

تأثیر دما و نحوه توزیع ذرات بر رفتار خزشی دیسک‌های دوار مدرج تابعی

حدیث ژرفی

دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

حمید اختراعی طوسی*

دانشیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

چکیده

در بسیاری از ماشین آلات صنعتی از دیسک‌های دوار استفاده می‌شود. در بسیاری از کاربردها این دیسک‌ها تحت سرعت‌های دورانی بسیار بالا و در دماهای زیاد کار می‌کنند. چنین شرایط کارکردی منجر به ایجاد تنش‌های بزرگ مکانیکی و حرارتی در دیسک‌های دوار می‌شود. تحت این شرایط دما و تنش زیاد، پدیده خزش مهمترین پدیده حاکم است و می‌تواند خسارت‌های جبران ناپذیری را به سازه تحمیل کند. بنابراین بررسی خزش در دیسک‌های دوار از اهمیت بالایی برخوردار است. مطالعات نشان داده است که خزش به ساختار ماده کاملاً وابسته است. در سالهای اخیر استفاده از گونه‌ی جدیدی از مواد به نام مواد مدرج تابعی (FGM^۱) پیوسته رو به گسترش بوده است. امروزه به دلیل مزایای ویژه‌ی مواد مدرج تابعی از این مواد در ساخت اجزای مختلف ماشین آلات از جمله دیسک‌های دوار استفاده می‌شود. بر این اساس مطالعه خزش در دیسک‌های دوار ساخته شده از مواد مدرج تابعی مساله‌ی ارزشمندی است. در این مقاله با استخراج معادلات خزش حالت پایا در دیسک دوار ساخته شده از مواد مدرج تابعی، تأثیر چگونگی توزیع ذرات و کسر حجمی آستانه و همچنین تأثیر دمای حاکم بر دیسک روی میدان‌های تنش و نرخ‌های خزش ایجاد شده در دیسک دوار مطالعه و بررسی شده است.

واژه‌های کلیدی: خزش، دیسک دوار مدرج تابعی، کسر حجمی ذرات، دما.

Effect of Temperature and Particle Distribution on Creep Behavior of FGM Rotating Discs

H. Zharfi

Ph.D. Student, Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

H. Ekhteraei Toussi

Associate Professor, Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

Abstract

Rotating discs have been used in numerous industrial machineries. In most of these applications discs are worked at high temperatures and high rotational speeds. Such a working conditions lead to the more sever thermo-mechanical stresses in rotating discs. In this situation of high temperature and stress the creep phenomenon is the most important and it can impose the irreversible damages to structure. Therefore it is important to investigate the creep behavior in rotating discs. Studies have shown that the creep is entirely dependent on the material structure. In recent years using of a new type of material called functionally graded materials (FGM) has been expanded continuously. Nowadays the functionally graded materials are used in construction of various component of machinery including rotating discs because of their spatial benefits. As a result the creep analysis in FGM rotating discs is a valuable problem. In this paper the rotating discs steady state creep equations are extracted and the effect of particle distribution and threshold volume fraction as well as prevailing temperature on the creep rates and stress fields of FGM rotating disc are investigated.

Keywords: Creep, FGM rotating disc, Particle volume fraction, Temperature.

¹ Functionally Graded Materials

۱- مقدمه

امروزه به دلیل کاربرد گسترده دیسک‌های دوار در ماشین آلات صنعتی مختلف نظیر توربین‌ها، کمپرسورها، پمپ‌ها، اتومبیل‌ها و فضاپیماها تحلیل و بررسی آنها از اهمیت بالایی برخوردار است. در تمامی این سیستم‌ها دیسک‌های دوار با سرعت‌های دورانی بالایی کار می‌کنند. برای مثال در برخی توربین‌های موجود در فضاپیماها سرعت دوران دیسک حتی می‌تواند به بیش از ۱۰۰۰۰۰ دور بر دقیقه هم برسد [۱]. وجود این شرایط یعنی نیروهای گریز از مرکز بالا در مجاورت دماهای زیاد لزوم بررسی پدیده خزش در این دیسک‌ها را به وضوح نشان می‌دهد. خزش را می‌توان به صورت تغییر شکل وابسته به زمان تعریف کرد. در تعریف خزش به صورت یک رفتار ماده، در حالت کلی می‌توان سه مرحله جداگانه برای آن در نظر گرفت: خزش مرحله اول، دوم و سوم [۲]. نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهند که بیشترین عمر خزشی یک سازه در مرحله دوم آن واقع می‌شود به همین دلیل این مرحله اهمیت بررسی بیشتری دارد. مرحله دوم خزش را در اصطلاح خزش حالت پایا می‌نامند و مشخصه خزش حالت پایا این است که در آن نرخ تغییرات ثابت می‌ماند. خزش یک ماده به جنس و ریزساختار آن بستگی دارد. درمیان مواد مختلف موجود، مواد مدرج تابعی به دلیل مزایای ویژه‌ای از جمله: رسانایی زیاد، مقاومت بالا در برابر گرما و خوردگی، استحکام بالا و وزن کم مورد توجه ویژه‌ای قرار گرفته‌اند و امروزه استفاده از آنها در صنایع مختلف رو به گسترش است. این مواد با ترکیب دو ماده متفاوت که معمولاً یکی فلز و دیگری سرامیک است و با استفاده از یک قانون ترکیب متناسب تولید می‌شوند. یک قانون ترکیب مناسب رابطه‌ای است که به خوبی ارتباط میان خواص اجزاء و خواص ماده مرکب حاصل را بیان کند. محققین گوناگون از قوانین ترکیب مختلفی برای ساختار ماده مدرج تابعی استفاده کرده‌اند. در بیشتر این تحقیقات خواص ترمومکانیکی ماده در هر نقطه، تابع کسر حجمی مواد تشکیل دهنده آن نقطه می‌باشند [۳]. بر این اساس اگر توزیع کسر حجمی در نقاط مختلف ماده در دست باشد، توزیع هر خاصیتی از ماده قابل محاسبه است. به دلیل کاربرد گسترده مواد مدرج تابعی در شرایط سخت ترمومکانیکی و اهمیت مساله خزش در این شرایط، تحقیقات گسترده‌ای در این زمینه انجام شده است. به ویژه در بخش قابل توجه‌ای از این پژوهش‌ها به بررسی تأثیر خزش در تغییر شکل دیسک‌های دوار ساخته شده از مواد مدرج تابعی پرداخته شده است. در ادامه به برخی از این تحقیقات اشاره می‌شود. پیشینه اولین تحقیقات انجام شده در زمینه خزش دیسک‌های دوار به کارهای وال و همکارانش [۴] باز می‌گردد. آنها یک توزیع توانی برای کسر حجمی در نظر گرفتند و با در نظر گرفتن قوانین تسلیم ون

میسز و ترسکا رفتار خزشی دیسک دوار را به دست آوردند. این بررسی‌ها توسط ما و همکارانش پیگیری شد. در این تحقیقات آن‌ها تلاش کردند تا با استفاده از تئوری ماکزیم برش، تنش‌ها و کرنش‌های خزشی را در دیسک توربین گازی و موتور جت محاسبه کنند. آن‌ها در ادامه بررسی‌های خود را به دیسک‌های دوار با ضخامت متغیر و نیز استفاده از قوانین خزش توانی و نمایی توسعه دادند [۵، ۶ و ۷]. بهاتناگر و آریا پاسخ خزشی دیسک دوار ناهمسانگرد را به دست آوردند. آن‌ها مشاهده کردند که تنش‌های مماسی در هر شعاع و نرخ خزش مماسی در شعاع درونی با افزایش مقدار ذرات در دیسک کاهش می‌یابد [۸]. گوپتا و همکارانش فهمیدند که دیسک دوار با کاهش چگالی و ضخامت در امتداد شعاع پاسخ خزشی بهتری به نسبت دیسک با چگالی و ضخامت ثابت نشان می‌دهد [۹]. ساین تأثیر توزیع ذرات را روی پاسخ خزشی دیسک دوار مدرج تابعی ساخته شده از ذرات سیلیکون کارباید^۲ در زمینه آلومینیومی بررسی کرد. او از قانون توانی خزش نورتن و تئوری تسلیم ون میسر در تحلیل خود استفاده کرد و متوجه شد که تأثیر اندازه ذرات روی تنش‌های شعاعی ناچیز است اما تأثیر نحوه توزیع ذرات و اندازه آن‌ها روی تنش‌ها و کرنش‌های مماسی قابل توجه است [۱۰]. مطالعات بیشتر در این زمینه توسط ساین و رای انجام شد [۱۱، ۱۲ و ۱۳]. جاهد و بیدآبادی با استفاده از روش VMP^۳ خزش مرحله اول و مرحله دوم را در مسائل متقارن محوری مانند دیسک‌ها و مخازن تحت فشار بررسی کردند [۱۴]. گوپتا و همکارانش با در نظر گرفتن توزیعات مختلف ذرات و گرادیان‌های دمایی توسط روش اجزا محدود، پاسخ خزش حالت پایا را در دیسک دوار ساخته شده از مواد مدرج تابعی بررسی کردند [۱۵]. در سالهای اخیر مطالعات تحلیلی خزش گسترش یافته است. تحلیل آزادسازی خزش در یک دیسک دوار ناهمسانگرد از مواد مرکب در حضور تأثیرات حرارتی [۱۶]، بررسی مسائل شکست و آسیب در نتیجه تغییر شکل‌های خزشی [۱۷]، از جمله مطالعات اخیر در این زمینه است. در این مقاله رفتار خزشی دیسک دوار ساخته شده از مواد مدرج تابعی مورد مطالعه قرار گرفته است. دیسک‌هایی با توزیع‌های خطی و ثابت از ذرات سیلیکون کارباید در زمینه آلومینیوم خالص در نظر گرفته شده است و در مرحله اول تأثیر چگونگی توزیع ذرات و نیز تأثیر کسر حجمی آستانه روی تنش‌ها و کرنش‌های خزشی دیسک بررسی شده و در مرحله بعد تأثیر دمای حاکم و پاسخ دیسک‌ها در شرایط دمایی مختلف مطالعه گردیده است.

^۲ SiC

^۳ Variable Material Properties

۲- فرمول‌بندی عمومی تحلیل خزش در مسائل تنش

صفحه‌ای متقارن محوری

روش مورد استفاده در این بخش برای تحلیل خزش در دیسک دوار یک روش عمومی در این زمینه می‌باشد که در پژوهش‌های مختلف از جمله مقالات ردیف‌های [۱۵] و [۱۸] مورد استفاده قرار گرفته است. این روش برای بررسی دقیق‌تر مجدداً تکرار خواهد شد.

برای تحلیل خزش در دیسک از قانون شربی به شکل رابطه (۱) استفاده شده است [۱۹]:

$$\dot{\epsilon} = [M(\bar{\sigma} - \sigma_0)]^n \quad (1)$$

که در این رابطه $\dot{\epsilon}$ ، $\bar{\sigma}$ و σ_0 به ترتیب نرخ کرنش خزشی و تنش معادل و تنش آستانه می‌باشند. n توان خزش می‌باشد و M برابر است با:

$$M = \frac{A_s^{1/n}}{E} \quad (2)$$

که E مدول الاستیسیته و A_s ضریبی است که از رابطه (۳) به دست می‌آید.

$$A_s = \frac{AD_L \lambda^3}{|b|^5} \quad (3)$$

در رابطه (۳)، A یک ثابت است. همچنین D_L ، λ و $|b|$ به ترتیب توزیع شبکه‌ای، اندازه ریزدانه‌ها و اندازه بردار برگرز هستند [۲۰].

تنش موثر با استفاده از تئوری تسلیم ون میسر که در حالت تنش صفحه‌ای مطابق رابطه (۴) است، به دست می‌آید.

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 + (\sigma_r - \sigma_\theta)^2]^{1/2} \quad (4)$$

که در این رابطه σ_r و σ_θ به ترتیب تنش‌های شعاعی و مماسی هستند.

نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهند که پارامترهای خزش یعنی M و σ_0 به اندازه ذرات (P)، نحوه توزیع آنها ($V(r)$) و دمای حاکم (T) بستگی دارند. گوپتا و همکارانش با استفاده از یک روش برازش و بر اساس نتایج آزمایشگاهی خزش که توسط پاندی و همکارانش در سال ۱۹۹۲ ارائه شد، توابعی را برای محاسبه M و σ_0 به شکل روابط (۵) و (۶) ارائه نمودند [۲۰].

$$\ln M = -35.38 + 0.2077 \ln P + 4.98 \ln T - 0.622 \ln V(r) \quad (5)$$

$$\sigma_0 = -2.11916 - 0.03507 P + 0.01057 T + 1.00536 V(r) \quad (6)$$

در دو رابطه فوق P اندازه ذرات سیلیکون کارباید است که در این مقاله مشابه مرجع [۲۱]، مقدار آن برابر $1.7 \mu m$ در نظر گرفته شده است. از آنجایی که توزیع ذرات در امتداد شعاعی تغییر می‌کند، هر دو پارامتر خزش توابعی از شعاع می‌باشند. علاوه بر این پارامترها، سایر خواص ماده از جمله خواص فیزیکی

آن نیز تابع نحوه توزیع ذرات و کسر حجمی آن‌ها می‌باشند. برای محاسبه سایر خواص از یک قانون اختلاط خطی استفاده شده است. برای مثال برای محاسبه چگالی ماده مرکب در هر نقطه از ماده می‌توان از این ترکیب خطی به صورت رابطه (۷) استفاده کرد.

$$\rho(r) = \rho_m + (\rho_d - \rho_m)V(r) \quad (7)$$

در رابطه (۷)، $V(r)$ کسر حجمی ذرات تقویت کننده در فاصله شعاعی r می‌باشد. این معادله نشان می‌دهد که چگالی دیسک در هر نقطه یعنی $\rho(r)$ به صورت یک ترکیب خطی از چگالی اجزای تشکیل‌دهنده آن یعنی چگالی فلز و سرامیک (ρ_d و ρ_m) قابل بیان است.

قبل از شروع استخراج روابط خزش باید فرضیات مساله مطرح شوند. در این مقاله فرض شده است که ماده دیسک همسانگرد است و تغییرشکل‌های الاستیک قابل صرفنظر کردن می‌باشند. همچنین ضخامت دیسک در مقایسه با سایر ابعاد آن کوچک است بنابراین می‌توان مساله را تنش صفحه‌ای فرض نمود.

معادلات جریانی خزش در یک مساله تنش صفحه‌ای به صورت روابط (۸-۱۰) قابل بیان است [۱۵]:

$$\dot{\epsilon}_r = \frac{\dot{\epsilon}}{2\bar{\sigma}} (2\sigma_r - \sigma_\theta) \quad (8)$$

$$\dot{\epsilon}_\theta = \frac{\dot{\epsilon}}{2\bar{\sigma}} (2\sigma_\theta - \sigma_r) \quad (9)$$

$$\dot{\epsilon}_z = \frac{\dot{\epsilon}}{2\bar{\sigma}} (-\sigma_r - \sigma_\theta) \quad (10)$$

در این معادلات $\dot{\epsilon}_r$ ، $\dot{\epsilon}_\theta$ و $\dot{\epsilon}_z$ به ترتیب نرخ کرنش شعاعی، نرخ کرنش مماسی و نرخ کرنش عرضی هستند. σ_r و σ_θ نیز تنش‌های شعاعی و مماسی هستند. $\dot{\epsilon}$ نرخ کرنش موثر است که از معادله (۱) به دست می‌آید و $\bar{\sigma}$ نیز تنش موثر است که از رابطه (۴) قابل محاسبه است.

لازم به یادآوری است که تغییرشکل‌های خزشی نوعی تغییرشکل پلاستیک دائمی هستند. بنابراین، تغییر شکل خزشی یک ساختار ناهمگن را می‌توان تراکم ناپذیر فرض کرد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\dot{\epsilon}_r + \dot{\epsilon}_\theta + \dot{\epsilon}_z = 0 \quad (11)$$

با استفاده از معادلات (۸) و (۹) و جایگزین کردن تنش و نرخ کرنش موثر در این روابط نتیجه می‌شود:

$$\dot{\epsilon}_r = \frac{d\dot{u}_r}{dr} = \frac{\{M(r)[\bar{\sigma} - \sigma_0(r)]\}^n}{\sqrt{2}[\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 + (\sigma_r - \sigma_\theta)^2]^{1/2}} (2\sigma_r - \sigma_\theta) \quad (12)$$

$$\dot{\epsilon}_\theta = \frac{\dot{u}_r}{r} = \frac{\{M(r)[\bar{\sigma} - \sigma_0(r)]\}^n}{\sqrt{2}[\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 + (\sigma_r - \sigma_\theta)^2]^{1/2}} (2\sigma_\theta - \sigma_r) \quad (13)$$

که در روابط (۱۲) و (۱۳) $\dot{u}_r$ نرخ جابجایی شعاعی است و بقیه پارامترهای آن قبلاً تعریف شده‌اند. اگر نسبت تنش $x(r) = \frac{\sigma_r(r)}{\sigma_\theta(r)}$ در معادلات (۱۲) و (۱۳) جایگزین شود، روابط زیر حاصل می‌شوند.

فرض شده است که دیسک در شرایط آزاد-آزاد کار می‌کند. این یعنی تنش شعاعی در شعاع داخلی و خارجی دیسک صفر است. بنابراین شرایط مرزی دیسک عبارتند از:

$$\sigma_r(r=a)=0 \quad (24)$$

$$\sigma_r(r=b)=0 \quad (25)$$

اگر از شرایط مرزی معادلات (24) و (25) استفاده شود و از معادله تعادل دیسک انتگرال‌گیری شود، خواهیم داشت:

$$\int_a^b \sigma_\theta dr = \omega^2 \int_a^b \rho(r)r^2 dr \quad (26)$$

با استفاده از معادله (19) و با انتگرال‌گیری از معادله (26)، نرخ جابجایی شعاعی در شعاع داخلی دیسک قابل محاسبه خواهد بود.

$$(\dot{u}_{ra})^{1/n} = \frac{\int_a^b M(r)\sigma_\theta(r)dr - \int_a^b M(r)\lambda_2(r)dr}{\int_a^b \lambda_1(r)dr} \quad (27)$$

برای تحلیل خزش در دیسک دوار با استفاده از روابط فوق باید از یک فرآیند محاسباتی استفاده کرد. در مرحله اول تنش مماسی میانگین روی کل دیسک با استفاده از رابطه (28) محاسبه می‌شود.

$$(\sigma_\theta)_{ave} = \frac{1}{(b-a)} \int_a^b \sigma_\theta dr \quad (28)$$

سپس فرض می‌شود تنش مماسی در هر شعاع برابر با این مقدار میانگین است. یعنی فرض می‌شود $\sigma_\theta(r) = (\sigma_\theta)_{avg}$. با این فرض تنش شعاعی در هر شعاع دلخواهی قابل محاسبه خواهد بود و در نتیجه نسبت تنش‌ها یعنی $x(r)$ محاسبه می‌شود. بعد از محاسبه $x(r)$ ، پارامترهای $\dot{u}_{ra}$ ، $\lambda(r)$ ، $\lambda_1(r)$ و $\lambda_2(r)$ نیز به دست خواهند آمد. با استفاده از رابطه (19) و مقادیر به دست آمده برای پارامترها، دومین تخمین برای توزیع تنش مماسی در دیسک محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از این مقدار جدید تنش مماسی، تمام پارامترها مطابق مرحله قبل پیگیری می‌شوند و مجدداً تخمین بعدی برای توزیع تنش مماسی به دست خواهد آمد. این فرآیند ادامه می‌یابد تا همگرایی مطلوبی حاصل شود. در نهایت مقادیر تنش‌های شعاعی و مماسی و نیز نرخ کرنش‌ها و جابجایی‌های شعاعی و مماسی محاسبه می‌شوند. این فرآیند محاسباتی برای دیسکی با توزیع کسر حجمی در امتداد شعاع انجام شده است. در این مقاله 3 نوع توزیع مختلف بررسی شده و رفتار خزشی دیسک‌های مختلف در چند دمای متفاوت مطالعه شده است که نتایج به دست آمده در دو بخش زیر ارائه شده‌اند.

۳- مشخصات دیسک

دیسک و ابعاد آن در شکل (2) نشان داده شده است. فرض می‌شود دیسک از توزیع خطی و شعاعی ذرات سیلیکون کارباید

$$\dot{\epsilon}_r = \frac{d\dot{u}_r}{dr} = \frac{[2x(r)-1]\{M(r)[\bar{\sigma}-\sigma_0(r)]\}^n}{2[x(r)^2-x(r)+1]^{1/2}} \quad (14)$$

$$\dot{\epsilon}_\theta = \frac{\dot{u}_r}{r} = \frac{[2-x(r)]\{M(r)[\bar{\sigma}-\sigma_0(r)]\}^n}{2[x(r)^2-x(r)+1]^{1/2}} \quad (15)$$

اگر رابطه (14) بر رابطه (15) تقسیم شود و سپس از تابع ایجاد شده در محدوده شعاع داخلی تا شعاع دلخواه r انتگرال‌گیری شود، نتیجه خواهد شد:

$$\int_a^r \frac{d\dot{u}_r}{\dot{u}_r} = \int_a^r \frac{1}{r} \left[\frac{2x(r)-1}{2-x(r)} \right] dr \quad (16)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\dot{u}_r = \dot{u}_{ra} \exp\left(\int_a^r \frac{f(r)}{r} dr\right) \quad (17)$$

در رابطه (17)، $f(r) = \frac{2x(r)-1}{2-x(r)}$ و $\dot{u}_{ra}$ نرخ جابجایی شعاعی داخلی است. اگر این معادله بر r تقسیم شود، نتیجه خواهد شد:

$$\frac{\dot{u}_r}{r} = \frac{\dot{u}_{ra}}{r} \exp\left(\int_a^r \frac{f(r)}{r} dr\right) = \frac{[2-x(r)]\{M(r)[\bar{\sigma}-\sigma_0(r)]\}^n}{2[x(r)^2-x(r)+1]^{1/2}} \quad (18)$$

اگر تنش موثر از رابطه (4) در رابطه (18) جایگزین شود تنش مماسی در هر شعاع دلخواهی از دیسک به صورت رابطه (19) به دست خواهد آمد:

$$\sigma_\theta(r) = \frac{(\dot{u}_{ra})^{1/n}}{M(r)} \lambda_1(r) + \lambda_2(r) \quad (19)$$

در رابطه (19)، $\lambda_1(r)$ و $\lambda_2(r)$ به ترتیب از روابط (20) و (21) به دست می‌آیند.

$$\lambda_1(r) = \frac{\lambda(r)}{[x(r)^2-x(r)+1]^{1/2}} \quad (20)$$

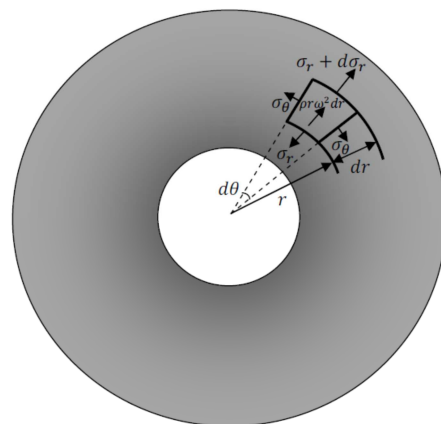
$$\lambda_2(r) = \frac{\sigma_0(r)}{[x(r)^2-x(r)+1]^{1/2}} \quad (21)$$

و پارامتر $\lambda(r)$ از رابطه (22) به دست می‌آید:

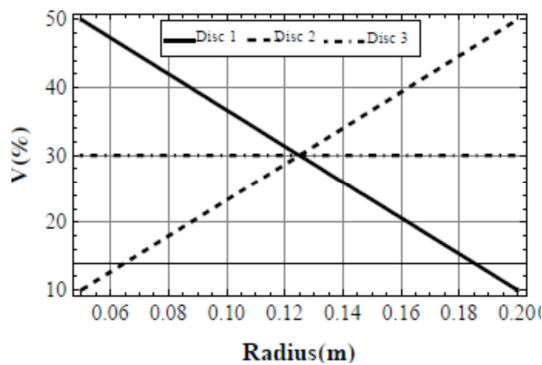
$$\lambda(r) = \left\{ \frac{2[x(r)^2-x(r)+1]^{1/2}}{[2-x(r)]} \exp\left[\int_a^r \frac{f(r)}{r} dr\right] \right\}^{1/n} \quad (22)$$

اکنون با استفاده از شکل (1)، و با در نظر گرفتن یک دیسک ناهمگن که با سرعت زاویه‌ای ω دوران می‌کند، معادله تعادل دیسک به صورت رابطه (23) قابل استخراج است:

$$\frac{d}{dr}(r\sigma_r) - \sigma_\theta + \rho(r)r^2\omega^2 = 0 \quad (23)$$

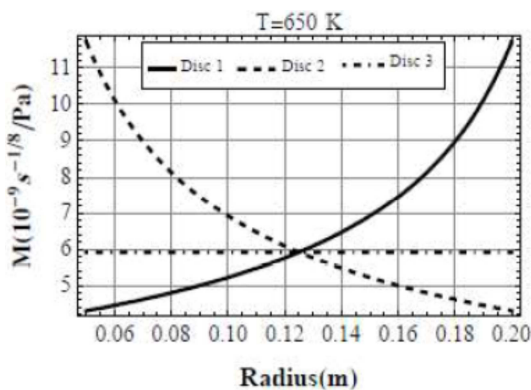


شکل ۱- طرحواره دیسک و المانی از آن

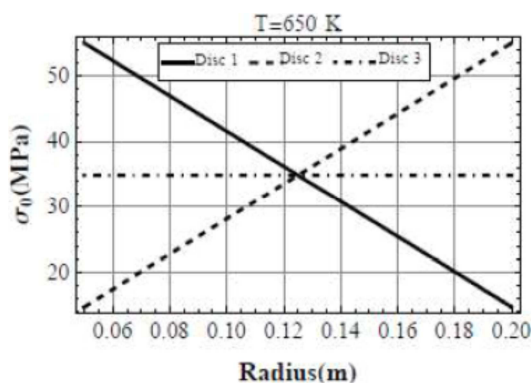


شکل ۳- توزیع ذرات در دیسک‌های مورد مطالعه

در این مقاله از قانون توانی خزش استفاده شده است و مشابه کار گوپتا و همکارانش [۱۸]، توان خزش در رابطه (۱) برابر با ۸ در نظر گرفته شده است. در رابطه (۹)، ρ_m که چگالی آلومینیوم خالص است برابر با 2698.9 kg/m^3 و ρ_d که چگالی ذرات سیلیکون کاربرد است برابر با 3210 kg/m^3 در نظر گرفته شده است. بر این اساس توزیع پارامترهای خزش یعنی $M(r)$ و $\sigma_0(r)$ برای دیسک‌های مختلف در دمای 650 K در شکل‌های (۴) و (۵) مشاهده می‌شود.



شکل ۴- پارامتر خزش $M(r)$ در دیسک‌های مختلف در دمای 650 K



شکل ۵- پارامتر خزش $\sigma_0(r)$ در دیسک‌های مختلف در دمای 650 K

در زمینه آلومینیوم خالص ساخته شده باشد و با سرعت زاویه‌ای ثابت 15000 rpm دوران نماید.

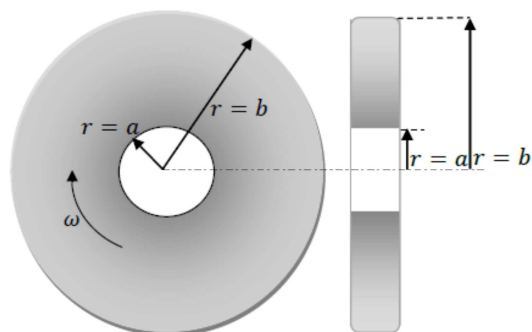
توزیع کسر حجمی برای این سه دیسک به صورت رابطه (۲۹-۳۱) در نظر گرفته شده است.

$$V_1(r) = [0.5 - 0.4 \times (\frac{r-a}{b-a})] \times 100 \quad (29)$$

$$V_2(r) = [0.1 + 0.4 \times (\frac{r-a}{b-a})] \times 100 \quad (30)$$

$$V_3(r) = [0.3] \times 100 \quad (31)$$

منظور از $V_1(r)$ توزیع کسر حجمی در دیسک ۱ است و به همین ترتیب پانویس هر کسر حجمی نشان‌دهنده شماره دیسک می‌باشد. در دیسک اول توزیع ذرات در امتداد شعاع خطی و کاهشی است، یعنی در شعاع داخلی ماکزیمم مقدار ذرات سیلیکون کاربرد وجود دارد سپس به طور تدریجی کاهش می‌یابد تا در شعاع خارجی به حداقل می‌رسد. در دیسک دوم برعکس دیسک اول مقدار ذرات در شعاع داخلی حداقل است و سپس با یک رفتار خطی افزایش می‌یابد تا در شعاع خارجی ماکزیمم می‌شود. در دیسک سوم هم توزیع ثابتی از ذرات در نظر گرفته شده است به عبارت دیگر دیسک سوم یک دیسک همگن است. مقدار مطلق ذرات مورد استفاده در هر سه دیسک یکسان است. در این تحلیل a یعنی شعاع داخلی دیسک برابر با 0.05 m و b یعنی شعاع خارجی دیسک برابر با 0.2 m در نظر گرفته شده‌اند.

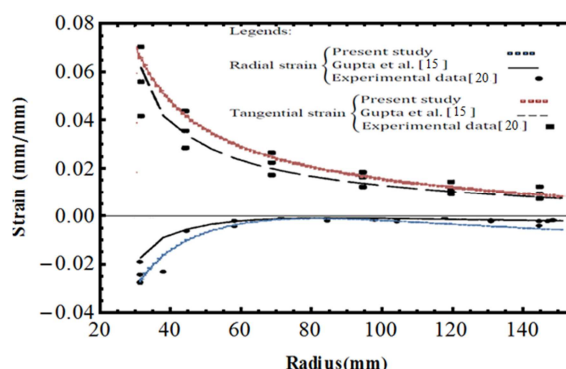


شکل ۲- مشخصات هندسی دیسک دوار

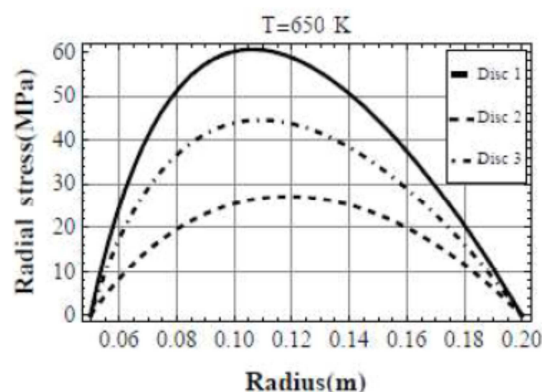
توزیع ذرات در این سه دیسک، در شکل (۳) ارائه شده است. بطوریکه ملاحظه می‌شود در هر سه دیسک سطح زیر منحنی که معیاری از درصد سیلیکات استفاده شده در ساخت دیسک مرکب است، مقدار ثابتی می‌باشد.

۴- نتایج و بحث

بر اساس فرآیند محاسباتی که در بخش قبل ارائه شد، یک کد کامپیوتری برای محاسبه تنش‌ها و نرخ‌های کرنش و جابجایی خزشی در دیسک ساخته شده از مواد مدرج تابعی نوشته شد. نتایج این تحلیل برای دیسک‌های ۱ تا ۳ در دماهای مختلف، در ادامه آورده شده است. در ابتدا برای اعتبارسنجی برنامه کامپیوتری نوشته شده، نتایج تحلیل خزشی این کد برای دیسکی با مشخصات ارائه شده در مراجع [۱۵ و ۲۰] با نتایج عددی و آزمایشگاهی ارائه شده در این مقالات مقایسه گردید. شکل (۶) مقایسه نتایج را نشان می‌دهد. همانطور که از این شکل برمی‌آید تطابق بسیار خوبی بین نتایج وجود دارد. توزیع تنش شعاعی در ۳ دیسک در دمای 650 K در شکل (۷) مشاهده می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که اختلاف بین توزیع ذرات در ماده می‌تواند موجب ایجاد اختلاف معناداری در توزیع تنش شعاعی در دیسک‌های مختلف شود. علاوه بر این از نتایج بر می‌آید که نقطه تنش حداکثر خیلی متأثر از نحوه توزیع ذرات در دیسک‌ها نمی‌باشد. شکل (۷) نشان می‌دهد که تنش شعاعی در دیسک شماره ۱ نسبت به دو دیسک دیگر بیشتر است.



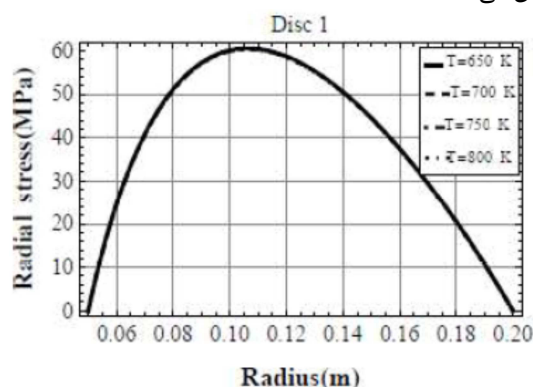
شکل ۶- اعتبارسنجی کد کامپیوتری



شکل ۷- توزیع تنش شعاعی در ۳ نوع دیسک در دمای 650 K

برای بررسی تأثیر دما روی تنش شعاعی، ۴ دمای مختلف انتخاب شده است و تأثیر این دماها روی توزیع تنش مطالعه شده است. نتایج نشان می‌دهند که مقدار دما تأثیر چشمگیری روی توزیع تنش‌های شعاعی و مماسی ندارد. به عنوان مثال

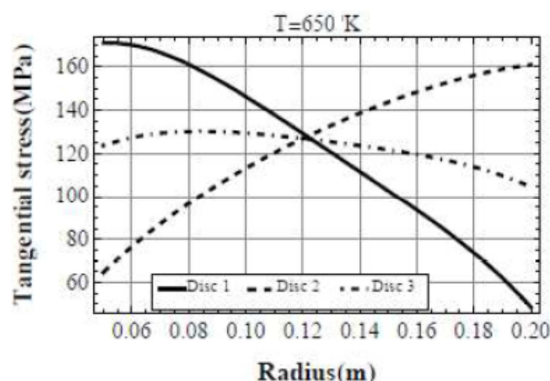
شکل (۸) تأثیر دما را روی توزیع تنش شعاعی در دیسک ۱ نشان می‌دهد.



شکل ۸- تأثیر دما روی توزیع تنش شعاعی در دیسک ۱

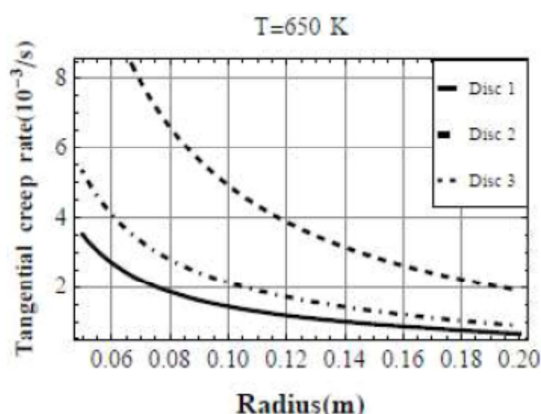
شکل (۹) بیان می‌دارد که تنش مماسی برای دیسک ۱ دارای رفتاری کاهشی در امتداد شعاع دیسک است. به صورتی که ماکزیمم مقدار خود را در شعاع داخلی دیسک دارد و سپس مرتب کاهش می‌یابد تا به کمترین مقدار خود در شعاع خارجی دیسک می‌رسد. در دیسک دوم برعکس دیسک اول تنش مماسی در داخل دیسک کمتر است و سپس به تدریج رشد می‌کند و در خارج دیسک ماکزیمم می‌شود به نظر می‌رسد دلیل این نحوه تغییرات تنش مماسی در دیسک ۱ و ۲ به ترتیب وجود مقادیر بالاتری از ذرات سیلیکات در شعاع داخلی و خارجی این دیسک‌ها می‌باشد. توزیع تنش مماسی در دیسک ۳ رفتار ملایم‌تری دارد و تنش مماسی در هر سه دیسک در شعاع میانی که مقدار ذرات یکسانند، با هم برابرند. نتایج تأثیر توزیع ذرات روی توزیع تنش مماسی در شکل (۹) به ازاء دمای یکنواخت 650 K ارائه شده است.

توزیع نرخ کرنش شعاعی در امتداد شعاع دیسک برای هر سه نوع دیسک در شکل (۱۰) ارائه شده است. نتایج حاکی از آن است که کمترین مقدار نرخ کرنش شعاعی در دیسک اول اتفاق می‌افتد که در آن حجم بیشتری از ذرات سیلیکات در شعاع داخلی دیسک وجود دارد. همچنین دیسک شماره ۲ بیشترین نرخ خزش شعاعی را در میان این سه دیسک دارد.

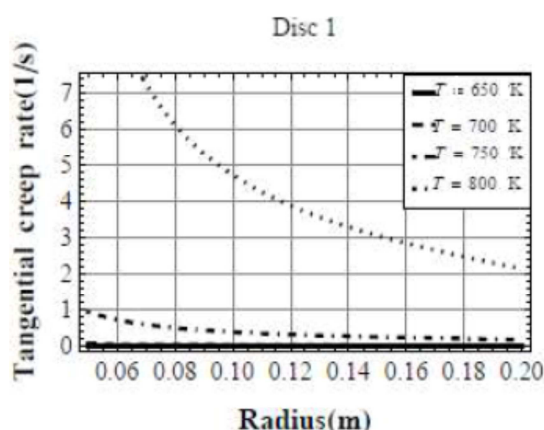


شکل ۹- توزیع تنش مماسی در دیسک‌های مختلف در دمای 650 K

در شکل (۱۳) تغییرات نرخ خزش مماسی دیسک ۱ قابل مشاهده است. مانند نرخ خزش شعاعی، نرخ خزش مماسی در دیسک دوم یعنی دیسکی با شیب مثبت تغییرات خطی ذرات سیلیکات در امتداد شعاع، نسبت به تغییرات دما بسیار حساس تر است و در این شرایط دیسک اول پاسخ مطلوب تری ارائه می دهد.

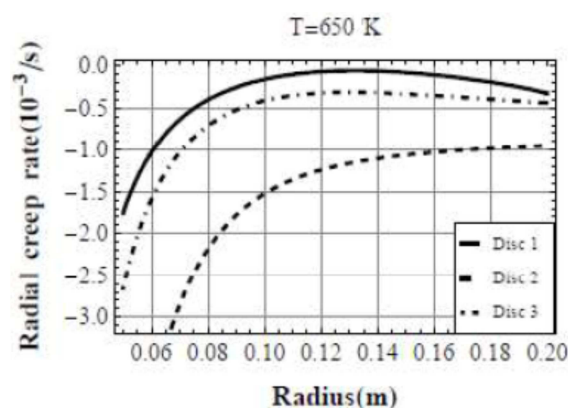


شکل ۱۲- نرخ خزش مماسی در دیسک های مختلف در دمای 650K



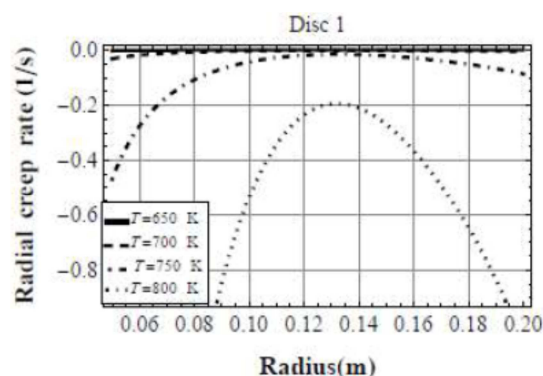
شکل ۱۳- نرخ خزش مماسی در دیسک ۱ در دماهای مختلف

تغییرات نرخ جابجایی شعاعی در دمای 650 K نیز در شکل (۱۴) ارائه شده است. البته با توجه به طبیعت انتگرالی جابجایی (در مقایسه با رفتار مشتقی کرنش) این شکل نمی تواند تمام جزئیاتی که در نمودارهای قبلی تنش و کرنش آشکار شد را بیان کند و تنها یک رفتار مشابه برای تمام دیسک ها پیش بینی می کند. این شکل نیز یافته های قبل را تایید می کند. بدین ترتیب که در دیسکی با شیب منفی برای تغییرات خطی ذرات سیلیکات در امتداد شعاع، نرخ جابجایی در مقایسه با دو دیسک دیگر کمتر است. همچنین مشخص است که دیسک دوم که در شعاع داخلی حجم کمتری از ذرات را داشته و به تدریج در امتداد شعاع با یک شیب مثبت حجم ذرات سیلیکات آن افزایش می یابد نرخ جابجایی شعاعی بیشتری نسبت به دو دیسک دیگر دارد. این مطلب نشان می دهد در تغییرات خطی ذرات سیلیکات در امتداد شعاع، اگر شیب تغییرات مثبت باشد نرخ های خزش



شکل ۱۰- نرخ کرنش شعاعی در دیسک های مختلف در دمای 650K

تأثیر دما روی نرخ کرنش شعاعی دیسک شماره ۱ در شکل (۱۱) نشان داده شده است. با توجه به نمودارهای ارائه شده در شکل (۱۱) همواره افزایش دما منجر به افزایش نرخ کرنش شعاعی می شود. در دیسک ۲ افزایش دما مقادیر بالاتری از نرخ های کرنش شعاعی را ایجاد می کند و این مساله می تواند در برخی موارد باعث بروز مشکلات بحرانی شود. نتایج نشان داد بین این سه نوع دیسک، تأثیر افزایش دما در دیسک دوم بسیار شدیدتر از دیسک های اول و سوم بوده است. همچنین نتایج نشان می دهند که کمترین مقدار نرخ کرنش شعاعی در ناحیه وسط دیسک اتفاق می افتد و حداکثر مقدار آن در شعاع های داخلی و خارجی دیسک روی می دهد. اما نرخ کرنش مماسی رفتار متفاوتی خواهد داشت. نرخ کرنش مماسی در شعاع داخلی دیسک ماکزیمم مقدار و در شعاع خارجی دیسک کمترین مقدار خود را دارد. در شعاع های داخلی نرخ کرنش مماسی به تدریج کاهش می یابد.



شکل ۱۱- نرخ کرنش شعاعی در دیسک ۱ در دماهای مختلف

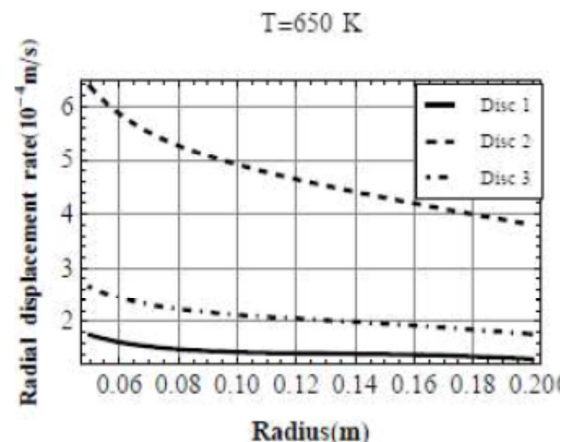
تغییرات نرخ کرنش مماسی در دیسک های مختلف در دمای 650 K در شکل (۱۲) مشاهده می شود. مشابه نرخ خزش شعاعی، دیسک دوم دارای نرخ کرنش بیشتری می باشد و دیسک اول نرخ کرنش کمتری دارد. برای بررسی تأثیر دما روی نرخ خزش مماسی دیسک ها، مانند قبل تغییرات آن در دماهای مختلف برای دیسک های شماره ۱، ۲ و ۳ استخراج گردیده است.

تدریج در شعاع‌های بزرگتر از مقدار آن کاسته شود، دیسک رفتار خزشی بسیار مطلوب‌تری خواهد داشت.

مراجع

- [1] Airplane flywheel handbook, U.S department of transportation federal aviation administration, 2004.
- [2] Betten J., Creep mechanics, 2nd edition, Springer Press, 2005.
- [3] Bhanot V. K., Singh D., "Research work on composite epoxy matrix & EP polyester reinforced material", International Journal of Engineering Research & technology (IJERT), Vol. 2, no. 1, 2013.
- [4] Wahl A. M., Sankey G. O., Manjoine M. J. and Shoemaker E., "Creep test of rotating discs at elevated temperature and comparisons with theory", Journal of Applied Mechanics, vol. 21, pp. 225-235, 1954.
- [5] Ma B. M., "A creep analysis of rotating solid discs", Journal of the Franklin Institute, vol. 267, pp. 157-168, 1959.
- [6] Ma B. M., "Creep analysis of rotating solid discs with variable thickness and temperature", Journal of the Franklin Institute, vol. 270, pp. 40-54, 1961.
- [7] Ma B. M., "A power-function creep analysis for rotating solid discs having variable thickness and temperature", Journal of the Franklin Institute, vol. 277, pp. 593-612, 1964.
- [8] Arya V. K. and Bhatnagar N. S., "Creep analysis of rotating orthotropic discs", International Journal of Nuclear Engineering and Design, vol. 55, pp. 323-330, 1979.
- [9] Deivedi D. D., Gupta V. K. and Dham A. K., "Investigating the effect of thickness profile of a rotating functionally graded disc on its creep behavior", Journal of Thermoplastic Composite Materials, vol. 26, no. 4, pp. 461-475, 2011.
- [10] Singh S. B., "Flow behavior and creep deformation in engineering components of composites", PH.D thesis, University of Roorkee, 2000.
- [11] Singh S. B. and Ray S., "Steady-state creep behavior in an isotropic functionally graded material rotating disc of Al-SiC composite", Journal of Metallurgical and Materials Transactions, vol. 32A, pp. 1679-1685, 2001.
- [12] Singh S. B. and Ray S., "Modeling the anisotropy and creep in orthotropic Al-SiC composite rotating disc", International Journal of Mechanics of Materials, vol. 34, no. 6, pp. 363-372, 2002.
- [13] Singh S. B. and Ray S., "Newly proposed yield criteria for residual stress and steady state creep in an anisotropic rotating composite disc", Journal of Materials Processing Technology, vol. 143, pp. 623-628, 2003.
- [14] Jahed H. and Bidabady J., "An axisymmetric method of creep analysis for primary and secondary creep", International Journal of Pressure Vessels and Piping, vol. 80, pp. 597-606, 2003.

بزرگ‌تری ایجاد می‌گردد که این مساله مطلوب نیست. پس پاسخ خزشی دیسک‌های با شیب تغییرات صفر و منفی بسیار بهتر از دیسک با شیب مثبت تغییرات است.



شکل ۱۴- نرخ جابجایی شعاعی در دیسک‌های مختلف در دمای 650 K

۵- نتیجه گیری

در این مقاله پاسخ خزش حالت پایای دیسک دوار ساخته شده از مواد مدرج تابعی با توزیع‌های مختلف ذرات، در دماهای مختلف بررسی شد. دو دیسک مختلف با توزیع خطی ذرات و با قدرمطلق شیب یکسان و یک دیسک با توزیع ثابت در نظر گرفته شدند بطوریکه حجم کلی ذرات در هر سه نوع دیسک یکسان باشد. مدل تحلیلی ریاضی کاملی برای حل مساله خزش دیسک دوار ارائه شد. نتایج نشان دادند که نحوه توزیع ذرات تأثیر قابل توجهی در توزیع نرخ کرنش و تنش در کل دیسک دارد. بطور مثال نتایج نشان دادند با اینکه حجم کلی ذرات در هر سه دیسک یکسان است اما دیسک اول که کسر حجمی ذرات در شعاع داخلی آن ماکزیمم است، دچار کرنش‌های خزشی کمتری شده است. مقادیر نرخ کرنش‌های شعاعی و مماسی در دیسک سوم که دارای توزیع ثابتی بود نیز کمتر از دیسک دوم است. تنش مماسی در دیسک اول بیشترین مقدار خود را در شعاع درونی دیسک دارد و سپس با یک کاهش تدریجی در میانه دیسک به کمترین مقدار خود در شعاع بیرونی می‌رسد و دیسک دوم رفتاری عکس این موضوع نشان می‌دهد. بررسی تأثیر دما نشان داد که افزایش دما منجر به افزایش قابل توجهی در نرخ‌های کرنش می‌شود اما تأثیر چشمگیری در تنش‌های شعاعی و مماسی ندارد. علاوه بر این تأثیر دما در دیسک‌های با کسر حجمی ذرات کمتر در شعاع داخلی، بسیار شدیدتر از دیسک‌های با مقادیر بیشتر ذرات در این شعاع است. بر این اساس اگر توزیع ذرات سلیکات در امتداد شعاع دیسک با شیب منفی انجام شود، یعنی مقدار چگالی ذرات در شعاع داخلی ماکزیمم باشد و به

- [15] Gupta V. K., Singh S. B., Chandrawat H. N. and Ray S., "Creep behavior of a rotating functionally graded composite disc operating under thermal gradients", *Journal of Metallurgical and Material Transactions*, vol. 35A, pp. 1381-1391, 2004.
- [16] Gupta V. and Singh S. B., "Mathematical model of creep behavior in an anisotropic rotating disc of Al-SiC with thickness variation in presence of thermal residual stress", *International Journal of Mechanical engineering and technology*, vol. 3, pp. 274-283, 2012.
- [17] Terada Y. and Sato T., "Relationship between minimum creep rate and rupture life for a Die-Cast Mg-Al-Mn alloy", *Journal of Materials transactions*, vol. 49, pp. 439-442, 2008.
- [18] Gupta V. K., Singh S. B., Chandrawat H. N. and Ray S., "Steady state creep and material parameters in a rotating disc of Al-SiC composite", *European Journal of Mechanics-A/Solids*, vol. 23, pp. 335-344, 2004.
- [19] Gupta V. K., Kumar V. and Ray S., "Modeling creep in a rotating disc with linear and quadratic composition gradient", *International Journal for Computer-Aided Engineering and Software*, vol. 26, pp. 400-421, 2009.
- [20] Pandey A. B., Mishra R. S. and Mahajan Y. R., "Steady state creep behavior of silicon carbide particulate reinforced aluminum composites", *Acta Metallurgica et Materialia*, vol. 40, pp. 2045-2082, 1992.
- [21] Rattan M., Chamoli N. and Singh S. B., "Creep analysis of an isotropic functionally graded rotating disc", *International Journal of Contemporary Mathematical Science*, vol. 5, pp. 419-431, 2010.