

## آنالیز تحلیلی هارمونیک‌های خروجی اینورترهای چندسطحی در حالت کلیدزنی نامتقارن

سیما شاه‌محمدی<sup>۱</sup>، دانشجوی دکتری؛ سیدحسین حسینی<sup>۱</sup>، استاد؛ ابراهیم بابایی<sup>۱</sup>، استاد؛ مهران صباحی<sup>۱</sup>، دانشیار؛ جابر فلاح<sup>۱</sup>، دانشجوی دکتری

۱- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه تبریز - تبریز - ایران -  
{shahmohamadi, hosseini, e-babaei, sabahi, j.fallah}@tabrizu.ac.ir

**چکیده:** در کاربردهای عملی، اینورترها ممکن است دارای کلیدزنی نامتقارن باشند. به‌عنوان مثال کلیدهای نیمه‌هادی یک مبدل ممکن است دقیقاً یکسان نباشند یا در مدار کنترل اینورتر نامتقارنی وجود داشته باشد که منجر به عدم تقارن در کلیدزنی مبدل گردد. این عدم تقارن باعث به وجود آمدن هارمونیک‌های اضافی در ولتاژ خروجی مبدل می‌گردد. این هارمونیک‌های اضافی معمولاً در طراحی مدار در نظر گرفته نمی‌شوند بنابراین می‌توانند باعث مشکلات فراوانی گردند. برای بررسی دقیق هارمونیک‌های ایجادشده در این مقاله مدل جدیدی برای اینورتر مبتنی بر مدل switching function ارائه شده است. با استفاده از این مدل روابط تحلیلی هارمونیک‌ها برای کلیدزنی نامتقارن محاسبه گردیده است. این روابط تحلیلی می‌تواند برای بهینه‌سازی و یا حذف هارمونیک‌های نامطلوب به کار رود. صحت نتایج تحلیلی با استفاده از نتایج شبیه‌سازی بررسی شده است. همچنین یک نمونه عملی ساخته شده است تا نتایج محاسبات تحلیلی مورد بررسی قرار گیرد.

**واژه‌های کلیدی:** اینورترهای چندسطحی، هارمونیک‌های ولتاژ، زوایای کلیدزنی نامتقارن، روابط تحلیلی، مدل‌سازی.

## Analytical Harmonic Analysis of Multilevel Inverters with Unbalanced Switching

Sima Shahmohamadi<sup>1</sup>, PhD Student; Seyyed Hossein Hosseini<sup>1</sup>, Professor; Ebrahim Babaei<sup>1</sup>, Professor; Mehran Sabahi<sup>1</sup>, Associate Professor; Jaber Fallah<sup>1</sup>, PhD Student

1- Faculty of Electrical and Computer Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran,  
Emails: {shahmohamadi, hosseini, e-babaei, sabahi, j.fallah}@tabrizu.ac.ir

**Abstract:** In practical applications of inverters, unbalanced conditions may be occurred. For instance, semiconductor switches of a converter may not be exactly the same or switching circuit may be unbalanced. This unbalance leads to additional harmonics in the output of converter. The additional harmonics usually are not considered in the design of circuit, so cause many problems. For precise investigation of these harmonics, a new model of inverter based on switching functions is presented. With this model, analytical equations of harmonics in unbalanced switching are calculated. These analytical equations can be used for designing process such as investigation of optimal cases or elimination of undesired harmonics. The accuracy of the analytical calculations is verified by simulation results. As well, an experimental prototype is constructed to verify analytical results.

**Keywords:** Multilevel inverters, Voltage harmonics, Unbalanced switching angles, Analytical relations, Modeling.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۳/۰۸/۰۳

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۳/۱۰/۲۱

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۱۱/۰۹

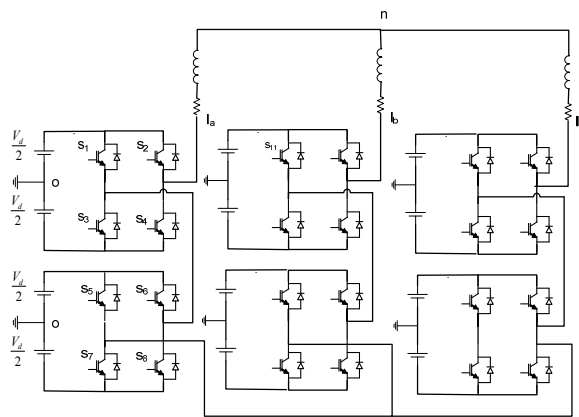
نام نویسنده مسئول: سیما شاه‌محمدی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - تبریز - بلوار ۲۹ بهمن - دانشگاه تبریز - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر.

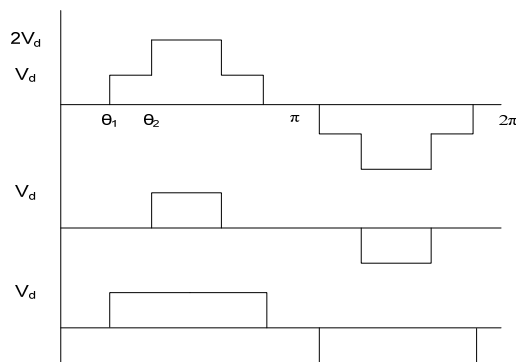
۱- مقدمه

۲- مدل پیشنهادی مبدل برای آنالیز عدم تقارن در کلیدزنی

برای بررسی عدم تقارن در کلیدزنی اینورتر چندسطحی زنجیره‌ای (cascade) در نظر گرفته شده است. ساختار زنجیره‌ای یکی از ساختارهای مهم اینورترهای چندسطحی است. مدار آن ساده و مدولار بوده و کمترین تعداد قطعات را در مقایسه با ساختارهای مشهور diode clamped و flying capacitor دارد. اینورتر پنج‌سطحی در شکل ۱ و شکل موج ولتاژ خروجی آن در شکل ۲ نشان داده شده است. همان‌گونه که در شکل دیده می‌شود شکل موج ولتاژ خروجی حاصل جمع ولتاژ سلول‌های اینورتر است.



شکل ۱: ساختار اینورتر زنجیره‌ای پنج‌سطحی



شکل ۲: ولتاژ خروجی اینورتر زنجیره‌ای پنج‌سطحی

اینورترها امروزه در کاربردهای مختلفی مانند درایوها، تولید پراکنده و غیره به کار می‌روند. عملکرد این مبدل‌ها معمولاً در حالت متقارن در نظر گرفته می‌شود [۱، ۲]، اما حالت‌های نامتقارن زیادی در عملکرد اینورتر ممکن است اتفاق بیفتند. اینورترها در مرجع [۳] تحت شرایط بار نامتقارن بررسی شده‌اند و در مرجع [۴] برای منابع DC نامتعادل بررسی گردیده‌اند؛ اما در هیچ‌یک از این مراجع آنالیز هارمونیک‌ی صورت نگرفته است. تنظیم منابع DC در مرجع [۵] منجر به کاهش THD می‌گردد. در این مقاله از روش حذف انتخابی هارمونیک‌ها استفاده شده است و روش PWM بررسی نگردیده است. از آنجایی که در روش حذف انتخابی هارمونیک‌ها زوایای آتش محاسبه می‌گردند، در نتیجه محاسبه هارمونیک‌ها در این روش نسبت به روش PWM ساده‌تر است. روش charge balance control برای اینورتر زنجیره‌ای نامتقارن در مرجع [۶] بررسی گردیده است اما در این مقاله نیز بحث هارمونیک‌ی صورت نگرفته است. در مراجع [۷، ۸] ساختارهای جدیدی برای اینورترها در شرایط نامتقارن ارائه شده است. طیف هارمونیک‌ی ولتاژ خروجی این اینورترها با استفاده از شبیه‌سازی به دست آمده است و هیچ تحلیلی ریاضی صورت نگرفته است. در مرجع [۹] نیز روابط کلی برای حذف انتخابی هارمونیک‌ها در حالت متقارن و نامتقارن ارائه شده؛ البته روابط این هارمونیک‌های خروجی نسبت به روش PWM بسیار ساده‌تر است. هارمونیک‌های خروجی ولتاژ برای روش PWM در مرجع [۱۰] به دست آمده است؛ اما این روابط تنها برای حالت متقارن صادق بوده و در حالت عدم تقارن بررسی نگردیده است. مثلاً عدم تقارن در کلیدزنی اینورتر می‌تواند باعث تولید هارمونیک‌های اضافی گردد و این هارمونیک‌های اضافی می‌تواند باعث مشکلاتی مانند تلفات اضافی و عملکرد نادرست رله‌ها گردد. اینورترهای چندسطحی به علت توانایی عملکرد در ولتاژ و توان‌های بالا و هارمونیک‌های خروجی پایین در سال‌های اخیر مورد توجه زیادی بوده‌اند. اینورترهای چندسطحی دارای ساختارهای متنوعی می‌باشند [۱۱] و روش‌های مدولاسیون مختلفی برای آن‌ها ارائه شده است [۱۲، ۱۳]. به علت پیچیده بودن روش‌های مدولاسیون آن‌ها اکثر تحقیقات بر روی هارمونیک‌های خروجی ولتاژ با شبیه‌سازی بوده و روابط تحلیلی بخصوص در حالت کلیدزنی نامتعادل ارائه نشده است.

در این مقاله روشی برای محاسبه هارمونیک‌های تولیدشده در حالت کلیدزنی نامتقارن ارائه شده است. برای محاسبه این هارمونیک‌ها ابتدا اینورتر مدل شده است. مدل پیشنهادی بر پایه مدل switching function قرار دارد که دارای مزایای زیر است:

- ۱- مدل‌سازی دقیق هارمونیک‌ها
- ۲- کاهش زمان شبیه‌سازی
- ۳- توانایی توسعه مدل

روابط تحلیلی به‌دست‌آمده می‌تواند برای اهداف بهینه‌سازی یا حذف هارمونیک‌های موردنظر بدون درگیری با مشکلات شبیه‌سازی به کار رود. صحت روابط تحلیلی به‌دست‌آمده توسط نتایج شبیه‌سازی تأیید گردیده است. همچنین یک نمونه عملی برای تأیید صحت نتایج ساخته شده است.

در ابتدا تابع تبدیل اینورتر چندسطحی به دست آورده می‌شود. تابع تبدیل، متغیرهای خروجی را برحسب متغیرهای ورودی بیان می‌کند. ولتاژ خروجی و جریان ورودی اینورتر به‌صورت رابطه‌های (۱) و (۲) بیان می‌گردد.

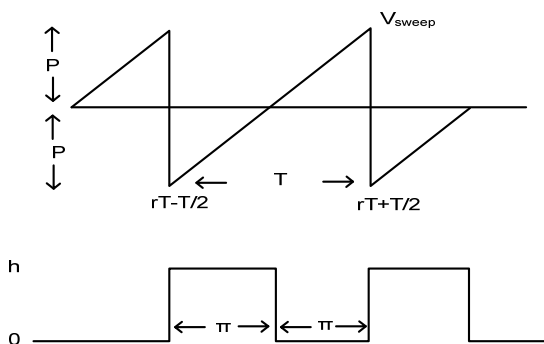
$$[V_{ab} \ V_{bc} \ V_{ca}] = TV_d \quad (1)$$

$$I_{in} = T [I_a \ I_b \ I_c] \quad (2)$$

که در این روابط T تابع تبدیل اینورتر است،  $V_{ab}$ ،  $V_{bc}$  و  $V_{ca}$  ولتاژهای خروجی و  $I_{in}$  جریان ورودی و  $V_d$  ولتاژ ورودی و  $I_a$ ،  $I_b$  و  $I_c$  جریان‌های خروجی می‌باشند [۱۴، ۱۵]. روش‌های مدولاسیون زیادی برای اینورترهای چندسطحی ارائه شده است. در این میان روش Phase

برای این منظور تابع تبدیل جدیدی تعریف می‌گردد که شامل تأثیر تغییرات زاویه آتش است [۱۶]. در شکل ۳ خط‌چین نشان‌دهنده تابع تبدیل پایه و خط پر نشان‌دهنده تابع تبدیل با تغییر زاویه‌ای به اندازه  $\Delta\alpha$  است. تفاوت این دو شکل در شکل ۳b نشان داده شده است.

باید توجه گردد که  $\Delta\alpha$  متغیر است. با محاسبه سری فوریه شکل ۳b و اضافه کردن آن بر روی سری فوریه شکل مدوله‌نشده، بسط فوریه تابع تبدیل مدوله‌شده قابل محاسبه است. برای محاسبه بسط فوریه شکل ۳b مفهوم مدولاسیون عرض پالس ارائه‌شده توسط شوارتز مورد استفاده قرار گرفته است. در این بررسی مدولاسیون عرض پالس از مقایسه موج مرجع با موج دنداناره‌ای مطابق شکل ۴ به دست می‌آید.



شکل ۴: تولید سیگنال مدولاسیون عرض پالس

فرم کلی بسط فوریه به صورت زیر خواهد بود:

$$F(\alpha) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\alpha} \quad (16)$$

متغیر  $c_k$  دامنه هارمونیک  $k$ ام بوده و به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$c_k = a_k + jb_k = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} F(t) e^{-jk\alpha} dt, -\infty < k < \infty \quad (17)$$

برای روش مدولاسیون PWM حل این انتگرال بسیار مشکل است [۱۷]. روش مناسب استفاده از انتگرال فوریه دابل به صورت زیر است [۱۸، ۱۳]:

$$F(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{mn} e^{j(mx+ny)} \quad (18)$$

$$c_{mn} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(x, y) e^{-j(mx+ny)} dx dy \quad (19)$$

در تحلیل شوارتز مدولاسیون عرض پالس با مقایسه سیگنال مرجع با موج دنداناره‌ای ولتاژ حاصل می‌شود. اگر موج مرجع به صورت  $Q\cos\omega t$  در نظر گرفته شود، طیف فرکانسی شکل موج حاصل به صورت زیر خواهد بود [۱۶] و [۱۹]:

shifted PWM در حقیقت توسعه روش PWM مرسوم است.  $S_B$  و  $S_A$  توابع کلیدزنی سلول اول و دوم اینورتر پنج‌سطحی زنجیره‌ای می‌باشند که با مقایسه موج مرجع و موج حامل به دست می‌آیند.  $S_{Ba}$  و  $S_{Aa}$  توابع کلیدزنی فاز  $a$  می‌باشند. این توابع کلیدزنی می‌توانند به صورت زیر با سری فوریه بیان گردند:

$$S_{Aa} = \frac{V_d}{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\alpha) \quad (3)$$

$$S_{Ab} = \frac{V_d}{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\alpha - 120) \quad (4)$$

$$S_{Ac} = \frac{V_d}{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\alpha - 240) \quad (5)$$

بنابراین  $V_{ao}$ ،  $V_{bo}$  و  $V_{co}$  به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$V_{ao} = \frac{V_d}{2} (S_{Aa} + S_{Bb}) \quad (6)$$

$$V_{bo} = \frac{V_d}{2} (S_{Ab} + S_{Bb}) \quad (7)$$

$$V_{co} = \frac{V_d}{2} (S_{Ac} + S_{Bc}) \quad (8)$$

در این حالت ولتاژهای خط به خط به صورت زیر خواهند بود:

$$V_{ab} = V_{ao} - V_{bo} \quad (9)$$

$$V_{bc} = V_{bo} - V_{co} \quad (10)$$

$$V_{ca} = V_{co} - V_{ao} \quad (11)$$

و ولتاژهای فاز به صورت زیر خواهند بود:

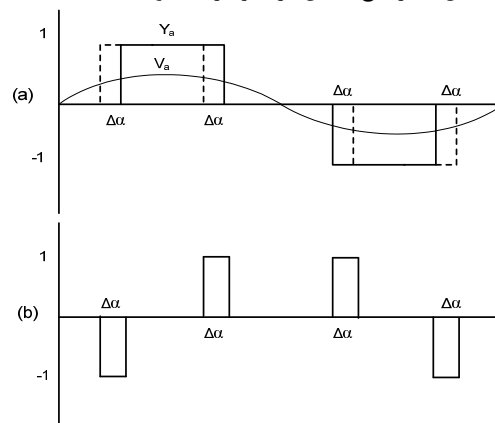
$$V_{no} = \frac{1}{3} (V_{ao} + V_{bo} + V_{co}) \quad (12)$$

$$V_{an} = V_{ao} - V_{no} \quad (13)$$

$$V_{bn} = V_{bo} - V_{no} \quad (14)$$

$$V_{cn} = V_{co} - V_{no} \quad (15)$$

در روش مدولاسیون PWM عرض پالس‌ها متغیر است بنابراین دامنه هارمونیک‌ها به سادگی قابل محاسبه نیست. برای نشان دادن تأثیر مدولاسیون بر روی هارمونیک‌های ولتاژ خروجی تغییرات زاویه آتش باید مطابق شکل ۳ در تابع تبدیل در نظر گرفته شود.



شکل ۳: تغییرات زاویه آتش اینورتر

متغیر  $\alpha_1$  زاویه آتش سلول اول از اینورتر است. با جایگذاری این روابط در رابطه (۲۳) و ساده‌سازی خواهیم داشت:

$$F_1(t) = \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ -\frac{J_0(mb)}{m} \sin(m \frac{\pi}{2}) \cos(m \omega_0 (t - \frac{\pi}{\omega_0})) - \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_n(mb)}{m} \cos(nk \omega_0 t + n \delta_k) \right] \cdot \left[ \sin(m \omega_0 (t - \frac{\alpha_1}{\omega_0}) - \frac{n\pi}{2}) + \sin(m \omega_0 (t - \frac{\pi - \alpha_1}{\omega_0}) - \frac{n\pi}{2}) - \sin(m \omega_0 (t - \frac{\pi + \alpha_1}{\omega_0}) - \frac{n\pi}{2}) - \sin(m \omega_0 (t - \frac{2\pi - \alpha_1}{\omega_0}) - \frac{n\pi}{2}) \right] \quad (26)$$

از آنجایی که ولتاژ خروجی اینورتر پنج‌سطحی مطابق شکل ۲ از حاصل جمع دو شکل موج تشکیل شده است، برای قسمت اول طیف هارمونیک‌ها از رابطه (۲۷) به دست می‌آید.

$$F_{M1}(t) = F_1(t) + F_s(t) \quad (27)$$

برای قسمت دوم شکل موج  $F_2(t)$  تعریف می‌گردد. برای محاسبه روابط (۲۸) و (۲۹) به صورت زیر در رابطه (۲۳) جایگذاری می‌گردند:

$$h_1 = +1, h_2 = +1, h_3 = -1, h_4 = -1 \quad (28)$$

$$T_1 = \frac{\alpha_2}{\omega_0}, T_2 = \frac{\pi - \alpha_2}{\omega_0}, T_3 = \frac{\pi + \alpha_2}{\omega_0}, T_4 = \frac{2\pi - \alpha_2}{\omega_0} \quad (29)$$

با جمع  $F_2(t)$  با بسط فوریه شکل موج مدوله‌نشده،  $F_{M2}(t)$  به دست می‌آید. بسط فوریه ولتاژ خروجی اینورتر با ولتاژ ورودی  $V_{dc}$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F_a(t) = F_{M1}(t) + F_{M2}(t) = V_{dc} \left( \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} ((-1)^m - 1) \frac{\sin(m \omega_0 t)}{m} + \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ -\frac{J_0(mb)}{m} \sin(m \frac{\pi}{2}) \cos(m \omega_0 (t - \frac{\pi}{\omega_0})) + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_n(mb)}{m} \cos(nk \omega_0 t + n \delta_k) \right] \cdot \left[ \sin(m \omega_0 (t - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2\omega_0}) - \frac{n\pi}{2}) \cos(\frac{m(\alpha_2 - \alpha_1)}{2}) + \sin(m \omega_0 (t - \frac{2\pi - \alpha_1 - \alpha_2}{2\omega_0}) - \frac{n\pi}{2}) \cos(\frac{m(\alpha_1 - \alpha_2)}{2}) - \sin(m \omega_0 (t - \frac{2\pi + \alpha_1 + \alpha_2}{2\omega_0}) - \frac{n\pi}{2}) \cos(\frac{m(\alpha_2 - \alpha_1)}{2}) - \sin(m \omega_0 (t - \frac{4\pi - \alpha_1 - \alpha_2}{2\omega_0}) - \frac{n\pi}{2}) \cos(\frac{m(\alpha_1 - \alpha_2)}{2}) \right] \right) \quad (30)$$

تا این قسمت از بحث حالت متقارن در نظر گرفته شده است. حال به بررسی حالت‌های نامتقارن پرداخته می‌شود.

$$F_1(t) = \frac{h}{2} - \frac{hQ}{2p} \cos qt + \frac{h}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} [(-1)^m - J_0(\frac{m\pi Q}{P})] \frac{\sin(mpt)}{m} - \frac{h}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_n(\frac{m\pi Q}{P})}{m} [\sin(mpt + nqt + \frac{n\pi}{2}) + \sin(mpt - nqt + \frac{n\pi}{2})] \quad (20)$$

که در این رابطه  $p$  فرکانس موج دندانه‌ارهای،  $h$  ارتفاع پالس و  $J$  تابع بسل،  $P$  دامنه موج دندانه‌ارهای،  $Q$  دامنه موج مرجع و  $q$  فرکانس موج مرجع است. اگر طیف هارمونیک‌ها شکل موج مدوله‌نشده یعنی قسمت نقطه‌چین در شکل ۳a از طیف هارمونیک‌ها شکل موج مدوله‌شده یعنی رابطه (۲۰) کم گردد تأثیرات هارمونیک‌ها ناشی از مدولاسیون به دست خواهد آمد. بسط فوریه شکل موج مدوله‌نشده به صورت زیر است [۱۹]:

$$F_s(t) = \frac{h}{2} + \frac{h}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} [(-1)^m - 1] \frac{\sin(m \omega_0 t)}{m} \quad (21)$$

در نتیجه تأثیر مدولاسیون بر روی طیف هارمونیک‌ها به صورت زیر است:

$$F_1(t) = \frac{hb}{2\pi} \cos(k \omega_0 t + \delta_k) + \frac{h}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} [(-1)^m - J_0(mb)] \frac{\sin(m \omega_0 t)}{m} - \frac{h}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_n(mb)}{m} [\sin((m + nk) \omega_0 t + n \delta_k - \frac{n\pi}{2}) + \sin((m - nk) \omega_0 t - n \delta_k - \frac{n\pi}{2})] \quad (22)$$

با توجه به شکل ۳b دیده می‌شود که هرکدام از پالس‌ها در این شکل مشابه شکل موج شوارتز است. در نتیجه برای هر پالس رابطه (۲۳) را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$F_i(t) = \frac{h_i b}{2\pi} \cos(k \omega_0 t + \delta_k) + \frac{h_i}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} [1 - J_0(mb)] \frac{\sin(m \omega_0 (t - T_i))}{m} - \frac{h_i}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_n(mb)}{m} [\sin(m \omega_0 (t - T_i) + nk \omega_0 t + n \delta_k - \frac{n\pi}{2}) + \sin(m \omega_0 (t - T_i) - nk \omega_0 t - n \delta_k - \frac{n\pi}{2})] \quad (23)$$

در حالت متعادل برای سلول اول روابط (۲۴) و (۲۵) را خواهیم داشت.

$$h_1 = +1, h_2 = +1, h_3 = -1, h_4 = -1 \quad (24)$$

$$T_1 = \frac{\alpha_1}{\omega_0}, T_2 = \frac{\pi - \alpha_1}{\omega_0}, T_3 = \frac{\pi + \alpha_1}{\omega_0}, T_4 = \frac{2\pi - \alpha_1}{\omega_0} \quad (25)$$

### ۳- بررسی عدم تقارن در تابع کلیدزنی

در این قسمت تأثیر عدم تعادل در کلیدزنی بر روی هارمونیک‌های ولتاژ خروجی با توسعه روابط قسمت قبل به دست آمده است. روابط به‌دست‌آمده برای حالت‌های مختلف عدم تعادل بررسی شده و تغییرات لازم اعمال گردیده است.

#### ۳-۱- عدم تقارن در یک کلید از یک سلول فاز A

در رابطه (۲۵)  $T_1$  تا  $T_4$  در حالت متقارن در نظر گرفته شده است. در این قسمت فرض می‌شود که کلید  $S_1$  از سلول اول فاز A به‌جای زاویه  $\alpha_1$  در زاویه‌ای مانند  $\alpha'_1$  روشن می‌گردد؛ بنابراین رابطه (۲۵) به‌صورت زیر تبدیل خواهد شد:

$$T_1 = \frac{\alpha'_1}{\omega_0}, T_2 = \frac{\pi - \alpha'_1}{\omega_0}, T_3 = \frac{\pi + \alpha_1}{\omega_0}, T_4 = \frac{2\pi - \alpha_1}{\omega_0} \quad (۳۱)$$

با جایگذاری رابطه (۳۱) در رابطه (۲۶)  $F_1(t)$  محاسبه می‌شود. توجه کنید که در این حالت  $F_2(t)$  بدون تغییر باقی می‌ماند.

$$\begin{aligned} F_a(t) &= F_{M1}(t) + F_{M2}(t) = \\ V_{dc} &\left( \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} ((-1)^m - 1) \frac{\sin(m\omega_0 t)}{m} + \right. \\ &\left. \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ -\frac{J_0(mb)}{m} \sin(m\omega_0(t - \frac{\pi}{2\omega_0})) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cos(m\omega_0(\frac{\pi}{2\omega_0} - \frac{\alpha'_1}{\omega_0})) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. (\sin(m\omega_0(t - \frac{3\pi}{2\omega_0})) \cos(m\omega_0(\frac{\pi}{2\omega_0} - \frac{\alpha'_1}{\omega_0}))) \right] \right) \\ &- \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_n(mb)}{m} \cos(nk\omega_0 t + n\delta_k) \\ &[\sin(m\omega_0(t - \frac{\alpha'_1 + \alpha_2}{2\omega_0}) - \frac{n\pi}{2}) \cos(\frac{m(\alpha_2 - \alpha'_1)}{2}) \\ &+ \sin(m\omega_0(t - \frac{2\pi - \alpha'_1 - \alpha_2}{2\omega_0}) - \frac{n\pi}{2}) \cos(\frac{m(\alpha'_1 - \alpha_2)}{2}) \\ &- \sin(m\omega_0(t - \frac{2\pi + \alpha'_1 + \alpha_2}{2\omega_0}) - \frac{n\pi}{2}) \cos(\frac{m(\alpha_2 - \alpha'_1)}{2}) \\ &- \sin(m\omega_0(t - \frac{4\pi - \alpha'_1 - \alpha_2}{2\omega_0}) - \frac{n\pi}{2}) \cos(\frac{m(\alpha'_1 - \alpha_2)}{2})] \end{aligned} \quad (۳۲)$$

با جایگذاری  $F_1(t)$  و  $F_2(t)$  روابط (۳۲) برای حالت نامتقارن اول با همان روش قسمت قبل محاسبه می‌گردد.

#### ۳-۲- عدم تقارن در دو کلید از یک سلول فاز A

در این حالت فرض می‌شود که کلیدهای  $S_1$  و  $S_2$  از سلول اول فاز A به‌جای  $\alpha_1$  در  $\alpha'_1$  و  $\alpha'_{11}$  روشن می‌شوند. رابطه (۲۵) به‌صورت زیر خواهد بود:

$$T_1 = \frac{\alpha'_1}{\omega_0}, T_2 = \frac{\pi - \alpha'_1}{\omega_0}, T_3 = \frac{\pi + \alpha'_{11}}{\omega_0}, T_4 = \frac{2\pi - \alpha'_{11}}{\omega_0} \quad (۳۳)$$

با جایگذاری رابطه (۳۳) در رابطه (۲۶)،  $F_1(t)$  به‌صورت زیر به‌دست

می‌آید:

$$\begin{aligned} F_a(t) &= F_{M1}(t) + F_{M2}(t) = \\ V_{dc} &\left( \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} ((-1)^m - 1) \frac{\sin(m\omega_0 t)}{m} + \right. \\ &\left. \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ -\frac{J_0(mb)}{m} \sin(m\omega_0(t - \frac{\pi}{2\omega_0})) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cos(m\omega_0(\frac{\pi}{2\omega_0} - \frac{\alpha'_1}{\omega_0})) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. (\sin(m\omega_0(t - \frac{3\pi}{2\omega_0})) \cos(m\omega_0(\frac{\pi}{2\omega_0} - \frac{\alpha'_1}{\omega_0}))) \right] \right) \\ &- \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_n(mb)}{m} \cos(nk\omega_0 t + n\delta_k) \\ &[\sin(m\omega_0(t - \frac{\alpha'_1 + \alpha_2}{2\omega_0}) - \frac{n\pi}{2}) \cos(\frac{m(\alpha_2 - \alpha'_1)}{2}) \\ &+ \sin(m\omega_0(t - \frac{2\pi - \alpha'_1 - \alpha_2}{2\omega_0}) - \frac{n\pi}{2}) \cos(\frac{m(\alpha'_1 - \alpha_2)}{2}) \\ &- \sin(m\omega_0(t - \frac{2\pi + \alpha'_1 + \alpha_2}{2\omega_0}) - \frac{n\pi}{2}) \cos(\frac{m(\alpha_2 - \alpha'_1)}{2}) \\ &- \sin(m\omega_0(t - \frac{4\pi - \alpha'_1 - \alpha_2}{2\omega_0}) - \frac{n\pi}{2}) \cos(\frac{m(\alpha'_1 - \alpha_2)}{2})] \end{aligned} \quad (۳۴)$$

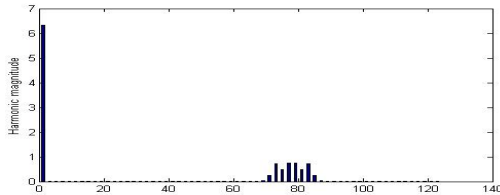
از آن‌جایی که  $F_2(t)$  مربوط به سلول دوم است بدون تغییر باقی می‌ماند و بسط فوریه نهایی به‌صورت رابطه (۳۴) به دست می‌آید.

#### ۳-۳- عدم تقارن در دو سلول فاز A

در این قسمت  $S_1$  از سلول اول فاز A دارای تأخیر بوده و به‌جای  $\alpha_1$  در  $\alpha'_1$  روشن می‌گردد و کلید  $S_2$  از سلول دوم از فاز A به‌جای  $\alpha_2$  در  $\alpha'_2$  روشن می‌شود. در این حالت هردوی  $F_1(t)$  و  $F_2(t)$  تغییر خواهند کرد.  $F_1(t)$  مانند رابطه (۳۲) خواهد بود و  $F_2(t)$  به‌صورت رابطه (۳۵) خواهد بود. با جایگذاری این دو رابطه در رابطه (۳۰) بسط فوریه شکل موج نهایی محاسبه می‌گردد. این رابطه مشابه رابطه (۳۲) با تغییرات متناظر در  $\alpha_1$  و  $\alpha_2$  خواهد بود.

$$\begin{aligned} F_2(t) &= -\frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2J_0(mb)}{m} [\sin(m\omega_0(t - \frac{\pi}{2\omega_0})) \\ &\quad \cos(m\omega_0(\frac{\pi}{2\omega_0} - \frac{\alpha'_2}{\omega_0})) - \\ &\quad (\sin(m\omega_0(t - \frac{3\pi}{2\omega_0})) \cos(m\omega_0(\frac{\pi}{2\omega_0} - \frac{\alpha'_2}{\omega_0}))) \\ &- \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_n(mb)}{m} \cos(nk\omega_0 t + n\delta_k) \\ &[\sin(m\omega_0(t - \frac{\alpha'_2}{\omega_0}) - \frac{n\pi}{2}) \\ &+ \sin(m\omega_0(t - \frac{\pi - \alpha'_2}{\omega_0}) - \frac{n\pi}{2}) \\ &- \sin(m\omega_0(t - \frac{\pi + \alpha_2}{\omega_0}) - \frac{n\pi}{2}) \\ &- \sin(m\omega_0(t - \frac{2\pi - \alpha_2}{\omega_0}) - \frac{n\pi}{2})] \end{aligned} \quad (۳۵)$$

است در نتیجه هارمونیک‌های غالب در اطراف فرکانس  $4f_c$  پراکنده می‌باشند. از آنجایی که عبارات تحلیلی در PSCAD قابل محاسبه نمی‌باشند در نتیجه از نرم‌افزار MATLAB برای این محاسبات استفاده شده است. هارمونیک‌های ولتاژ خروجی اینورتر چندسطحی با استفاده از رابطه (۳۰) محاسبه گردیده است. تمام پارامترهای مدار مشابه حالت قبل در نظر گرفته شده است. نتایج در شکل ۷ نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود حذف هارمونیک‌ها تا هارمونیک‌های اطراف فرکانس  $4f_c$  یعنی ضریب  $2N$  فرکانس حامل اتفاق افتاده است.



شکل ۷: طیف هارمونیک ولتاژ خروجی اینورتر پنج‌سطحی زنجیره‌ای با روابط تحلیلی  
هارمونیک‌های غالب در شکل ۷ برای بررسی بهتر در جدول ۱ آورده شده‌اند.

جدول ۱: هارمونیک‌های اینورتر پنج‌سطحی زنجیره‌ای در حالت متقارن

مرتب‌ه هارمونیک	فرکانس هارمونیک	دامنه هارمونیک
۷۳	$4f_c - 7f_0$	۰/۲۲
۷۵	$4f_c - 5f_0$	۰/۷۴
۷۷	$4f_c - 3f_0$	۰/۴۸
۷۹	$4f_c - f_0$	۰/۷۴
۸۱	$4f_c + f_0$	۰/۷۶
۸۳	$4f_c + 3f_0$	۰/۴۸
۸۵	$4f_c + 5f_0$	۰/۷۵
۸۷	$4f_c + 7f_0$	۰/۲۵

هارمونیک‌های غالب در فرکانس‌های  $4f_c \pm f_0$ ,  $4f_c \pm 3f_0$ ,  $4f_c \pm 5f_0$ ,  $4f_c \pm 7f_0$  در شکل ۷ دیده می‌شوند. هارمونیک‌های فرکانس‌های  $4f_c \pm 2f_0$ ,  $4f_c \pm 4f_0$ ,  $4f_c \pm 6f_0$ ,  $4f_c \pm 8f_0$  حذف شده‌اند. نتایج به‌دست‌آمده با نتایج مرجع [۲۰] نیز مقایسه گردیده است. در این مرجع رابطه هارمونیک‌های ولتاژ خروجی به‌صورت (۳۶) است که هارمونیک‌های به‌دست‌آمده با نتایج شکل ۷ مطابقت دارد.

$$V_{pm}(t) = V_{dc} [2MN \cos(\omega t) + \frac{4}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{m} \cos((Nm + n + 1)\pi)] \quad (36)$$

$$J_{2n-1}(2Nm \frac{\pi}{2} M) \cos(2Nm\omega t + (2n-1)\omega t)$$

در مرجع [۲۰] هارمونیک‌ها فقط برای حالت متقارن محاسبه شده است. در ادامه حالت‌های نامتقارن را بررسی خواهد شد.

### ۳-۴- عدم تقارن در دو کلید از یک سلول فاز A و B

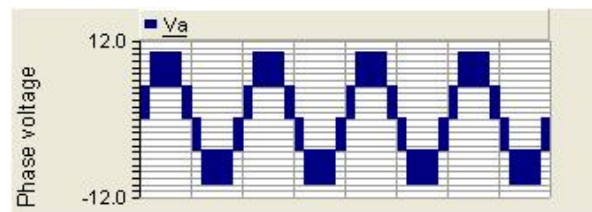
در این قسمت  $S_1$  از سلول اول فاز A به جای  $\alpha_1$  در  $\alpha_1'$  روشن می‌گردد و کلید  $S_{11}$  از سلول اول از فاز B به جای  $\alpha_{12}$  در  $\alpha_{12}'$  روشن می‌گردد. هردوی این تغییرات در  $F_i(t)$  فاز A و B اعمال شده و تغییرات نهایی در ولتاژ خط دیده می‌شود.

### ۴- نتایج تحلیلی و شبیه‌سازی

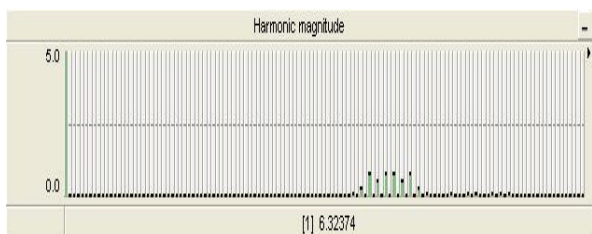
صحت روابط تحلیلی به‌دست‌آمده با استفاده از نرم‌افزارهای PSCAD و MATLAB برای یک اینورتر پنج‌سطحی زنجیره‌ای بررسی گردیده است. نتایج شبیه‌سازی با استفاده از نرم‌افزار PSCAD به دست آمده و با نتایج تحلیلی به‌دست‌آمده مقایسه گردیده است. در ابتدا هارمونیک‌های ولتاژ خروجی برای اینورتر متقارن به دست آورده شده و سپس نتایج با حالت‌های نامتقارن مقایسه گردیده است.

### ۴-۱- بررسی هارمونیک‌های خروجی در حالت متقارن

اینورتر پنج‌سطحی زنجیره‌ای با دو سلول در هر فاز در نظر گرفته شده است ( $N=2$ ). روش مدولاسیون Phase shifted SPWM برای کلیدزنی استفاده شده است. شیفت فاز برابر ۹۰ درجه است،  $M=0/9$  و  $V_d=5V$  در نظر گرفته شده است. فرکانس موج مرجع برابر با ۵۰ Hz و فرکانس موج حامل برابر با ۱۰۰۰ Hz است. ولتاژ فاز خروجی در شکل ۵ نشان داده شده است. طیف هارمونیک ولتاژ خروجی در شکل ۶ نشان داده شده است. در این شکل ۱۲۷ هارمونیک آورده شده است.



شکل ۵: ولتاژ فاز خروجی اینورتر پنج‌سطحی زنجیره‌ای



شکل ۶: طیف هارمونیک ولتاژ خروجی اینورتر پنج‌سطحی زنجیره‌ای (هارمونیک‌های ۱ تا ۱۲۷)

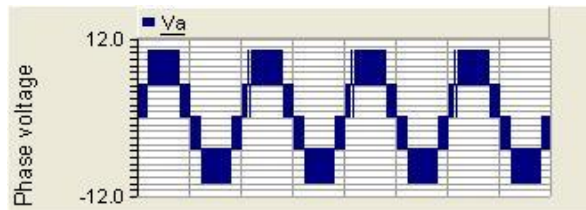
همان‌طور که در شکل‌ها دیده می‌شود هارمونیک‌های غالب در اطراف هارمونیک ۸۰ پراکنده می‌باشند. همچنین هارمونیک‌های زوج صفر بوده و فقط هارمونیک‌های فرد موجود می‌باشند. از آنجایی که فرکانس موج مرجع برابر با ۵۰ Hz و فرکانس موج حامل برابر با ۱۰۰۰ Hz

#### ۴-۲- بررسی هارمونیک‌های خروجی در حالت نامتقارن با

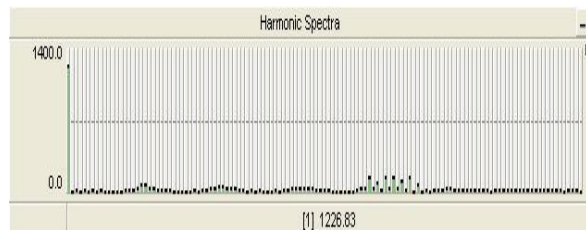
#### شبیه‌سازی

در ابتدا برای حالت الف فرض می‌شود که کلید  $S_1$  از سلول اول فاز A دارای تأخیری برابر با  $t=0/0001s$  در مقایسه با سایر کلیدها است. سایر پارامترهای مدار مشابه حالت متقارن است. ابتدا نتایج شبیه‌سازی ارائه می‌گردد. ولتاژ خروجی در شکل ۸ و طیف هارمونیک آن در شکل ۹ نشان داده شده است.

$t=0/0001s$  باشد شکل موج ولتاژ خروجی و طیف هارمونیک آن در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ نشان داده شده است.

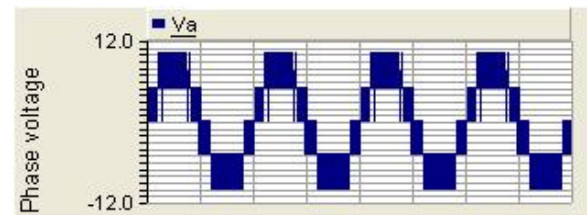


شکل ۱۱: ولتاژ فاز خروجی اینورتر پنج‌سطحی زنجیره‌ای با تأخیر در  $S_2$

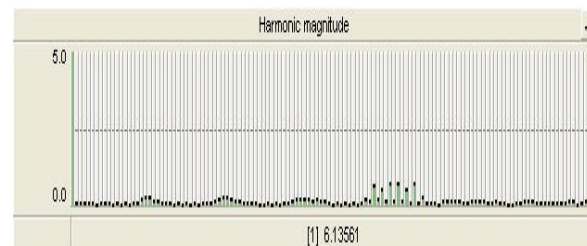


شکل ۱۲: طیف هارمونیک ولتاژ فاز خروجی اینورتر پنج‌سطحی زنجیره‌ای با تأخیر در  $S_2$

این تشابه به علت تقارنی است که در مدار اینورتر وجود دارد. در این قسمت برای حالت ب فرض می‌شود که کلیدهای  $S_1$  و  $S_2$  از سلول اول فاز A دارای تأخیری به اندازه  $t=0/0001s$  می‌باشند. طیف هارمونیک ولتاژ در شکل ۱۳ نشان داده شده است. اگر مقدار تأخیر در دو کلید متفاوت باشد یعنی تأخیر کلید اول برابر  $t_1=0/0001s$  و تأخیر کلید دوم  $t_2=0/0002s$  باشد نتایج به صورت شکل ۱۴ خواهد بود.

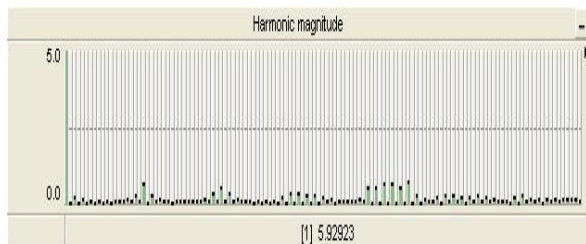


شکل ۸: ولتاژ فاز خروجی اینورتر پنج‌سطحی کاسکید در حالت نامتقارن

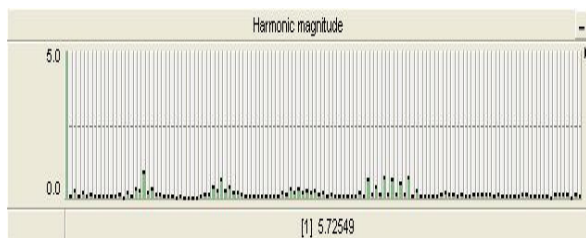


شکل ۹: طیف هارمونیک ولتاژ خروجی اینورتر پنج‌سطحی زنجیره‌ای در حالت نامتقارن

همان‌گونه که از شکل ۹ مشخص است به ازای عدم تقارن کوچک در کلیدزنی افزایش قابل توجهی در هارمونیک‌های خروجی به وجود آمده است. هارمونیک‌های زوج در طیف هارمونیک پدیدار گشته‌اند. همچنین هارمونیک‌ها به جای ضرایب فرکانس  $4f_c$  در ضرایب فرکانس  $f_c$  ظاهر شده‌اند. اگر تأخیر در کلیدزنی به مقدار  $t=0/0005s$  افزایش یابد نتایج در شکل ۱۰ نشان داده شده است. افزایش قابل توجهی در هارمونیک‌ها به خصوص هارمونیک‌های مرتبه پایین رخ داده است.

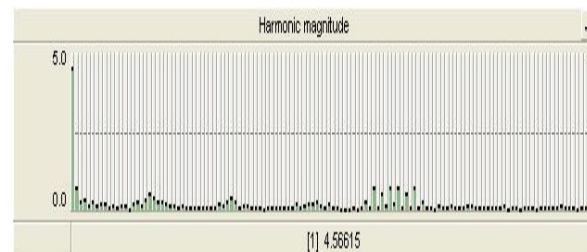


شکل ۱۳: طیف هارمونیک ولتاژ فاز خروجی در حالت نامتقارن با تأخیر یکسان در  $S_1$  و  $S_2$



شکل ۱۴: طیف هارمونیک ولتاژ فاز خروجی در حالت نامتقارن با تأخیر متفاوت در  $S_1$  و  $S_2$

مقدار هارمونیک‌ها در این قسمت نسبت به حالت تأخیر در یک کلید افزایش یافته است. به خصوص اگر مقدار تأخیر در دو کلید یکسان نباشد این افزایش بیشتر خواهد بود. برای حالت ج اگر کلیدهای  $S_1$  و  $S_5$  از دو



شکل ۱۰: طیف هارمونیک ولتاژ خروجی اینورتر پنج‌سطحی کاسکید در حالت نامتقارن با  $t=0.0005s$

اگر تأخیر در کلیدزنی به جای  $S_1$  در سایر کلیدهای فاز A اتفاق بیفتد هارمونیک‌های ایجادشده تفاوت چندانی نخواهند داشت. به‌عنوان مثال اگر کلید  $S_2$  از سلول اول فاز A دارای تأخیری برابر با

با توجه به روابط (۲۶) و (۳۲) دیده می‌شود که در حالت متقارن توابع  $\sin$  می‌تواند با استفاده از روابط مثلثاتی به رابطه (۳۶) ساده گردد در نتیجه تعداد زیادی از هارمونیک‌ها در این حالت حذف می‌گردند؛ اما در حالت نامتقارن  $\alpha_1$  از  $\alpha_2$  متفاوت است در نتیجه توابع سینوسی نمی‌توانند با هم ساده شوند و هارمونیک‌ها باقی می‌مانند. به عبارت دیگر زمانی که کلید  $S_1$  نسبت به سایر کلیدها دارای تأخیر است ضریب  $2N$  در عبارت خوردن تعادل حذف می‌گردد و هارمونیک‌ها به جای ضرایب  $4f_c$  در ضرایب  $f_c$  ظاهر می‌گردند. برای بررسی بهتر و مقایسه با حالت متقارن هارمونیک‌های با دامنه بالاتر از ۲٪ دامنه مؤلفه اصلی در جدول ۲ آورده شده‌اند.

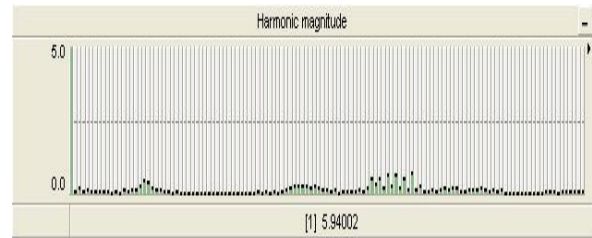
مقایسه این جدول با جدول ۱ دید کمی از افزایش هارمونیک‌ها به دست می‌دهد. اگر تأخیر در کلیدزنی به جای کلید  $S_1$  در سایر کلیدهای فاز A اتفاق بیفتد هارمونیک‌های خروجی مشابه شکل ۱۷ خواهند بود. دلیل این امر تقارنی است که در مدار وجود دارد و در رابطه (۲۶) نیز دیده می‌شود.

در حالت ب کلیدهای  $S_1$  و  $S_2$  از سلول اول فاز A دارای تأخیری به اندازه  $t=0/0001s$  می‌باشند. طیف هارمونیک و ولتاژ خروجی از رابطه (۳۴) به صورت شکل ۱۸ خواهد بود.

جدول ۲: هارمونیک‌های غالب اینورتر زنجیره‌ای پنج‌سطحی در حالت نامتقارن

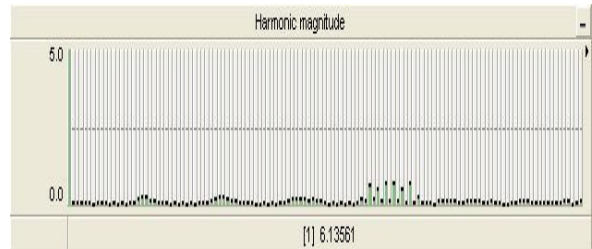
فرکانس هارمونیک	مرتبه هارمونیک	دامنه هارمونیک
در اطراف $f_c$	$f_c - 2f_0$	۰/۱۳
	$f_c - f_0$	۰/۲۷
	$f_c$	۰/۲۶
	$f_c + f_0$	۰/۱۱
در اطراف $2f_c$	$2f_c - 3f_0$	۰/۱۲
	$2f_c - 2f_0$	۰/۱۹
	$2f_c - f_0$	۰/۲۴
	$2f_c$	۰/۱۵
	$2f_c + f_0$	۰/۱۱
	$2f_c + 2f_0$	۰/۱۱
در اطراف $3f_c$	$3f_c - 4f_0$	۰/۱۴
	$3f_c - 3f_0$	۰/۱۵
	$3f_c - 2f_0$	۰/۱۶
	$3f_c - f_0$	۰/۱۳
	$3f_c$	۰/۱۲
	$3f_c + f_0$	۰/۱۴
	$3f_c + 2f_0$	۰/۰۹
در اطراف $4f_c$	$4f_c - 7f_0$	۰/۱۴
	$4f_c - 5f_0$	۰/۶۰
	$4f_c - 3f_0$	۰/۴۴
	$4f_c - f_0$	۰/۶۷
	$4f_c$	۰/۱۲
	$4f_c + f_0$	۰/۶۸
	$4f_c + 3f_0$	۰/۴۹
	$4f_c + 5f_0$	۰/۷۰
	$4f_c + 7f_0$	۰/۲۶

سلول از فاز A دارای تأخیری به اندازه  $t=0/0001s$  باشند طیف هارمونیک و ولتاژ در شکل ۱۵ نشان داده شده است.



شکل ۱۵: طیف هارمونیک و ولتاژ فاز خروجی در حالت نامتقارن با تأخیر در  $S_1$  و  $S_5$

در این حالت هارمونیک مرتبه ۴۰ و هارمونیک‌های اطراف آن حذف شده است و هارمونیک‌های موجود در اطراف هارمونیک‌های مرتبه ۲۰، ۶۰ و ۸۰ پراکنده می‌باشند. برای حالت د کلیدهای  $S_1$  و  $S_{11}$  از دو سلول از فاز A و B دارای تأخیری به اندازه  $t=0/0001s$  می‌باشند. طیف هارمونیک در شکل ۱۶ نشان داده شده است. هارمونیک‌ها در اطراف ضرایب فرکانس  $f_c$  می‌باشند.

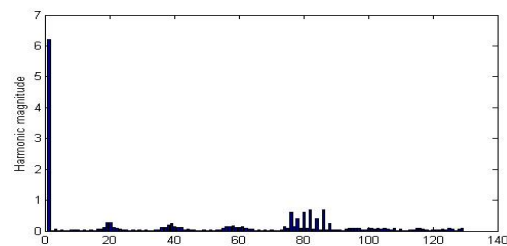


شکل ۱۶: طیف هارمونیک و ولتاژ فاز خروجی در حالت نامتقارن با تأخیر در  $S_1$  و  $S_{11}$

در این حالت هارمونیک‌های ولتاژ فاز مشابه حالت اول یعنی تأخیر در یک کلید از فاز A می‌باشند ولی هارمونیک‌های ولتاژ خط متفاوت خواهند بود.

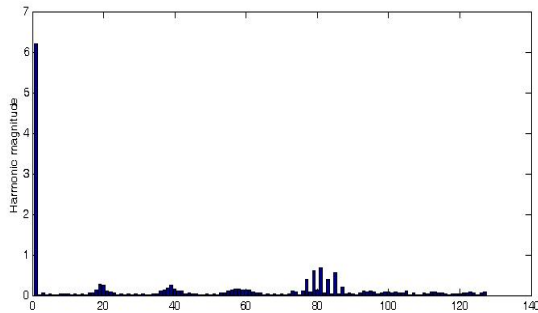
### ۳-۴- بررسی هارمونیک‌ها در حالت نامتقارن با روابط تحلیلی

برای به دست آوردن نتایج تحلیلی پارامترهای مدار مشابه پارامترهای حالت قبل در نظر گرفته شده است و از نرم‌افزار MATLAB برای به دست آوردن نتایج استفاده گردیده است. برای حالت الف یعنی تأخیر در کلید  $S_1$  از سلول اول فاز A برابر با  $t=0/0001s$  نتایج تحلیلی با استفاده از رابطه (۳۲) به صورت شکل ۱۷ به دست آمده است.



شکل ۱۷: طیف هارمونیک و ولتاژ فاز خروجی در حالت نامتقارن با تأخیر در  $S_1$  به صورت تحلیلی





شکل ۲۰: طیف هارمونیک ولتاژ فاز خروجی در حالت نامتقارن با تأخیر در S11 و S1 به صورت تحلیلی

باید توجه گردد که در این حالت هارمونیک‌های ولتاژ فاز مشابه حالت اول یعنی تأخیر در یک کلید از فاز است اما هارمونیک‌های ولتاژ خط متفاوت خواهند بود.

THD ولتاژ خروجی برای حالت‌های بررسی شده در بالا در جدول ۳ آورده شده است. با مقایسه مقادیر THD دید کمی در مورد هارمونیک‌های اضافی ایجاد شده به دست می‌آید.

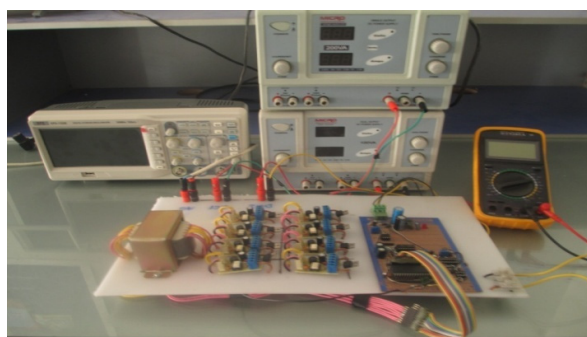
جدول ۳: THD ولتاژ خروجی برای حالت‌های متعادل و نامتعادل

THD ولتاژ خروجی				
THD	عدم تعادل در S11, S1	عدم تعادل در S1 و S5	عدم تعادل در S1 و S2	حالت متعادل در S1
		۳۳/۶۵	۳۰/۱۲	۳۲/۲۴

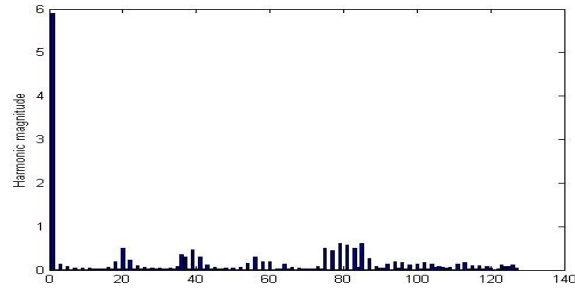
مقادیر THD در حالات مختلف نشان‌دهنده تأثیر قابل توجه عدم تقارن در هارمونیک‌های خروجی است.

#### ۴-۴ - نتایج عملی برای بررسی هارمونیک‌های خروجی اینورترها

برای تست عملی یک اینورتر پنج‌سطحی زنجیره‌ای ساخته شده که در شکل ۲۱ نشان داده شده است. کلیدهای نیمه‌هادی که برای ساخت اینورتر استفاده شده است IRF-740 MOSFETS است. اینورتر با ATMEGA32A AVR کنترل می‌شود. شکل موج ولتاژ خروجی اینورتر در شکل ۲۲ و طیف هارمونیک در شکل ۲۳ نشان داده شده است.

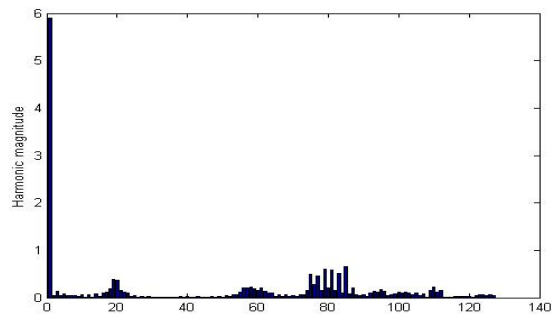


شکل ۲۱: مدار عملی اینورتر پنج‌سطحی زنجیره‌ای



شکل ۱۸: طیف هارمونیک ولتاژ فاز خروجی در حالت نامتقارن با تأخیر در S1 و S2 به صورت تحلیلی

در این حالت مشابه حالت الف ضریب  $2N$  از عبارت  $\cos(2Nm\omega_c t + (2n - 1)\omega_0 t)$  به علت به هم خوردن تقارن حذف می‌گردد؛ بنابراین هارمونیک‌ها به جای ضرایب  $4fc$  در ضرایب  $fc$  ظاهر می‌گردند. اگر به جای S1 و S2، کلیدهای S1 و S5 از سلول اول فاز A دارای تأخیر باشند به علت تقارن در رابطه، هارمونیک‌های اضافی تولید شده مشابه خواهند بود. هر قدر اختلاف تأخیر در S1 و S2 بالاتر باشد مقدار هارمونیک‌ها بیشتر خواهد شد که از رابطه (۳۴) مشخص است. در حالت ج کلیدهای S1 و S5 از سلول اول فاز A دارای تأخیری به اندازه  $t = 0.001s$  می‌باشند. با استفاده از روابط قسمت (۳-۳) هارمونیک‌های ولتاژ خروجی در این حالت به صورت شکل ۱۹ خواهد بود.



شکل ۱۹: طیف هارمونیک ولتاژ فاز خروجی در حالت نامتقارن با تأخیر در S5 و S1 به صورت تحلیلی

در این حالت به علت اینکه S1 و S5 از دو سلول مختلف فاز A دارای تأخیر یکسان می‌باشند هارمونیک مرتبه ۴۰ و هارمونیک‌های اطراف آن حذف شده است. اگر کلید S1 دارای مقدار تأخیر متفاوت از S5 باشد این هارمونیک‌ها حذف نخواهند گردید. در حالت د کلیدهای S1 و S11 از سلول اول فاز A دارای تأخیری به اندازه  $t = 0.001s$  می‌باشند؛ مانند حالت الف هارمونیک‌ها به جای ضرایب  $4fc$  در ضرایب  $fc$  ظاهر می‌گردند. طیف هارمونیک ولتاژ خروجی در شکل ۲۰ نشان داده شده است.

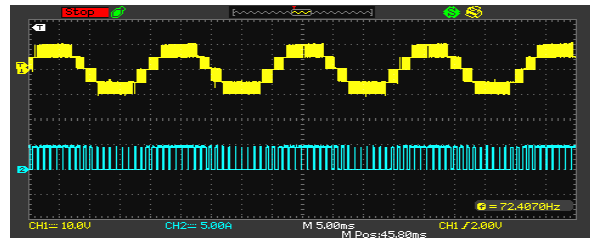
همان‌طور که در نتایج تحلیلی و شبیه‌سازی نشان داده شده است افزایش قابل‌توجهی در هارمونیک‌های مرتبه پایین رخ داده است. هارمونیک‌های مرتبه بالا در فرکانس‌های پایین به خاطر غیر ایده‌آل بودن مدار است.

### ۵- نتیجه‌گیری

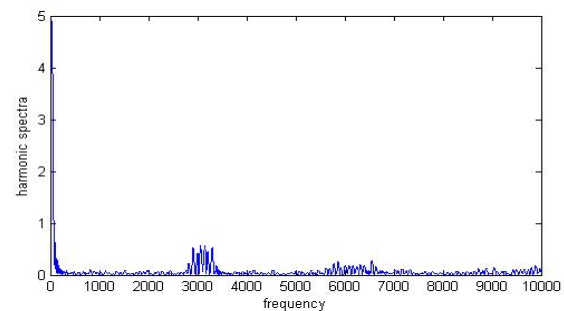
در این مقاله روابط تحلیلی هارمونیک‌های ولتاژ خروجی اینورتر چندسطحی محاسبه گردیده و بررسی شده است. برای این منظور اینورتر مدل شده و سپس تأثیر عدم تقارن در کلیدزنی اینورتر در روابط آورده شده است. تقارن در روابط به‌دست‌آمده، به‌طور مستقیم با تقارن در مدار ارتباط دارد. با استفاده از روابط به‌دست‌آمده در این مقاله هارمونیک‌های خروجی ولتاژ قابل محاسبه می‌باشند و از این نتایج برای کاربردهای طراحی و بهینه‌سازی از جمله حذف هارمونیک‌های موردنظر می‌توان استفاده کرد.

### مراجع

- [1] S.H. Hosseini, M. Ahmad, and S.G. Zadeh, "Reducing the output harmonics of cascade H-bridge multilevel inverter for electric vehicle applications," *International Conference on Electrical Engineering/ Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology (ECTI-CON)*, pp. 752-755, 2011.
- [2] P. Palanivel, and S.S. Dash, "Analysis of THD and output voltage performance for cascade multilevel inverter using carrier pulse width modulation techniques," *IET Power Electron*, vol. 4, no. 8, pp. 951-958, 2011.
- [3] A. Mohd, E. Ortjohann, N. Hamsic, W. Sinsukthavorn, M. Lingemann, A. Schmelter, and D. Morton, "Control strategy and space vector modulation for three-leg four-wire voltage source inverters under unbalanced load conditions," *IET Power Electron*, vol. 3, no. 3, pp. 323-333, 2010.
- [4] Y. Cho, T.L. Bella, J.S. Lai, and M.K. Senseky, "A carrier-based neutral voltage modulation strategy for multilevel cascade inverters under unbalanced DC sources," *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 2, pp. 625-636, 2014.
- [5] N. Farokhnia, "S.H. Fathi, N. Yousefpoor, and M.K. Bakhshizadeh, "Minimization of total harmonic distortion in a cascaded multilevel inverter by regulating voltages of DC sources," *IET Power Electronics*, vol. 5, no. 1, pp. 106-114, 2012.
- [6] E. Babaei, and S.H. Hosseini, "Charge balance control methods for asymmetrical cascade multilevel converters", *International Conference on Electrical Machines and Systems*, Seoul, Korea, pp. 74-79, 2007.
- [7] M.F. Kangarlu, E. Babaei, and M. Sabahi, "Cascade cross-switched multilevel inverter in symmetric and asymmetric conditions," *IET Power Electronics*, vol. 6, no. 6, pp. 1041-1050, 2013.
- [8] S.A. Gonzalez, M.I. Valla, and C.F. Christiansen, "Five-level cascade asymmetric multilevel converter," *IET Power Electronics*, vol. 3, no. 1, pp. 120-128, 2013.
- [9] M.S.A. Dahidah, and V.G. Agelidis, "Selective harmonic elimination PWM control for cascade multilevel voltage source converters: a generalized formula," *IEEE Transaction on Power Electronics*, vol. 23, no. 4, pp. 1620-1630, 2008.

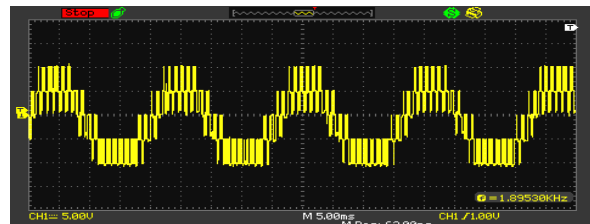


شکل ۲۲: شکل موج ولتاژ خروجی اینورتر پنج‌سطحی زنجیره‌ای

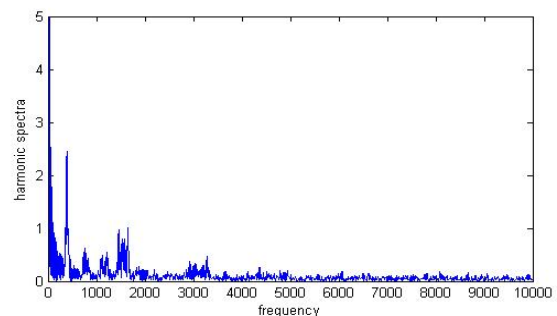


شکل ۲۳: طیف هارمونیک شکل موج ولتاژ خروجی اینورتر پنج‌سطحی زنجیره‌ای

همان‌طور که در شکل ۲۳ دیده می‌شود نتایج عملی برای حالت متعادل با نتایج شبیه‌سازی و تحلیلی مطابقت دارد. برای بررسی حالت نامتعادلی و تأثیر آن بر روی هارمونیک‌های خروجی، فرض شده است که کلید  $S_1$  از یک سلول از فاز A دارای تأخیری برابر با  $t = 0.005s$  در مقایسه با سایر کلیدها است. شکل موج ولتاژ خروجی در شکل ۲۴ و طیف هارمونیک آن در شکل ۲۵ نشان داده شده است.



شکل ۲۴: شکل موج ولتاژ خروجی اینورتر پنج‌سطحی زنجیره‌ای در حالت نامتقارن



شکل ۲۵: طیف هارمونیک شکل موج ولتاژ خروجی اینورتر پنج‌سطحی زنجیره‌ای در حالت نامتقارن

- voltage source inverters,” *IEEE Transaction on Industry Applications*, vol. 1A-21, no. 5, pp. 1234-1241, 1985.
- [16] M. Schwarz, W.R. Bennet, and S. Stein, *Communication Systems and Techniques*, McGraw-Hill Publishing, 1966.
- [17] J. Hamman, and F.S. Van der Merwe, “Voltage harmonic generated by voltage-fed inverters using PWM natural sampling,” *IEEE Trans. Power Electronics*, vol. 3, no. 3, pp. 297-302, 1988.
- [18] S. Sanakhan, E. Babaei, and M.E. Akbari, “Investigation the effect of carrier waveforms arrangement of sin sawtooth PSCPWM on dynamic balance of capacitors voltage of FCMI,” *International Conference on Technical and Physical Problems of Electrical Engineering*, Istanbul, Turkey, pp. 195-200, 2013.
- [19] J. Arrillaga, B.C. Smith, N.R. Watson, and A.R. Wood, *Power system harmonic analysis*, John Wiley & Sons Publishing, 1997.
- [20] D.G. Holmes, and B.P. McGrath, “Opportunities for harmonic cancellation with carrier-based PWM for two-level and multilevel cascade inverters,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 37, no. 2, pp. 574-582, 2001.
- [10] G. Fedele, and D. Frascino, “Spectral analysis of a class of DC-AC PWM inverters by kapteyn series,” *IEEE Transaction on power electronics*, vol. 25, no. 4, pp. 839-849, 2010.
- [11] J. Rodriguez, L.G. Franquelo, S. Kouro, J.I. Leon, R.C. Portillo, A.M. Prats, and M.A. Perez, “Multilevel converters: an enabling technology for high-power applications,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 97, no. 11, pp. 1786-1817, 2009.
- [12] B.P. McGrath, and D.G. Holmes, “Multicarrier PWM strategies for multilevel inverters,” *IEEE Transaction on Industry Applications*, vol. 49, no. 4, pp. 858-867, 2002.
- [13] P. Palanivel, and S.S. Dash, “Analysis of THD and output voltage performance for cascaded multilevel inverter using carrier pulse width modulation techniques,” *IET Power Electronics*, vol. 4, no. 8, pp. 951-958, 2011.
- [14] B.K. Lee, and M. Ehsani, “A simplified functional model for 3-phase voltage- source inverter using switching function concept,” *IBM Systems Journal*, vol. 26, no. 3, 1999.
- [15] P.D. Ziogas, E.P. Wiechmanni, and V.R. Stefanovic, “A computer –aided analysis and design approach for static