بررسی عددی جریان ترکیبی سیال غیر نیوتنی با اثر مگنوهیدرودینامیک برای سطح قائم موج دار

دانشیار، دانشگاه گیلان، دانشکده مهندسی مکانیک	كوروش جواهرده
مربی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد رودسر- املش، گروه مهندسی مکانیک	حبیب کریمی*

چکیدہ

در این مقاله، انتقال حرارت ترکیبی برای سیال غیر نیوتنی همراه با اثر مگنوهیدرودینامیک در شرایط مرزی شار ثابت در طول سطوح قائم موجدار مورد مطالعه قرار گرفته است. از یک تبدیل مختصات برای تبدیل معادلات سطح مواج به سطح صاف استفاده شده است. همچنین روش اسپیلاین مکعبی برای حل معادلات پیوستگی، مومنتم و انرژی به کار گرفته شده است. تأثیر پارامترهایی چون اثر میدان مغناطیسی، بزرگی دامنه موج، پارامترهای شناوری، عدد پرانتل تعمیم یافته و شاخص توانی مورد بررسی قرار گرفته و نتایج آن به صورت نمودارهای عدد ناسلت متوسط، ضریب اصطکاک و پروفیل های سرعت و دما آورده شده است. نتایج نشان میدان مغناطیسی، عدد ناسلت متوسط و موضعی در نزدیکی لبه صفحه افزایش می یابد. در حالیکه در پایین دست جریان کاهش می یابد. همچنین با افزایش عدد پرانتل تعمیم یافته، میزان انتقال حرارت افزایش و ضخامت لایه مرزی دما و سرعت کاهش می یابد.

واژههای کلیدی: جابه جایی ترکیبی، سیال غیر نیوتنی، سطوح قائم موج دار، شار ثابت

Numerical Study of MHD Flow and Mixed Convection of a Non-Newtonian Fluid Flow Along a Vertical Wavy Plate

K. Javaherdeh	Associate Professor, Faculty of Mechanical Engineering, GuilanUniversity
H. Karimi	Lecturer, Mechanical Engineering Group, Islamic Azad University, Roudsar- Amlash Branch
Abstract	

Abstract

In this study, a numerical study of mixed convection of non-Newtonian fluid and magnetic field effect in constant heat flux boundary condition along a vertical wavy surface is investigated. A simple coordinate transformation to transform wavy surface to flat surface is employed. A cubic spline collocation numerical method is used for present analyses. The effec of magnetic field, amplitude wave length ratio α , the bouyancy parameter, generalized prandtl number and power law viscosity discussed and show graphically as skin friction coefficient, local and average Nusselt number.results show when imposing the magnetic field effect the local and average Nusselt number increase near the leading edge. Also with increasing the generalized prantle number the rate of heat transfer increase and the thermal and velocity boundary layer thickness decrease.

Keywords: Mix convection, Non-Newtonian fluid, Vertical wavy plates, Heat flux

نويسنده مكاتبه كننده، آدرس پست الكترونيكي: Habib_karimi63@yahoo.com

بررسي عددي جريان تركيبي سيال غير

۱– مقدمه

با توجه به کاربرد فراوان سیالات غیر نیوتنی در صنایع مختلف از قبيل ذوب پلاستيك، بهينه سازى عملكرد مبدل ها و تجهيزات مرتبط، شناخت آنها امرى ضرورى مى باشد. بنابراين توجه زیادی به بدست آوردن میزان انتقال حرارت در این نوع سیالات شده است. همچنین مطالعه جریان لایه مرزی مگنوهیدرودینامیک به خاطر کاربرد آیرودینامیک بسیار زیاد نظیر طراحی مبدل های حرارتی از اهمیت زیادی برخوردار است. تاکنون تحقیقاتی در مورد انتقال حرارت ترکیبی سیالات غیرنیوتنی و جریان مگنوهیدرودینامیک بر روی سطوح صاف انجام شده است. استفاده از سطوح مواج به صورت پرههای دفع حرارت و مبدل های حرارتی سابقه چندان دوری ندارد. یانگ و چن [۱] انتقال حرارت جابجایی آزاد سیالات غیر نیوتنی همراه با اثر مگنوهیدرودینامیک در سطوح موج دار را بررسی کردند. آنها نشان دادند که گرادیان دما برای سیالات غلیظ شونده برشی(دایلاتانت) نسبت به سیالات رقیق شونده برشی(شبه-پلاستیک) بیشتر است. همچنین به بررسی تاثیر اثر مگنو هیدرودینامیک بر روی پروفیل های سرعت و دما پرداختند. محمود و همکاران [۲] به بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد در محیط متخلخل با وجود جریان مگنتیک با اثر تولید گرما پرداختند. نتایج آنها نشان میدهد که با افزایش اثر مگنو بر روی سرعت و دما، دما افزایش ولے سرعت کاهش مے یابد. چانگ و همکاران [۳] به بررسی انتقال حرارت و جرم برای جابجایی طبیعی در نزدیکی سطح موج دار در محیط متخلخل پرداختند. نتایج آنها نشان میدهـد کـه افـزایش عـدد گراشـف باعث كاهش نرخ انتقال حرارت و جرم می شود. مامون و همکاران [۴] به بررسی انتقال حرارت صفحات موجدار همراه با اثر تابش پرداختند. نتایج آنها نشان میدهد که با افزایش دمای سطح و دمای سیال عدد ناسلت متوسط افزایش مییابد. پروین و همکاران [۵] به بررسی جریان مگنوهیدرودینامیک در یک سطح موج دار پرداختهاند. رحمان و همکاران[۶] به بررسی جابجایی طبیعی در یک صفحه موج دار در شرایط مرزی شار ثابت پرداخته اند. پروین و همکاران[۷] به بررسی جابجایی ترکیبی جریان مگنوهیدرودینامیک در داخل یک کانال سه بعدی موج دار پرداختند و تأثیر اعداد گراشف، رینولدز و پرانتل را بررسی کردند. مطالعه آنها نشان میدهد که شدت جریان بـر پارامترهای فوقالذکر بستگی دارد. موتاراج و همکاران[۸] به بررسی جریان ترکیبی انتقال حرارت و جرم در کانال موجدار عمودی در محیط متخلخل پرداختند. نتایج آنها شامل اثر یارامترهای مختلف مربوط در جریان، ویژگیهای انتقال حرارت و جرم بود. در این مقاله، جریان سیال غیر نیوتنی مدل توانی مورد مطالعه عددی قرار گرفته است. حرکت سیال در سطوح

تحت تأثیر یک میدان خارجی از نوع مگنوهیدرودینامیک بوده است. برای افزایش آهنگ انتقال گرما سطوح موج دار بوده و همچنین معادلات حاکم بر جریان در شرایط مرزی شار ثابت با استفاده از روش اسپیلاین مکعبی مورد تحلیل قرار گرفتهاند. قابل ذکر است که رژیم جریان از نوع آرام و تراکم ناپذیر و پایدار می باشد.

۲- معادلات حاکم

هندسه و شرایط مرزی مسئله در شکل ۱ نشان داده شده است. جریان لایه مرزی سیال غیر نیوتنی که تحت تاثیر میدان مغناطیسی میباشد بر روی یک جسم نیمه بینهایت موج دار حرکت میکند که معادله سطح موج دار صفحه به صورت زیر توصیف می شود:



معادلات حاکم برای جریان سیال با لایه مرزی پایدار، تراکم ناپذیر، جریان دو بعدی با نادیده گرفتن آثار اتلاف ژول و اتلاف لزجتی، تقریب بوزینسک و تراکم پذیری فقط در عبارت شناوری در نظر گرفته شده است. با به کار بردن فرضیات مدل توانی، معادلات حاکم بر مسئله به شکل زیر در خواهد آمد:

$$\frac{\partial u}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial v}{\partial \bar{y}} = 0 \tag{(7)}$$

$$\rho\left(\bar{u}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{y}}\right) = -\frac{\partial\bar{p}}{\partial\bar{x}} + \rho g\beta(T - T_{\infty}) +$$
(\vec{v})

$$\begin{array}{c} \underbrace{\overset{\vee}{}}_{3} \\ \underbrace{\overset{\vee}$$

$$\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left(\tilde{u} \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}} + \tilde{v} \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{y}} \right) = \frac{1}{\operatorname{Re}_{g}^{2/(n+1)} \operatorname{Pr}_{g}} \left(\frac{\partial^{2} \theta}{\partial \tilde{x}^{2}} + \frac{\partial^{2} \theta}{\partial \tilde{y}^{2}} \right)$$
(11)

$$\bar{J} = \left\{ 2 \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{x}} \right)^2 \right\}^{(n-1)/2}$$
(17)

در این مرحله باید فضای فیزیکی مسئله را به فضای محاسباتی تبدیل کنیم، که از شبکه سازی جبری استفاده میکنیم. بنابراین با استفاده از تبدیل پرانتل که توسط یائو [۹] ارائه گردید، سطح موج دار را به سطح صاف تبدیل میکنیم. $\hat{x} = \hat{x}\hat{y} = (\tilde{y} - S)Re_g^{1/(n+1)}$

$$\hat{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{v}} = (\tilde{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{S}' \tilde{\mathbf{u}}) \operatorname{Re}_{\sigma}^{1/(n+1)} \tag{14}$$

$$\hat{P} = \tilde{P} - \tilde{P}_{\infty} \tag{10}$$

با جاگذاری معادلات (۸) تا (۱۲) و با در نظر گرفتن محدوده وسیعتر برای عدد رینولدز همانند تخمین لایه مرزی، معادلات حاکم از حالت سطح مواج به یک صفحه صاف تغییر میکند. بنابراین شرایط و معادلات جدید به حالت زیر تغییر میکند.

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{y}} = 0 \tag{19}$$

$$\begin{split} \hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} + \hat{v} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{y}} &= -\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{x}} + \mathrm{Ri}\theta + \mathrm{Re}_{\mathrm{g}}^{1/(n+1)} \mathrm{S}' \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{y}} + \\ (1 + \mathrm{S}'^{2})^{n} \frac{\partial}{\partial \hat{y}} \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{y}} \middle| \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{y}} \middle|^{n-1} \right) - \mathrm{M}_{n} \hat{u} \end{split}$$
(1Y)

$$S''\hat{u}^{2} + S'Ri\theta = S'\frac{\partial \widehat{P}}{\partial \widehat{x}} - Re_{g}^{1/(n+1)} \left(1 + S'^{2}\right)^{n} \frac{\partial}{\partial \widehat{y}}$$
(1A)

$$\hat{u}\frac{\partial\theta}{\partial\hat{x}} + \hat{v}\frac{\partial\theta}{\partial\hat{y}} = \frac{1}{Pr_g} \left(1 + {S'}^2\right) \frac{\partial^2\theta}{\partial\hat{y}^2} \tag{19}$$

جهت X می باشد. در نتیجه معادله مومنتم را می توان با حذف
کردن گرادیان فشار در جهت Y مطابق شکل زیر نوشت:

$$\hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} + \hat{v} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{y}} = \frac{1}{1+S'^2} \left(-\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{x}} + \lambda \theta \cdot S'S'' \hat{U}^2 \right) + (1+S'^2)^n \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{y}} \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{y}} \right|_{0}^{n-1} - M_n \hat{u}$$
(۲۱)

$$K \begin{pmatrix} 2\frac{\partial}{\partial \overline{x}} \left(\overline{J} \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{x}} \right) + \\ \frac{\partial}{\partial \overline{y}} \left(\overline{J} \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{y}} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial \overline{x}} \right) \right) \end{pmatrix} + F_{m}$$

$$\overrightarrow{F_m} = \overrightarrow{J_c} \times \overrightarrow{B}_0 \tag{(f)}$$

$$\rho\left(\bar{\mathbf{u}}\frac{\partial\bar{\mathbf{v}}}{\partial\bar{\mathbf{x}}} + \bar{\mathbf{v}}\frac{\partial\bar{\mathbf{v}}}{\partial\bar{\mathbf{y}}}\right) = -\frac{\partial\bar{\mathbf{p}}}{\partial\bar{\mathbf{y}}} + \mathbf{K} \begin{pmatrix} 2\frac{\partial}{\partial\bar{\mathbf{y}}} \left(\bar{\mathbf{J}}\frac{\partial\bar{\mathbf{v}}}{\partial\bar{\mathbf{y}}}\right) + \\ \frac{\partial}{\partial\bar{\mathbf{x}}} \left(\bar{\mathbf{J}}\left(\frac{\partial\bar{\mathbf{u}}}{\partial\bar{\mathbf{y}}} + \frac{\partial\bar{\mathbf{v}}}{\partial\bar{\mathbf{x}}}\right)\right) \end{pmatrix} \tag{(b)}$$

$$\rho C_P \left(\bar{u} \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} \right) = K_f \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \bar{y}^2} \right) \tag{F}$$

در اینجا K ضریب سازگاری سیال غیر نیوتنی، J نیز تانسور مرتبه دوم نرخ تغییرات کرنش است که از رابطه زیر بدست میآید: $\bar{J} = \left\{ 2 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} \right)^2 \right\}^{(n-1)/2}$ (Y)

سازی معادلات در شرایط مرزی شار ثابت از متغیرهای بدون
بعد زیر استفاده می کنیم:

$$\tilde{x} = \frac{\bar{x}}{L}, \tilde{y} = \frac{\bar{y}}{L}, \tilde{a} = \frac{\bar{a}}{L}, \tilde{s} = \frac{\bar{s}}{L}, \tilde{u} = \frac{\bar{u}}{U_{\infty}}, \tilde{v} = \frac{\bar{v}}{u_{\infty}},$$

 $Re_g = \frac{\rho U_{\infty}^{2\cdot n} L^n}{K}, U_w = \frac{\bar{u}_w}{U_{\infty}}, \theta = \frac{T \cdot T_{\infty}}{qL/K_f} Re_g^{1/(n+1)},$
 $Gr_g = \frac{g\beta(qL/k_f)\rho^2 L^{1+2n} U_{\infty}^{2(1-n)}}{K^2}, \tilde{p} = \frac{\bar{P}}{\rho U_{\infty}^2},$
 $\lambda = \frac{Gr_g}{Re_\pi^2} Re^{1/(n+1)}, Pr_g = \frac{C_P K^{2/(n+1)}}{K_f} \left(\frac{\rho U_{\infty}^3}{L}\right)^{\frac{n+1}{n+1}}$

$$M_{n} = \frac{\sigma L B_{0}^{2}}{\rho U_{\infty}}$$

که در معادله بالا λ ضریب شناوری و M_n عدد مگنوهیدرودینامیک می باشد. با جایگزینی متغیرهای بی بعد بالا در معادلات (۲) معادلات بی بعد شده به صورت زیر بدست می آیند:

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}} = 0$$

$$\tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}} + \lambda \theta +$$

$$\frac{1}{\operatorname{Re}_{g}} \left(2 \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left(\tilde{J} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} \right) + \\
\frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \left(\tilde{J} \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{x}} \right) \right) \right) - M_{n} \tilde{u}$$
(9)

شرایط مرزی برای حالت شار ثابت به صورت زیر می باشد.

$$y=0$$
 در روی سطح موج دار $y=0$
 $u = v = 0$
 $\frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{-1}{(1 + S'^2)^{1/2}} \left(\frac{2x}{U_w}\right)^{n+1}$
 $y \to \infty$ در سطح آزاد $y \to \infty$ $y \to 0$

۳- روش حل عددی

روش حل عددی اسپیلاین مکعبی بر خلاف روش اختلاف محدود نیاز به جداسازی مشتقها ندارد. در ضمن عبارت اسپیلاین برای شبکه بندی یکنواخت دقت مرتبه چهارم و همچنین دقت مرتبه سوم برای شبکه بندی غیر یکنواخت دارد. معادلات بی بعد حاکم بر مسئله را با قرار دادن شرط مرزی شار ثابت به روش SADI حل می شود. به طور کلی معادلات را به صورت ناپایا در نظر می گیریم تا اینکه رژیم جریان به حالت پایا برسد. تابع جریان تبدیل یافته را به روش SOR حل می شود. در عبارت های انتشار و انتقال حرارت عرضی از روش تفاضل پسرو با استفاده از بالادست جریان استفاده می شود. برای از بین بردن محدودیت روی اندازه گام از روش پادباسو استفاده می کنیم. استفاده از این حالت برای گامهای بالاتر هم پایا است. هنگام برآورد جملات جابجایی، روش پادباسو تمایل بیشتری به بالادست جریان دارد تا پایین دست جریان. همگرایی برای حل زمانی اتفاق میافتد که میزان خطا از ^۶-۱۰ کوچکتر باشد. با توجه به اینکه روش اسپیلاین مکعبی کاملاً ضمنی نیاز به جداسازی روش تفاضل محدود ندارد، بنابراین مشتق شرایط مرزی را میتوان به راحتی و با دقت بالاتری بدست آورد. نکته مهم در شبیه سازی عددی اطمینان از کافی بودن تعداد نقاط شبکه میباشد. برای مسئله فوق از شبکهبندیهای ۲۵۰×۲۰۰، ۲۰۰×۱۵۰، ۱۵۰×۱۰۰ و ۳۰۰×۲۵۰ استفاده شده است. نحوه شبکه بندی در شکل ۲ آمده است.

نتایج آن به صورت عدد ناسلت و ضریب اصطکاک در جدول ۱ نتایج نشان داده شده است. نتایج نشان می دهد که تفاوت بین نتایج برای شبکه بندی ۲۵۰×۲۵۰ و ۳۰۰×۲۵۰ در ۱Ri= و Ri= متر از ۱٪ است. $M_n=$ ۱ $\alpha=$ ۰/۱

۴- نتایج

در جدول ۲ نتایج حاضر با نتایج سایرین به صورت عدد ناسلت موضعی مقایسه شده است. نتایج نشان میدهد که اختلاف مقادیر بدست آمده با نتایج قبلی کمتر از ۱٪ میباشد که نشان دهنده صحت روش بکار رفته است.



و ضریب اصطکاک Nu_{gx}Re^{1/(n+1)} و ضریب اصطکاک برای شبکه بندی های مختلف (2Re_{nv})^{1/(n+1)}Cf

$Cr(g_{x})$						
	$Pr_g = 0.7, M_n = 1, \alpha = 0.1, Ri = 10, n=1,$					
	$x \in [0,4], y \in [0,10]$					
	$Nu_{g\bar{x}}Re^{1/(n+1)}$		$(2Re_{g\bar{x}})^{1/(n+1)}C_{f}$			
شبکه بندی	X=۱	۶,۱	X=۴	X=۱	X=۱,۶	X=۴
۱۰۰×۵۰۰	۰٫٣٩	•,44	۰٬۵۷۳	۴,۱۸	4,80	11/51
10.×2	٠٫٣٩	۰,۴۵	۵۷۵, ۰	4,18	۴٫۸۹	11,79
۲۰۰×۲۵۰	•,*•	•,49	۰٬۵۷۷	۴,۱۵	$\Delta_{I} \bullet \Delta$	11/88
۲۵۰×۳۰۰	•,*•	•,49	۶۷۵، •	۴,۱۵	۵,۱۰	11,88

در شکل ۳ کانتور سه بعدی سرعت در $\lambda = 0$ ، $Pr_{g=} r_{i} \cdot \lambda = 0$ برای سیال غلیظ شونده برشی $M_n = 1_i \cdot \eta = 0$ (دایلاتانت $(n=1)_i \cdot 1_i \cdot 1_i \cdot 1_i)$ میباشد. در نزدیکی لبه حمله صفحه جایی که سرعت حداکثر کوچکتر از واحد میباشد، انتقال حرارت جابجایی اجباری ناحیه غالب است ولی در پایین دست جریان که بیشینه پروفیل سرعت بیشتر از یک است و تاثیر نیروی شناوری بر آن بیشتر شده است انتقال حرارت جابجایی آزاد ناحیه غالب است.

برای سیال غلیظ شونده برشی(دایلاتانت $(n=1,\Delta)$) عدد برای سیال غلیظ شونده برشی(دایلاتانت(n=1.0)) عدد (n=1.0) ناسلت متوسط مقدار بیشتری نسبت به سیال نیوتنی $(n=1.0, m_{\rm sec})$ و همچنین سیال رقیق شونده برشی(شبه پلاستیک $(n=1.0, m_{\rm sec})$) نزدیک به لبه حمله صفحه دارد. در نمودار ۴ پروفیل دما برای نزدیک به لبه حمله صفحه دارد. در نمودار ۴ پروفیل دما برای $\lambda=0$ در $N_{\rm sec}=\gamma_{\rm sec}$ برای $\lambda=0$ در $N_{\rm sec}=\gamma_{\rm sec}$ برای سیال غیر نیوتنی قانون توانی با شاخص های مختلف برای شاخص توانی (n) نشان داده شده است.

 $\Pr_{g=} \rho_{1}$ اثر میدان مغناطیسی بر روی دمای سطح در $\lambda=$ ۵۰ اثر میدان ر (n) و $M_n = -1$ و شاخصهای مختلف توانی (n) در $\alpha = -1$ ، شکل ۵ نشان داده شده است. با افزایش اثر میدان مغناطیسی، در نزدیکی لبه صفحه به دلیل اینکه انتقال حرارت جابجایی اجباری ناحیه غالب میباشد، دمای سطح کاهش مییابد ولی در نقاط دور از لبه صفحه در پایین دست جریان جایی که انتقال حرارت آزاد ناحیه غالب می باشد، با اعمال میدان مغناطیسی دمای سطح افزایش مییابد. مقدار این افزایش برای سیال رقیق شونده برشی (شبه پلاستیک) نسبت به سیال نیوتنی و سیال غلیظ شونده برشی (دایلاتانت) بیشتر است.در شکل ۶ تأثیر عدد پرانتل تعمیم یافته بر عدد ناسلت متوسط نشان داده شده است. همان طور که در شکل ۶ مشخص است، با افزایش عدد پرانتل تعميم يافته مقدار عدد ناسلت متوسط افزايش مي يابد. با افزایش عدد پرانتل تعمیم یافته ضخامت لایه مرزی حرارت و سرعت کاهش می یابد و همچنین در اعداد پرانتل تعمیم یافته بالا ضخامت لایه مرزی دما نسبت به ضخامت لایه مرزی هيدروليكي نازكتر ميشود.



 $lpha=\cdot,$ ۱. $\Pr_{g=}$ ۶,۹۳ ، $\lambda=$ ۵۰ شکل $\Lambda-$ توزیع محوری دمای سطح برای شکل $M_n=\cdot,\cdot\cdot$ ۹ و



برای Nu _{gx̄} Re ^{1/(n+1)}	دد ناسلت به صورت	جدول ۲ -مقایسه ع
صفحه صاف برای سیال	ایی ترکیبی در طول	انتقال حرارت جابج

نيوتنى			
Gr/Re ²	Pr = 0.72		
	وانگ [۱۰]	روش حاضر	
•,•	۰,۲۹۹۵	۰,۲۹۵	
•,• ۴	۰ _/ ۲۹۸۰ ۱	• ،٣ • ۵ •	
• , ١	۰ / ۳ · ۵ · ۲	۰ /۳۱۷۱	
٠٫۴	۰ /۳۶۰۹۷	۰٫۳۶	
۱,•	• / 41471	•,4179	



شکل۳-کانتور سه بعدی سرعت در ۵ $\mathbf{Pr}_{g=}$ ۲٬۰ ، $\mathbf{Pr}_{g=}$ و $\mathbf{M}_n=$ ۱٬۰

نتایج نشان میدهد که با اثر مگنتیک دمای سیال افزایش می یابد در حالی که سرعت کاهش مییابد.

در اثر اعمال میدان مغناطیسی عدد ناسلت متوسط در نزدیکی لبه حمله صفحه افزایش مییابد ولی در پایین دست جریان کاهش مییابد.



توانی برای ۵۰– λ همن ۱ مرای شیال غیر نیوشی مدل توانی برای ساخص $M_n=$ و ۲-۰٫۱ $Pr_{g=}$ ۶٫۹۳ در $M_n=$ در X=۳٫۵

افزایش عدد پرانتل تعمیم یافته باعث کاهش دمای سطح می شود، به دلیل اینکه با افزایش عدد پرانتل تعمیم یافته، نفوذ و پخش حرارت در سیال کم می شود، بنابراین ضخامت لایه مرزی دما کاهش می یابد، دمای سیال کم می شود و در نهایت میزان انتقال حرارت بیشتر می گردد.

در شکل ۲ تأثیر نیروی شناوری برای پروفیل سرعت در $M_n = 1_i$ و -1_i $Pr_g = 7_i$ در سیال رقیق شونده برشی (شبه پلاستیک)، سیال نیوتنی و سیال غلیظ شونده برشی (دایلاتانت) نشان میدهد. با افزایش ضریب شناوری تأثیر نیروی شناوری نیز بیشتر می شود و سیال شتاب گرفته، بر سرعت می ال افزوده می شود. بنابراین ضریب اصطکاک نیز بیشتر می گردد. شکل ۸ توزیع محوری عدد ناسلت متوسط را برای اعداد شناوری مختلف در سیال غلیظ شونده برشی (دایلاتانت) نشان می مود و سیال شتاب گرفته، بر سرعت می شناوری نیز بیشتر می شیال افزوده می شود. بنابراین ضریب اصطکاک نیز بیشتر می گردد. شکل ۸ توزیع محوری عدد ناسلت متوسط را برای اعداد شناوری مختلف در سیال غلیظ شونده برشی (دایلاتانت) نشان می دهد. با افزایش ضریب اسان که می می می می به داخل سیال کم می شود که در نتیجه آن دمای سیال کاهش مییابد. در نتیجه در شود که در نتیجه آن دمای سیال کاهش مییابد. در نتیجه در اثر کاهش دمای سطح، میزان انتقال حرارت بیشتر شده و مقدار اثر کاهش دمای سطح، میزان انتقال حرارت بیشتر شده و مقدار عدر اثر کاهش دمای سطح، میزان انتقال حرارت بیشتر شده و مقدار عدد ناسلت می ما



یرای x=۱٫۷۵ پروفیل سرعت برای های مختلف در x=۱٫۷۵ برای $\mathbf{M}_n = 1_0 \cdot \mathfrak{g} = \cdot_1 \cdot \mathbf{Pr}_{\sigma=} \mathbf{Y}_0 \cdot \mathbf{Y}_0$



۵- نتیجه گیری

انتقال حرارت جابجایی ترکیبی سیال غیر نیوتنی توانی همراه با اثر مگنوهیدرودینامیک بر روی سطح قائم موج دار در شرایط مرزی شار ثابت مورد مطالعه قرار گرفت. ابتدا معادلات بی بعد کردیم و سپس با استفاده از تبدیل پرانتل سطح موجدار را به سطح صاف تبدیل شد. معادلات نهایی به روش اسپیلاین مکعبی تحلیل شده است. با توجه به نتایج بدست آمده، انتقال حرارت در جابجایی ترکیبی در نزدیکی لبه حمله صفحه افزایش می یابد در حالی که در پایین دست جریان انتقال حرارت جابجایی آزاد ناحیه غالب است. با تأثیر میدان مغناطیسی عدد ناسلت متوسط در نزدیکی لبه حمله صفحه افزایش می یابد. شرایط مرزی شار ثابت دمای سطح نیز کاهش می یابد و در افزایش عدد شناوری میزان انتقال حرارت افزایش پیدا می کند و باعث افزایش عدد ناسلت متوسط می گردد. همچنین در نمودار پروفیل سرعت نیز مقدار بیشینه سرعت بیشتر می شود.

مراجع

[1] Yue-Tzu Yang, cha'o-kuangchen, "Natural convection of non-newtonian fluids along a wavy vertical plate including magnetic field effect", Int Journal heat and mass transfer, vol. 39, no. 13, pp. 2813-2842, 1996.

[2] F.M. hady, R.A mohammad "MHD free convection flow along a vertical wavy surface with heat generation or absorption effect" Int. Journal of heat and mass transfer, vol. 33, pp. 1253-1263, 2006.

[3] ching- yang cheng, "Non-Darcy natural convection heat and mass transfer from vertical wavy surface in Saturated porous media" Applied mathematics and combustion "vol. 182, pp. 1488-1500, 2006.

[4] M. MamunMolla, M Anwarhossein "Radiation effect on mixed convection laminar flow along a vertical wavy surface" International Journal Thermal Sciences, vol. 46, pp. 926-935, 2007.

[5] N. Parveen, MD. Abdul alim "MHD free convection flow with temperature dependent thermal conductivity in presence of heat absorption along a vertical wavy surface" Procedia Eng. vol. 56, PP. 68-75, 2013.

[6] A. Rahman, M. Sarker "Natural Convection flow along the vertical wavy cone in case of uniform surface heat flux where viscosity is an exponential function of temperature" Int. Communication in Heat and Mass Transfer, vol. 38, issue 6, pp. 774-780 2011. كوروش جواهرده و حبيب كريمى

[7] S. Parvin, N.F. Hossain" Finite element simulation of MHD combined convection through a triangular wavy channel" International Communications in Heat and Mass Transfer, vol .39, Issue 6,, pp. 811–817, 2012

[8] R. Muthuraj, S. Srinivas "Mixed convective heat and mass transfer in a vertical wavy channel with traveling thermal waves and porous medium" Computers & Mathematics with Applications, vol. 59, Issue 11, pp. 3516–3528, 2010.

[9] Lun-shin Yao, "natural convection along a vertical complex wavy surface" Int. Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 49, pp. 281-286, 2006.

[10] Wang, T. " Mixed convection heat transfer from a vertical plate to non-Newtonian fluids" Int. J. Heat Fluid flow, vol. 16, pp. 56-61, 2004.