

الگوریتم حذف Speckle با قابلیت حفظ لبه برای تصاویر سنجش از دور رادار روزنه ترکیبی با استفاده از تبدیل چندمقیاسه‌ی Curvelet و آستانه گذاری وفقی

منیره کوشش^۱، دانشجوی کارشناسی ارشد الکترونیک، غلامرضا اکبری زاده^۲، استادیار

۱- گروه مهندسی برق - دانشکده مهندسی - دانشگاه شهید چمران اهواز - اهواز - ایران - m-kooshesh@mscstu.scu.ac.ir

۲- گروه مهندسی برق - دانشکده مهندسی - دانشگاه شهید چمران اهواز - اهواز - ایران - g.akbari@scu.ac.ir

چکیده: تبدیل کرولت (Curvelet)، نوع جدیدی از الگوریتم آنالیز چندمقیاسه بوده که برای پردازش تصاویر SAR بسیار مناسب است. این تبدیل، جزو تبدیل‌های هندسی محسوب می‌شود که برای رفع مشکلات اساسی تبدیل‌های ویولت (موجک) و گابور در تشخیص لبه‌ها و منحنی‌ها توسعه پیدا کرد. تبدیل Curvelet را می‌توان در جهت رسیدن به بخش‌بندی بهتر و شناسایی اهداف در تصاویر ماهواره‌ای SAR با دقت بسیار بالا به کار برد. در این مقاله هدف اصلی، تمرکز بر حذف Speckle از تصاویر SAR است که مهم‌ترین مرحله از پردازش تصاویر SAR است. به دلیل نتایج عالی تبدیل Curvelet در تجزیه و تحلیل لبه‌های منحنی شکل و دقت بالای آن برای تقریب و توصیف پراکندگی‌ها و جهت‌ها در مقایسه با تبدیل موجک مناسب است. در این مقاله با استفاده از تبدیل کرولت گسسته سریع (FDCT) بر مبنای پیچش، با در نظر گرفتن آستانه وفقی، یک روش جدید برای کاهش نویز Speckle و نرمالیزه کردن تصاویر سنجش از دور SAR ارائه شده است؛ به گونه‌ای که بین دو تبدیل کرولت سریع بر پایه USFFT و Wrapping مقایسه‌ای انجام خواهد شد. با استفاده از نتایج، روشی جدید برای بهره‌برداری بهتر این نوع تصاویر معرفی می‌شود. سپس برای کاهش نویز از تصاویر SAR از تبدیل Curvelet گسسته سریع (FDCT) استفاده می‌شود و ضرایب Curvelet کاهش می‌یابد. سپس با استفاده از الگوریتم پیشنهادی می‌توان ضرایب Curvelet را استخراج کرد. این ضرایب تحت تأثیر آستانه نرم قرار گرفته و این امر منجر به کاهش یا حذف نویز در تصاویر SAR خواهد شد. در مرحله آخر الگوریتم پیشنهادی، شبیه‌سازی شده و نتایج آزمایش‌ها بحث خواهد شد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که روش پیشنهادی در مقایسه با سایر روش‌های قبلی کارایی بهتری دارد.

واژه‌های کلیدی: تبدیل Curvelet، تبدیل موجک، FDCT، Synthetic Aperture Radar (SAR) Images، حذف نویز Speckle

Edge Preserving Despeckling Algorithm for Remote Sensing Synthetic Aperture Radar Images using Multi-Scale Curvelet Transform and Adaptive Thresholding

M. Kooshesh, M.Sc. Student of Electronic Engineering¹, G.R. Akbarizadeh, Assistant Professor²

1- Faculty of Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran, m-kooshesh@mscstu.scu.ac.ir

2- Faculty of Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran, g.akbari@scu.ac.ir

Abstract: Curvelet transform is a new kind of multi-scale analysis algorithm which is very useful for SAR image processing. This transform is considered as geometric transform which is developed to overcome the vital limitations of wavelet and gabor transforms in edges and curves detection. The curvelet transform can be used with very high precision a better segmentation and target detection in SAR satellite images. In this paper, the main goal is to focus on the despeckling of SAR images which is the most important stage in the processing of SAR images. Because of excellent results of curvelet transform in the analysis of curved shape edges and its high accuracy, this transform is useful to approximate and describe the dispersals and orientations in comparison with the wavelet. In this paper, using fast discrete curvelet transform (FDCT) based on wrest and using an adaptive thresholding, a new despeckling algorithm is developed for SAR images; So that a comparison will be done on both fast curvelet based on USFFT and based on Wrapping. Using the results, a new method to take advantage of this kind of images is introduced. Then, the Fast Discrete Curvelet transform (FDCT) is used for noise reduction of SAR images and the Curvelet coefficients are decreased. Then, using the the proposed algorithm the curvelet coefficients can be extracted. The curvelet coefficients are affected by soft thresholding and this leads to reduce or eliminate the noise in SAR images. Finally, the proposed algorithm is simulated, and the results will be discussed. Simulation results demonstrate that the proposed algorithm has better performance than the other similar methods.

Keywords: Curvelet transform, wavelet, FDCT, synthetic aperture radar (SAR) images, despeckling.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۳/۰۴/۲۲

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۳/۰۷/۰۵ و ۱۳۹۳/۰۹/۱۴

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۰۹/۱۵

نام نویسنده مسئول: دکتر غلامرضا اکبری زاده

نشانی نویسنده مسئول: ایران - اهواز - ابتدای بلوار گلستان - دانشگاه شهید چمران اهواز - دانشکده فنی مهندسی

۱- مقدمه

SAR که علاوه بر ویژگی تصویربرداری سنجش از دور، قابلیت نفوذپذیری قوی، رزولوشن بالا و تصویربرداری در تمام شرایط جوی را دارا است و کاربردهای بسیار وسیع در زمینه سیستم‌های نظامی و تجاری دارد [۱]. بخش‌بندی تصویر، یک مرحله‌ی کلیدی در کاربردهای تصاویر راداری SAR است؛ اما به دلیل وجود نویز Speckle این تصاویر را با روش‌های معمول و مرسوم نمی‌توان بخش‌بندی نمود؛ زیرا به راحتی به این نویز آلوده می‌شوند و بر پردازش این نوع تصاویر تأثیرگذار می‌باشند [۱، ۲]. لذا کاهش نویزهای Speckle در این تصاویر و بخش‌بندی آن‌ها امری بسیار ضروری است [۳-۱].

در تصویربرداری SAR، مکانیزم‌های پراکندگی متمایز از هدف‌های مختلف، از ویژگی‌های آماری محلی با ساختار تصویر متفاوت است و نویز Speckle تنوع عمیق‌تری دارد که غیرثابت بودن تصاویر SAR باعث آن می‌شود [۲].

تاکنون روش‌های زیادی برای برطرف نمودن نویز Speckle به کار گرفته شده است؛ در مراجع [۴، ۶] برخی از تکنیک‌های از بین بردن Speckle برای تصاویر SAR با استفاده از آماره‌های محلی از تصویر که در یک پنجره ثابت محاسبه شده، ارائه گردیده است. اگرچه این فیلترها به‌طور کلی، به‌خوبی کاهش Speckle را در مناطق همگن انجام می‌دهند، اما نمی‌توانند جزئیات تصویر را به‌خوبی حفظ نمایند. در مراجع [۷، ۸] فیلتر کردن نویز Speckle ناشی از تصاویر SAR در حوزه تبدیل موجک ارائه گردیده است. یکی از محدودیت‌های تبدیل مبتنی بر موجک، به وجود آمدن حلقه‌های مصنوعی به علت پدیده‌ی Gibb's است. در مراجع [۱۳-۹] فیلتر دوطرفه پیشنهاد شده که به‌طور گسترده از فیلتر غیرخطی استفاده شده است. در مرجع [۹] فیلتری توسط توماسی و ماندوچی معرفی شده که در آن هر پیکسل با توجه به شکل هندسی و فاصله زاویه نور با استفاده از دامنه و محدوده‌ی فیلتر با متوسط وزن پیکسل‌های مجاور جایگزین شده است. اما در مرجع [۹] پارامترهای محدوده‌ی فیلتر در دامنه مربوطه تاندازه‌ای به‌صورت دلخواه در سطوح مختلف نویز تنظیم شده است. در مراجع [۱۲-۱۰] برای Despecking تصاویر SAR، تعداد محدودی از روش‌های تطبیقی دوطرفه مبتنی بر فیلتر ارائه شده است. در [۱۰]، پارامترها بر مبنای ENL (Equivalent Number Of Looks) و ESI (Edge Save Index) منطبق می‌شوند؛ اما این روش دارای برخی اشکالات مانند فرآیند زمان‌بر تکرار شونده به‌منظور برآورد پارامترها و تار یا مات شدن جزئیات تصویر است. در مرجع [۱۱] فیلتر چند رزولوشن پیشنهاد شده، به زیرباند‌های تقریب زده شده از تبدیل موجک تصویر، فیلتر دوطرفه اعمال می‌شود؛ درحالی‌که در مرجع [۱۴] روش Bayes-Shrink برای برطرف کردن نویز و جزئیات آن‌ها به کار گرفته شده است. در روش مرجع [۱۲] پارامترهای دامنه با استفاده از تغییرات ضریب‌های محلی تطبیق داده شده‌اند؛ اما اندازه‌گیری بر اساس احتمال تشابه پیکسل از دامنه نوسان تصویر SAR به‌جای یک محدوده فیلتر به کار گرفته شده

است. در این روش همچنین نیاز به پس پردازش اضافی برای حذف برخی از Speckle‌های تیره است. در مرجع [۱۵] حذف نویز با استفاده از روش PSO انجام شده است. الگوریتم PSO الگوریتمی با روش جستجوی عمومی است که به دنبال بهترین جواب از بین جواب‌های ممکن است. PSO عبارت است از یک گروه از ذرات که در فضای جستجو پخش می‌شوند و یافتن ناحیه بهینه در فضای جستجو از طریق تأثیر متقابل بین ذرات انجام می‌گیرد.

PSO بر مبنای حرکت و هوش ذرات کار می‌کند و بر این اساس برای حل مسائل بهینه‌سازی به کار می‌رود. در روش PSO عمل جهش به‌نوعی وجود دارد و curvelet شکل هندسی تصویر را حفظ می‌کند.

در مرجع [۱۶] از ترکیب روش HMT برای مناطق صاف و curvelet برای لبه‌ها استفاده می‌شود ولی در این مقاله از ترکیب روش curvelet گسسته سریع و آستانه تطبیقی استفاده شده است.

در مرجع [۱۷] از روش wavelet برای تنظیم حد آستانه برای حذف نویز استفاده شده است در صورتی‌که wavelet به علت تعیین غیردقیق آستانه باعث مات شدن تصویر می‌گردد. فیلترهای معمولی و تطبیقی که برای حذف نویزهای جمعی مورد استفاده قرار می‌گیرند علاوه بر حذف نویز باعث از بین رفتن مقدار زیادی از جزئیات تصویر نیز می‌گردند؛ بنابراین روش Curvelet باوجود حذف نویز، در عین حفظ جزئیات به میزان قابل قبول، پیشنهاد می‌شود.

تبدیل curvelet در مقایسه با تبدیل wavelet می‌تواند اشیایی را که دارای لبه‌های منحنی شکل هستند بررسی نماید و نیز از تعداد ضرایب موجک بیشتری نسبت به curvelet استفاده می‌شود. در این مقاله روشی جدید برای از بین بردن و یا کاهش نویز ارائه می‌گردد که از طریق پیدا کردن ضرایب و کاهش آن‌ها تحت تأثیر آستانه نرم انجام می‌شود.

ساختار مقاله به این شکل است که در بخش دوم به معرفی و بررسی تبدیل Curvelet، سپس در بخش سوم به تشریح روش پیشنهادی برای حذف نویز Speckle از تصاویر SAR پرداخته شده است. نتایج آزمایش‌ها در بخش چهارم نشان داده شده‌اند و در بخش پنجم نیز یک نتیجه‌گیری از آزمایش‌ها ارائه می‌شوند.

۲- تبدیل Curvelet

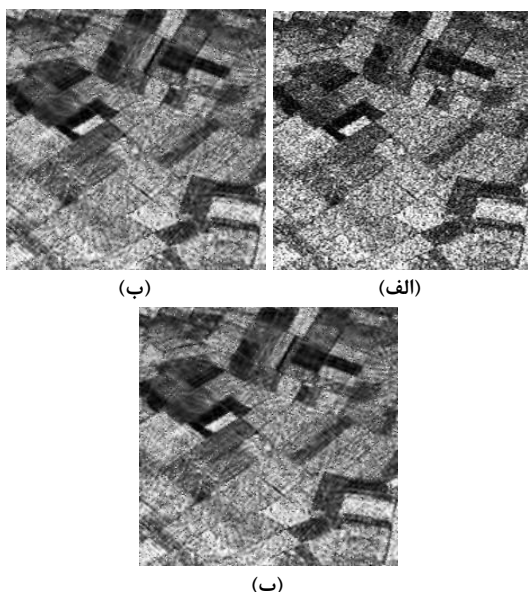
تبدیل Curvelet نوع جدیدی از الگوریتم آنالیز چندمقیاسه است؛ که برای پردازش تصویر مناسب بوده و خط ویژگی منحنی لبه را در مقایسه با تبدیل موجک بهتر می‌تواند تجزیه و تحلیل نماید و برای تقریب و توصیف پراکندگی و جهت نیز دارای دقت بهتری است. تبدیل curvelet اولین بار توسط Stark و همکارانش به‌عنوان یک تبدیل مفید برای نویز زدایی از تصاویر ارائه شد [۱۸]. پیش‌ازین، از تبدیل موجک و گابور به‌عنوان ابزارهای قدرتمند در حذف نویز تصاویر استفاده می‌شد؛ اما تبدیل موجک تنها قادر به بررسی سه نوع اطلاعات افقی، عمودی و مورب از لبه‌ها بوده و در بررسی لبه‌های منحنی شکل با مشکلات عمده

تصاویر SAR، استفاده از تبدیل کرولت، می‌تواند ایده‌ی بسیار خوبی باشد.

تبدیل کرولت گسسته سریع (FDCT) را بر اساس استفاده از عملگرهای مختلف از نمونه‌های فوریه می‌توان به دودسته‌ی مختلف تقسیم‌بندی نمود: ۱- تبدیل کرولت بر مبنای تبدیل فوریه‌ی سریع با فواصل نمونه‌برداری غیرمساوی (USFFT) و تبدیل کرولت بر مبنای پیچش (Wrapping). در ادامه در زیر بخش بعدی، با انجام آزمایش‌ها مختلفی بر روی تصاویر SAR نشان خواهیم داد که تبدیل کرولت بر مبنای پیچش، از نظر بار محاسباتی، سریع‌تر از تبدیل کرولت بر مبنای USFFT عمل می‌نماید.

۲-۱-۱- مقایسه دو تبدیل کرولت سریع بر پایه USFFT و Wrapping

در این بخش با توجه به اهمیت سرعت در پردازش تصاویر SAR، چندین آزمایش با دو روش مختلف بر روی چهار تصویر SAR با اندازه‌های مختلف انجام شده است. زمان‌های حاصل از محاسبه‌ی سطح آستانه و اعمال تبدیل کرولت برای هر یک از انواع USFFT و Wrapping برای هر چهار تصویر در جدول (۱) نشان داده شده است. برای داشتن درک شهودی بهتر نیز نتیجه‌ی حاصل از حذف نویز تصویر SAR با استفاده از هر یک از انواع USFFT و Wrapping برای یک تصویر SAR نمونه در شکل (۱) نشان داده شده است. نتایج به‌دست‌آمده با به‌کارگیری هر دو روش در حذف نویز، چنانچه در شکل (۱) مشاهده می‌شود، با یکدیگر تفاوت چندانی ندارد. اما با بررسی زمان انجام محاسبات و در نهایت روال حذف نویز، بر اساس آنچه در جدول (۱) آمده است، به‌خصوص هنگامی که با تصاویر در ابعاد بزرگ روبرو هستیم، زمان‌های به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که تبدیل Curvelet سریع بر مبنای Wrapping، سرعتی به‌مراتب بیشتر از سرعت این تبدیل بر پایه USFFT دارد.



شکل ۱: (الف) تصویر اصلی SAR، (ب) تبدیل به روش Wrapping، (پ) تبدیل به روش USFFT

مواجه می‌گردد. تبدیل کرولت، در مقایسه با تبدیل موجک و گابور، می‌تواند اشیایی را که دارای لبه‌های منحنی شکل هستند بررسی نماید. علاوه بر این، تبدیل موجک در بررسی موضوعاتی که شامل منحنی‌های تصادفی هستند نیز دچار مشکل می‌گردد و برای بررسی نقاط منحصربه‌فرد خطوط نیز مناسب نیست؛ هرچند که فیلترهای گابور نسبت به تبدیل موجک، در نمایش کاراکترها و مسیرهای چند جهتی، کارایی بهتری دارند [۱۹].

رویکرد عمومی در نسل اول تبدیل Curvelet، از بین بردن نویز Speckle است که در مواقعی که لبه‌ها خطوط مستقیم باشند، به‌خوبی جواب می‌دهد؛ اما واضح است که لبه در تصاویر SAR معمولاً به‌صورت منحنی است. در نسل دوم، تبدیل Curvelet مستقیماً برای نمایش منحنی استفاده می‌شود؛ بنابراین ضرایب تبدیل، نمایش بهینه‌ای از نقاط منحصربه‌فرد منحنی می‌باشند. اساس نسل دوم تبدیل Curvelet، تبدیل کرولت گسسته سریع (FDCT) است که تبدیل کرولت منتقل‌شده در حوزه فرکانس است و با توجه به کاهش پارامترها در آن، برای پردازش‌های سریع نیز مناسب است [۲۰].

در حقیقت، تبدیل کرولت یک تبدیل با چند سطح مقیاس و با چند جهت مختلف است که در هر یک از سطوح، تعداد مختلفی زیرباند وجود دارد. توابع پایه‌ی تبدیل کرولت، عموماً سوزنی شکل و حساس به زاویه هستند، این در حالی است که توابع پایه تبدیل موجک، ایزوتروپیک بوده و برای بخش منفرد منحنی‌ها، به تعداد ضرایب زیادی نیاز دارند. در کرولت‌ها از توابع مقیاس سهموی نیز استفاده می‌شود که به همین دلیل، در بسیاری از کاربردها می‌توان از تبدیل کرولت برای نمایش بهینه و با حجم کم‌بهره برد [۲۱]. به‌عنوان مثال برای نمایش بافت یک تصویر SAR با رزولوشن بالا، تعداد بسیار زیادی از ضرایب موجک به دلیل اندازه‌ی بسیار بزرگ تصویر باید استفاده شود، درحالی‌که اگر از تبدیل کرولت برای نمایش بافت همان تصویر SAR استفاده شود، تعداد بسیار کمتری از ضرایب کرولت را می‌توان استفاده نمود.

۲-۱-۲ تبدیل Curvelet گسسته سریع

در چند دهه‌ی اخیر، برای کاهش نویز Speckle در تصاویر SAR روش‌های زیادی ارائه شده‌اند؛ مانند فیلترینگ میانگین، فیلترینگ میانه، فیلترینگ آماری ترتیبی و روش‌های فیلترینگ دیگر که به‌طور ترکیبی و یا به‌تنهایی به کار برده شده‌اند. از جدیدترین روش‌های حذف نویز نیز آنالیز موجک است که به‌صورت گسترده مورد استفاده قرار گرفته است. اما برای کاربردهای بسیار حساس تصاویر SAR مانند شناسایی اهداف، لازم است که ویژگی‌های هندسی اهداف ثابت مانده و دستخوش تغییر نگردند؛ لذا استفاده از روند استاندارد حذف نویز مبتنی بر تبدیل موجک برای حفظ مشخصه‌های هندسی، نامناسب است. لذا برای حفظ شکل هندسی اهداف در کاربردهای شناسایی هدف در

۴- تابع انتقال $\tilde{f}_{j,l}$ با IFFT دوبعدی حاصل از ضرایب کرولت گسسته $c^D(j,l,k)$ نشان داده می‌شود [۲۲].

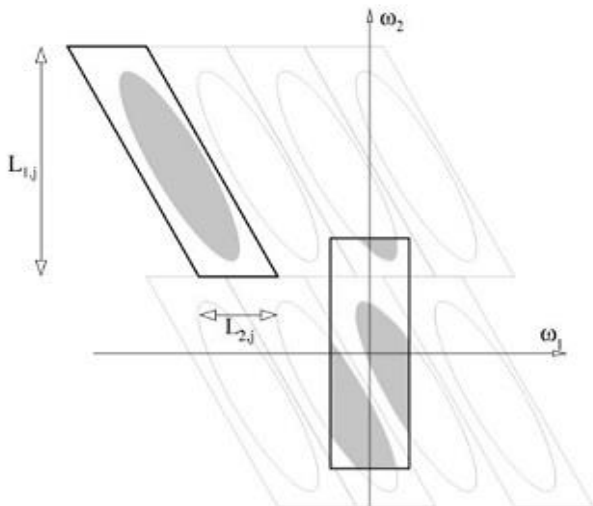
۳- کاهش نویز در تصویر SAR با استفاده از تبدیل کرولت گسسته سریع (FDCT)

۱-۳- آنالیز آستانه

آستانه‌ی نرم، فرمی کاهش‌یافته از ضرایب Curvelet است که مقادیر بزرگ‌تر از آستانه با کاهش مناسب نگه‌داشته شده، مقادیر دیگر صفر در نظر گرفته می‌شود [۲۳]. فرمول آستانه به‌صورت زیر است:

$$f(\bar{y}) = \begin{cases} \text{sgn}(\bar{y})(\bar{y} - \lambda) & |\bar{y}| > \lambda \\ 0 & |\bar{y}| < \lambda \end{cases} \quad (7)$$

که در آن $f(\bar{y})$ ضرایب Curvelet بعد از پردازش آستانه نرم، $\lambda = \sigma^2 / \sigma_x$ آستانه، σ^2 واریانس نویز بعد از تبدیل Curvelet و σ_x انحراف استاندارد هر ضریب Curvelet است [۲۴].



شکل ۲: پیچش داده: داده در ابتدا درون یک متوازی‌الاضلاع قرار دارد و سپس با متناوب‌سازی به درون یک مستطیل منتقل می‌شود [۱۹]

آزمایش‌ها و تصاویر فیلترشده نشان می‌دهد که تبدیل Curvelet برای لبه‌ها و بافت عملکرد بهتری دارد و روال حذف نویز در آن برای حفظ اطلاعات لبه‌ها و تیزی‌ها بهتر از تبدیل موجک است.

۲-۳- الگوریتم پیشنهادی

در شکل (۳) روند کامل محاسبه‌ی تبدیل کرولت نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل ملاحظه می‌گردد، تبدیل کرولت شامل تبدیل‌های موجک یک‌بعدی و دوبعدی، فوریه‌ی یک‌بعدی و دوبعدی، رادون و ریجالت است. پس از اجرای فرآیند مشخص‌شده، می‌توان ضرایب Curvelet را دریافت نمود، این ضرایب تحت تأثیر آستانه نرم به از بین بردن یا کاهش نویز منجر می‌شود. در این مقاله، بهبود ضرایب ویژگی‌های لبه تحت تأثیر آستانه نرم پرداخته شده است.

چنانچه ملاحظه می‌شود، هنگامی که ابعاد تصویر انتخابی 1024×1024 است، سرعت انجام تبدیل در روش پیچش تقریباً پنج برابر روش USFFT است. لذا در این مقاله از تبدیل Curvelet سریع بر مبنای پیچش برای حذف نویز از تصاویر SAR استفاده می‌گردد؛ بنابراین روشی جدید برای بهره‌برداری بهتر از این نوع تصاویر معرفی خواهد شد.

جدول ۱: مقایسه دوروش تبدیل از نظر سرعت

Image Size	USFFT (s)		Wrapping (s)	
	Compute Threshold	Transform	Compute Threshold	Transform
۱۲۸×۱۲۸	۰/۹۶۸۲۱	۰/۰۷۷۵۶۹	۰/۰۴۱۱۵۰	۰/۰۳۴۱۸۹
۲۵۶×۲۵۶	۰/۲۵۲۰۷۹	۰/۲۵۹۷۳۰	۰/۱۰۳۷۳۴	۰/۱۲۰۴۰۰
۵۱۲×۵۱۲	۰/۸۹۱۷۲۸	۰/۹۲۰۲۱۱	۰/۲۷۱۷۸۷	۰/۳۰۵۵۹۵
۱۰۲۴×۱۰۲۴	۴/۷۱۱۲۱۴	۴/۶۵۷۶۵۶	۰/۸۹۵۴۹۲	۰/۹۴۰۵۸۹

۲-۱-۲- تبدیل کرولت گسسته سریع بر پایه USFFT و Wrapping

تابع تبدیل کرولت به‌صورت زیر است:

$$c(j,l,k) = \langle f, \varphi_{j,l,k} \rangle \quad (1)$$

که در آن $\varphi_{j,l,k}$ کرولت و j, l, k پارامترهای مقیاس، جهت و موقعیت می‌باشند.

$$c^D(j,l,k) = \sum_{0 \leq t_1, t_2 \leq n} f[t_1, t_2] \varphi_{j,l,k}^D[t_1, t_2] \quad (2)$$

اولین پیاده‌سازی FDCT در حوزه فرکانس به شرح زیر است:

۱- FFT دوبعدی، پس از اعمال بر روی تابع $f[t_1, t_2], (0 \leq t_1, t_2 \leq n)$ به دست می‌آید:

$$\hat{f}[n_1, n_2], \frac{-n}{2} \leq n_1, n_2 \leq \frac{n}{2} \quad (3)$$

۲- به دست آوردن نمونه دوباره هر جفت از مقیاس و جهت از $\hat{f}[n_1, n_2]$ در حوزه فرکانس که نتیجه آن به شکل زیر است:

$$\hat{f}[n_1, n_2 - n_1 \tan \theta_1], (n_1, n_2) \in P_j \quad (4)$$

که در آن

$$P_j = \{(n_1, n_2), n_{1,0} \leq n_1 \leq n_{1,0} + L_{1,j}, n_{2,0} \leq n_2 \leq n_{2,0} + L_{2,j}\} \quad (5)$$

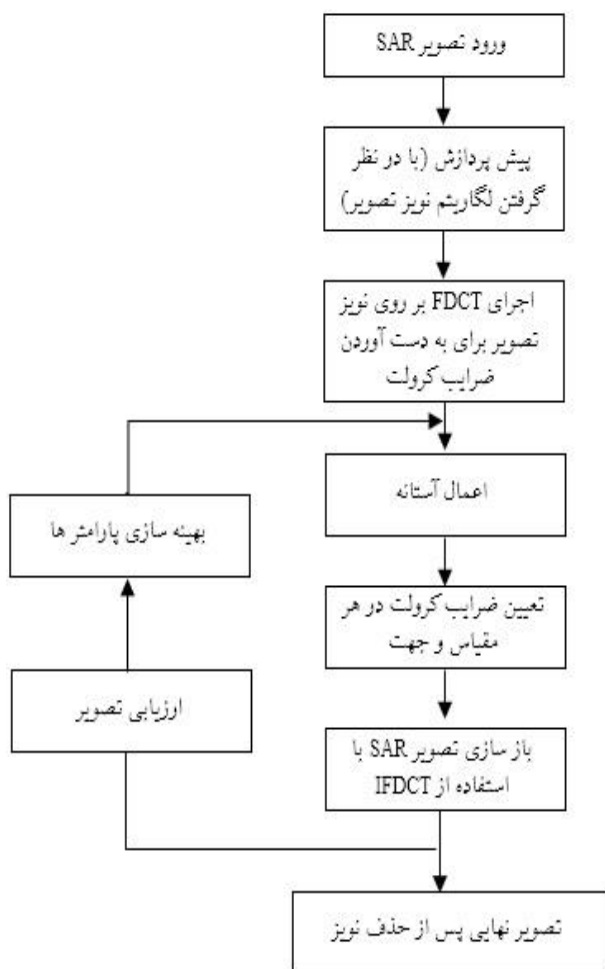
$n_{1,0}, n_{2,0}$ دو پوزیشن اولیه تابع پنجره $\tilde{U}[n_1, n_2]$ می‌باشند. $L_{1,j}$ و $L_{2,j}$ به ترتیب پارامترهای مربوط از 2^i و $2^{j/2}$ هستند که مؤلفه‌های طول و عرض از تابع پنجره بوده، فاصله را پشتیبانی می‌کنند.

۳- نتیجه حاصل ضرب $\hat{f}$ با تابع پنجره $\tilde{U}_j$ به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\tilde{f}_{j,l}[n_1, n_2] = \hat{f}[n_1, n_2 - n_1 \tan \theta_1] \tilde{U}_j[n_1, n_2] \quad (6)$$

که بازه تغییرات n_1 و n_2 برابر است با $0 < n_1 < L_{1,j}$ و $0 < n_2 < L_{2,j}$ (برای زمانی که در بازه $(-\pi/4, \pi/4)$ قرار داشته باشد) (شکل ۲).

- ۴- بازسازی تصویر پس از پردازش آستانه با استفاده از IFDCT؛
- ۵- ارزیابی تصویر پس از حذف Speckle و بازسازی آن و بهینه‌سازی پارامترها جهت رسیدن به نتیجه‌ی بهتر در حذف نویز تصویر و حفظ بهتر لبه‌ها و تیزی‌ها؛
- ۶- تکرار مراحل ۳ تا ۶ تا زمان رسیدن به شرط توقف n در الگوریتم FDCT.

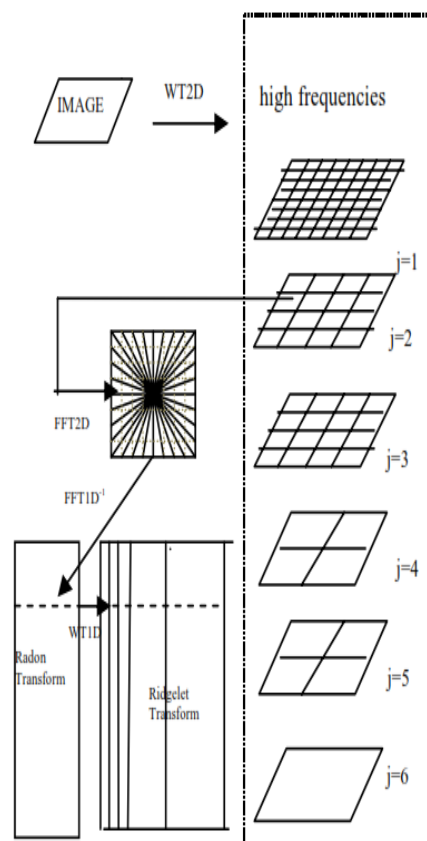


شکل ۴: روند نمای الگوریتم پیشنهادی حذف نویز از تصویر SAR

معکوس تبدیل Curvelet (IFDCT) برای تصاویر با اندازه‌های بزرگ هم، به دلیل اینکه از Adaptive thresholding استفاده شده و اکثر ضرایب حذف می‌شوند مناسب است زیرا پیچیدگی تصویر با حذف ضرایب کم‌تر خواهد شد. از طرفی روی تصاویر SAR به صورت Local کار خواهد شد و تصویر با ابعاد بزرگ به بخش‌های کوچک‌تر تبدیل می‌شود. روند نمای مربوط به الگوریتم پیشنهادی حذف نویز Speckle از تصاویر SAR در شکل (۴) نشان داده شده است.

روش آستانه تطبیقی یک روش برای تنظیم حداقل آستانه برای کاهش ضرایب است که هدف حفظ مؤثر اطلاعات تصویر اصلی با از بین بردن نویز آن است.

کاهش ضرایب curvelet برای بهینه‌سازی و پیدا کردن آستانه به صورت وقتی جهت بهتر کردن پارامترها انجام می‌گیرد. درواقع الگوریتم



شکل ۳: روند کامل محاسبه تبدیل Curvelet [۲۵]

روش پیشنهادی به شرح ذیل است:

$$\bar{c}(j, l, k) = \begin{cases} \text{sgn}(C(j, l, k))(|C(j, l, k)| - aT) & |C(j, l, k)| > T \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (8)$$

که در آن $T = a\sigma_x\sigma_y$ ، σ ارزش تخمینی از انحراف استاندارد نویز و σ_x تقریبی از انحراف استاندارد هر ضریب Curvelet است. a ثابتی است که وابسته به مقیاس و جهت بوده، در فرمول فوق $0 < a < 1$ است. اگر $a = 0$ باشد، این روش بازیابی (بهبود) آستانه سخت و اگر $a = 1$ باشد، روش آستانه نرم است [۲۴].

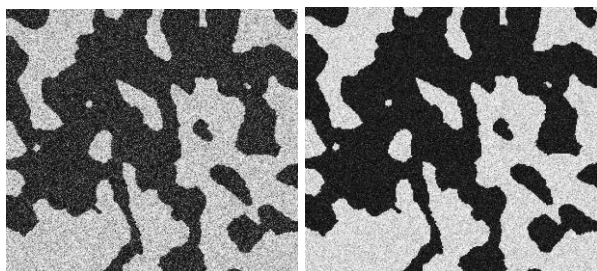
با توجه به اینکه ضرایب هر لایه نشانگر ویژگی‌های خاصی از تصویر می‌باشند، در اینجا از ضرایب لایه میانی که منعکس‌کننده ویژگی‌های لبه است [۲۵]، استفاده شده است.

اجرای پیش پردازش با در نظر گرفتن لگاریتم نویز تصویر بر روی تصویر اصلی SAR شامل شش مرحله به صورت پیشنهادی زیر است:

- ۱- اجرای تبدیل Curvelet سریع (FDCT) بر مبنای Wrapping بر روی نویز تصویر برای به دست آوردن ضرایب کروت که مراحل آن در زیر بخش ۱-۲ آورده شده است؛
- ۲- پردازش آستانه و اعمال آن به تصویر SAR؛
- ۳- تعیین ضرایب Curvelet در هر مقیاس و جهت پس از اعمال آستانه بر روی تصویر؛

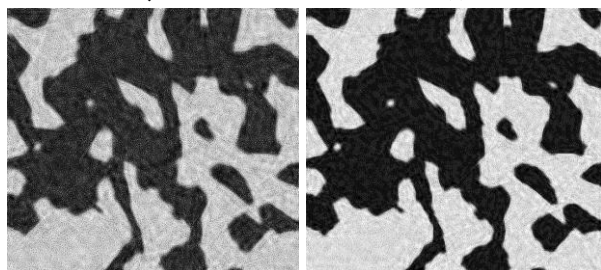


(الف)



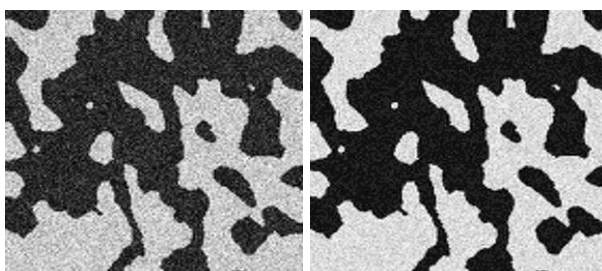
(پ)

(ب)



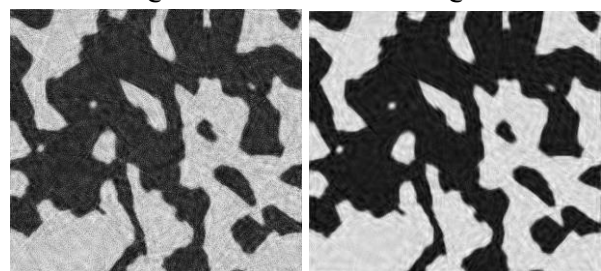
(ث)

(ت)



(ج)

(چ)



(خ)

(ح)

شکل (۵): نتایج حذف نویز دو تصویر شبیه‌سازی شده با روش‌های مختلف؛
 الف) تصویر زمین مرجع، ب) تصویر شبیه‌سازی شده با نویز کم، پ) تصویر
 شبیه‌سازی شده با نویز زیاد، ت) حذف نویز تصویر (ب) با استفاده از روش
 آستانه نرم در حوزه Curvelet، ث) حذف نویز تصویر (پ) با استفاده از روش
 آستانه نرم در حوزه Curvelet، ج) حذف نویز تصویر (ب) در حوزه موجک، چ)
 حذف نویز تصویر (پ) در حوزه موجک، ح) حذف نویز تصویر (ب) با روش
 پیشنهادی، خ) حذف نویز تصویر (پ) با روش پیشنهادی

پیشنهادی به این علت بهتر است که پارامترهای آن به صورت بهینه پیدا می‌شود. هدف اصلی الگوریتم پیشنهادی، دسترسی به نرخ خطای کم است و مهم است که لبه‌های موجود در تصویر از دست نروند. مسئله مهم که در آشکارسازی لبه‌ها باید مورد توجه قرار گیرد، وجود نویز است. نویزها همانند لبه‌ها حاوی فرکانس بالا هستند؛ لذا الگوریتم پیشنهادی تأکید زیادی بر کاهش نویز تصویر دارد.

۴- پیاده‌سازی الگوریتم و نتایج آزمایش‌ها

در این بخش، الگوریتم پیشنهادی بر روی دو نوع از تصویر SAR که یکی شامل تصویر شبیه‌سازی شده و دیگری شامل تصاویر حقیقی SAR است، پیاده‌سازی شده و نتایج به دست آمده مورد بررسی و بحث قرار خواهد گرفت.

۴-۱- حذف نویز از تصاویر شبیه‌سازی شده SAR

برای ارزیابی الگوریتم حذف نویز پیشنهادی، در این بخش آزمایشی بر روی یک تصویر شبیه‌سازی شده three look-SAR مطابق شکل (۵) انجام شده است.

روش آستانه تطبیقی یک روش برای تنظیم حداقل آستانه برای کاهش ضرایب است که هدف حفظ مؤثر اطلاعات تصویر اصلی با از بین بردن نویز آن است.

کاهش ضرایب curvelet برای بهینه‌سازی و پیدا کردن آستانه به صورت وقتی جهت بهتر کردن پارامترها انجام می‌گیرد. در واقع الگوریتم پیشنهادی به این علت بهتر است که پارامترهای آن به صورت بهینه پیدا می‌شود. هدف اصلی الگوریتم پیشنهادی، دسترسی به نرخ خطای کم است و مهم است که لبه‌های موجود در تصویر از دست نروند. مسئله مهم که در آشکارسازی لبه‌ها باید مورد توجه قرار گیرد، وجود نویز است. نویزها همانند لبه‌ها حاوی فرکانس بالا هستند؛ لذا الگوریتم پیشنهادی تأکید زیادی بر کاهش نویز تصویر دارد.

نحوه تولید این تصویر شبیه‌سازی شده الهام گرفته از فرآیند تولید تصاویر راداری است که با اضافه کردن نویز در سه مرحله مختلف بر روی تصویر زمین مرجع و متوسط‌گیری از آن ایجاد شده است. تصویر زمین مرجع که در شکل (۵-الف) نشان داده شده است یک تصویر با دو ناحیه مختلف است و اندازه آن ۲۵۶×۲۵۶ است. تصویر شبیه‌سازی شده که در شکل (۵-ب) نشان داده شده است؛ با توجه به ماهیت راداری بودن آن تصویر نویزی است. در این مقاله برای مشاهده عملکرد روش پیشنهادی از دو تصویر شبیه‌سازی شده SAR یکی با نویز کم و دیگری با نویز زیاد استفاده شده است که شکل‌های (۵-ج) و (۵-ت)، نتایج حذف نویز این تصاویر با روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

برای میزان ارزیابی کمی جهت حذف نویز، روش‌ها و پارامترهای متعددی وجود دارد؛ بنابراین علاوه بر مقایسه شهودی، از نظر عددی هم نتایج روش پیشنهادی با روش‌های دیگر توسط سه پارامتر مورد بررسی قرار گرفته است؛ که شامل MSE، PSNR و β است.

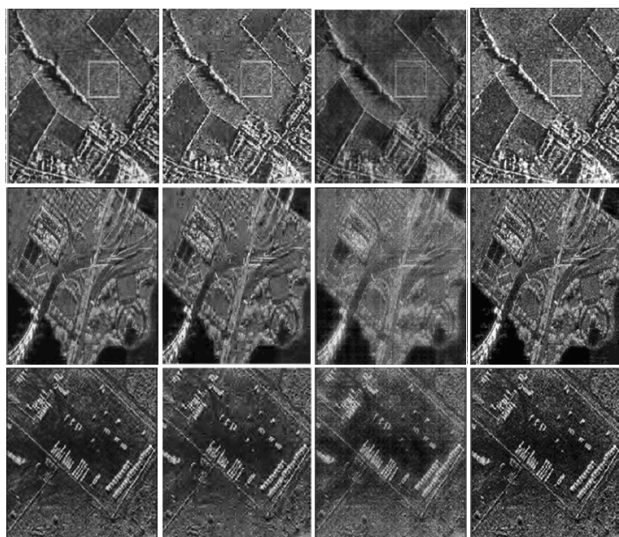
جدول ۴: مقایسه روش فیلترینگ با β

Image	Wavelet [λ , γ]	Curvelet soft Threshold [γ]	Proposed Method
Image-1	۰/۴۹۵۸	۰/۸۱۷۶۶	۰/۸۸۸۳۲
Image-2	۰/۴۱۰۴	۰/۷۶۳۶۵	۰/۸۹۸۴۶

هر چه مقادیر پارامترهای همبستگی β بالاتر باشد، تصویر تخمین زده شده به تصویر اصلی مرجع نزدیک تر است و PSNR بالاتر نشان دهنده حذف بهتر نویز است. همچنین MSE پایین تر نشان دهنده کارایی بهتر برای حذف نویز است. نتایج نشان داده شده در جدول های بالا نشان دهنده β و PSNR بیش تر و MSE کم تر روش پیشنهادی نسبت به روش های دیگر است؛ که نشان دهنده قدرت بهتر روش پیشنهادی در کاهش نویز است.

۴-۲- حذف نویز از تصاویر حقیقی SAR

برای شبیه سازی، بررسی نتایج و مقایسه روش های مختلف، از سه تصویر مختلف SAR با ابعاد 256×256 استفاده شده است. شکل (۶-الف) سه تصویر حقیقی SAR را نشان می دهد. به منظور استخراج ویژگی ها و به دست آوردن آستانه، ابتدا تبدیل کرولت را بر روی تصویر اعمال نموده و ضرایب کرولت به دست آورده می شوند. پس از استخراج همه ضرایب کرولت، مقدار انرژی این ضرایب محاسبه شده، همچنین توانایی کاهش نویز و اثر حذف آن نیز اندازه گیری خواهد شد.



(الف) (ب) (پ) (ت)

شکل (۶): (الف) تصویر اصلی SAR، (ب) حذف نویز با آستانه نرم در حوزه Curvelet، (پ) حذف نویز در حوزه موجک، (ت) حذف نویز با روش پیشنهادی

نتایج به دست آمده از اعمال تبدیل Curvelet برای حذف نویز به وسیله روش پیشنهادی، با روش ارائه شده در بخش ۳-۱ و تبدیل

پارامتر MSE (Mean Square Error) میانگین مربع خطا است؛ که

از رابطه زیر محاسبه می گردد:

$$MSE = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K (\hat{s}_i - s_i)^2 \quad (9)$$

که در آن $\hat{s}$ تصویری که نویز آن با روش مورد نظر حذف شده است، است؛ و s تصویر اصلی بدون نویز است و K اندازه تصویر است.

معیار s/mse معادل معیار معروف PSNR در ارزیابی روش های حذف نویز است؛ که بر این اساس، تعریف PSNR طبق رابطه ی زیر انجام می شود:

$$PSNR = 10 \log_{10} \left(\frac{R^2}{MSE} \right) \quad (10)$$

که در آن R^2 حداکثر شدت در تصویر فیلتر نشده و MSE کوتاه شده کلمه (Mean Square Error) میانگین مربع خطا است.

در این مقاله برای مقایسه بهتر و استفاده از یک روش یکسان در به دست آوردن PSNR، از دستور psnr در نرم افزار MATLAB استفاده شده است.

معیار β برای همبستگی بین ضرایب ارائه شده است؛ که بیانگر میزان حفظ جزئیات تصویر هنگامی که حذف نویز انجام می گیرد، است. پارامتر β که مقدار آن متناسب با مقدار حفظ لبه ها در هنگام حذف نویز است؛ از رابطه زیر محاسبه می گردد:

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^k (\Delta s_i - \Delta s) (\Delta \hat{s} - \Delta \hat{s})}{\sqrt{\sum_{i=1}^k (\Delta s_i - \Delta \bar{s})^2 \sum_{i=1}^k (\Delta \hat{s}_i - \Delta \bar{\hat{s}})^2}} \quad (11)$$

نتایج مقایسه ی بین روش فیلترینگ پیشنهادی در این مقاله، با روش های قبلی موجک [۸، ۷] و Curvelet با آستانه ی نرم [۲۴]، با معیارهای اندازه گیری ذکر شده، برای دو تصویر شبیه سازی شده SAR یکی با نویز کم و دیگری با نویز زیاد ارائه شده است.

در جدول (۲) مقایسه روش فیلترینگ با معیار اندازه گیری PSNR، در جدول (۳) مقایسه با معیار MSE و در جدول (۴) مقایسه این روش پیشنهادی با پارامتر β صورت گرفته است.

جدول ۲: مقایسه روش فیلترینگ با PSNR

Image	Wavelet [λ , γ]	Curvelet soft Threshold [γ]	Proposed Method
Image-1	۱۶/۸۲۷۴	۴۳/۴۷۰۱	۶۶/۹۶۱۳
Image-2	۱۳/۵۲۳۸	۴۳/۲۷۲۲	۶۹/۰۹

جدول ۳: مقایسه روش فیلترینگ با MSE

Image	Wavelet [λ , γ]	Curvelet soft Threshold [γ]	Proposed Method
Image-1	۱۱/۶۲۶۵	۱۲/۴۵۱	۷/۳۳۰۷
Image-2	۲۷/۸۷۷۵	۱۱/۸۹۶	۴/۴۹۰۲

به‌طور خلاصه، اگر فرآیند حذف نویز Speckle از تصاویر SAR بر اساس روش ارائه‌شده در این مقاله را با فرمول (۷) و نیز با روش موجک مقایسه و نتایج را تجزیه و تحلیل کنیم؛ درخواهیم یافت که روش ارائه‌شده در این مقاله، دارای عملکرد بهتری است. همچنین نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم ارائه‌شده، نه تنها در حذف نویز Speckle بلکه در حفظ لبه‌ها و تیزی‌ها نیز عملکرد بهتری دارد.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی برای کاهش و از بین بردن نویز Speckle در حوزه Curvelet برای تصاویر SAR با استفاده از الگوریتم تبدیل Curvelet گسسته سریع بر مبنای پیچش ارائه گردید. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که این روش برای از بین بردن نویز Speckle و توصیف بافت، حفظ اطلاعات لبه و تیزی‌ها مناسب است. همچنین از انرژی ضرایب Curvelet و ویژگی‌های استخراج‌شده برای تعریف بردارهای ویژگی برای بخش‌بندی و دسته‌بندی بهتر این نوع تصاویر می‌توان استفاده نمود. آزمایش‌ها نشان می‌دهد که روش ارائه‌شده در این مقاله، نسبت به سایر روش‌ها عملکرد بهتری دارد و در این زمینه بهتر عمل می‌نماید.

سپاسگزاری

این مقاله برگرفته از نتایج تحقیق در راستای یک پایان‌نامه‌ی کارشناسی‌ارشد است که توسط دانشگاه شهید چمران اهواز در قالب پژوهانه (اعتبار ویژه‌ی پژوهشی) سال ۱۳۹۳ طبق قرارداد گزنت به شماره‌ی ۹۳/۳/۰۲/۲۷۱۷۱ مورخ ۱۳۹۳/۰۵/۰۴ حمایت مالی شده است. نویسندگان مقاله از حمایت‌های معنوی و مادی دانشگاه شهید چمران اهواز از این مقاله و پایان‌نامه، تشکر و قدردانی می‌نمایند.

مراجع

- [1] O. Ponce, P. Parts-Iraola, M. Pinheiro, M. Rodriguez-Cassola, R. Scheiber, A. Reigber and A. Moreira, "Fully polarimetric high-resolution 3-D imaging with circular SAR at L-band," IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 52, no. 6, pp. 3074-3090, June 2014.
- [2] C. Delia, S. Ruscino, M. Abbate, B. Aiazzi, S. Baronti, and L. Alparone, "SAR image classification through information-theoretic textural features, MRF segmentation, and object-oriented learning vector quantization," IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, vol. 7, no. 4, pp. 1116-1126, April 2014.
- [3] P. Shui and Z. Zhang, "Fast SAR image segmentation via merging cost with relative common boundary length penalty," IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 52, no. 10, pp. 6434-6448, Oct 2014.
- [4] J. S. Lee, "Speckle analysis and smoothing of synthetic aperture radar images," Compute. Graph. Image Process. Vol. 17, pp. 24-32, 1981.
- [5] D. T. Kuan, A. A. Sawchuk, T. C. Strand and P. Chavel, "adaptive noise smoothing filter for images with signal

موجک مقایسه شده، همچنین به‌منظور بررسی اثر فیلترینگ هر الگوریتم، موارد زیر در نظر گرفته شده است:

(۱) انحراف تصویر پس از حذف نویز، اندازه‌گیری‌شده توسط انحراف استاندارد؛

(۲) اثر حذف نویز از فیلترینگ، اندازه‌گیری‌شده با PSNR (Peak Signal to Noise Ratio).

در جدول‌های زیر مقایسه‌ی بین روش فیلترینگ پیشنهادی در این مقاله، با روش‌های قبلی موجک و Curvelet با آستانه‌ی نرم برای تصاویر حقیقی SAR ارائه شده است. در جدول (۵) مقایسه روش فیلترینگ با معیار اندازه‌گیری PSNR، در جدول (۶) مقایسه با معیار MSE و در جدول (۷) مقایسه این روش پیشنهادی با پارامتر β صورت گرفته است.

جدول ۵: مقایسه روش فیلترینگ با PSNR

Image	Wavelet [λ, γ]	Curvelet soft Threshold [2^4]	Proposed Method
Image-1	۵/۰۴۶۰	۳/۲۴۴۴	۰/۲۴۸۷
Image-2	۵/۰۴۵۲	۲/۲۴۴۴	۰/۲۲۰۷
Image-3	۵/۰۴۴۷	۱/۳۷۴۶	۰/۵۵۳۴

جدول ۶: مقایسه روش فیلترینگ با MSE

Image	Wavelet [λ, γ]	Curvelet soft Threshold [2^4]	Proposed Method
Image-1	۲۲/۲۷۱۵	۲۰/۰۱۴۹	۲۴/۹۳۶۸
Image-2	۲۲/۷۴۹۰	۲۲/۲۰۱۳	۲۶/۳۵۷۲
Image-3	۲۲/۹۹۷۶	۲۲/۶۶۰۶	۲۶/۵۷۷۹

جدول ۷: مقایسه روش فیلترینگ با β

Image	Wavelet [λ, γ]	Curvelet soft Threshold [2^4]	Proposed Method
Image-1	۴/۹۶۵۱	۳/۷۴۲۳	۴/۹۷۱۴
Image-2	۴/۷۷۲۵	۴/۳۵۴۲	۵/۱۵۴۰
Image-3	۴/۷۵۵۹	۳/۶۰۷۰	۴/۸۴۳۰۱

با بررسی PSNR، MSE و برای هر کدام از روش‌ها در جدول‌های (۵)، (۶) و (۷) به این نتیجه می‌رسیم که روش پیشنهادی عملکرد بهتری را نشان می‌دهد. با توجه به تصاویر فیلترشده، برای لبه‌ها و بافت، نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که این روش نسبت به سایر روش‌ها در حذف نویز لبه‌ها نیز عملکرد بهتری داشته، که این خود نشان‌دهنده‌ی کارایی بیش‌تر الگوریتم موردنظر برای حذف نویز از تصاویر SAR است. بر اساس آزمایش‌های صورت گرفته، درمجموع، تبدیل Curvelet نسبت به جهت بسیار حساس است. همچنین در حفظ اطلاعات لبه و بافت با توجه به تصاویر فیلترشده در شکل (۶)، حذف نویز به‌وسیله‌ی روش پیشنهادی عملکرد بهتری را نشان می‌دهد.

- [22] D. L. Donoho, "De-noising by soft-thresholding," IEEE Trans. On Information Theory, vol. 41, pp. 613-627, 1995.
- [23] J. Z. Wu, Y. D. Huang, "Image denoising algorithm based on edge feature extraction in curvelet domain," Proceedings of the 2012 International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition, pp. 15-17, July 2012.
- [24] Z. Zhiyu, Z. Xiaodan and Z. Jiulong, "SAR image processing based on fast discrete curvelet transform," IEEE International Forum on Information Technology and Application, 2009.
- [25] D. Ali, P. D. Swami and J. Singhai, "Modified curvelet thresholding algorithm for image denoising," Journal of Computer Science, vol. 6, no. 1, pp. 18-23, 2010.
- dependent noise," IEEE Trans. Pattern Anal. and Mach. Intell, vol. 7, pp. 165-177, 1985.
- [6] V. S. Frost, J. A. Stiles, K. S. Shanumugan, and J. C. Holtzman, "A Model for radar images and its application to adaptive digital filtering of multiplicative noise," IEEE Trans. Pattern Anal. and Mach. Intell, vol. 4, no. 2, pp. 157-165, Mar 1986.
- [7] M. I. H. Bhuiyan, M. O. Ahmad, and M. N. S. wamy. "Spatially adaptive wavelet-based method using the Cauchy prior for denoising the SAR images," IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol., vol. 17, pp. 500-507, 2007.
- [8] T. Bianchi, F. Argenti and L. Alparone, "Segmentation-based MAP despeckling of SAR images in the undecimated wavelet domain," IEEE Trans. on Geo. and Remote Sensing, vol. 46, no. 9, pp. 2728-2742, Sep 2008.
- [9] C. Tomasi and R. Manduchi, "bilateral filtering for gray and color images," IEEE International Conference on Computer Vision, pp. 839-846, 1998.
- [10] W. G. Zhang, F. Liu and L. C. Jiao, "SAR image despeckling via bilateral filtering," IET Electronics Letters, vol. 45, no. 15, pp. 781-783, July 2009.
- [11] B. Lu and Y. Ku, "Speckle reduction with multiresolution bilateral filtering for SAR image," IEEE Int. Conf. on Machine Vision and Human-machine Interface, pp. 700-703, July 2010.
- [12] G. T. Li, C. L. Wang, P. P. Huang and W. D. Yu, "SAR image despeckling using a space-domain filter with alterable window," IEEE Geo. and Remote Sensing Let, vol. 10, no. 2, pp. 263-267, 2012.
- [13] M. Zhang and B. K. Gunturk, "Multiresolution Bilateral Filtering for Image Denoising," IEEE Trans. on Image Process, vol. 17, no. 12, pp. 2324-2332, December 2008.
- [14] S. G. Chang, B. Yu and M. Vetterli, "adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression," IEEE Transactions on Image Process, vol. 9, no. 9, pp. 1532-1546, September 2000.
- [15] S. Md. M. Roomi, D. Kalaiyarasi, "Despeckeling of SAR images by optomizing average power spectral value in curvelet domain," International Journal of Information Sciences and Techniques, vol. 2, no. 2, March 2012.
- [16] B. B. Saevarsson, J. R. Sveinsson and J. A. Benediktsson, "Speckle reduction of SAR images using adaptive curvelet domain," IEEE Transactions on Image Process, vol. 6, pp. 4083-4085, July 2003.
- [17] L. Gagnon and A. Jouan, "Speckle filtering of SAR images - A comparative study between complex-wavelet-based and standard filters," in SPIE proc, vol. 3169, pp. 80-91, 1997.
- [18] J. L. Stark, E. J. Candes and D. L. Donoho, "The curvelet transform for image denoising," IEEE Transactions on Image Processing, vol. 11, no. 6, pp. 670-684, Jun 2002.
- [۱۹] سمیه ایوبی و حسین پورقاسم، «مقایسه تبدیل کرولت و ویولت گسسته در استخراج ویژگی سیستم تشخیص عنبیه»، اولین کنفرانس ملی ایده‌های نو در مهندسی برق، ۱۶ و ۱۷ آذرماه ۱۳۹۱- دانشگاه آزاد اسلامی واحد خوراسگان- اصفهان.
- [20] E. J. Candes, L. Demanet and D. L. Donoho, "Fast discrete curvelet transforms," Tech. report, California Institute of Technology, pp. 1-43, 2005, www.curvelet.org.
- [21] D. L. Donoho, "Wedgelets: nearly-minimax estimation of edges," Ann Statist, vol. 27, pp. 859-897, 1999.