارن محرک است و به صورت زیر تعریف می‌گردد:

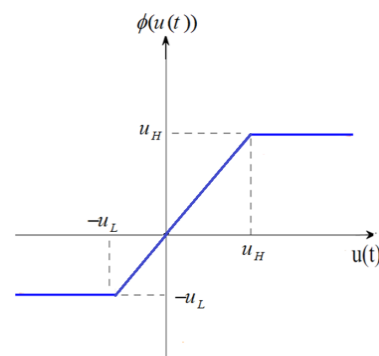
$$\phi(u(t)) = \begin{cases} u_H & \text{if } u(t) > u_H \\ u(t) & \text{if } -u_L \leq u(t) \leq u_H \\ -u_L & \text{if } u(t) < -u_L \end{cases} \quad (۳)$$

که در آن $u_H, u_L \in R^+$ ثوابت مثبت و معلوم هستند. شکل (۱) منحنی $\phi(u(t))$ را نشان می‌دهد که این تابع به صورت زیر نیز بیان می‌شود [۲۷، ۲۸]:

$$\phi(u(t)) = \beta(u(t))u(t) \quad (۴)$$

$$\beta(u(t)) = \begin{cases} \frac{u_H}{u(t)} & \text{if } u(t) > u_H \\ 1 & \text{if } -u_L \leq u(t) \leq u_H \\ \frac{-u_L}{u(t)} & \text{if } u(t) < -u_L \end{cases} \quad (۵)$$

لذا نتیجه می‌شود که $0 < \beta(u(t)) \leq 1$ است.



شکل ۱: منحنی $\phi(u(t))$

فرض ۱: از آنجایی که $0 < \beta(u(t)) \leq 1$ است همواره یک ثابت مثبت $\gamma > 0$ وجود دارد به نحوی که رابطه زیر برقرار است:

$$0 < \gamma < \beta(u(t)) \leq 1 \quad \forall u(t), t \in [0, \infty) \quad (۶)$$

فرض ۲: اغتشاشات $d_1(t), d_2(t)$ وارد شده به هر یک از دو سیستم فیزیکی محدود هستند و همچنین تفاضل آن‌ها نیز محدود است [۱۴]:

$$\|d_1(t) - d_2(t)\| < d \quad (۷)$$

که در آن d ثابت مثبت و معلوم است.

فرض ۳: توابع غیرخطی $\Delta f, \Delta g$ دارای حد بالای λ_1 و λ_2 هستند [۱۵، ۱۴، ۱۰]:

همچنین $\hat{\lambda}(t)$ نیز تخمینی از λ است لذا خطای تخمین به صورت زیر حاصل می شود:

$$\tilde{\lambda}(t) = \hat{\lambda}(t) - \lambda \quad (21)$$

$$\dot{\tilde{\lambda}}(t) = \dot{\hat{\lambda}}(t) \quad (22)$$

اثبات: اگر تابع لیاپانوف به صورت $V(t) = \frac{1}{2}s^2(t) + \frac{1}{2}\tilde{\lambda}^2(t) + \frac{1}{2}\gamma_2^2(t)$ در نظر گرفته شود مشتق آن به صورت زیر حاصل می شود:

$$\dot{V}(t) = \dot{s}(t)s(t) + \tilde{\lambda}(t)\dot{\tilde{\lambda}}(t) + \gamma_2(t)\dot{\gamma}_2(t) \quad (23)$$

با مشتق گیری از معادله $s(t)$ می توان نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) = \dot{e}_n(t) + \sum_{i=1}^{n-1} c_i \dot{e}_i(t) = f(x, t) - g(y, t) \\ + \Delta f(x, t) - \Delta g(y, t) + d_1(t) \\ - d_2(t) - \phi(u(t)) + \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1}(t) \end{aligned} \quad (24)$$

جایگذاری رابطه (۲۴) در (۲۳) رابطه زیر را نتیجه می دهد:

$$\begin{aligned} \dot{V} = s(t)(f(x, t) - g(y, t) + \Delta f(x, t) - \Delta g(y, t) \\ + d_1(t) - d_2(t) - \phi(u(t)) + \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1}(t)) \\ + \tilde{\lambda}(t)\dot{\tilde{\lambda}}(t) + \gamma_2(t)\dot{\gamma}_2(t) \leq |s(t)| \\ (|f(x, t) - g(y, t)| + |\Delta f(x, t) - \Delta g(y, t)| \\ + |d_1(t) - d_2(t)| + \left| \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1}(t) \right|) \\ - \beta(u(t))u(t)s(t) + \tilde{\lambda}(t)\dot{\tilde{\lambda}}(t) + \gamma_2(t)\dot{\gamma}_2(t) \end{aligned} \quad (25)$$

رابطه $\phi(u(t)) = \beta(u(t))u(t)$ در معادله فوق جایگذاری شده است.

با قرار دادن قانون کنترلی (۱۶) و رابطه $|s(t)| \text{sgn}(s(t)) = |s(t)|$ در رابطه فوق می توان نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq |s(t)|(|f(x, t) - g(y, t)| + |\Delta f(x, t) - \Delta g(y, t)| \\ + |d_1(t) - d_2(t)| + \left| \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1}(t) \right|) \\ - \beta(u(t))\gamma_1(t)|s(t)| + \tilde{\lambda}(t)\dot{\tilde{\lambda}}(t) + \gamma_2(t)\dot{\gamma}_2(t) \end{aligned} \quad (26)$$

بنابراین از قرار دادن روابط (۶)، (۲۰) و (۲۲) در رابطه فوق داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq |s(t)|(|f(x, t) - g(y, t)| + |\Delta f(x, t) - \Delta g(y, t)| \\ + |d_1(t) - d_2(t)| + \left| \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1}(t) \right|) \\ - \gamma\gamma_1(t)\eta|s(t)| + \tilde{\lambda}(t)\dot{\tilde{\lambda}}(t) - \gamma_2(t)\gamma_1^{-2}(t)\dot{\gamma}_1(t) \end{aligned} \quad (27)$$

با قرار دادن روابط تطبیقی (۱۸)، (۱۹) در رابطه فوق، نتیجه زیر حاصل می گردد:

تضمین کند، شرط حرکت روی سطح آن است که $s(t) = 0$ باشد (که در ادامه توسط قانون کنترلی مناسب این امر محقق می گردد).

$$s(t) = e_n(t) + \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_i(t) = 0 \quad (13)$$

لذا با قرار گرفتن بر روی سطح فوق، رابطه زیر بین متغیرهای بردار خطا بر روی سطح لغزش حاصل می گردد:

$$e_n(t) = -\sum_{i=1}^{n-1} c_i e_i(t), \quad c_i (i = 0, 1, 2, \dots, n-1) \quad (14)$$

با توجه به روابط (۱۱) و (۱۴) معادلات حرکت روی سطح لغزش که آن را معادلات کاهش مرتبه یافته می نامند به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1(t) &= e_2(t) \\ \dot{e}_2(t) &= e_3(t) \\ &\vdots \\ \dot{e}_{n-1}(t) &= e_n(t) \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} \dot{e}_1(t) \\ \dot{e}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{e}_{n-1}(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -c_1 & -c_2 & \dots & -c_{n-1} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_{n-1}(t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

بنابراین c_i باید به گونه ای انتخاب شود که ماتریس A هرویتز باشد درواقع قسمت حقیقی همه مقادیر ویژه چندجمله ای مشخصه ماتریس $(\alpha I - A)$ منفی باشند. در این صورت المان های بردار $e_i = [e_1, \dots, e_{n-1}]^T$ به سمت صفر همگرا می شوند و با توجه به رابطه (۱۴) نیز صفر می شود و هدف کنترلی (پایدارسازی المان های بردار خطا) محقق می گردد.

در ادامه بر اساس فاز دو قانون کنترلی $u(t)$ به نحوی طراحی می گردد که مسیرهای فاز سیستم (۱۱) روی سطح لغزش مذکور واقع شوند.

قضیه ۱: معادلات دینامیک خطای (۱۱) با ورودی اشباع در نظر بگیرید. قانون کنترلی مقاوم (۱۶) و قوانین تطبیقی (۱۸) الی (۲۰) تضمین می کنند که مسیرهای فاز سیستم (۱۱) به سطح لغزش همگرا می شوند.

$$u(t) = \gamma_1(t)\eta \text{sgn}(s(t)) \quad (16)$$

$$\eta(t) = \left| \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1}(t) \right| + |f(x, t) - g(y, t)| + d + \mu \dot{\tilde{\lambda}}(t) \quad (17)$$

$$\dot{\gamma}_1(t) = \eta(t)\gamma_1^3(t)|s(t)| \quad \gamma_1(0) \in R^+ \quad (18)$$

$$\dot{\tilde{\lambda}}(t) = |s(t)| \quad \hat{\lambda}(0) = 0 \quad (19)$$

$$\dot{\gamma}_2(t) = -\gamma_1^{-2}(t)\dot{\gamma}_1(t) \quad (20)$$

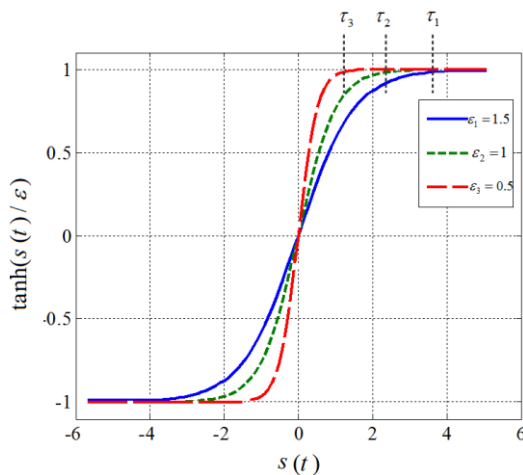
که در روابط فوق $\mu > 1$ و ثابت نیست. $\gamma_2(t) = \gamma_1^{-1}(t) - \gamma$ تعریف می شود.

توجه به دلایل ذکرشده، فرض ۲ و همگرایی بردار خطای همزمان سازی به صفر، مقدار محدودی خواهد داشت و در نتیجه سیگنال کنترلی $u(t)$ محدود است. شبیه سازی هایی که در انتهای مقاله شبیه سازی هایی ارائه می شوند مؤید این مطالب است.

تذکر ۳: از آنجایی که قانون کنترلی (۱۶) شامل تابع علامت $\text{sgn}(s(t))$ گسسته است به عنوان یک سوئیچ سخت باعث ایجاد پدیده چترینگ می شود، برای جلوگیری از این پدیده تقریب همواری از آن مانند تابع پیوسته $\tanh(s(t)/\varepsilon)$ جایگزین می شود؛ بنابراین قانون (۱۶) به صورت زیر اصلاح می شود:

$$u(t) = \gamma_1(t) \eta \tanh\left(\frac{s(t)}{\varepsilon}\right) \quad (32)$$

که در آن $\varepsilon > 0$ است. همان طور که در شکل (۲) مشاهده می شود تابع $\tanh(s(t)/\varepsilon)$ تقریب پیوسته ای از تابع گسسته $\text{sgn}(s(t))$ است که هرچه ε کوچک تر انتخاب شود این تقریب دقیق تر خواهد بود. همان طور که مشاهده می شود در ناحیه $|s| \geq \tau$ تقریب $\tanh(s(t)/\varepsilon) = \text{sgn}(s(t))$ تقریباً برقرار است و با کاهش ε صحت این تقریب برای ناحیه بزرگ تری (معادل با τ کوچک تر) برقرار خواهد شد. لذا اثبات های ارائه شده در قضیه مذکور با این تقریب تضمین می کند که با گذشت زمان دامنه سطح لغزش کاهش یافته و در ناحیه مرزی $|s| \leq \tau$ (که در مقالات به لایه مرزی موسوم است) واقع می شود. در این حالت حد نهایی داشتن پاسخ ها تضمین می گردد که البته این حد می تواند بسیار به صفر نزدیک باشد. جهت توضیحات تکمیلی در این زمینه به مراجع معتبری نظیر مرجع [۳۳، ۱۰] مراجعه شود.



شکل ۲: منحنی $\tanh(s(t)/\varepsilon)$

تذکر ۴: با در نظر گرفتن تذکر قبل و این مطلب که پس از اعمال تقریب ذکرشده جهت کاهش چترینگ، $s(t)$ تا قبل از رسیدن به لایه مرزی کاهشی بوده و با قرار گرفتن در لایه مرزی مقدار کوچک غیر صفر خواهد داشت، لذا رابطه (۱۸) جهت قانون کنترلی (۳۲) به صورت زیر اصلاح می گردد که در آن $q = \eta(t)\gamma_1^3(t)$ است [۲۷]. در شبیه سازی ها از این مطلب استفاده گردیده است.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq |s(t)| \left(|f(x,t) - g(y,t)| + \lambda + d + \left| \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1}(t) \right| \right) \\ &\quad - \gamma_1(t) \eta |s(t)| + \tilde{\lambda}(t) |s(t)| - \gamma_2(t) \gamma_1^{-2}(t) \eta \gamma_1^3(t) |s(t)| \\ &= |s(t)| \left(|f(x,t) - g(y,t)| + d + \left| \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1}(t) \right| \right) \\ &\quad + \mu \hat{\lambda}(t) - \mu \tilde{\lambda}(t) + \lambda - \gamma_1(t) \eta |s(t)| \\ &\quad + \tilde{\lambda}(t) |s(t)| - \gamma_2(t) \eta \gamma_1(t) |s(t)| \\ &= |s(t)| \left((\eta + \lambda - \mu \hat{\lambda}(t) - \gamma_1(t) \eta) \right. \\ &\quad \left. + \tilde{\lambda}(t) |s(t)| - \gamma_2(t) \eta \gamma_1(t) |s(t)| \right) \end{aligned} \quad (28)$$

با توجه به روابط $\tilde{\lambda}(t) = \hat{\lambda}(t) - \lambda$ و $\gamma_2(t) = \gamma_1^{-1}(t) - \gamma$ عبارت زیر محقق می گردد:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq |s(t)| \left((\eta + \lambda - \mu \hat{\lambda}(t) - (\gamma_1^{-1}(t) - \gamma_2(t)) \gamma_1(t) \eta) \right. \\ &\quad \left. + (\hat{\lambda}(t) - \lambda) |s(t)| - \gamma_2(t) \eta \gamma_1(t) |s(t)| \right) \\ &= \hat{\lambda}(t) |s(t)| (1 - \mu) = -\omega(t) \leq 0 \end{aligned} \quad (29)$$

که در آن $\omega(t) = -\hat{\lambda}(t) |s(t)| (1 - \mu)$ با $\mu > 1$ مثبت است. با انتگرال گیری از صفر تا t رابطه (۲۸) به صورت زیر حاصل می شود:

$$V(t) \leq V(0) - \int_0^t \omega(\lambda) d\lambda \quad (30)$$

بنابراین $\dot{V} \leq 0$ پس $V(t) - V(0) \leq 0$ منفی و محدود است بنابراین $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \omega(\lambda) d\lambda$ وجود دارد و محدود است. از این رو بنا بر لم باربالات نتیجه زیر حاصل می گردد [۲۷، ۲۸]:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \omega(\lambda) = \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\lambda}(t) |s(t)| (\mu - 1) = 0 \quad (31)$$

از آنجایی که $\hat{\lambda}(t)(\mu - 1)$ بزرگ تر از صفر است بنابراین در رابطه (۳۱)، $s(t)$ به صفر همگرا می شود.

بنابراین با توجه به بحث های ارائه شده هر دو فاز مد لغزشی محقق می شوند. لذا در کل متغیرهای حالت بردار خطا به صفر همگرا می شوند و در واقع همزمان سازی در حضور ترم های نایقینی و اشباع سیگنال کنترلی رخ می دهد.

تذکر ۲: از آنجایی که $s(t)$ بنا بر تعریف آن در رابطه (۱۳) یک تابع پیوسته، یکنواخت است و همچنین بنا بر اثبات ارائه گردیده، محدود و کاهشی نیز هست، لذا $\gamma_1(t)$ در رابطه (۱۸) نیز یک تابع محدود می باشد. علاوه بر این بر اساس اثبات پایداری لیپانوف ارائه شده و کاهشی بودن تابع لیپانوف مذکور، $\gamma_2(t)$ در رابطه $\gamma_2(t) = \gamma_1^{-1}(t) - \gamma$ با گذشت زمان به صفر همگرا خواهد شد. بنابراین با گذشت زمان $\gamma_1(t)$ به مقدار ثابت $1/\gamma$ همگرا می شود. از طرف دیگر پارامتر $\hat{\lambda}(t)$ نیز محدود است، هم به دلیل رابطه (۱۹) و کاهشی بودن هم بر اساس پایداری لیپانوف ارائه شده و کاهشی بودن تابع لیپانوف، $\tilde{\lambda}(t)$ با گذشت زمان به صفر همگرا خواهد شد. لذا بر اساس رابطه (۲۱)، $\hat{\lambda}(t)$ به مقدار ثابت λ میل خواهد کرد. علاوه بر این پارامتر $\eta(t)$ در رابطه (۱۷) نیز با

$$\begin{aligned}\dot{e}_1(t) &= e_2(t) \\ \dot{e}_2(t) &= -0.5e_2 - 0.05(x_2^3 - y_2^3) - 100 \left(\frac{(1 - \cos x_1)^2}{\sin^3 x_1} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(1 - \cos y_1)^2}{\sin^3 y_1} \right) + (1 + 35.5 \sin \alpha t)(\sin x_1 - \sin y_1) \\ &\quad + \Delta f(x, t) - \Delta g(y, t) + d_1(t) - d_2(t) - \phi(u(t))\end{aligned}\quad (36)$$

جهت شبیه سازی، عدم قطعیت ها، اغتشاشات خارجی و مقادیر اولیه

$$\begin{aligned}\Delta g(y, t) &= -0.2 \sin(5y_1), \\ d_2(t) &= 0.4 \cos(3t), \quad d_1(t) = 0.3 \sin(5t), \quad \Delta f(x, t) = 0.8 \cos(t)x_1 \\ (y_1(0), y_2(0)) &= (2, 2), \quad (x_1(0), x_2(0)) = (1, -1)\end{aligned}$$

انتخاب می گردند؛ سطح لغزش و قانون کنترلی نیز به صورت زیر تعریف می شوند:

$$s(t) = e_2(t) + c_1 e_1(t) \quad (37)$$

$$u(t) = \gamma_1(t) \left(\sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1} + |f(x, t) - g(y, t)| + d + \mu \hat{\lambda}(t) \right) \tanh\left(\frac{s(t)}{\varepsilon}\right) \quad (38)$$

$$\gamma_1(t) = \gamma_1(0) + \int_0^t \eta(\tau) \gamma_1^3(\tau) |s(\tau)| d\tau \quad \gamma_1(0) \in R^+ \quad (39)$$

در آن ضرایب به صورت $d=1, \mu=7, \varepsilon=0.5, c_1=8$ انتخاب می شود.

شکل (۴) مؤلفه های بردار خطا را بدون کنترل کننده نشان می دهد، همان طور که مشاهده می شود بدون کنترل کننده عملکرد مناسبی حاکم نیست. شکل (۵) همگرا شدن بردارهای خطا به صفر را در حضور قانون کنترل پیشنهادی با دامنه اشباع نامتقارن $u_H=5, -u_L=-8$ نشان می دهد. نمودار سطح لغزش پیشنهادی و کنترل کننده طراحی شده با دامنه اشباع $u_H=5, -u_L=-8$ در شکل های (۶) و (۷) نمایش داده شده اند. همان طور که شکل (۸) نشان می دهد علی رغم اینکه سیگنال کنترلی به اشباع رفته است مسئله همزمان سازی محقق شده است.

همچنین بار دیگر شبیه سازی ها به ازای دامنه اشباع $u_H=4, -u_L=-5$ صورت گرفته است تا نشان دهد که کنترل کننده پیشنهادی علی رغم دامنه اشباع محدودتر نیز عملکرد مطلوبی دارد. شکل (۸) پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم را بدون کنترل کننده نمایش می دهد. شکل (۹) همزمان شدن متغیرهای حالت سیستم را در حضور قانون کنترلی با دامنه اشباع نامتقارن $u_H=4, -u_L=-5$ نشان می دهد. همگرا شدن بردارهای خطا به صفر، نمودار سطح لغزش پیشنهادی و کنترل کننده طراحی شده با دامنه اشباع $u_H=4, -u_L=-5$ در شکل های (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) نمایش داده شده اند. در نهایت شکل (۱۳) عملکرد مناسب پارامترهای $\hat{\lambda}(t), \gamma_1(t), \eta(t)$ را نشان می دهد که با گذشت زمان به مقدار ثابتی همگرا شده اند؛ که مؤید مطالب ارائه شده در تذکر ۲ است.

$$\dot{\gamma}_1(t) = \begin{cases} q|s(t)|, & |s(t)| \geq \tau \\ 0, & |s(t)| < \tau \end{cases} \quad (33)$$

۴- شبیه سازی های کامپیوتری

در این بخش شبیه سازی هایی به منظور تأیید کارایی و عملکرد مطلوب قانون کنترلی پیشنهادی برای همزمان سازی دو سیستم آشوبی ژيروسکوپ به کار می رود.

ژيروسکوپ ها سنسورهای هستند که از آن ها جهت به دست آوردن سرعت و موقعیت زاویه ای اجسامی مانند موشک، ماهواره و یا گوشی های تلفن همراه استفاده می شود و از طریق همزمان سازی دو سیستم ژيروسکوپ و پردازش این اطلاعات می توان موقعیت کلی جسم را محاسبه و کنترل کرد. معادلات اصلی و پیرو مربوط به دو سیستم ژيروسکوپ متقارن غیر خطی به صورت زیر است [۲۹-۳۲].

سیستم اصلی:

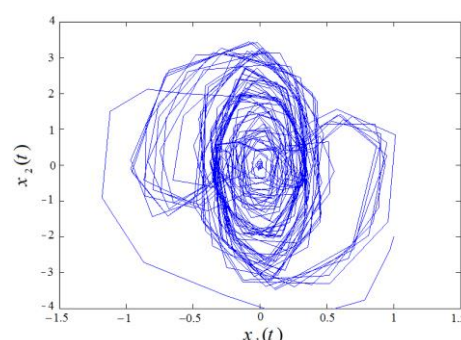
$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -k_1 x_2 - k_2 x_2^3 - \alpha^2 \frac{(1 - \cos x_1)^2}{\sin^3 x_1} + (\beta + f \sin \alpha t) \sin x_1 + \Delta f(x, t) + d_1(t)\end{aligned} \quad (34)$$

سیستم پیرو:

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= y_2 \\ \dot{y}_2 &= -k_1 y_2 - k_2 y_2^3 - \alpha^2 \frac{(1 - \cos y_1)^2}{\sin^3 y_1} + (\beta + f \sin \alpha t) \sin y_1 + \Delta g(y, t) + d_2(t) + \phi(u(t))\end{aligned} \quad (35)$$

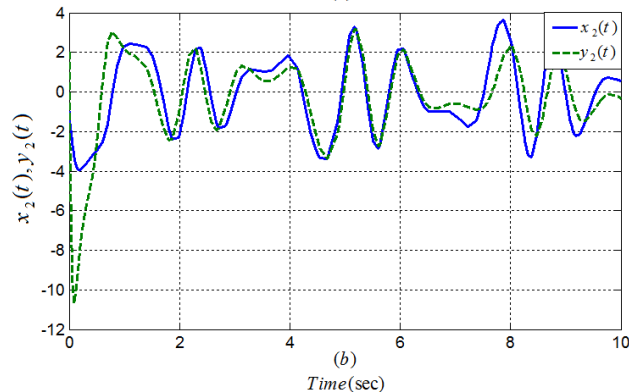
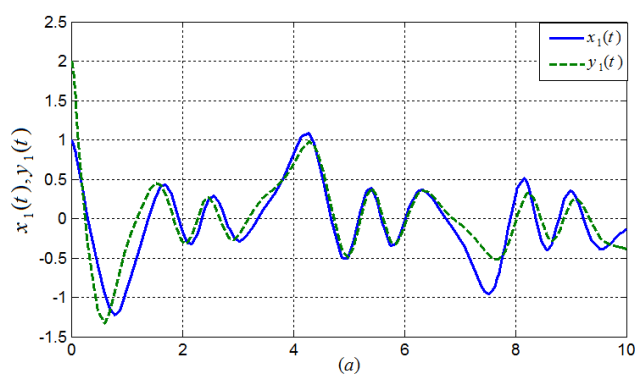
که در آن ضرایب $f=35.5, \alpha^2=100, \beta=1, k_1=0.5, k_2=0.05, \omega=2, d_2, d_1, \Delta g, \Delta f$ و اغتشاشات خارجی هستند.

در مرجع [۳۲] نشان داده شده است که سیستم فوق به ازای ضرایب مذکور و بدون در نظر گرفتن ترم های ناایقینی دارای رفتار آشوبی است. شکل (۳) مؤید این مطلب می باشد.

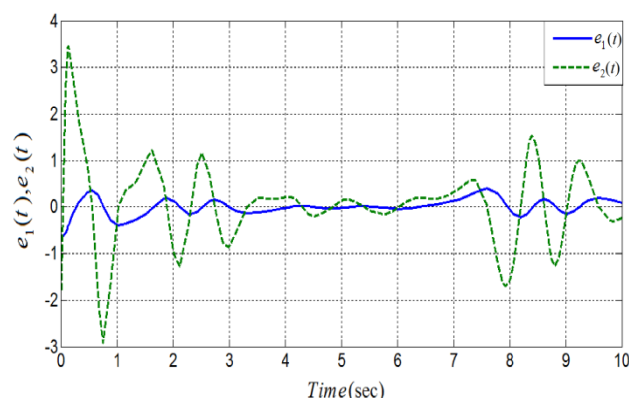


شکل ۳: منحنی فاز ژيروسکوپ غیر خطی آشوبی

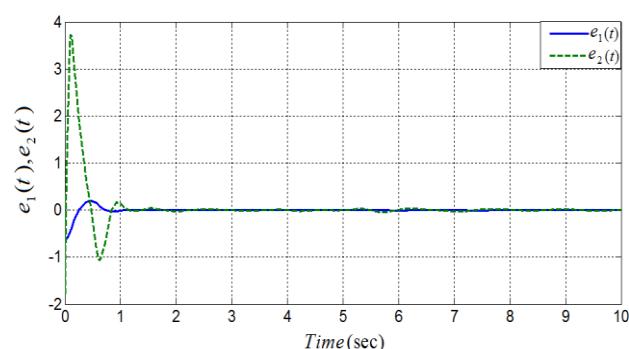
با توجه به روابط (۳۴) و (۳۵) دینامیک خطا به صورت زیر حاصل می شود:



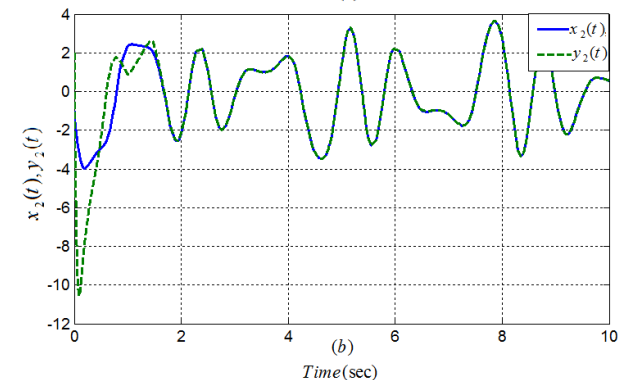
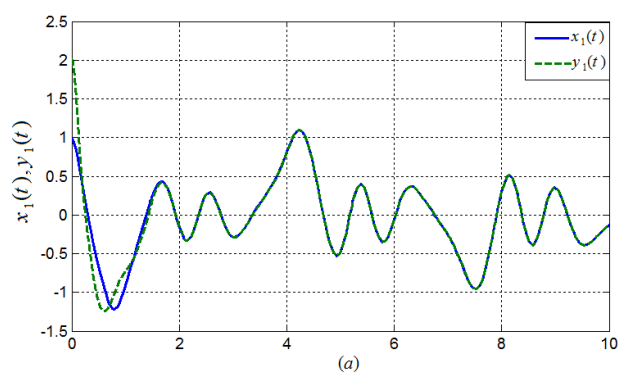
شکل ۸: پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم بدون کنترل کننده؛ (a) متغیرهای حالت $x_1(t), y_1(t)$ ، (b) متغیرهای حالت $x_2(t), y_2(t)$



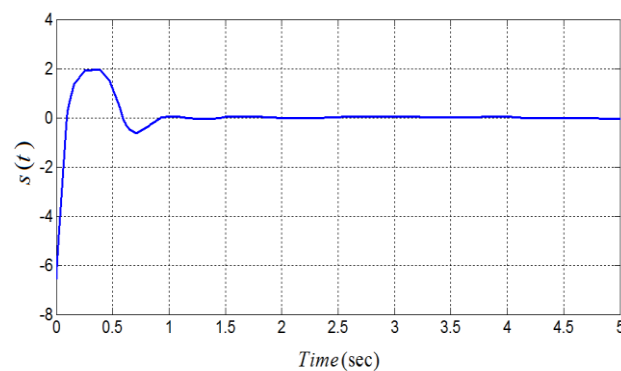
شکل ۴: پاسخ زمانی مؤلفه‌های بردار خطای همزمان سازی بدون کنترل کننده



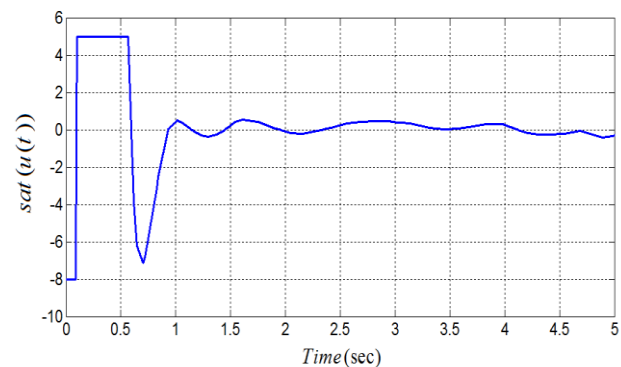
شکل ۵: پاسخ زمانی مؤلفه‌های بردار خطای همزمان سازی تحت کنترل کننده با حد اشباع $u_H = 5, -u_L = -8$



شکل ۹: پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم تحت کنترل کننده پیشنهادی با حد اشباع $u_H = 4, -u_L = -5$ ؛ (a) متغیرهای حالت $x_1(t), y_1(t)$ ، (b) متغیرهای حالت $x_2(t), y_2(t)$

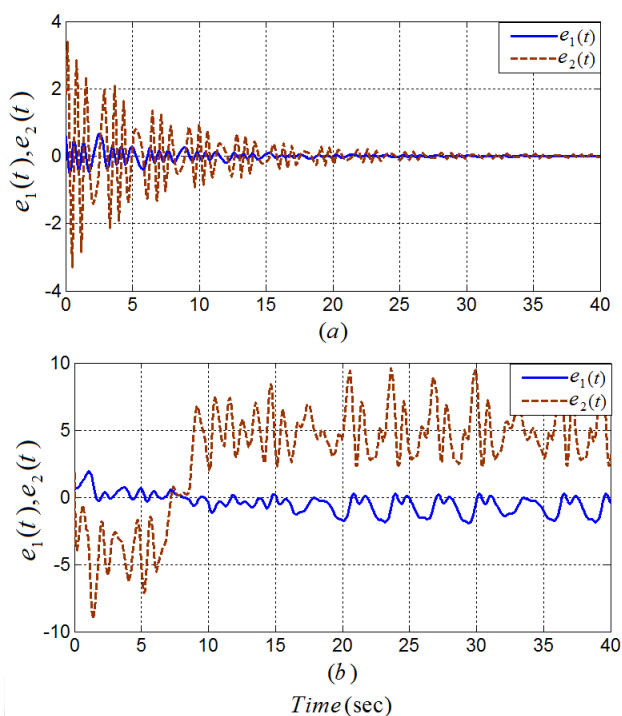


شکل ۶: پاسخ زمانی سطح لغزش پیشنهادی با حد اشباع $u_H = 5, -u_L = -8$



شکل ۷: پاسخ زمانی سیگنال کنترلی پیشنهادی با حد اشباع $u_H = 5, -u_L = -8$

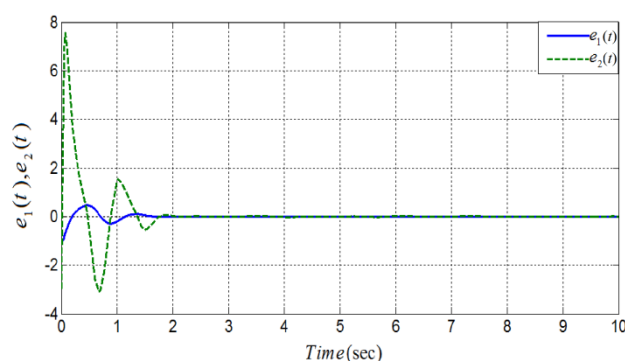
در مرجع [۲۹] قانون کنترلی پیشنهاد شده است که جهت همزمان سازی دو سیستم ژيروسکوپ تحت کنترل کننده فعال به کار می رود. حال اگر سیگنال کنترلی در حضور اشباع محرک با دامنه مرجع مذکور مختل می شود و همزمان سازی رخ نمی دهد و این امر باعث ناپایداری در سیستم حلقه بسته می گردد که شکل های (۱۰) و (۱۱) بیانگر این مطلب هستند. همچنین مقایسه های بین کنترل پیشنهادی این مقاله با کنترل کننده پیشنهادی در مرجع [۳۲] نیز صورت گرفته است. مرجع [۳۲] به همزمان سازی زمان محدود دو سیستم ژيروسکوپ پرداخته است. همان طور که در شکل های (۱۲) و (۱۳) مشاهده می شود پاسخ سیستم تحت کنترل کننده پیشنهادی [۳۲] و با در نظر گرفتن اشباع دچار اختلال می گردد؛ بنابراین این نتایج کارایی موفق قانون کنترلی پیشنهادی در این مقاله را در همزمان سازی سیستم های اصلی و پیرو در حضور ترم های نایقینی در مدل و علی رغم قید اشباع نامتقارن ورودی کنترلی نشان می دهد.



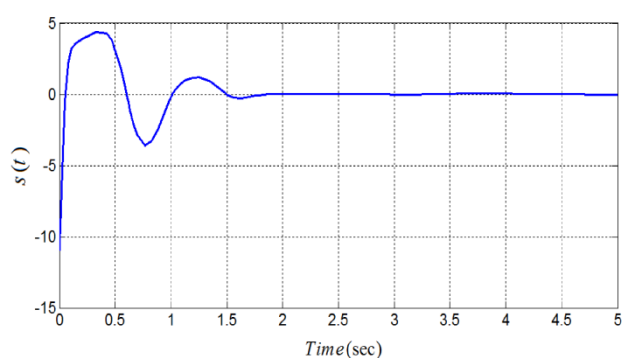
شکل ۱۴: پاسخ زمانی مؤلفه های بردار خطای همزمان سازی تحت کنترل کننده پیشنهادی در مرجع [۲۹]؛ (a) بدون در نظر گرفتن اشباع محرک، (b) با در نظر گرفتن اشباع محرک با $u_H = 4, -u_L = -5$

۵- نتیجه گیری

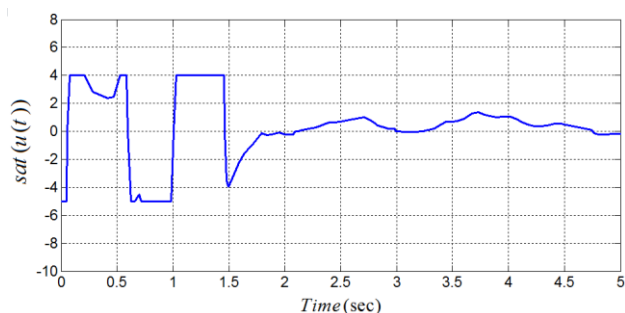
در این مقاله معادلات دینامیکی اصلی و پیرو سیستم های آشوبی غیرخطی در حضور اشباع محرک بررسی گردید و معادلات دینامیکی خطا بر اساس این معادلات نوشته شد. به دلیل وجود ترم های نایقینی و همچنین قید اشباع محرک که می تواند نامتقارن نیز باشد در معادلات خطا، نیاز به طراحی قانون کنترل مقاوم بود. برای این منظور از رویکرد



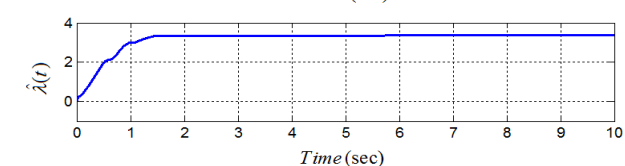
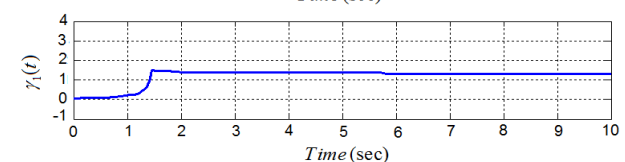
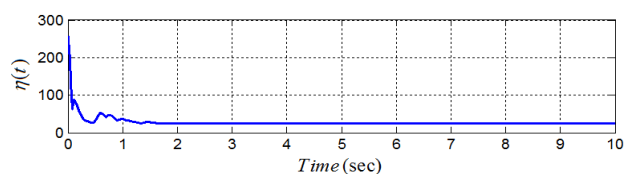
شکل ۱۰: پاسخ زمانی مؤلفه های بردار خطای همزمان سازی تحت کنترل کننده با حد اشباع $u_H = 4, -u_L = -5$



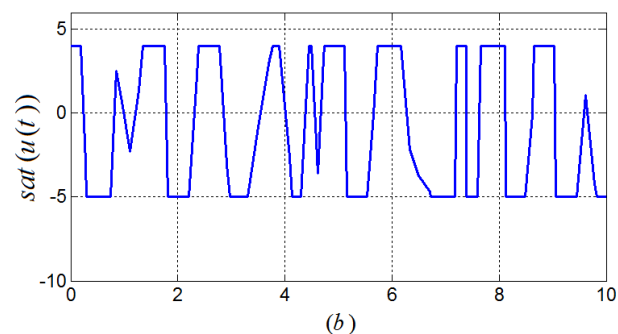
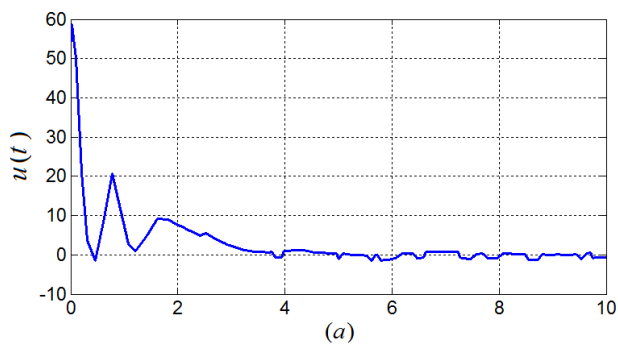
شکل ۱۱: پاسخ زمانی سطح لغزش پیشنهادی با حد اشباع $u_H = 4, -u_L = -5$



شکل ۱۲: پاسخ زمانی سیگنال کنترلی پیشنهادی با حد اشباع $u_H = 4, -u_L = -5$



شکل ۱۳: پاسخ زمانی پارامترهای $\hat{\lambda}(t), \gamma_1(t), \eta(t)$ با حد اشباع $u_H = 4, -u_L = -5$



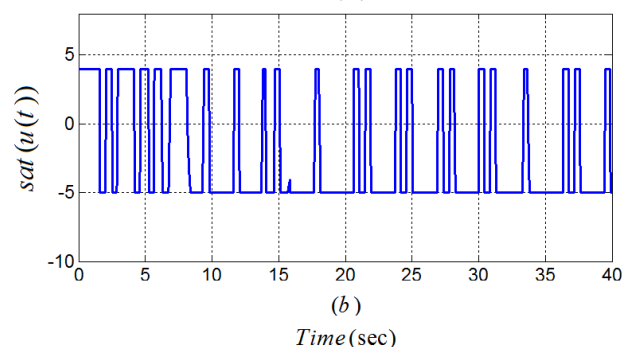
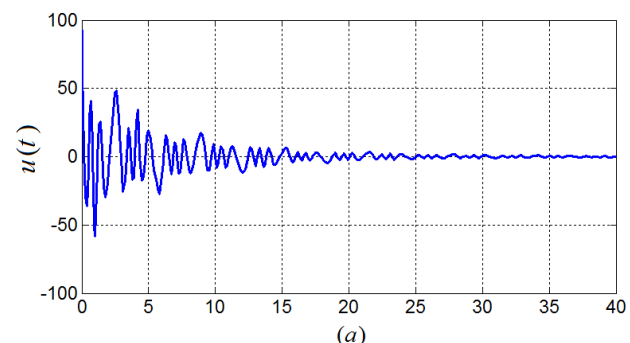
شکل ۱۷: پاسخ زمانی سیگنال کنترلی پیشنهادی در مرجع [۳۲]:
(a) بدون در نظر گرفتن اشباع محرک، (b) با در نظر گرفتن اشباع
محرک با $u_H = 4, -u_L = -5$

سپس قانون کنترلی (بر اساس سطح پیشنهادی) طراحی گردید و بر اساس تئوری لیاپانوف اثبات گردید که حرکت روی این سطح منجر به پایداری معادلات کاهش مرتبه یافته علی‌رغم وجود ترم‌های نایقینی و قید اشباع محرک می‌گردد. همچنین به‌منظور تأیید کارایی قانون کنترلی پیشنهادی در سیستم‌های عملی از آن جهت همزمان‌سازی دو سیستم آشوبی ژيروسکوپ استفاده شد. در نهایت شبیه‌سازی‌ها عملکرد خوب قانون کنترلی پیشنهادی را در همزمان‌سازی مقاوم نشان دادند.

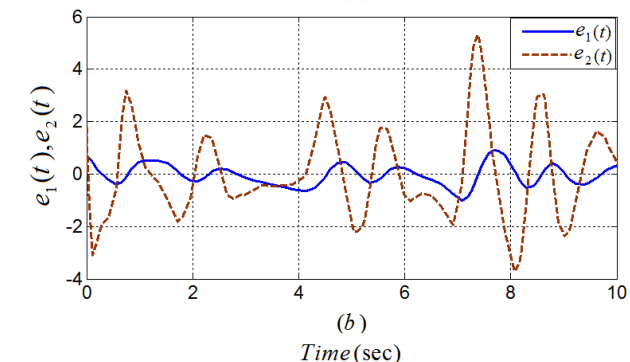
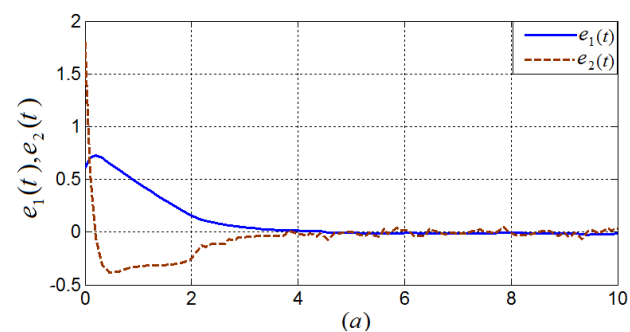
مراجع

- [1] B. Nana, P. Wofo and S. Domngang, "Chaotic synchronization with experimental application to secure communications," *Communications in nonlinear science and Numerical Simulation*, vol. 14, no. 5, pp. 2266-76, 2009.
- [2] J.M.V. Grzybowski, M. Rafikov and J.M. Balthazar, "Synchronization of the unified chaotic system and application in secure communication," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 14, no. 6, pp. 2793-806, 2009.
- [3] M. Shahzad, "Chaos synchronization of an ellipsoidal satellite via active control," *Progress in Applied Mathematics*, vol. 3, no. 2, pp. 16-23, 2012.
- [4] T. Yang, "A survey of chaotic secure communication systems," *International Journal of Computational Cognition*, vol. 2, no. 1, pp. 8-130, 2004.
- [5] V. Annovazzi-Lodi, S. Donati and A. Scire, "Synchronization of chaotic injected-laser systems and its application to optical cryptography," *IEEE journal of Quantum Electronics*, vol. 32, no. 6, pp. 953-959, 1996.

مد لغزشی در طراحی قانون کنترلی استفاده شد و سطح لغزش مناسبی بر اساس معادلات خطا طراحی گردید. همچنین به‌دلیل وجود ترم‌های نایقینی جهت کم کردن میزان محافظه‌کاری در برخورد با این ترم‌ها از رویکرد تطبیقی نیز در این زمینه استفاده شد.



شکل ۱۵: پاسخ زمانی سیگنال کنترلی پیشنهادی در مرجع [۲۹]:
(a) بدون در نظر گرفتن اشباع محرک، (b) با در نظر گرفتن اشباع
محرک با $u_H = 4, -u_L = -5$



شکل ۱۶: پاسخ زمانی مؤلفه‌های بردار خطای همزمان‌سازی تحت کنترل کننده پیشنهادی در مرجع [۳۲]: (a) بدون در نظر گرفتن اشباع محرک، (b) با در نظر گرفتن اشباع محرک با
 $u_H = 4, -u_L = -5$

- [۲۰] بدرالزمان حسینی، مهدی سجودی و عباس چترایی، «طراحی مشاهده گر مقاوم و فیدبک خروجی برای سیستم های چندعاملی دارای تأخیر بازه ای و متأثر از نامعینی و اغتشاش»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۶، شماره ۱، صفحات ۱۲۰-۹۹، بهار ۹۵.
- [21] S. Hamel and A. Boulkroune, "A generalized function projective synchronization scheme for uncertain chaotic systems subject to input nonlinearities," *International Journal of General Systems*, vol. 45, no. 6, pp. 689-710, 2016.
- [22] M. Rehan, "Synchronization and anti-synchronization of chaotic oscillators under input saturation," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 37, no. 10, pp. 6829-6837, 2013.
- [23] G. Wenzhi and R.R. Selmic, "Neural network control of a class of nonlinear systems with actuator saturation," *Neural Networks, Electrical and Electronics Engineers Transactions*, vol. 17, no. 1, pp. 147-156, 2006.
- [24] Z.G. Wu and et al, "Local synchronization of chaotic neural networks with sampled-data and saturating actuators," *Cybernetics, IEEE Transactions*, vol. 44, no. 12, pp. 2635-2645, 2014.
- [25] Y.S. Zhong, "Globally stable adaptive system design for minimum phase SISO plants with input saturation," *Automatica*, vol. 41, no. 9, pp. 1539-1547, 2005.
- [26] D. Lin, X. Wang and Y. Yao, "Fuzzy neural adaptive tracking control of unknown chaotic systems with input saturation," *Nonlinear Dynamics*, vol. 67, no. 4, pp. 2889-2897, 2012.
- [27] H.T. Yau and C.L. Chen, "Chaos control of Lorenz systems using adaptive controller with input saturation," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 34, no. 5, pp. 1567-1574, 2007.
- [28] Q. Hu, "Adaptive output feedback sliding-mode manoeuvring and vibration control of flexible spacecraft with input saturation," *IET Control Theory & Applications*, vol. 2, no. 6, pp. 467-478, 2008.
- [29] Y. Lei, W. Xu and H. Zheng, "Synchronization of two chaotic nonlinear gyros using active control," *Physics Letters A*, vol. 343, no. 1, pp. 153-158, 2005.
- [30] J.J. Yan, M.L. Hung and T.L. Liao, "Adaptive sliding mode control for synchronization of chaotic gyros with fully unknown parameters," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 298, no 1, pp. 298-306, 2006.
- [31] M.R. Behjameh, H. Delavari and A. Vali, "Global finite time synchronization of two nonlinear chaotic gyros using high order sliding mode control," *Journal of Applied*, vol. 1, no. 1, pp. 26-34, 2015.
- [۳۲] سمانه محمدپور، «همزمان سازی زمان محدود و مقاوم دو سیستم ژيروسکوپ آشوبی توسط کنترل کننده مد لغزشی ترمینالی»، *سومین کنفرانس بین المللی پژوهش های کاربردی در مهندسی برق، مکانیک و مکترونیک*، تهران - دانشگاه مالک اشتر، زمستان ۹۴.
- [33] H.K. Khalil, "Nonlinear control," Prentice Hall. 2014.
- [6] B.R. Andrievskii and A.L. Fradkov, "Control chaos: method and application," *Automation and Remote Control*, vol. 64, no. 1, pp. 673-713, 2003.
- [7] K.S. Ojo, A.N. Njah and S.T. Ogunjo, "Comparison of backstepping and modified active control in projective synchronization of chaos in an extended bonher-Van Der Pol oscillator," *Pramana*, vol. 80, no. 5, pp. 825-835, 2013.
- [8] S. Vaidyanathan and S. Rasappan, "Global chaos synchronization of n-scroll Chua circuit and Lur'e system using backstepping control esign with recursive feedback," *Arabian Journal for Science and Engineering*, vol. 39, no. 4, pp. 3351-3364, 2014.
- [9] D. Ye and X. Zhao, "Robust adaptive synchronization for a class of chaotic systems with actuator failures and nonlinear uncertainty," *Nonlinear Dynamics*, vol. 76, no. 2, pp. 973-983, 2014.
- [10] M.P. Aghababa and S. Khanmohammadi, "Finite-time synchronization of two different chaotic systems with unknown parameters via sliding mode technique," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 35, no. 6, pp. 3080-3091, 2011.
- [11] P. Bagheri, M. Shahrokhi and H. Salarieh, "Adaptive observer-based synchronization of two non-identical chaotic systems with unknown parameters," *Journal of Vibration and Control*, vol. 1, no. 1, pp. 1-11, 2015.
- [12] J. Qiang, "Projective synchronization of a new hyper chaotic lorenz system," *Physics Letters A*, vol. 370, no. 1, pp. 40-5, 2007.
- [13] A. Boulkroune, A. Bouzeriba and T. Bouden, "Fuzzy generalized projective synchronization of incommensurate fractional-order chaotic systems," *Neurocomputing*, vol. 173, no. 3, pp. 606-614, 2016.
- [14] H. Kebriaei and M.J. Yazdanpanah, "Robust adaptive synchronization of different uncertain chaotic systems subject to input nonlinearity," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 15, no. 2, pp. 430-441, 2010.
- [15] W. Xiang and F. Chen, "An adaptive sliding mode control scheme for a class of chaotic systems with mismatched perturbations and input nonlinearities," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 16, no. 1, pp. 1-9, 2011.
- [16] J. Sun and et al, "Finite-time combination-combination synchronization of four different chaotic systems with unknown parameters via sliding mode control," *Nonlinear Dynamics*, vol. 76, no 1, pp. 383-397, 2014.
- [17] A. Ouannas and Z. Odibat, "Generalized synchronization of different dimensional chaotic dynamical systems in discrete time," *Nonlinear Dynamics*, vol. 81, no. 1, pp. 765-771, 2015.
- [18] J.H. Park, "Exponential synchronization of the Genesio-Tesi chaotic system via a novel feedback control," *Physica Scripta*, vol. 76, no. 6, pp. 617-22, 2007.
- [۱۹] علی انشایی و رحمت الله هوشمند، «یک روش جدید برای شناسایی اغتشاشات کیفیت توان با استفاده از تبدیل s»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۵، شماره ۴، صفحات ۳۷-۴۹، زمستان ۹۴.

زیر نویس ها

³ Dead-Zone⁴ Chaotic Gyro¹ Master² Slave