

## کنترل ردگیری پهپادهای بالدیس بدون سکان عمودی با پسخور خروجی مبتنی بر کنترل کننده مود لغزشی بهینه با عامل انتگرالی و مشاهده گر مود لغزشی مقاوم

دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، sevda.rezazadeh@tabrizu.ac.ir **سودا رضازاده موحّد**  
 استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، ma.hamed@tabrizu.ac.ir **محمد علی حامد\***  
 استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، keighobadi@tabrizu.ac.ir **جعفر کیقبادی**

### چکیده

پهپادهای بالدیس بدون سکان عمودی به دلیل فقدان پایدارکننده‌های افقی و عمودی متداول، با چالش‌های خاصی در زمینه پایداری، کنترل ردگیری، و تخمین دقیق حالت‌ها مواجه هستند. ساختار پیشنهادی در این مقاله با افزودن انتگرال خطای ردگیری به دینامیک سیستم و پایداری آن، با طراحی سطح لغزشی به صورت ترکیب خطی از حالت‌های سیستم، و در ادامه بهینه سازی سطح لغزشی، عملکرد ردگیری مناسبی را در هر دو مود طولی و عرضی فراهم می‌کند. با طراحی قانون کنترل مود لغزشی ویژه در ساختار پیشنهادی، عملکرد مقاوم به عدم قطعیت سازگار و ناسازگار در سیستم حلقه بسته تضمین می‌گردد. برای تخمین حالت‌های سیستم با استفاده از داده‌های حسگرها، از مشاهده گر مود لغزشی مقاوم استفاده می‌شود که تعمیم یافته مشاهده گر اصلاح شده آتکین و ولکت - زک است. در این روش حالت‌های نامعلوم سیستم به طور موثر با وجود عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات ورودی با استفاده از یک الگوریتم محاسباتی مناسب تخمین زده می‌شود. نتایج شبیه‌سازی، عملکرد عالی این ساختار کنترل کننده - مشاهده گر را در تخمین حالت، پایداری، رفتار ردگیری، و مقاومت در برابر اغتشاشات تأیید می‌کند.

**واژه‌های کلیدی:** سطح لغزشی بهینه، مشاهده گر مود لغزشی مقاوم، پهپاد بالدیس بدون سکان عمودی، عدم قطعیت و اغتشاشات، دینامیک و کنترل پرواز.

## Output Feedback Tracking Control of Rudderless Flying-Wing UAVs Based on Optimized Sliding Mode Controller with Integral Action and Robust Sliding Mode Observer

**S. Rezazadeh Movahhed**  
**M. A. Hamed**  
**J. Keighobadi**

Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran  
 Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran  
 Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

### Abstract

The rudderless flying-wing UAV design structure poses different challenges in terms of stability, tracking control, and accurate state estimation due to the lack of conventional horizontal and vertical stabilizers. The proposed controller-observer structure in this paper provides proper tracking performance in both longitudinal and lateral modes by augmenting the tracking error integral to the system dynamics for stabilization, and designing the sliding surface as a linear combination of the system states, and further optimizing the sliding surface. By designing the special sliding mode control law in the proposed structure, the robustness against matched and unmatched uncertainties is ensured in the closed-loop system. The robust sliding mode observer, which is an extension of the modified Utkin and Walcot-Zac observer, is used for estimating the system states based on sensor outputs. By this approach, the unknown states of the system are effectively estimated using an appropriate computational algorithm, despite input disturbances and uncertainties. The simulation results confirm the excellent performance of the proposed controller-observer structure in terms of state estimation, stabilization, tracking behavior, and robustness against uncertainties and disturbances.

**Keywords:** Optimal sliding surface, Robust sliding mode observer, Rudderless flying-wing UAV, Uncertainties and disturbances. Flight dynamics and control.

### ۱- مقدمه

کنترل زاویه چرخش، مسئله کنترل این پهپادها اهمیت ویژه‌ای می‌یابد [۱-۳]. در زمینه کنترل پهپادهای بالدیس به‌ویژه نوع بدون سکان عمودی، به دلیل چالش‌های موجود، تحقیقات منتشر شده بسیار کمی موجود است و اکثر مطالعات موجود در زمینه طراحی کنترل گر تنها به مود طولی، یا مود عرضی و کنترل زاویه سمت روی باند پرواز پرداخته‌اند که در ادامه مروری بر تعدادی از این مطالعات ارائه شده است.

در سال ۲۰۱۳، مینگزینگ و همکاران [۴] روشی برای طراحی قوانین کنترلی پهپاد بالدیس بر اساس دینامیک معکوس غیرخطی پیشنهاد دادند که مبتنی بر نظریه خطی سازی پسخور بود. در سال ۲۰۱۶،

پهپادهای بالدیس بدون سکان عمودی به دلیل طراحی منحصر به فرد خود، قابلیت مانورپذیری، و نیز استتار بالا، پتانسیل بالایی در کاربردهای مختلف نظامی و غیرنظامی دارند. با این حال، نبود پایدارکننده‌های افقی و عمودی متداول، چالش‌های جدی در طراحی سیستم‌های کنترلی این نوع پهپادها ایجاد می‌کند. این چالش‌ها شامل تضمین پایداری و کنترل ردگیری در حضور عدم قطعیت‌های مختلف و اغتشاشات، و خطاهای احتمالی در عملگرها و حسگرها است. به علاوه به دلیل کوپلینگ شدید بین سطوح کنترلی، ذات غیر کمینه فاز مود عرضی، و حساسیت شدید به سطوح کنترلی به‌ویژه در مانورهای عرضی

\* نویسنده‌گان مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: ma.hamed@tabrizu.ac.ir

باقری و همکاران [۵] روش ترکیبی LQR و کنترل کننده PID را برای کنترل پهپاد بالدیس شش درجه آزادی در مود طولی معرفی کردند. این روش از مزایای هر دو روش برای طراحی یک کنترل کننده مقاوم با انرژی کنترل پایین استفاده می کند. نتایج نشان داد که سیستم حلقه بسته از نظر مقاوم بودن و ردگیری پاسخ پله عملکرد مناسبی دارد، اما یافتن ماتریس های وزنی، پیچیده و نیازمند آزمون و خطاست و در پاسخ ها فراجش دیده می شود.

در سال ۲۰۱۹، ما و همکاران [۶] رویکردی مبتنی بر حذف فعال اغتشاش برای کنترل جهت گیری پهپاد بالدیس بدون سکان عمودی و بدون سیستم فرمان روی زمین پیشنهاد دادند. آن ها با استفاده از نظریه حذف اغتشاش، کنترل کننده ای برای زاویه چرخش با بهره گیری از پیشرانه تفاضلی طراحی کردند. سیستم پیشنهادی توانست زاویه چرخش را به خوبی کنترل کرده و حرکت در مسیر مستقیم بدون انحراف را ممکن سازد. با این حال برای کنترل حرکت عرضی روی باند زمین، فرضیات ردگیری بسیار ساده تر از شرایط پرواز و مانور های کوپل طولی-عرضی می باشد.

در سال ۲۰۲۱، ونگ و همکاران [۷] مدلسازی و رویکرد کنترلی جدیدی برای پهپاد بال ثابت کوچک ارائه دادند. آن ها به طراحی الگوریتم های کنترلی PID بر اساس مدلسازی غیر خطی پرداختند. نتایج نشان دهد که روش پیشنهادی از نظر خطای حالت ماندگار، پایداری وضعیت پرواز و مسیریابی عملکرد موثری دارد. با این حال به دلیل ذات ناپایداری مود عرضی در پهپادهای بالدیس در کنترل زاویه چرخش، فراجش، تاخیر و خطای زیادی در پاسخ ها دیده می شود.

به منظور مقابله با چالش های کنترل ردگیری و پایداری پهپادهای بالدیس بدون سکان عمودی، طراحی سیستم های کنترلی مقاوم و پیشرفته ضروری است. کنترل گرهای مود لغزشی به دلیل ویژگی های مقاومت ذاتی خود در برابر عدم قطعیت ها و اغتشاشات، گزینه ای مناسب برای این نوع پهپادها محسوب می شوند [۸]. در این میان، استفاده از عامل انتگرالی در ساختار کنترل گر مود لغزشی می تواند به بهبود عملکرد ردگیری و پایداری دینامیک سیستم کمک شایانی کند. در این روش انتگرال خطای ردگیری به عنوان یک حالت اضافی به دینامیک سیستم الحاق می گردد. سطح لغزشی نیز به صورت ترکیبی خطی از حالت های سیستم تعریف می شود که لزوم تعریف سطح لغزشی بر حسب خطای ردگیری و مشتقات آن را حذف می کند. در نتیجه آزادی عمل بیشتری در انتخاب سطح لغزش و در ادامه، بهینه سازی موثر آن وجود دارد.

همچنین، تخمین دقیق حالت های سیستم برای ایجاد یک سیستم کنترل پسخور خروجی<sup>۱</sup> مؤثر از اهمیت بالایی برخوردار است. در این راستا، طراحی یک مشاهده گر مود لغزشی مقاوم به عدم قطعیت می تواند به تخمین دقیق بردار حالت سیستم بر اساس داده های حسگر کمک کند. این مشاهده گر که حالت تعمیم یافته ای از مشاهده گر اصلاح شده آتکین<sup>۲</sup> و ولکات - زک<sup>۳</sup> [۹] می باشد، دارای مزایای

متعددی است که آن را برای سیستم های کنترلی بسیار مؤثر می سازد. این مزایا شامل مقاومت بالا در برابر عدم قطعیت ها و اغتشاشات، پایداری و همگرایی سریع تخمین ها، سادگی در پیاده سازی، توانایی حذف اثر خطاهای سازگار<sup>۴</sup>، و انعطاف پذیری بالا در طراحی می باشد. این ویژگی ها باعث می شود که این مشاهده گر بتواند به طور دقیق و سریع حالت های دینامیک پیچیده سیستم را تخمین بزند و در ترکیب با کنترل کننده با پسخور خروجی، عملکرد سیستم کنترلی را بهبود بخشد.

این مقاله به طراحی و پیاده سازی یک کنترل کننده مود لغزشی بهینه با عامل انتگرالی و یک مشاهده گر مود لغزشی مقاوم به عدم قطعیت، برای کنترل ردگیری پهپادهای بالدیس بدون سکان عمودی بر مبنای معادلات دینامیکی خطی در دو مود طولی و عرضی می پردازد. به طور خلاصه اهم نوآوری های کار حاضر در حوزه کنترل پهپادهای بالدیس بدون سکان عمودی را می توان به صورت زیر بیان نمود:

- طراحی کنترل کننده مقاوم به عدم قطعیت و اغتشاش با رفتار ردگیری دقیق در مود طولی بر مبنای سطح لغزشی بهینه و قانون کنترلی ویژه
  - طراحی کنترل کننده مقاوم به عدم قطعیت و اغتشاش با رفتار ردگیری دقیق در مود عرضی بر مبنای سطح لغزشی بهینه و قانون کنترلی ویژه با توجه به ذات غیر کمیته فاز بودن مود عرضی
  - طراحی مشاهده گر مود لغزشی مقاوم به عدم قطعیت برای مود طولی و عرضی
- نتایج شبیه سازی نشان دهنده عملکرد برتر این ساختار حلقه بسته کنترل کننده - مشاهده گر در تخمین حالت، رفتار ردگیری، و مقاومت در برابر عدم قطعیت های شدید می باشد.

## ۲- مبانی و روش ها

### ۲-۱- معادلات حاکم

در این بخش، فرضیات لازم برای مدلسازی دینامیکی پهپاد مورد بررسی قرار گرفته است (مدل فریا<sup>۵</sup> متعلق به شرکت اسمارت پلینز<sup>۶</sup> - شکل ۱ [۱۰]). این پهپاد، که یک مدل کوچک بالدیس بدون سکان افقی و عمودی است، به الوون<sup>۷</sup> مجهز می باشد. زمانی که الوون ها در یک جهت حرکت می کنند، در نقش سطوح کنترلی بالابر<sup>۸</sup> ظاهر می شوند، و هنگامی که در جهت مخالف حرکت می کنند، نقش شهپر<sup>۹</sup> را ایفا می کنند. ارتباط میان سیگنال های الوون و شهپر-بالابر می تواند به طور ریاضی با استفاده از معادله (۱) توصیف شود [۱۱].

<sup>3</sup> Walcott-Zac

<sup>4</sup> matched

<sup>5</sup> Freya

<sup>6</sup> Smart-planes

<sup>7</sup> elevon

<sup>8</sup> elevator

<sup>9</sup> aileron

<sup>1</sup> output-feedback

<sup>2</sup> Utkin

$$C_n^b = \begin{bmatrix} C\theta C\psi & C\theta S\psi & -S\theta \\ S\phi S\theta C\psi - C\phi S\psi & S\phi S\theta S\psi + C\phi C\psi & S\phi C\theta \\ C\phi S\theta C\psi + S\phi S\psi & C\phi S\theta S\psi - S\phi C\psi & C\phi C\theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = C_n^b \begin{bmatrix} \dot{x}_n \\ \dot{y}_n \\ \dot{z}_n \end{bmatrix}$$

سرعت‌های خطی در سیستم مختصات بدنه و سیستم مختصات اینرسی به ترتیب با نمادهای  $u, v, w$  و  $\dot{x}_n, \dot{y}_n, \dot{z}_n$  نمایش داده می‌شوند. همچنین، زوایای  $\psi, \theta, \phi$  به ترتیب بیانگر زوایای اوپلری غلت<sup>۱</sup> حول محور طولی، فراز<sup>۲</sup> حول محور عرضی موازی بال‌ها، و چرخش<sup>۳</sup> حول محور عمودی هستند. ارتباط میان نرخ سرعت‌های زوایای در سیستم مختصات بدنه  $(p, q, r)$  و نرخ تغییرات زوایای اوپلری در معادله (۳) نشان داده شده است.

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (3)$$

زاویه حمله  $\alpha$  و زاویه سرش جانبی  $\beta$  نیز از روابط معادله (۴) محاسبه می‌شوند [۱۳، ۱۴].

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{w}{u}\right) \quad (4)$$

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{v}{V_a}\right).$$

توجه داشته باشید که  $V_a$  سرعت خطی برآیند می‌باشد. حال معادلات حاکم با استفاده از قانون دوم نیوتن به شکل معادله (۵) به دست می‌آیند [۱۵-۱۸]:

$$\begin{aligned} m(\dot{u} - rv + qw) &= F_x \\ m(\dot{v} - pw + ru) &= F_y \\ m(\dot{w} - qu + pv) &= F_z \\ I_x \dot{p} + (I_z - I_y)qr - I_{xz}(pq + r) &= L \\ I_y \dot{q} - (I_z - I_x)rp + I_{xz}(p^2 - r^2) &= M \\ I_z \dot{r} - (I_x - I_y)pq + I_{xz}(qr - \dot{p}) &= N \end{aligned} \quad (5)$$

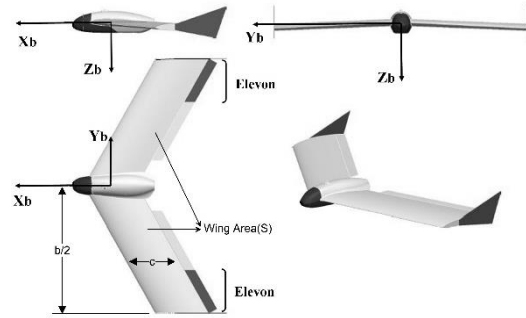
که در آن  $m$  و  $I_i (i=x, y, z, xz)$  نشان‌دهنده جرم و ممان‌های اینرسی می‌باشند.  $F_x, F_y, F_z$  و  $L, M, N$  نیز نشان‌دهنده مؤلفه‌های نیروها و گشتاورهای خارجی حول محورهای مختصات بدنه می‌باشند که ترکیبی از نیروهای آیرودینامیکی، گرانشی و پیشرانه هستند. این معادلات ذاتاً غیرخطی هستند که این ویژگی منجر به بروز محدودیت‌ها و پیچیدگی‌های خاصی در طراحی سیستم‌های کنترل می‌شود. خطی سازی معادلات حاکم و جدا کردن آن به معادلات مود طولی و عرضی یکی از متداول‌ترین روش‌ها در طراحی سیستم‌های کنترلی برای هواپیماها می‌باشد.

با توجه به وجود نظریه‌های دقیق و پیشرفته در کنترل مقاوم سیستم‌های خطی و همچنین قابلیت اطمینان بالا، کاربرد وسیع این نوع کنترل‌کننده‌ها در حوزه‌های مختلف از جمله هوافضا بسیار رایج است. به این منظور از نظریه اغتشاشات کوچک برای خطی‌سازی

<sup>1</sup> roll  
<sup>2</sup> pitch  
<sup>3</sup> yaw

$$\begin{pmatrix} \delta_e \\ \delta_a \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_{er} \\ \delta_{el} \end{pmatrix} \quad (1)$$

در معادله (۱)،  $\delta_{er}$  و  $\delta_{el}$  به ترتیب تغییر زاویه لئون‌های راست و چپ می‌باشند.  $\delta_a$  و  $\delta_e$  نیز زاویه بالابرد و شپرد را نشان می‌دهند. پس در نتیجه مدل دینامیکی می‌تواند بر حسب فرم استاندارد پهپادهای بال ثابت، بدون سکان عمودی بیان شود. پهپاد دارای یک موتور الکتریکی در انتهای بدنه است و نرخ پیشرانه همراه با تغییرات زاویه لئون‌ها، ورودی‌های کنترلی هستند. مشخصات فنی این پهپاد در جدول ۱ ارائه شده است.



شکل ۱- طرحواره پهپاد فریا [۱۰]

جدول ۱- مشخصات پهپاد فریا [۱۰، ۵]

مقدار (واحد)	مشخصه
0.81 (m)	طول اسپن (b)
0.33 (m)	طول کورد بال (c)
0.2712 (m <sup>2</sup> )	مساحت سطح (S)
0.568 (Kg)	وزن (m)
25 (m/s)	حداکثر سرعت (V <sub>max</sub> )
20	ثابت موتور (K)
0.14641 (N.ms <sup>2</sup> )	ممان اینرسی حول محور X <sub>b</sub> (I <sub>xx</sub> )
0.11995 (N.ms <sup>2</sup> )	ممان اینرسی حول محور Y <sub>b</sub> (I <sub>yy</sub> )
0.26547 (N.ms <sup>2</sup> )	ممان اینرسی حول محور Z <sub>b</sub> (I <sub>zz</sub> )
0.35 (N.ms <sup>2</sup> )	ممان اینرسی حول صفحه X <sub>b</sub> -Z <sub>b</sub> (I <sub>xz</sub> )

لازم به ذکر است که شرایط جوی در حین پرواز آرام و پایدار است و هیچ گونه اغتشاش شدید جوی وجود ندارد. همچنین، وزن و موقعیت مرکز جرم پهپاد در طول پرواز ثابت باقی می‌ماند. به علاوه، تغییرات در شکل سطوح کنترلی نادیده گرفته می‌شود و بدنه پهپاد به صورت متقارن نسبت به صفحه  $X_b - Z_b$  طراحی شده است.

سیستم مختصات بدنه برای فرمول‌بندی معادلات حرکت معرفی می‌شود. این سیستم مختصات که به بدنه پهپاد متصل است، از سه محور عمود بر هم  $x_b, y_b, z_b$  تشکیل شده است. نقطه مبدأ این سیستم در مرکز جرم پهپاد قرار دارد. سیستم مرجع یا اینرسی نیز شامل سه محور عمود بر هم  $x_n, y_n, z_n$  است که به وسیله ماتریس تبدیل معادله (۲) به سیستم مختصات بدنه منتقل می‌شود [۱۲]:

معادلات (۵) حول نقطه تعادل پایا<sup>۱</sup> استفاده می‌گردد [۱۲].

جدول ۲- نقطه تعادل پایا پهباد فریا

متغیر	مقدار	متغیر	مقدار
$u_0$	10 (m/s)	$\beta_0$	0 (deg)
$v_0$	0 (m/s)	$\varphi_0$	0 (deg)
$w_0$	0.27 (m/s)	$\theta_0$	1.547 (deg)
$p_0$	0 (deg/s)	$\psi_0$	0 (deg)
$q_0$	0 (deg/s)	$\delta e_0$	-1.169 (deg)
$r_0$	0 (deg/s)	$\delta a_0$	0 (deg)
$\alpha_0$	1.547 (deg)	$\delta t_0$	54.4%

متغیرهای طولی حول نقطه تعادل پایا تشکیل شده است. اعضای ماتریس های  $A, B$  با استفاده از مقادیر متغیر های حالت در نقطه تعادل پایا محاسبه می‌شوند. عبارتهای دارای اندیس پایین نویس داخل ماتریس های  $A, B$ ، مشتقات پایداری طولی هستند که در واقع نشان دهنده نرخ تغییر نیروها و گشتاورها به تغییرات در متغیر های اصلی مود طولی می باشند [۱۱، ۱۹]. لازم به ذکر است که با استفاده از رابطه  $\bar{w} = (V_a \cos \alpha) \bar{\alpha}$  و تغییر متغیر از  $\bar{w}$  به  $\bar{\alpha}$  در حرکت طولی، معادلات حالت برحسب  $\bar{\alpha}$  بیان شده‌اند.

دینامیک مود عرضی به حرکت انتقالی تحت تأثیر نیروها و گشتاورهای خارجی در صفحه  $x_b - y_b$  و دوران حول محور  $x_b$  و  $z_b$  که به ترتیب حرکت غلت و چرخش نامیده می‌شوند، مرتبط است. در این مود،  $\beta, p, r$  بیشترین تأثیر را بر مؤلفه‌های بارهای عرضی دارند. علاوه بر این، تنها ورودی کنترلی سیستم در یک بالادیس بدون سکان عمودی،  $\bar{\delta}_a$  است. با این فرضیات، فضای حالت معادلات حرکت عرضی به صورت معادلات (۷) بیان می‌شود [۱۱]:

$$\dot{x} = Ax + B\delta$$

$$A = \begin{bmatrix} Y_v & Y_p / (V_a \cos \beta) & Y_r / (V_a \cos \beta) \\ L_v V_a \cos \beta & L_p & L_r \\ N_v V_a \cos \beta & N_p & N_r \\ 0 & 1 & \tan \theta \cos \varphi \\ 0 & 0 & \cos \varphi \sec \theta \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} g \cos \theta \cos \varphi / (V_a \cos \beta) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ q \cos \varphi \tan \theta & 0 \\ q \cos \varphi \sec \theta - r \sin \varphi \sec \theta & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} Y_{\delta a} / (V_a \cos \beta) \\ L_{\delta a} \\ N_{\delta a} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} \bar{\beta} \\ \bar{p} \\ \bar{r} \\ \bar{\varphi} \\ \bar{\psi} \end{bmatrix}, \quad \delta = \bar{\delta}_a$$

در این معادلات، بردار حالت  $[\bar{\beta}, \bar{p}, \bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{\psi}]^T$  نشان‌دهنده تغییرات متغیرهای عرضی در اطراف نقطه تعادل پایا است. اعضای ماتریس های  $A, B$  نیز با استفاده از مقادیر متغیر های حالت در نقطه تعادل پایا محاسبه می‌شوند. مشابه معادلات طولی، با تغییر متغیر از  $\bar{v}$  به  $\bar{\beta}$  با استفاده از رابطه  $v = V_a \sin \beta$  در حرکت عرضی، معادلات حالت برحسب  $\bar{\beta}$  بیان شده‌اند. همچنین، مشتقات پایداری عرضی با اندیس زیرنویس مشخص شده اند [۱۹]. توجه داشته باشید که زاویه حمله و ارتفاع  $(\alpha, h)$  و زاویه چرخش  $(\psi)$  خروجی‌های سیستم در حرکات طولی و عرضی هستند.

## ۲-۲- طراحی کنترل کننده مود لغزشی بهینه با عامل انتگرالی

در این بخش، ساختار طراحی کنترل کننده مود لغزشی با سطح لغزشی بهینه‌سازی شده و عامل انتگرالی توضیح داده شده است [۲۰-۲۲]. فرض کنید معادلات دینامیکی خطی به شکل کلی معادله (۸)

با فرض برقراری شرایط پرواز حالت پایا، نقطه تعادل پایا با حل معادلات غیر خطی تعادل  $\dot{x} = f(x, u) = 0$  محاسبه و در جدول ۲ بر حسب درجه ارائه شده است. دینامیک طولی شامل حرکت انتقالی ناشی از نیروها و گشتاورهای خارجی در صفحه  $x_b - z_b$  و همچنین حرکت دورانی حول محور  $y_b$  است که به حرکت فراز معروف است. در این حالت، مؤلفه‌های بارهای طولی بیشتر تحت تأثیر  $\alpha, q$  قرار می‌گیرند. با فرض اینکه حرکت در صفحه عمودی رخ می‌دهد، معادلات طولی حرکت به صورت معادله (۶) و در قالب فضای حالت بیان می‌شوند. همچنین، ارتفاع پهباد که در جهت معکوس محور  $z_n$  قرار دارد، با نماد  $h$  نمایش داده می‌شود. بردار ورودی‌های کنترلی سیستم  $\delta$  نیز شامل  $\bar{\delta}_e$  و  $\bar{\delta}_t$  (به ترتیب تغییر زاویه بالابر و نرخ پیشرانه نسبت به نقطه تعادل پایا) است [۱۱].

$$\dot{x} = Ax + B\delta$$

$$A = \begin{bmatrix} X_u & X_w V_a \cos \alpha & X_q \\ Z_u / (V_a \cos \alpha) & Z_w & Z_q / (V_a \cos \alpha) \\ M_u & M_w V_a \cos \alpha & M_q \\ 0 & 0 & 1 \\ \sin \theta & -\cos \theta V_a \cos \alpha & 0 \\ -g \cos \theta & 0 \\ -g \sin \theta / (V_a \cos \alpha) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ u \cos \theta + w \sin \theta & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} X_{\delta e} & X_{\delta t} \\ Z_{\delta e} / (V_a \cos \alpha) & 0 \\ M_{\delta e} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{\alpha} \\ \bar{q} \\ \bar{\theta} \\ \bar{h} \end{bmatrix}, \quad \delta = \begin{bmatrix} \bar{\delta}_e \\ \bar{\delta}_t \end{bmatrix}$$

در معادله (۶)، بردار حالت  $x = [\bar{u}, \bar{\alpha}, \bar{q}, \bar{\theta}, \bar{h}]^T$  از تغییرات

<sup>1</sup> Trim point

بیان می‌شوند:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B\delta(t) \\ y = Cx(t) \end{cases} \quad (8)$$

$$x \in \mathbb{R}^n, \delta \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^m$$

سیستم به صورت مربعی فرض شده است که در آن جفت ماتریس  $(A, B)$  قابل کنترل است و در فرم منظم می‌باشد. این به این معناست که ماتریس ورودی کنترلی می‌تواند به صورت  $B = [0, B_2]^T, B_2 \in \mathbb{R}^{m \times m}, \det(B_2) \neq 0$  بیان شود [۲۰]. ماتریس خروجی سیستم می‌باشد. حال انتگرال‌های خطای ردگیری که از معادله (۹) به دست می‌آیند، به عنوان حالت‌های اضافی به سیستم الحاق می‌شوند.

$$\dot{x}_r(t) = A_w(r_f(t) - Cx(t)) \quad (9)$$

در اینجا  $r_f(t)$  و  $y(t)$  به ترتیب نشان‌دهنده سیگنال مرجع هموار و خروجی سیستم هستند.  $A_w$  یک ماتریس قطری مثبت است که اعضای روی قطر اصلی آن، فاکتورهای وزن دهی برای خطاهای ردگیری را تعیین می‌کند. بردار حالت سیستم با حالت‌های الحاق یافته را می‌توان به صورت  $\tilde{x} = [x_r, x]^T$  نوشت. ماتریس‌های سیستم، ورودی کنترلی، و سیگنال مرجع برای سیستم مرکب به شکل معادله (۱۰) بخش بندی و نمایش داده می‌شوند:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}\delta + \tilde{B}_r r_f \\ \tilde{A} &= \begin{bmatrix} 0_m & -A_w C \\ 0_n & A \end{bmatrix}, \tilde{B} = \begin{bmatrix} 0_m \\ B \end{bmatrix}, \tilde{B}_r = \begin{bmatrix} A_w \\ 0_n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

با فرض اینکه جفت ماتریس  $(A, B)$  در فرم منظم می‌باشد، جفت ماتریس  $(\tilde{A}, \tilde{B})$  نیز به همین شکل در فرم منظم می‌باشد. در گام بعدی، سطح لغزشی به صورت معادله (۱۱) تعریف می‌شود که در آن  $S_r$  و  $S$  پارامترهای طراحی هستند [۲۰].

$$\sigma = \{\tilde{x} \in \mathbb{R}^{n+m} : S\tilde{x} - S_r r_f = 0\} \quad (11)$$

سطح لغزشی یک ترکیب خطی از حالات است که شامل اثر خطای ردگیری می‌شود، زیرا انتگرال خطای ردگیری به بردار حالات سیستم اضافه شده است. مزیت این طرح کنترل پیشنهادی این است که نیازی به تعریف سطح لغزشی بر اساس خطای ردگیری یا مشتقات آن به طور مستقیم نیست، بنابراین انتخاب پارامترهای سطح لغزشی آزادانه‌تر انجام می‌شود. در این حالت، سطح لغزشی یک ابرصفحه در فضای حالات سیستم است که بعد از کاهش در سیستم بهینه‌سازی می‌شود. این امر تضمین می‌کند که یک ماتریس مناسب برای پایداری دینامیک سیستم در حالت لغزش، برای تضمین پایداری حالات سیستم کافی است. انتگرال خطای ردگیری نیز با رسیدن سیستم به سطح لغزشی به صورت مجانبی پایدار می‌شود. بنابراین، با توجه به لم باربالت [۲۳]، رفتار ردگیری تضمین می‌شود.

**لم باربالت:** اگر تابع مشتق‌پذیر  $f(t)$  یک حد متناهی در  $t \rightarrow \infty$  داشته باشد و  $\dot{f}$  به طور یکنواخت پیوسته باشد، در این صورت:

$$t \rightarrow \infty, \dot{f} \rightarrow 0$$

در گام بعدی، ماتریس ابرصفحه لغزشی، ماتریس سیستم، ماتریس کنترل، ماتریس ورودی مرجع، و بردار حالت الحاق یافته به صورت معادله (۱۲) تقسیم‌بندی می‌شوند، به طوری که  $x_1 \in \mathbb{R}^n, x_2 \in \mathbb{R}^m$ .

$$S = \begin{bmatrix} S_1^n & S_2^m \\ \tilde{S}_1^n & \tilde{S}_2^m \end{bmatrix}, \quad \tilde{A} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11}^n & \tilde{A}_{12}^m \\ \tilde{A}_{21}^n & \tilde{A}_{22}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -A_w C_1 & -A_w C_2 \\ 0 & A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} 0_m \\ 0_{n-m} \\ B_2 \end{bmatrix}, \tilde{B}_r = \begin{bmatrix} B_r \\ 0_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_w \\ 0_{n-m} \\ 0_m \end{bmatrix}, \tilde{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

دینامیک سطح لغزش نیز با معادله (۱۳) بیان می‌شود:

$$\dot{\sigma} = S\tilde{A}\tilde{x} + S\tilde{B}\delta - S_r \dot{r}_f \quad (13)$$

از آنجا که ماتریس  $S$  پارامتر آزاد طراحی بوده و  $S\tilde{B} = S_2 B_2$  به صورت غیرمنفرد فرض شده است، می‌توان بدون از دست دادن کلیت مساله،  $S_2$  را به صورت  $S_2 = \Lambda B_2^{-1}$  در نظر گرفت که در آن  $\Lambda$  یک ماتریس طراحی قطری غیرمنفرد است که معمولاً به صورت  $I_{m \times m}$  انتخاب می‌شود. هدف این است که یک ساختار کنترلی طراحی شود که یک حرکت لغزشی ایده‌آل روی ابرصفحه  $\sigma$  ایجاد می‌کند. با توجه به معادله (۱۱) در حین یک حرکت لغزشی ایده‌آل، معادله (۱۴) برقرار است:

$$x_2 = S_2^{-1}(S_r r_f - S_1 x_1) \quad (14)$$

بنابراین، معادلات به صورت معادله (۱۵) کاهش می‌یابند:

$$\dot{x}_1(t) = (\tilde{A}_{11} - \tilde{A}_{12} M)x_1(t) + (\tilde{A}_{12} S_2^{-1} S_r + B_r)r_f(t) \quad (15)$$

که در آن  $M = S_2^{-1} S_1$  می‌بایست تعیین گردد. در واقع نقش بهره یک کنترل کننده پسخور حالت را برای سیستم کاهش مرتبه یافته با بردار حالت  $x_1$  و ورودی کنترلی مجازی  $x_2$  ایفا می‌کند. در نتیجه با انتخاب مناسب آن، پایداری  $x_1$  و به تبع آن طبق معادله (۱۴) پایداری  $x_2$  نیز تضمین می‌شود. در رویکرد پیشنهادی یک شیوه حداقل سازی مربعی بهینه LQR<sup>۱</sup> برای محاسبه ماتریس  $M$  به کار گرفته می‌شود تا بتوان در ادامه ابرصفحه لغزشی را مشخص کرد. می‌توان نشان داد که ساختار کنترلی با یک ابرصفحه لغزشی بهینه‌سازی شده با LQR عملکرد مقاوم تری نسبت به سایر روش‌های طراحی سطح لغزشی دارد [۲۰]. تابع هزینه ارائه شده به صورت معادله (۱۶) در نظر گرفته می‌شود:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} \tilde{x}^T \tilde{Q} \tilde{x} dt \quad (16)$$

که در آن  $t_0$  زمان آغاز فاز لغزش، و  $\tilde{Q}$  یک ماتریس متقارن و مثبت است که توسط قانون برایسون انتخاب شده و اعضای آن بر اساس محدوده عملکردی بیشینه حالات مؤثر، وزن‌دهی می‌شوند [۲۴]. هدف این است که با این فرض که حرکت لغزشی رخ می‌دهد، تابع هزینه در معادله (۱۶) با توجه به معادلات سیستم (۱۰) کمینه شود. توجه داشته باشید که در تابع هزینه مورد نظر، هیچ هزینه‌ای برای ورودی کنترلی در نظر گرفته نشده و به عنوان یک مسئله کنترل بدون هزینه ورودی در نظر گرفته می‌شود. بر اساس معادلات (۱۲)،  $\tilde{Q}$  نیز تقسیم‌بندی شده و تابع هزینه به صورت معادله (۱۷) بازنویسی

<sup>۱</sup> Linear Quadratic Regulator

می‌شود:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (x_1^T Q_{11} x_1 + 2x_1^T Q_{12} x_2 + x_2^T Q_{22} x_2) dt \quad (17)$$

از آنجایی که بردار حالت  $x_2$  یک ورودی کنترلی مجازی برای سیستم تعریف شده در معادله (۱۵) است، معادله (۱۷) یک مسئله LQR متداول را بیان می‌کند. با تعریف یک ورودی کنترلی مجازی به صورت  $v = x_2 + Q_{22}^{-1} Q_{12}^T x_1$ ، عبارت مقاطع حذف شده و تابع هزینه به صورت معادله (۱۸) بازنویسی می‌شود:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (x_1^T \hat{Q} x_1 + v^T Q_{22} v) dt \quad (18)$$

که در آن  $\hat{Q} = Q_{11} - Q_{12} Q_{22}^{-1} Q_{12}^T$  است. حال این یک مسئله تنظیم‌کننده حالت بهینه LQR برای سیستم بازنویسی شده به شکل معادله (۱۹) است که در آن  $\hat{A} = \tilde{A}_{11} - \tilde{A}_{12} Q_{22}^{-1} Q_{12}^T$  می‌باشد:

$$\dot{x}_1 = \hat{A} x_1 + \tilde{A}_{12} v(t) + B_1 r_f \quad (19)$$

معادله ریگاتی برای این مسئله LQR به صورت معادله (۲۰) تعریف می‌شود:

$$\hat{P} \hat{A}^T + \hat{A} \hat{P} + \hat{Q} - \hat{P} \tilde{A}_{12} Q_{22}^{-1} \tilde{A}_{12}^T \hat{P} = 0 \quad (20)$$

بهره کنترلی  $K = Q_{22}^{-1} \tilde{A}_{12}^T \hat{P}$  با حل معادله ریگاتی محاسبه می‌شود. با استفاده از قانون پسخور حالت  $v = -K x_1$  در معادله (۱۹) و مقایسه رابطه کاهش‌یافته با معادله سطح لغزشی، ماتریس  $M$  که ابرصفحه لغزشی را تعیین می‌کند به صورت معادله (۲۱) محاسبه می‌شود:

$$M = Q_{22}^{-1} Q_{12}^T + Q_{22}^{-1} \tilde{A}_{12}^T \hat{P} \quad (21)$$

در نهایت با تعریف ابرصفحه بهینه و تضمین آغاز حرکت لغزشی، با محدود شدن انتگرال خطا، طبق لم باربالت خطای ردگیری به صورت مجانبی به صفر میل می‌کند و خروجی‌های سیستم، سیگنال مرجع را به خوبی دنبال می‌کنند. در ادامه قانون کنترلی باید تضمین کند که مسیرهای سیستم به روی سطح لغزشی  $\sigma$  هدایت می‌شوند و در نتیجه بر اساس آنچه که بیان شد، خروجی‌ها را به صورت مجانبی به مقادیر مرجع می‌رساند. میتوان نشان داد که قانون کنترلی ارائه شده در معادله (۲۲) این الزامات کنترلی مود لغزشی را برآورده می‌کند [۲۰]:

$$\delta = \delta_1(\tilde{x}, r_f) + \delta_n(\tilde{x}, r_f) \quad (22)$$

که  $\delta_1$  بخش پیوسته قانون کنترل است و به صورت معادله (۲۳) تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \delta_1(\tilde{x}, r_f) &= L\tilde{x} + L_r r_f + L_r \dot{r}_f \\ L &= -\Lambda^{-1}(\tilde{S}\tilde{A} - \Phi S) \\ L_r &= -\Lambda^{-1}(\Phi S_r + S_r B_r) \\ L_r &= \Lambda^{-1} S_r \end{aligned} \quad (23)$$

$\Phi \in \mathbb{R}^{m \times m}$  یک ماتریس طراحی پایدار است که پایداری حرکت لغزشی را در حضور عدم قطعیت‌های سازگار در ساختار طراحی شده تضمین می‌کند. پارامتر  $S_r$  پایداری سیستم حلقه بسته را تغییر نمی‌دهد و به طور کلی صفر فرض می‌شود [۲۰].  $\delta_n$  که بخش ناپیوسته بردار کنترلی است، به صورت معادله (۲۴) تعریف می‌شود:

$$\delta_n(\tilde{x}, r_f) = -\rho_c \Lambda^{-1} \frac{P_2 \sigma}{\|P_2 \sigma\| + \varepsilon} \quad (24)$$

که در آن  $P_2$  یک ماتریس متقارن مثبت است که از حل معادله لیاپانوف  $P_2 \Phi + \Phi^T P_2 = -I$  به دست می‌آید.  $\varepsilon$  یک فاکتور هموارساز

است که به عنوان یک ثابت کوچک مثبت تعریف می‌شود و اغتشاشات ناخواسته<sup>۱</sup> را از بین می‌برد. همچنین  $\Lambda = S\tilde{B} = S_2 B_2$  به صورت یک ماتریس قطری طراحی انتخاب می‌شود. تابع اسکالر  $\rho_c$  نیز تنها به اندازه عدم قطعیت وابسته است. نشان داده می‌شود که این ساختار کنترلی به عدم قطعیت‌های سازگار و ناسازگار مقاوم است [۲۰].

### ۲-۳- طراحی مشاهده‌گر مود لغزشی مقاوم به عدم قطعیت

در این بخش، ساختار یک مشاهده‌گر مبتنی بر مود لغزشی که نسبت به عدم قطعیت در کانال ورودی مقاوم می‌باشد، برای سیستم کنترل پیشنهادی پیاده سازی می‌شود. این مشاهده‌گر که حالت تعمیم یافته‌ای از مشاهده‌گر اصلاح شده آتکین و ولکات - زک [۹] می‌باشد، دارای مزایای متعددی شامل مقاومت بالا در برابر عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات، پایداری و همگرایی سریع تخمین‌ها، سادگی در پیاده‌سازی، توانایی حذف اثر خطاهای سازگار و انعطاف‌پذیری بالا در طراحی می‌باشد. این مشاهده‌گر با یک الگوریتم عددی محاسباتی مناسب بر اساس یک سری تبدیلات متوالی، بر چالش‌های طراحی مشاهده‌گرهای مود لغزشی فعلی غلبه می‌کند. این ویژگی‌ها باعث می‌شود که این مشاهده‌گر بتواند به طور دقیق و سریع حالت‌های دینامیک پیچیده سیستم را تخمین بزند و در ترکیب با کنترل کننده با پسخور خروجی، عملکرد سیستم کنترلی را بهبود بخشد. لزوم به کارگیری پسخور حالت با استفاده از مشاهده‌گر این است که در بسیاری از موارد عملی، تمام حالات سیستم که باید تنظیم شوند، توسط حسگرها اندازه‌گیری نمی‌شوند و در دسترس نیستند. بنابراین، یک چارچوب برای تخمین متغیرهای حالت و طراحی سیستم کنترل بر اساس اطلاعات خروجی تعریف می‌شود. ابتدا سیستم دینامیکی معادله (۲۵) را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B\delta(t) + f(x, \delta, t) \\ y(t) &= Cx(t), \quad f(x, \delta, t) = B\zeta(x, t) \end{aligned} \quad (25)$$

که  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}, B \in \mathbb{R}^{n \times m}, C \in \mathbb{R}^{p \times n}$  تابع نامعین  $\mathbf{f}: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  عدم قطعیت سیستم را نشان می‌دهد که در آن  $\|f(x, \delta, t)\| \leq \rho_E, \forall x \in \mathbb{R}^n, \delta \in \mathbb{R}^m, t \geq 0$  هم چنین فرض می‌شود که ماتریس خروجی دارای ساختار  $C = [C_1 \quad C_2]$  می‌باشد که در آن  $C_2 \in \mathbb{R}^{p \times p}$  غیر منفرد می‌باشد. با فرض این که  $(C, A)$  مشاهده پذیر است، و ماتریس  $CB$  رتبه کامل دارد، نشان داده می‌شود که یک سری تبدیلات مختصات به شکل  $\eta = T_{Etw} x$  وجود دارد که با استفاده از آن، سیستم دینامیکی فوق به فرم معادله (۲۶) تبدیل می‌شود [۹]:

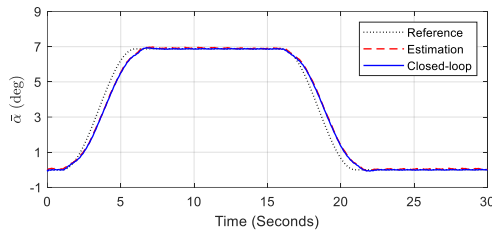
$$\begin{cases} \dot{\eta} = A^* \eta + B^* \delta + B^* \zeta \\ y = C^* \eta \end{cases} \quad (26)$$

که در آن رابطه (۲۷) برقرار است:

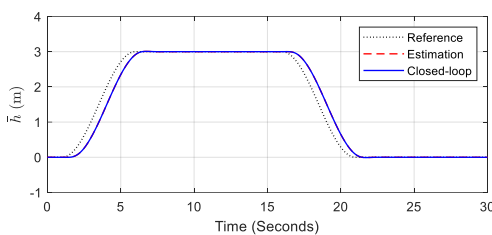
$$\begin{aligned} A^* &= \begin{bmatrix} A_{11}^* & A_{12}^* \\ A_{21}^* & A_{22}^* \end{bmatrix}, \quad B^* = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2^* \end{bmatrix}, \\ C^* &= [0 \quad I_p], \quad \eta = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ y \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

<sup>۱</sup> chattering

مرجع مطلوب شامل تغییر زاویه حمله پهپاد در حدود ۷ درجه (۰/۱۲) رادیان) به بالا و افزایش ارتفاع تا ۵ متر، و سپس باقی ماندن در این حالت به مدت ۱۰ ثانیه، و سپس بازگشت به وضعیت اولیه پرواز حالت تراز می‌باشد.



شکل ۲- عملکرد ردگیری سیستم حلقه بسته تحت اثر اغتشاشات ورودی در مود طولی، تغییرات زاویه حمله  $\bar{\alpha}$  (deg)



شکل ۳- عملکرد ردگیری سیستم حلقه بسته تحت اثر اغتشاشات ورودی در مود طولی، تغییرات ارتفاع  $\bar{h}$  (m)

عملکرد ردگیری خروجی زاویه حمله و ارتفاع در اطراف نقطه تعادل پایا و مقایسه با تخمین‌ها تحت تاثیر اغتشاشات ترکیبی هارمونیک و پله در کانال‌های ورودی، در شکل‌های ۲ و ۳ نشان داده شده است. فرض می‌شود که سیگنال اغتشاشات ورودی سازگار در کانال‌های زاویه بالابر و نرخ پیشرانه مطابق شکل ۴ به سیستم اعمال شده است که دارای دامنه و نوسانات بالایی می‌باشد که ممکن است عملکرد سیستم را شدیداً تحت تاثیر قرار دهد.

نتایج شکل‌های ۲ و ۳ نشان می‌دهد که علیرغم حضور اغتشاشات شدید مرکب هارمونیک و پله در کانال ورودی، رفتار ردگیری در زمان محدود دارای عملکرد مناسب و قابل توجهی می‌باشد. خطای ردگیری خروجی، به طور قابل توجهی کم است و هم چنین فراجش و تاخیر قابل توجهی در پاسخ سیستم وجود ندارد. به علاوه مشاهده‌گر سیستم حلقه بسته تخمین‌های مناسبی از حالت‌های سیستم ارائه می‌دهد. ذکر این نکته لازم است که در صورت استفاده از مشاهده‌گرهای متداول مود لغزشی مانند آتکین [۲۵]، به علت عدم مقاومت به اغتشاشات در کانال ورودی، امکان تخمین دقیق حالت‌های سیستم وجود نداشته و رفتار ردگیری نیز با خطای زیادی همراه خواهد بود.

برای مثال جهت مقایسه، در شکل‌های ۵ و ۶ رفتار ردگیری و قدرت تخمین سیستم حلقه بسته با استفاده از مشاهده‌گر مود لغزشی مقاوم پیشنهادی، و مشاهده‌گر آتکین تحت اثر اغتشاشات ورودی یکسان (شکل ۴) ارائه شده است که نشان دهنده برتری متمایز ساختار مشاهده‌گر پیشنهادی است.

و زیر ماتریس  $A_{11}^*$  پایدار است. حال مشاهده‌گر به فرم معادله (۲۸) را در نظر بگیرید:

$$\dot{\hat{\eta}} = A^* \hat{\eta} + B^* \delta - G_l^* e_y + G_n^* v$$

$$G_l^* = \begin{bmatrix} A_{12}^* \\ A_{22}^* - A_{22}^s \end{bmatrix}, G_n^* = \begin{bmatrix} 0 \\ P_{2E}^{-1} \end{bmatrix}$$

$$v = \begin{cases} -\rho_E \|P_{2E}\| \frac{e_y}{\|e_y\|} & \text{if } e_y \neq 0 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

که در آن  $P_{2E} \in \mathbb{R}^{p \times p}$  یک ماتریس معین مثبت متقارن است که در معادله لیاپانوف  $P_{2E} A_{22}^s + (A_{22}^s)^T P_{2E} = -Q_{2E}$  صدق می‌کند و مقاومت در برابر عدم قطعیت‌های سازگار سیستم را تضمین می‌کند.  $Q_{2E} \in \mathbb{R}^{p \times p}$  یک ماتریس معین مثبت متقارن می‌باشد و  $A_{22}^s$  یک ماتریس طراحی پایدار است. میتوان اثبات کرد که با انتخاب یک تابع لیاپانوف  $V = e_1^T P_{1E} e_1 + e_y^T P_{2E} e_y$  که در آن  $P_{1E} \in \mathbb{R}^{(n-p) \times (n-p)}$  معین مثبت متقارن معادله  $P_{1E} A_{11}^* + (A_{11}^*)^T P_{1E} = -Q_{1E}$  با  $Q_{1E}$  به عنوان یک ماتریس معین مثبت می‌باشد، پاسخ مثبت معین متقارنی برای  $P_{2E} \in \mathbb{R}^{p \times p}$  وجود دارد که دینامیک خطای سیستم نامعین به شکل معادله (۲۹) را پایدار می‌سازد [۹]:

$$\dot{e}_1 = A_{11}^* e_1$$

$$\dot{e}_y = A_{22}^s e_y + P_{2E}^{-1} v - B_2^* \zeta$$

در نهایت در مختصات اصلی سیستم (معادله (۲۵))، ساختار مشاهده‌گر به فرم معادله (۳۰) بازنویسی می‌شود:

$$\dot{\hat{x}} = A \hat{x} + B \delta - G_l e_y + G_n v$$

$$G_l = T_{Edw}^{-1} \begin{bmatrix} A_{12}^* \\ A_{22}^* - A_{22}^s \end{bmatrix}, G_n = T_{Edw}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ P_{2E}^{-1} \end{bmatrix}$$

$$v = \begin{cases} -\rho_E \|P_{2E}\| \frac{e_y}{\|e_y\|} & \text{if } e_y \neq 0 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

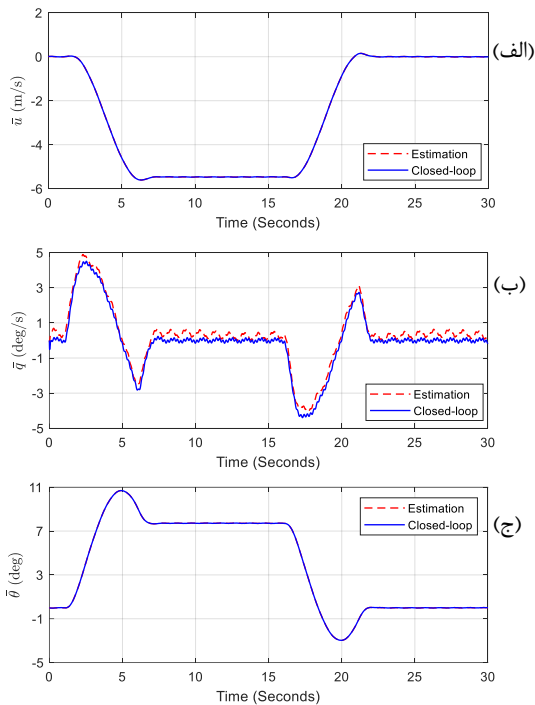
### ۳- نتایج شبیه سازی

در این بخش نتایج شبیه سازی ساختار کنترل کننده - مشاهده‌گر پیشنهادی بررسی می‌شود. نتایج نشان دهنده کارایی کنترل کننده پیشنهادی مبتنی بر مود لغزشی بهینه همراه با عامل انتگرالی با پسخور خروجی از مشاهده‌گر مود لغزشی مقاوم به عدم قطعیت می‌باشد. مشاهده‌گر داده‌های حسگر را در دو مود طولی و عرضی دریافت کرده و با پسخور حالت‌های تخمین زده شده به کنترل گر طراحی شده، باعث ایجاد یک سیستم حلقه بسته کارآمد می‌شود. شبیه سازی روی مورد پهپاد بالدیس فریا انجام شده است که مشخصات و نقطه تعادل پایا آن در جدول ۱ و ۲ ارائه شده است. توجه داشته باشید که خروجی حسگرهای مود طولی، که مشاهده‌گر بر اساس آنها حالت‌ها را تخمین و به کنترل کننده پسخور می‌نماید، سرعت خطی در راستای طولی بدنه، نرخ زاویه فراز و ارتفاع  $(u, q, h)$  و خروجی حسگر مود عرضی نیز نرخ زاویه غلت و زاویه چرخش  $(p, \psi)$  می‌باشند که شرط مشاهده پذیری  $(C, A)$  و کامل بودن رتبه ماتریس  $CB$  را ارضا می‌کنند.

#### ۳-۱- عملکرد ردگیری سیستم حلقه بسته کنترل کننده -

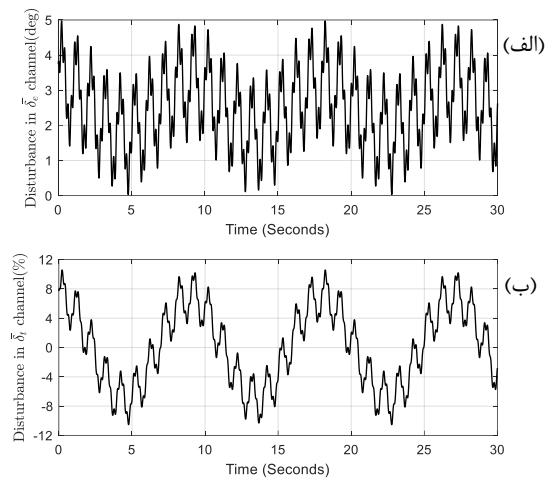
##### مشاهده‌گر مود لغزشی پیشنهادی در دینامیک طولی

در مود طولی و مانورهای مربوط به صفحه  $x_b - z_b$ ، سیگنال



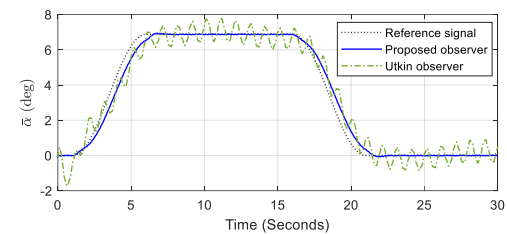
شکل ۷- مقادیر پاسخ و تخمین سیستم حلقه بسته در مود طولی  
 (الف) سرعت خطی در راستای طولی بدنه  $\bar{u}$  (m/s)  
 (ب) نرخ زاویه فراز  $\bar{q}$  (deg/s) (ج) زاویه فراز  $\bar{\theta}$  (deg)

خروجی کنترل کننده نیز (زاویه بالابر و نرخ پیشرانه) در شکل های ۸ و ۹ نشان داده شده است. مشاهده می شود که جهت ردگیری سیگنال مرجع موردنظر در حالت بدون اغتشاش، تغییر حداکثر ۶ درجه در زاویه سطح کنترلی و افزایش حدوداً ۴۰ درصدی در پیشرانه مورد نیاز است. هم چنین در صورت وجود اغتشاشات ورودی نیز سیستم کنترل با تخمین اغتشاشات و تغییر در خروجی کنترل کننده اثر اغتشاشات ورودی را حذف کرده است. با توجه به اینکه خروجی کنترل کننده با ورودی اغتشاشی جمع شده و به عنوان ورودی به سیستم اعمال می گردد، طبق شکل های ۸ و ۹ میتوان مشاهده کرد که مجموع خروجی کنترل کننده با ورودی اغتشاشی (شکل ۴) در هر کانال برابر خروجی کنترل کننده در همان کانال در حالت بدون اغتشاش است. به عبارت دیگر در حالتی که سیستم تحت اثر ورودی اغتشاشی قرار دارد، کنترل کننده به خوبی با تخمین اغتشاش، و تغییر در خروجی کنترل کننده اثر اغتشاش را جبران می کند و ورودی سیستم در هر دو حالت با اغتشاش و بدون اغتشاش یکسان خواهد بود. توجه داشته باشید که سیگنال های کنترلی داخل محدوده قابل قبول مجاز  $-12 \text{ deg} < \delta_i < 12 \text{ deg}$  و  $0 < \delta r < 100\%$  قرار دارند. در نتیجه سیستم کنترل کننده - مشاهده گر پیشنهادی به نحوی خروجی کنترل کننده را تنظیم می کند که با جبران عدم قطعیت ها و اغتشاشات مذکور (شکل ۴) در هر کانال، سیستم حلقه بسته ورودی های مبنا را بدون خطا دنبال نماید.

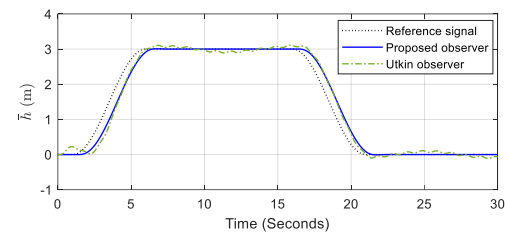


شکل ۴- سیگنال اغتشاشات سازگار مرکب پله و هارمونیک در کانال ورودی در مود طولی

(الف) زاویه بالابر  $\bar{\delta}_i$  (deg) (ب) نرخ پیشرانه  $\bar{\delta}_r$  (%)



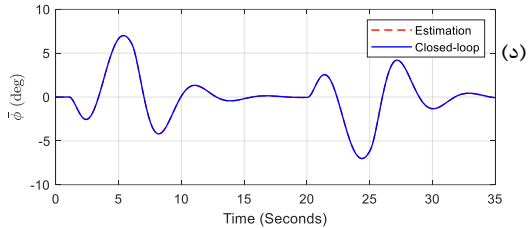
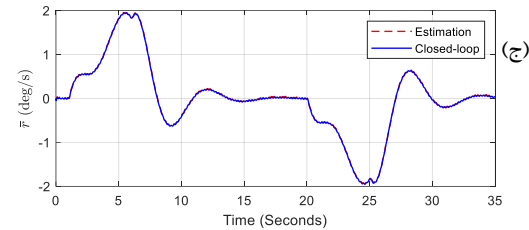
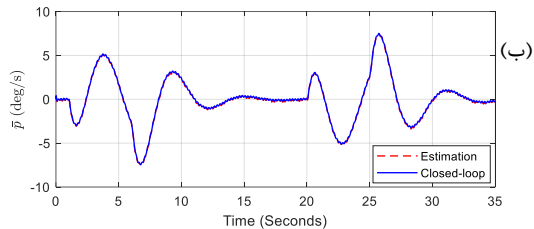
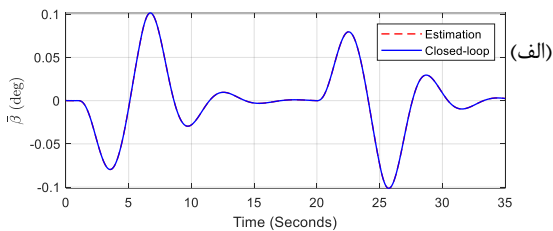
شکل ۵- عملکرد ردگیری تغییرات زاویه حمله  $\bar{\alpha}$  (deg) در سیستم حلقه بسته تحت اثر اغتشاشات ورودی در مود طولی، بر اساس مشاهده گر مود لغزشی مقاوم به عدم قطعیت پیشنهادی و مشاهده گر آتکین



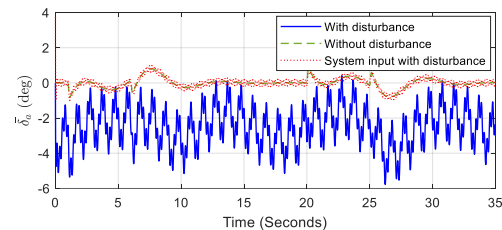
شکل ۶- عملکرد ردگیری تغییرات ارتفاع  $\bar{h}$  (m) در سیستم حلقه بسته تحت اثر اغتشاشات ورودی در مود طولی، بر اساس مشاهده گر مود لغزشی مقاوم به عدم قطعیت پیشنهادی و مشاهده گر آتکین

هم چنین طبق شکل ۷، مشاهده می شود که علیرغم وجود اغتشاشات سازگار، مشاهده گر تخمین درستی از سایر حالت های سیستم نیز ارائه می دهد که با پسخور به کنترل گر در حلقه، منجر به طراحی یک سیستم کنترلی حلقه بسته مقاوم به عدم قطعیت با عملکرد، کارایی، و دقت بالا می شود. در کل رفتار تخمین و ردگیری سیستم حلقه بسته کنترل کننده - مشاهده گر طراحی شده، کارایی مقاوم رویکرد کنترلی پیشنهادی را در حضور عدم قطعیت ها و اغتشاشات نشان می دهد.



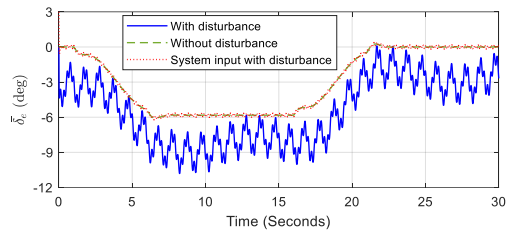


شکل ۱۲- مقادیر پاسخ و تخمین سیستم حلقه بسته در مود عرضی  
 (الف) زاویه سرش جانبی  $\bar{\beta}$  (deg) (ب) نرخ زاویه غلت  $\bar{p}$  (deg/s)  
 (ج) نرخ زاویه چرخش  $\bar{r}$  (deg/s) (د) زاویه غلت  $\bar{\phi}$  (deg)

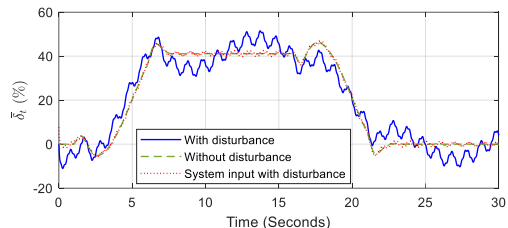


شکل ۱۳- خروجی کنترل کننده در دو حالت با و بدون اغتشاش ورودی همراه  
 با ورودی سیستم در حالت با اغتشاش، زاویه شهپر  $\bar{\delta}_e$  (deg)

بررسی معادلات (۷) در کانال عرضی نشان دهنده وجود دو قطب ناپایدار و دو صفر ناپایدار می‌باشد. لذا ذات غیر کمینه فاز بودن مود عرضی، باعث ایجاد چالش‌هایی در پایدارسازی سیستم حلقه بسته می‌شود. به علاوه حساسیت سیستم به ورودی‌های کنترلی در کانال عرضی (شهپر) بسیار زیاد است [۲۶]. این یکی از چالش‌های اساسی در زمینه کنترل پهپاد های بالدیس بدون سکان عمودی می‌باشد. نتایج شکل های ۱۰ تا ۱۳ نشان دهنده کارایی مقاوم مناسب ساختار کنترل کننده - مشاهده گر پیشنهادی در تخمین حالت ها و ردگیری سیگنال های مرجع در مود عرضی در حضور عدم قطعیت و اغتشاشات با دامنه ها و نوسانات نسبتا بزرگ، علیرغم ذات غیر کمینه فاز و حساس مود



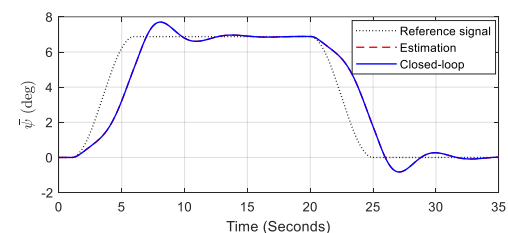
شکل ۸- خروجی کنترل کننده در دو حالت با و بدون اغتشاش ورودی همراه  
 با ورودی سیستم در حالت با اغتشاش، زاویه بالا بر  $\bar{\delta}_e$  (deg)



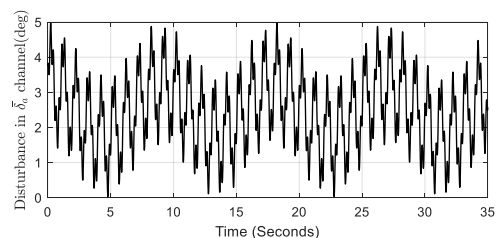
شکل ۹- خروجی کنترل کننده در دو حالت با و بدون اغتشاش ورودی همراه  
 با ورودی سیستم در حالت با اغتشاش، نرخ پیشرانه  $\bar{\delta}_r$  (%)

### ۲-۳- عملکرد ردگیری سیستم حلقه بسته کنترل کننده - مشاهده گر مود لغزشی پیشنهادی در دینامیک عرضی

در این بخش عملکرد ردگیری سیستم حلقه بسته کنترل کننده - مشاهده گر در کانال عرضی و مانورهای صفحه  $x_b - y_b$  مورد بررسی قرار می‌گیرد که در شکل ۱۰ به همراه عملکرد تخمین مشاهده گر در حضور اغتشاشات سازگار در کانال ورودی نشان داده شده است. سیگنال مرجع مطلوب نشان دهنده یک چرخش حدوداً ۷ درجه‌ای (۰/۱۲ رادیان) در زاویه چرخش (یا سمت) حول محور عمودی پهپاد و ادامه حرکت در مسیر جدید به مدت ۱۵ ثانیه و سپس بازگشت به خط مستقیم حرکت می‌باشد. سیگنال اغتشاشات ورودی سازگار در کانال زاویه شهپر مطابق شکل ۱۱ به صورت سیگنال مرکب پله و هارمونیک با دامنه و نوسانات شدید به سیستم اعمال شده است.



شکل ۱۰- عملکرد ردگیری سیستم حلقه بسته در مود عرضی تحت اثر  
 اغتشاشات ورودی، تغییرات زاویه چرخش  $\bar{\psi}$  (deg)



شکل ۱۱- سیگنال اغتشاشات سازگار مرکب پله و هارمونیک در کانال ورودی  
 زاویه شهپر  $\bar{\delta}_e$  (deg) در مود عرضی

[9] Edwards C, Spurgeon SK. On the development of discontinuous observers. *International Journal of control*. 1994;59(5):1211-29.

[10] Bagheri S. Modeling, simulation and control system design for civil unmanned aerial vehicle (uav): Umea University; 2014.

[11] Beard RW, McLain TW. *Small unmanned aircraft*: Princeton university press; 2012.

[12] Nelson RC. *Flight stability and automatic control*: WCB/McGraw Hill, New York; 1998.

[13] Ducard GJ. *Fault-tolerant flight control and guidance systems: Practical methods for small unmanned aerial vehicles*: Springer Science & Business Media; 2009.

[14] Roskam J. *Airplane flight dynamics and automatic flight controls*: DARcorporation; 1995.

[15] Greenwood DT. *Advanced dynamics*: Cambridge University Press; 2006.

[16] Cook M. *Flight Dynamics Principles: A Linear Systems Approach to Aircraft Stability and Control*: Butterworth-Heinemann; 2013.

[17] Zipfel P. *Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics*. Gainesville, Florida: American Institute of Aeronautics and Astronautics; 2007.

[18] Koruba Z, Ładyżyńska-Kozdraś E. The dynamic model of a combat target homing system of an unmanned aerial vehicle. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. 2010;48(3):551-66.

[19] Rezazadeh Movahhed S, Hamed MA. Aerodynamic Coefficients Computation for Fixed Wing Aircrafts Using DATCOM Software with Emphasize on Rudderless Flying-Wing UAVs. *Journal of Aerospace Science and Technology*. 2024;17(1):60-71.

[20] Shtessel Y, Edwards C, Fridman L, Levant A. *Sliding mode control and observation*: Springer; 2014.

[21] Rezazadeh Movahhed S, Hamed MA. Output tracking of a 6-DOF flying wing UAV in longitudinal motion using LQR optimized sliding mode control with integral action. 7th ICCIA ; 2021: IEEE.

[22] Edwards C, Spurgeon S. *Sliding mode control: theory and applications*: Crc Press; 1998.

[23] Slotine J-JE, Li W. *Applied nonlinear control*: Prentice hall Englewood Cliffs, NJ; 1991.

[24] Bryson AE, Ho Y-C. *Applied optimal control: optimization, estimation, and control*: Routledge; 2018.

[25] Rezazadeh Movahhed S, Hamed MA. Output Feedback Control Using Enhanced SMIT Controller Based on Sliding Mode Observer for Longitudinal Control of Rudderless Flying-Wing UAVs. *The 9th Advanced Engineering Days*: Mersin University; 2024.

[26] Rezazadeh Movahhed S, Hamed MA, Keighobadi J. Design of Adaptive Super Twisting Sliding Mode Control with PID-Based Sliding Surface for Rudderless Flying-Wing UAVs. *Journal of Mechanical Engineering*. 2024;54(2):89-97.

عرضی می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد که مشاهده‌گر در حضور اغتشاشات تخمین مناسبی از حالت های سیستم ارائه می‌دهد که با پسخور به کنترل کننده در سیستم حلقه بسته، با تکمیل ساختار مقاوم و دقیق کنترل کننده - مشاهده‌گر پیشنهادی، دقت ردگیری را افزایش می‌دهد. به علاوه شکل ۱۳ نشان دهنده خروجی کنترل کننده در حضور عدم اغتشاشات و بدون آن همراه با ورودی سیستم در حالت با اغتشاش می‌باشد که حاکی از تنظیم متناسب خروجی کنترل کننده در محدوده مجاز کارکردی و منطقی، برای جبران متناسب با اغتشاشات وارده (شکل ۱۱) در کانال ورودی زاویه شهپر می‌باشد.

#### ۴- نتیجه گیری

در این مقاله طراحی یک کنترل کننده مود لغزشی بهینه با عامل انتگرالی بر اساس مشاهده‌گر مود لغزشی مقاوم به عدم قطعیت برای کنترل ردگیری پهبادهای بالدیس بدون سکان عمودی مورد مطالعه قرار گرفته است. پهبادهای بالدیس بدون سکان عمودی به دلیل ساختار خاص، با مشکلاتی در زمینه پایداری، کنترل ردگیری، و تخمین دقیق حالت‌ها مواجه هستند. ساختار کنترل کننده - مشاهده‌گر پیشنهادی در این مقاله با طراحی سطح لغزشی به صورت ترکیب خطی از حالت‌های سیستم و بهینه سازی آن، و نیز افزودن انتگرال خطای ردگیری به دینامیک سیستم به منظور پایدار سازی آن، عملکرد ردگیری و مقاوم به اغتشاشات مناسبی را در هر دو مود طولی و عرضی نشان می‌دهد. مشاهده‌گر مود لغزشی مقاوم پیشنهادی نیز با استفاده از داده‌های حسگر، حالت‌های نامعین سیستم را با وجود عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات شدید، تخمین زده و به کنترل کننده پسخور می‌کند و دقت تخمین آن در یک مقایسه با مشاهده‌گر مود لغزشی آتکین در نتایج اثبات می‌شود. نتایج شبیه‌سازی هم چنین عملکرد منحصر به فرد این ساختار کنترل کننده - مشاهده‌گر را در تخمین حالت، ردگیری و مقاومت در برابر عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات شدید در هر دو مود طولی و عرضی تأیید می‌کند.

#### ۵- مراجع

[1] Valavanis KP, Vachtsevanos GJ. *Handbook of unmanned aerial vehicles*: Springer; 2015.

[2] Mátyás P, Máté N. Brief history of uav development. *Repüléstudományi Közlemények*. 2019;31(1):155-66.

[3] Rezazadeh Movahhed S, Hamed MA. Dynamic Modeling and Designing Robust MIMO Controller for Rudderless Flying-Wing UAVs (Accepted). *Emerging Technologies and Trends in Next Generation Transportations and Unmanned Aircraft Systems*: Wiley; 2024.

[4] Xu M, Zhu X, Zhou Z, Zhang B, editors. *Flight control system design for a flying-wing aircraft*. 2013 IEEE International Conference of IEEE Region 10 (TENCON 2013); 2013: IEEE.

[5] Bagheri S, Jafarov T, Freidovich L, Sepehri N, editors. Beneficially combining LQR and PID to control longitudinal dynamics of a SmartFly UAV. 7th IEMCON; 2016: IEEE.

[6] Ma Z, Zhu X, Zhou Z. On-ground lateral direction control for an unswept flying-wing UAV. *The Aeronautical Journal*. 2019;123(1261):416-32.

[7] Wang Y, Zhu H, Zhao Z, Zhang C, Lan Y. Modeling, System Measurements and Controller Investigation of a Small Battery-Powered Fixed-Wing UAV. *Machines*. 2021;9(12):333.

[8] Rezazadeh Movahhed S, Hamed MA. Enhanced Stability and Tracking Control of Rudderless Flying-Wing UAVs Using Super Twisting Sliding Mode Control. *The 22nd International Conference of Iranian Aerospace Society*; Tehran, Iran, 2024.