

کنترل مدلغزشی تطبیقی برای ردیابی مسیر ربات‌های متحرک غیرهولونومیک در حضور نامعینی و اغتشاش خارجی

حسین میرزائی‌نژاد*، دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید باهنر، کرمان، ایران، h_mirzaeinejad@uk.ac.ir

چکیده

در این مطالعه، مسئله ردیابی مسیر مرجع توسط ربات متحرک با قیود غیرهولونومیک مورد بررسی قرار گرفته است. قوانین کنترلی در دو بخش طراحی خواهند شد. در بخش اول یک کنترل‌کننده سینماتیکی پایدارساز، با هدف کنترل خطاهای مکانی و زاویه‌ای ربات طراحی می‌شود. سپس در بخش دوم، یک کنترل‌کننده دینامیکی با استفاده از مقادیر مطلوب سرعت محاسبه شده در کنترل‌کننده سینماتیکی، مقادیر مناسب برای گشتاورهای اعمالی در چرخ‌ها بدست می‌آید. قوانین کنترلی دینامیکی به روش کنترل مدلغزشی تطبیقی طراحی می‌شوند. ویژگی بخش تطبیقی طراحی شده این است که به صورت برخط و با توجه به شرایط لحظه‌ای به صورت تحلیلی به روش لیاپانوف تعیین خواهد شد. در نهایت نتایج شبیه‌سازی جهت بررسی رفتار سیستم کنترل پیشنهادی برای ردیابی مسیر مرجع در حضور نامعینی‌ها و اغتشاش ارائه شده است. برای ارزیابی بهتر عملکرد سیستم کنترل پیشنهادی، نتایج بدست آمده با نتایج شبیه‌سازی حاصل از پاسخ کنترل‌کننده غیرخطی مدلغزشی مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که سیستم کنترلی پیشنهادی عملکرد مناسبی در برابر اثرات غیرخطی، نامعینی‌ها و اغتشاش دارد.

واژه‌های کلیدی: ربات متحرک، نامعینی، قید غیرهولونومیک، کنترل مدلغزشی تطبیقی.

Adaptive Sliding-mode Controller Design for Non-holonomic Wheeled Mobile Robots with External Disturbances and Uncertainties

Hossein Mirzaeinejad

Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Shahid Bahonar University, Kerman, Iran

Abstract

In this study, the trajectory tracking control of a non-holonomic mobile robot is accomplished. The control law consists of two parts. The first part of the kinematic control includes controlling the posture tracking errors. In the dynamic control part, using the desired values of the velocity calculated in the kinematic controller, suitable values are obtained for the torques applied to the wheels. Dynamic control rules are designed by adaptive sliding mode control method. The adaptive part will be calculated online according to the system conditions. In the following, the stability of the control system will be proved by Lyapunov method. To better evaluate the performance of the proposed control system, the obtained results are compared with the nonlinear sliding mode control method. The results show that the proposed control system has a good performance against nonlinear effects, uncertainties and disturbances.

Keywords: Mobile robot, Uncertainty, Non-holonomic constraint, Adaptive sliding mode control

۱-مقدمه

ربات‌های متحرک چرخدار سیستم‌هایی غیرخطی هستند که در عین سادگی ساختار، از بازدهی بالایی برخوردارند. مدل‌سازی و کنترل ربات‌های متحرک، با هدف بهره‌برداری از تمام قابلیت‌های آن، در دهه‌های اخیر توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است. ربات‌های متحرک چرخدار با فرض غلتش بدون لغزش چرخ‌ها از جمله سیستم‌های مقید به قیدهای غیرهولونومیک^۱ به حساب می‌آیند. این قیدها باعث به وجود آمدن معادلات قیدی در کنار معادلات سینماتیکی مدل می‌شود که از لحاظ ریاضی قابل انتگرال‌گیری نمی‌باشند. بر اساس تئوری براکت [۱]، طراحی قوانین کنترلی پایدارکننده در کنترل حرکت سیستم‌های غیرهولونومیک کار دشواری است، زیرا هیچ پسخورد پیوسته حالتی را نمی‌توان برای پایدارسازی چنین سیستم‌هایی اعمال کرد. از طرفی معادلات سینماتیکی ربات نشان دهنده زیرتحرک بودن این سیستم است، به این معنا که تعداد ورودی‌های کنترلی، کمتر از تعداد متغیر حالتی است که باید کنترل

شود. به منظور تضمین پایداری تمام متغیرها باید به دنبال ورودی کنترلی مناسب بود [۲].

گام نخست در ردیابی مسیر توسط ربات، مدل‌سازی مناسب آن جهت به‌کارگیری در طراحی کنترل‌کننده است. دو رویکرد در مدل‌سازی سیستم وجود دارد. در رویکرد اول کنترل‌کننده بر اساس مدل سینماتیکی ربات طراحی می‌شود، اما در رویکرد دوم که رویکردی کامل‌تر است، معادلات دینامیکی و سینماتیکی هر دو، در قانون کنترلی لحاظ می‌شوند. روش‌های کنترلی مانند خطی‌سازی پسخورد [۴]، کنترل مدلغزشی [۵، ۶]، کنترل پیش‌بین [۷، ۸]، کنترل فازی [۹، ۱۰] و ... در زمینه ردیابی مسیر ربات متحرک چرخدار استفاده شده‌اند. مسئله کنترل ردیابی سینماتیکی برای ربات‌های متحرک با فرض لغزش توسط کیماسی خلجی و جلال‌زاده در سال ۲۰۱۸ دنبال شده است [۱۱]. در این مقاله برای در نظر گرفتن اثرات لغزش، مدل آن به عنوان پارامتر ناشناخته وارد معادلات سینماتیک ایده‌آل مساله می‌گردد. با این‌حال این نکته را باید در نظر داشت که طراحی کنترل‌کننده بر اساس مدل سینماتیکی سیستم، و نادیده گرفتن اثرات دینامیکی باعث ایجاد خطا در ردیابی خواهد شد. این مسئله زمانی اهمیت بیشتری پیدا می‌کند که ربات بخواهد در سرعت بالا کار کند و

^۱ Non-holonomic Constraint

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: h_mirzaeinejad@uk.ac.ir

تاریخ دریافت: ۲/۲/۱۴

تاریخ پذیرش: ۳/۸/۱۴

یا ساخت ربات در مقیاس بزرگ مد نظر باشد. در طراحی کنترل کننده دو روش کلی وجود دارد، روش کنترلی مدل مبنا و غیر مدل مبنا. کنترل کننده های مدل مبنا، به مدل دقیق ریاضی سیستم نیاز دارند. مزایای این روش دقیق بودن، پایین آمدن درصد خطا و عدم قطعیت ها است. در زمینه کنترل دینامیک ربات متحرک چرخدار به روش کنترلی مدل مبنا، روش کنترل ورودی - خروجی پسخورد حالت، کنترل پیش بین، کنترل تطبیقی، کنترل مدلهزشی مورد توجه اند. گاهی اوقات ممکن است بدست آوردن مدل ریاضی سخت و یا حتی غیر ممکن باشد که در صورت وقوع این مسئله روش های غیر مدل مبنا در طراحی کنترل کننده مورد استفاده قرار می گیرند. در این روش کنترل کننده به مدل دینامیکی ربات وابستگی ندارد. از روش های غیر مدل مبنا، می توان به روش های کنترل فازی و شبکه عصبی اشاره کرد. در [۱۲] یک کنترل کننده فازی لغزشی گام به گام را برای ردیابی مسیر توسط ربات ارائه کرده اند. در این مطالعه خطاهای سینماتیکی با روش بازگشت به عقب کنترل می شوند و در ادامه قانون مدلهزشی در کنترل سرعت چرخ ها استفاده شده است. برای کاهش پدیده وزوز^۱، ضریب موجود در بخش تغییر کننده^۲ از منطق فازی جایگذاری می شود. در [۸] یک کنترل کننده غیرخطی چند متغیره برای تعقیب مسیر ربات چرخدار غیرهولونومیک، با استفاده از رویکرد کنترل پیش بین غیرخطی به صورت تحلیلی توسعه داده شده است. در [۱۳] با تمرکز بر مسئله کاهش اثرات اغتشاشات و نامعینی ها کنترل کننده ای بر مبنای مدلهزشی ارائه شده است. سپس با استفاده از یک روئینگر غیرخطی، نامعینی و اغتشاشات تخمین زده شده و ضرائب مربوطه بر همین اساس و با استفاده از روش جایگذاری قطب محاسبه شده است. در تحقیقی دیگر [۱۴]، مسئله کنترل ردیابی ربات با هدف کم کردن اثرات نامعینی و اغتشاشات بررسی شده است. در این مقاله کنترل کننده سینماتیکی با روش عصبی طراحی شده و در بخش دینامیکی، از یک مشاهده گر به منظور تخمین اغتشاشات استفاده شده تا ضرائب به روز تطبیقی به قانون مدلهزشی اعمال شوند. در [۱۵]، مسئله کنترل ردیابی ربات با فرض وجود لغزش در چرخ ها مورد بررسی قرار گرفته است و در طراحی کنترل کننده، روش مدلهزشی تطبیقی به کار گرفته شده است. در ادامه این کار در سال ۲۰۲۱، روش لغزشی تطبیقی عصبی با مشاهده گر برای کنترل سیستم های دارای نامعینی پیشنهاد شده است [۱۶]. در این مقاله برای تقریب نامعینی ها از روش عصبی استفاده شده و با هدف پایداری سیستم کنترلی، طراحی کنترل کننده با روش مدلهزشی و مشاهده گر تکمیل شده است. در مرجع [۱۷] ابتدا مدل سینماتیکی و دینامیکی برای ربات متحرک چرخدار محاسبه شده سپس با اعمال روش کنترل غیرخطی پیش بین در ترکیب با پسخورد انتگرال، مقاومت روش کنترلی در حضور اغتشاش و نامعینی در ردیابی مسیر مرجع توسط ربات بهبود یافته است.

در مقاله حاضر ردیابی مسیر مرجع توسط ربات متحرک غیرهولونومیک، با استفاده از دو کنترل کننده سینماتیکی و دینامیکی، ارائه شده است. در اکثر پژوهش های انجام شده در زمینه ردیابی ربات متحرک غیرهولونومیک، به دلیل پیچیدگی محاسبه مدل دینامیکی، از

آن صرف نظر شده و طراحی کنترل کننده بر اساس مدل غیردقیق و با حضور نامعینی های انجام شده که دقت ردیابی را پایین می آورد. در این مقاله، علاوه بر در نظر گرفتن دینامیک ربات، برای بالا بردن مقاومت سیستم کنترلی در برابر نامعینی ها و اغتشاش، از روش مدلهزشی تطبیقی استفاده شده است. در این تحقیق، هدف مورد نظر با اضافه کردن یک بخش تطبیقی که به صورت برخط و با توجه به شرایط لحظه ای به صورت تحلیلی به روش لیاپانوف تعیین خواهد شد، برآورده شده است.

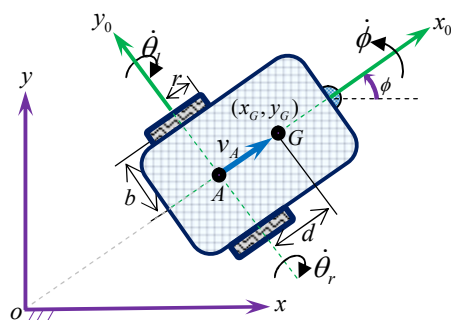
۲- مدل سازی

۲-۱- مدل سینماتیکی

ساختار کلی یک ربات متحرک چرخدار متشکل از دو چرخ محرک که روی یک محور قرار گرفته اند در شکل ۱ نشان داده شده است. به طوری که ϕ نشان دهنده زاویه قرار گرفتن ربات، r شعاع چرخ ها، b نصف فاصله بین دو چرخ و d فاصله بین نقطه A تا موقعیت مرکز جرم ربات G است. در مدل سازی انجام شده، مفروضات زیر لحاظ شده است:

- حرکت ربات محدود به صفحه XOY است و هیچ گونه حرکتی در امتداد محور Z انجام نمی گیرد.
- تماس بین چرخ ها و زمین از نوع غلتشی خالص فرض شده و لغزش رخ نمی دهد.
- نقطه A حرکتی در امتداد محور دوران چرخ ها ندارد.
- با توجه به اینکه ربات در امتداد محور دوران چرخ ها دارای سرعت نمی باشد، در نتیجه داریم:

$$[-\sin \phi \quad \cos \phi] \begin{bmatrix} \dot{x}_A \\ \dot{y}_A \end{bmatrix} = 0 \quad (1)$$



شکل ۱- پیکربندی ربات متحرک

معادله قیدی فوق انتگرال پذیر نبوده و لذا به عنوان قید غیرهولونومیک شناخته می شود. همچنین، معادلات حاکم بر اساس مدل سینماتیکی ربات عبارتند از:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_A \\ \dot{y}_A \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 \\ \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_A \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (2)$$

که v_A سرعت انتقالی نقطه A و $\dot{\phi}$ سرعت زاویه ای ربات است.

۲-۲- مدل دینامیکی

برای استخراج دینامیک ربات متحرک از معادلات اوایلر - لاگرانژ

¹ Chattering

² Switching

حال هدف طراحی قانون کنترلی $u = [v_A, \dot{\phi}]^T$ است به طوری که بردار خطای q_e به صفر میل کند. قانون کنترلی به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$u_1 = v_{Ar} \cos x_3 + K_1 x_1 \quad (6)$$

$$u_2 = \dot{\phi}_r + v_{Ar}(K_2 x_2 + K_3 \sin x_3) \quad (7)$$

در روابط فوق، K_1 ، K_2 و K_3 ثابت‌های مثبت هستند. می‌توان نشان داد [۱۸]، مشتق تابع کاندید لیاپانوف مثبت معین زیر،

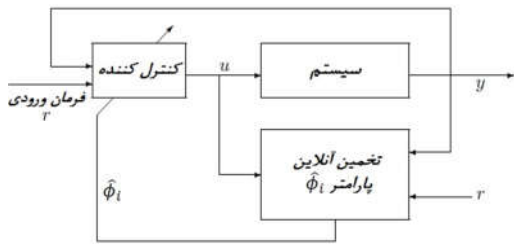
$$V = \frac{1}{2}(x_e^2 + y_e^2) + (1 - \cos \phi_e)/K_2 \quad (8)$$

به ازای قوانین کنترلی (۶) و (۷)، منفی نیمه معین $\dot{V} \leq 0$ می‌شود در نتیجه دینامیک خطای (۵) پایدار به مفهوم لیاپانوف خواهد شد.

قوانین کنترلی سینماتیکی (۶) و (۶) به عنوان مقادیر مطلوب سرعت خطی و زاویه‌ای ربات یعنی v_{Ad} و $\dot{\phi}_d$ برای بخش بعدی یعنی طراحی کنترل کننده دینامیکی استفاده خواهند شد.

۳-۲- طراحی کنترل کننده دینامیکی

در این بخش، کنترل کننده دینامیکی بر مبنای کنترل مدلفزشی طراحی شده و برای بهبود عملکرد قانون کنترلی از روش تطبیقی در کنار مدلفزشی استفاده خواهد شد. ساختار سیستم کنترلی در شکل ۳ نشان داده شده است:



شکل ۳- دیاگرام بلوکی سیستم کنترلی سینماتیکی و دینامیکی

فرم فضای حالت دینامیکی سیستم (۳) به فرم زیر خواهد بود:

$$\dot{x}_1 = (\phi_2 x_2^2 + U_1 + d_1)/\phi_1 \quad (9)$$

$$\dot{x}_2 = (\phi_4 x_1 x_2 + U_2 + d_2)/\phi_3 \quad (10)$$

که در روابط فوق $x = \{x_1 \ x_2\}^T = \{v_A \ \dot{\phi}\}^T$ بردار حالت، همچنین $d = \{d_1 \ d_2\}^T$ بردار اغتشاش می‌باشند. بردار ورودی‌های کنترلی نیز $\vec{U} = \{U_1 + d_1, U_2 + d_2\}^T$ می‌باشد. به طوری که τ_L و τ_R به ترتیب گشتاور اعمالی به چرخ‌های سمت راست و چپ ربات می‌باشند. همچنین،

$$\phi_1 = r \left(M + 2I_w \left(\frac{1}{r^2} \right) \right)$$

$$\phi_2 = Mdr_a$$

هدف از طراحی کنترل کننده دینامیکی، ردیابی سرعت‌های مطلوب خطی و زاویه‌ای می‌باشد. بنابراین مقادیر خطا به فرم زیر تعریف خواهند شد:

$$e_i = x_i - x_{id} \quad i = 1, 2 \quad (11)$$

با تعریف سطوح لغزش به صورت زیر،

$$S_i = e_i \quad i = 1, 2 \quad (12)$$

با مشتق‌گیری از رابطه فوق داریم:

استفاده شده است. معادلات دینامیکی ربات را می‌توان به شکل زیر نوشت [۱۷]:

$$\tilde{M}\dot{v} + \tilde{V}v + \tilde{G} + \tilde{B}\tau_d = \tilde{B}\tau \quad (3)$$

که در آن

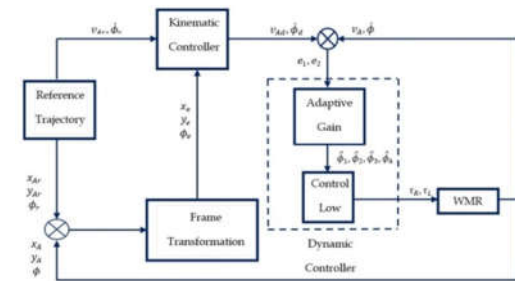
$$v = \begin{bmatrix} v_A \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}, \quad \tilde{M} = \begin{bmatrix} M + 2I_w/r^2 & 0 \\ 0 & I + Md^2 + 2I_w b^2/r^2 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{V} = \begin{bmatrix} 0 & -Md\dot{\phi} \\ Md\dot{\phi} & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{G} = 0, \quad \tilde{B} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ b & -b \end{bmatrix}$$

همچنین τ بردار گشتاورهای اعمالی به چرخ‌های راست و چپ، τ_d بردار مربوط به اغتشاشات ناشناخته کراندار وارد شده به سیستم می‌باشد. M جرم کل پلتفرم و چرخ‌ها، I ممان اینرسی کل پلتفرم و چرخ‌ها حول محور عمودی گذرنده از مرکز جرم G و I_w ممان اینرسی چرخ‌های راست و چپ حول محور چرخش آن‌هاست.

۳- طراحی سیستم کنترلی

شکل ۲ نمودار بلوکی سیستم کنترلی سینماتیکی و دینامیکی را نشان می‌دهد که با هدف ردیابی مسیر در ربات مورد نظر طراحی شده است. سیستم کنترلی پیشنهادی، با محاسبه مقدار گشتاورهای اعمالی به چرخ‌ها، مسیر دلخواه موردنظر را ردیابی می‌کند. با توجه به شکل ۲ مشهود است که قانون کنترلی متشکل از دو جزء می‌باشد. در مرحله اول کنترل کننده سینماتیکی با محاسبه مقادیر سرعت خطی و زاویه‌ای مطلوب، خطاهای مکان سیستم را به صفر می‌رساند. سپس کنترل کننده دینامیکی مقادیر گشتاور را طوری تنظیم می‌کند که سرعت‌های خطی و زاویه‌ای ربات به مقادیر مطلوب سرعت محاسبه شده توسط کنترل کننده سینماتیکی میل کند.



شکل ۲- دیاگرام بلوکی سیستم کنترلی سینماتیکی و دینامیکی

۳-۱- طراحی کنترل کننده سینماتیکی

با تعریف بردار موقعیت ربات به صورت $q = [x_A \ y_A \ \phi]^T$ و بردار موقعیت مرجع به صورت $q_r = [x_{Ar} \ y_{Ar} \ \phi_r]^T$ ، در هر لحظه، خطای ردیابی مسیر را می‌توان به شکل زیر نوشت [۱۸]:

$$q_e = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \phi_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x_A \\ y_r - y_A \\ \phi_r - \phi_A \end{bmatrix} \quad (4)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۴) خواهیم داشت:

$$\dot{q}_e = \begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{\phi}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v_A + \dot{\phi} y_e + v_{Ar} \cos \phi_e \\ -\dot{\phi} x_e + v_{Ar} \sin \phi_e \\ -\dot{\phi} + \dot{\phi}_r \end{bmatrix} \quad (5)$$

جدول ۱-۱- پارامترهای ربات مورد بررسی

اندازه	توضیحات	نماد
6.64 (kg)	جرم پایه و چرخ‌ها	M
0.06563 (m ²)	ممان اینرسی پایه و چرخ‌ها حول محور y ₀	I
0.001 (kg.m ²)	ممان اینرسی چرخ‌ها حول محور چرخشان	I _w
0.2 (m)	فاصله بین نقطه A تا مرکز چرخ‌ها	b
0.2 (m)	فاصله بین نقطه A تا مرکز جرم ربات	d
0.08 (m)	شعاع چرخ‌ها	r

در مانور مورد نظر، هدف ردیابی مدل مرجع با معادلات زیر می‌باشد:

$$x_{Ar} = 2.5 + 2\sin(2\omega t) \quad (26)$$

$$y_{Ar} = 2.5 + 2\sin(\omega t) \quad (27)$$

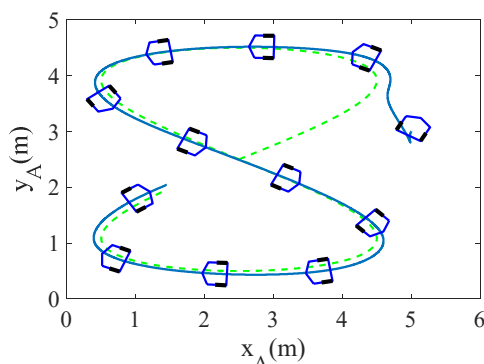
$$\phi_r = \tan^{-1}\left(\frac{\dot{y}_{Ar}}{\dot{x}_{Ar}}\right) \quad (28)$$

حال، سرعت‌های خطی و زاویه‌ای مرجع به شکل زیر قابل محاسبه‌اند:

$$v_{Ar} = \sqrt{\dot{x}_{Ar}^2(t) + \dot{y}_{Ar}^2(t)} \quad (29)$$

$$\dot{\phi}_r = \frac{\dot{y}_{Ar}(t)x_{Ar}(t) - \dot{x}_{Ar}(t)y_{Ar}(t)}{\dot{x}_{Ar}^2(t) + \dot{y}_{Ar}^2(t)} \quad (30)$$

در ادامه، شبیه‌سازی‌ها با حضور نامعینی پارامتری روی جرم و ممان اینرسی به ترتیب به میزان ۵۰٪ و ۴۰٪ و همچنین اغتشاش $\vec{d} = 1.1 [1 \ 1]^T u(t)$ که $u(t)$ تابع پله واحد است ارائه خواهند شد. پس از اعمال نامعینی و در نظر گرفتن اغتشاش، در شکل ۴ میزان انحراف موقعیت واقعی از موقعیت مرجع مشاهده می‌شود، و شکل ۵ نشان دهنده خطاهای ردیابی موقعیت و جهت‌گیری است. همچنین در شکل ۶ خطاهای ردیابی سرعت خطی و سرعت زاویه‌ای ربات نشان داده شده است.



شکل ۴- مسیر واقعی و مرجع ربات (خط چین) با نامعینی و اغتشاش

$$\dot{S}_i = \dot{x}_i - \dot{x}_{id} \quad i = 1, 2 \quad (13)$$

با جایگذاری روابط (۸) و (۹) در (۱۳) خواهیم داشت:

$$\phi_1 \dot{S}_1 = \phi_2 \dot{x}_2^2 + U_1 - \phi_1 \dot{x}_{1d} \quad (14)$$

$$\phi_3 \dot{S}_2 = \phi_4 \dot{x}_1 \dot{x}_2 + U_2 - \phi_3 \dot{x}_{2d} \quad (15)$$

با در نظر گرفتن قوانین کنترلی به صورت زیر،

$$U_i = U_{swi} + U_{ai} \quad i = 1, 2 \quad (16)$$

به طوری که

$$U_{swi} = -c_i * \text{sign}(S_i) \quad i = 1, 2$$

و c_i ها مقادیر ثابت مثبت می‌باشند.

نظریه ۱: قوانین کنترلی

$$U_1 = -\hat{\phi}_2 \dot{x}_2^2 + \hat{\phi}_1 \dot{x}_{1d} + U_{sw1} \quad (17)$$

$$U_2 = -\hat{\phi}_4 \dot{x}_1 \dot{x}_2 + \hat{\phi}_3 \dot{x}_{2d} + U_{sw2} \quad (18)$$

به طوری که

$$\dot{\hat{\phi}}_1 = -\gamma_1 S_1 \dot{x}_{1d}, \quad \dot{\hat{\phi}}_2 = \gamma_2 S_1 \dot{x}_2^2,$$

$$\dot{\hat{\phi}}_3 = -\gamma_3 S_2 \dot{x}_{2d}, \quad \dot{\hat{\phi}}_4 = \gamma_4 S_2 \dot{x}_1 \dot{x}_2$$

به ازای مقادیر ثابت γ_i ها، دینامیک خطای ردیابی سیستم دینامیکی با معادلات (۹) و (۱۰) را پایدار می‌سازد.

اثبات: با تعریف تابع لیاپانوف کاندید مثبت معین به فرم زیر داریم:

$$V = V_1 + V_2 \quad (19)$$

به طوری که:

$$V_1 = \frac{1}{2} \phi_1 S_1^2 + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{\phi}_1^2 + \frac{1}{2\gamma_2} \tilde{\phi}_2^2 \quad (20)$$

$$V_2 = \frac{1}{2} \phi_3 S_2^2 + \frac{1}{2\gamma_3} \tilde{\phi}_3^2 + \frac{1}{2\gamma_4} \tilde{\phi}_4^2 \quad (21)$$

از آنجایی که مقادیر ϕ ثابت اما نامشخص‌اند، $\tilde{\phi}$ به عنوان تخمینی از این مقدار و $\tilde{\phi}$ تفاوت مقدار دقیق و تخمینی برای آن‌ها، تعریف می‌شود، بنابراین داریم:

$$\tilde{\phi}_i = \hat{\phi}_i - \phi_i \quad i = 1, \dots, 4 \quad (22)$$

با مشتق‌گیری از روابط (۲۰) و (۲۱) داریم:

$$\dot{V}_1 = S_1(-\phi_1 \dot{x}_{1d} + \phi_2 \dot{x}_2^2 - \hat{\phi}_2 \dot{x}_2^2 + \hat{\phi}_1 \dot{x}_{1d} - c_1 \text{sign}(S_1)) + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\phi}_1 \dot{\tilde{\phi}}_1 + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\phi}_2 \dot{\tilde{\phi}}_2 \quad (23)$$

$$\dot{V}_2 = S_2(-\phi_3 \dot{x}_{2d} + \phi_4 \dot{x}_1 \dot{x}_2 - \hat{\phi}_4 \dot{x}_1 \dot{x}_2 + \hat{\phi}_3 \dot{x}_{2d} - c_2 \text{sign}(S_2)) + \frac{1}{\gamma_3} \tilde{\phi}_3 \dot{\tilde{\phi}}_3 + \frac{1}{\gamma_4} \tilde{\phi}_4 \dot{\tilde{\phi}}_4 \quad (24)$$

با توجه به رابطه (۱۹) و روابط (۲۳) و (۲۴) داریم:

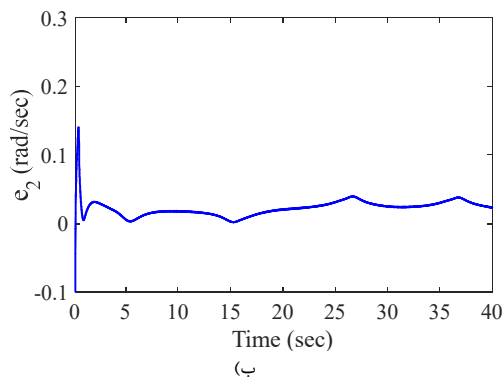
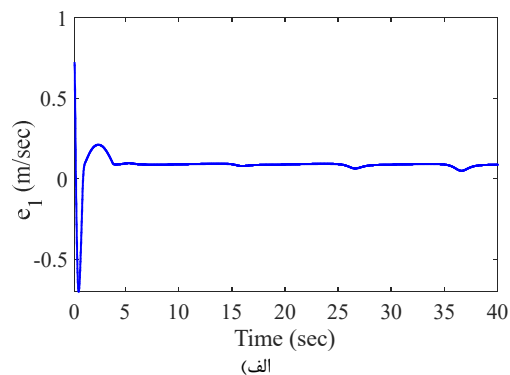
$$\dot{V} = -c_1 |S_1| - c_2 |S_2| \leq 0 \quad \text{for } S_1 \neq 0, S_2 \neq 0 \quad (25)$$

مشاهده می‌شود که $\dot{V}$ منفی معین شده و بنابراین با قوانین کنترلی طراحی شده سیستم مورد نظر پایدار به مفهوم لیاپانوف خواهد شد.

۴- نتایج شبیه‌سازی

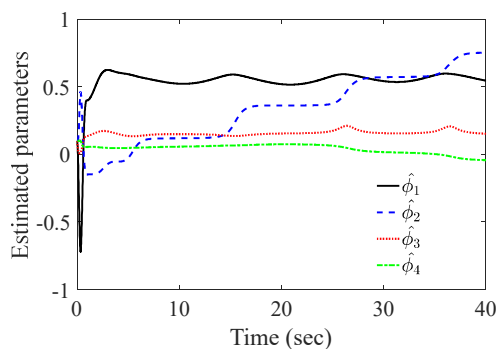
در این بخش عملکرد ردیابی سیستم کنترلی پیشنهادی به کمک شبیه‌سازی در سیمولینک متلب^۱ ارزیابی خواهد شد. پارامترهای ربات مورد بررسی در جدول ۱-۱ آورده شده است.

^۱ Matlab Simulink

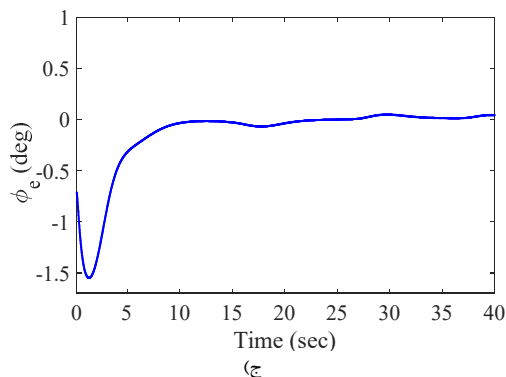
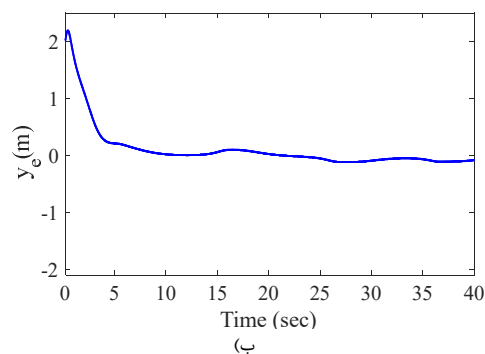
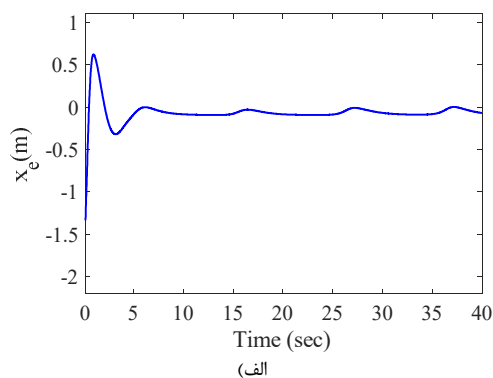


شکل ۶- خطاهای ردیابی ربات با نامعینی و اغتشاش، الف: خطا در ردیابی سرعت خطی و ب: خطا در ردیابی سرعت زاویه‌ای

شکل ۷ نمودار پارامترهای تخمین زده شده در حضور نامعینی و اغتشاش را نشان می‌دهد. همانگونه که مشاهده می‌شود، این پارامترها در محدوده مشخص به گونه‌ای به‌روز رسانی شده‌اند تا اثرات ناشی از نامعینی و اغتشاش را به حداقل رسانند. همچنین گشتاورهای اعمال شده به چرخ‌های چپ و راست، در شکل ۸ نمایش داده شده است. واضح است که ورودی‌های کنترلی سیستم بدون نوسانات شدید بوده و مقادیر مناسبی دارند.

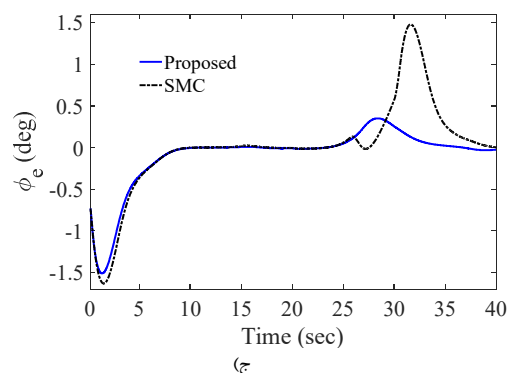
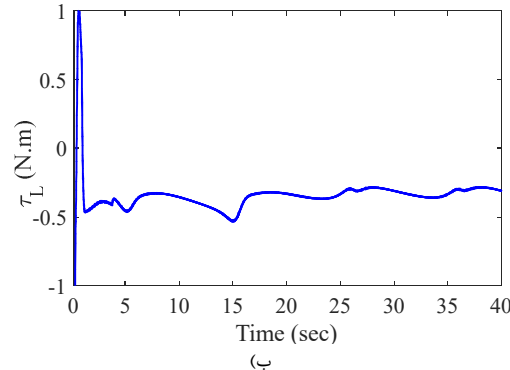
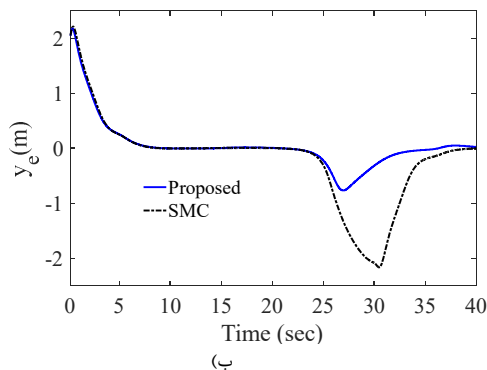
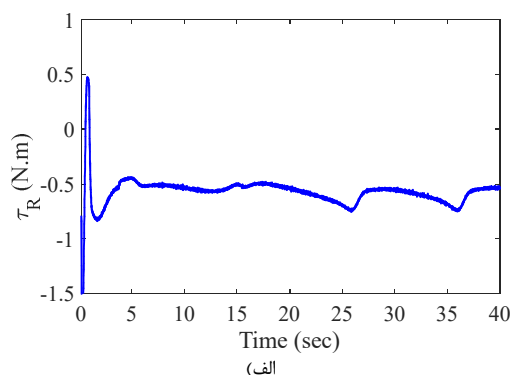
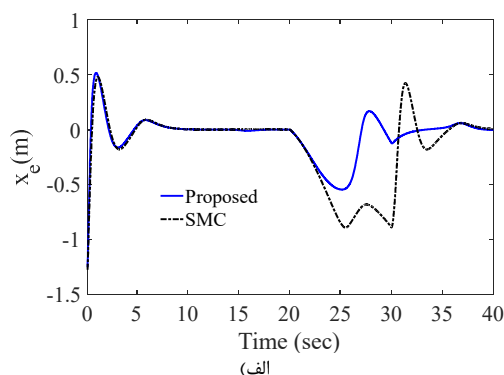


شکل ۷- پارامترهای تخمین زده شده



شکل ۵- خطاهای ردیابی ربات با نامعینی و اغتشاش، الف: خطاهای موقعیت در راستای افقی، ب: خطاهای موقعیت در راستای جانبی و ج: خطای جهت‌گیری

همانگونه که ملاحظه می‌شود، با وجود نامعینی و اغتشاش، ربات توانسته با دقت قابل قبول مسیر مرجع را ردیابی کند. علاوه بر این، با بررسی خطاهای ردیابی مرتبط با سرعت‌های خطی و زاویه‌ای مشهود است که عملکرد ردیابی و مقاومت کنترل‌کننده دینامیکی پیشنهادی در حضور نامعینی و اغتشاش رضایت بخش است.

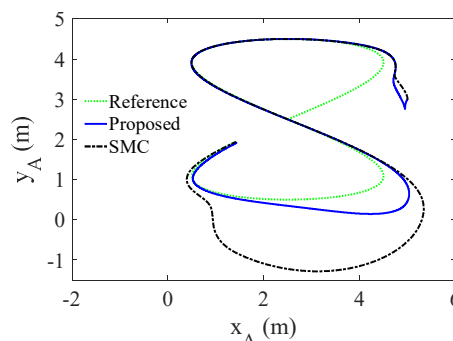


شکل ۱۰- مقایسه خطاهای ردیابی بین دو روش پیشنهادی و مد لغزشی، الف: خطاهای موقعیت در راستای افقی، ب: خطاهای موقعیت در راستای جانبی و ج: خطای جهت‌گیری

همان‌طور که در شکل‌های ۹ و ۱۰ مشاهده می‌شود، پس از اعمال نامعینی و اغتشاش، روش پیشنهادی عملکرد بهتری در ردیابی در مقایسه با روش کنترل مد لغزشی نشان داده است. همچنین با توجه به شکل ۱۱ مقادیر خطاهای ردیابی مرتبط با سرعت‌های خطی و زاویه‌ای در روش پیشنهادی، نسبت به روش مد لغزشی کوچکتر می‌باشد.

شکل ۸- گشتاورهای ورودی به چرخ‌های ربات با نامعینی و اغتشاش، الف: ورودی گشتاور چرخ راست و ب: ورودی گشتاور در چرخ چپ

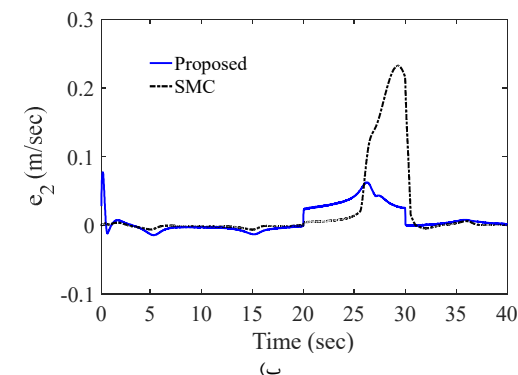
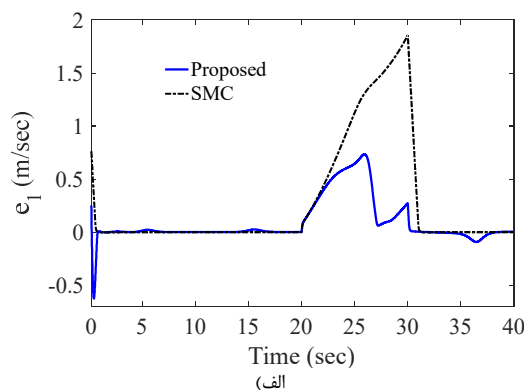
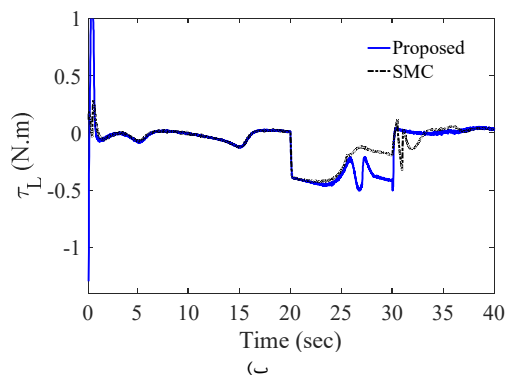
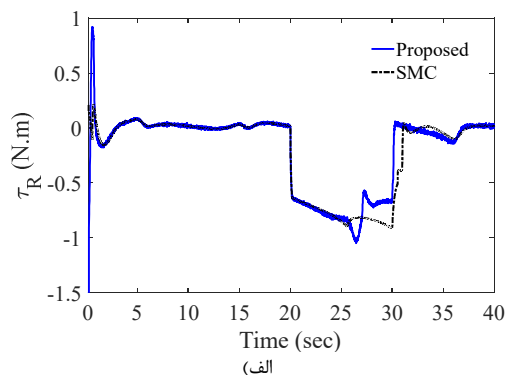
در ادامه برای نشان دادن کارایی روش کنترلی پیشنهادی، نتایج حاصل با نتایج مربوط به کنترل‌کننده متداول مد لغزشی مقایسه خواهد شد. در اینجا نیز مانور قبلی بکار گرفته شده است. برای این که کارایی روش پیشنهادی در حضور تغییرات در حین انجام مانور نشان داده شود و همچنین مقایسه منصفانه انجام پذیرد، نامعینی‌های پارامتریک از زمان ۲۰ تا زمان ۳۵ شبیه‌سازی اعمال شده است. همچنین اغتشاش نیز به صورت $\vec{d} = 1.3 [1 \ 1]^T \{u(t-20) - u(t-30)\}$ به سیستم اعمال شده است. در شکل ۸، ردیابی مسیر توسط روش پیشنهادی با مد لغزشی مقایسه شده است. بدین صورت که تا لحظه ۲۰ در حالت بدون نامعینی و اغتشاش و از لحظه ۲۰ تا ۳۰ نامعینی و اغتشاش در نظر گرفته شده است. علاوه بر این در شکل ۱۱، خطاهای ردیابی موقعیت و جهت‌گیری نشان داده شده است.



شکل ۹- مقایسه ردیابی مسیر بین دو روش پیشنهادی و مد لغزشی

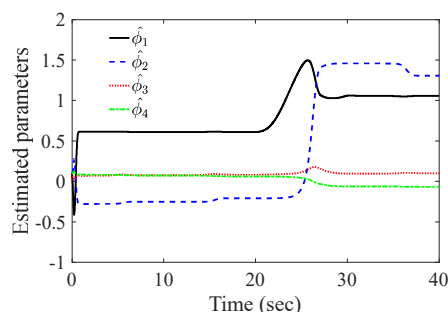
جدول ۲- مقایسه عملکرد دو روش کنترلی براساس

معیار میانگین مربعات خطا		
روش مدل‌گزی	روش پیشنهادی	معیار عملکرد
0.7820	0.6649	$rms(e_1(t)) (m/sec)$
0.3321	0.1834	$rms(e_2(t)) (rad/sec)$



شکل ۱۱- مقایسه خطاهای ردیابی بین دو روش پیشنهادی و مدل‌گزی، الف: خطا در ردیابی سرعت خطی و ب: خطا در ردیابی سرعت زاویه‌ای

در شکل ۱۲ و ۱۳ به ترتیب روند به‌روزرسانی پارامترهای تخمینی از لحظه ۲۰ تا ۳۵، به منظور غلبه بر نامعینی و اغتشاش و همچنین مقایسه گشتاورهای وارد بر چرخ‌های چپ و راست ربات توسط روش پیشنهادی و مدل‌گزی مشاهده می‌شود.



شکل ۱۲- پارامترهای تخمین زده شده روش پیشنهادی در مانور مقایسه

همچنین نتایج مقایسه کمی بر اساس معیار میانگین مربعات خطا در جدول ۲ ارائه شده است.

شکل ۱۳- مقایسه گشتاورهای ورودی به چرخ‌های ربات بین دو روش پیشنهادی و مدل‌گزی، الف: ورودی گشتاور چرخ راست و ب: ورودی گشتاور در چرخ چپ

۵- نتیجه گیری

در کار حاضر مسئله ردیابی مسیر مرجع توسط ربات متحرک چرخدار مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به نامعینی‌های پارامتری و غیرپارامتری موجود در مدل و وجود اغتشاش، یک کنترل‌کننده مدل‌گزی تطبیقی در بخش دینامیکی طراحی شده به طوری که اثر نامعینی‌ها و اغتشاش به صورت لحظه‌ای در بخش کنترل تطبیقی جبران می‌شوند. برای تحلیل پایداری سیستم نیز از روش لیاپانوف استفاده شد. در پایان نتایج شبیه‌سازی، عملکرد مناسب سیستم کنترلی پیشنهادی در رسیدن به اهداف مورد نظر را نشان داد. همانطور که مشاهده می‌شود علیرغم وجود عدم قطعیت‌ها و اغتشاش، سیستم کنترل پیشنهادی هدف ردیابی مسیر خود را با دقت رضایت بخش انجام می‌دهد. همچنین عملکرد کنترل‌کننده دینامیکی پیشنهاد شده، با کنترل‌کننده مدل‌گزی مقایسه شده است. نتایج بیانگر برتری قانون کنترلی پیشنهادی در حضور نامعینی‌ها و اغتشاش و بالا رفتن سرعت دقت در ردیابی می‌باشد. یافته‌های کلیدی این تحقیق به طور خلاصه:

- [16] Wang J, Zhu P, He B, Deng G, Zhang Ch, Huang X. An Adaptive Neural Sliding Mode Control with ESO for Uncertain Nonlinear Systems. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2021, 19: 1-11.
- [17] Mirzaeinejad H. Optimization-based nonlinear control laws with increased robustness for trajectory tracking of non-holonomic wheeled mobile robots. *Transportation Research Part C*, 2019, 101: 1-17.
- [18] Amer N.H, Zamzuri H, Hudha K, Kadir Z A. Modelling and Control Strategies in Path Tracking Control for Autonomous Ground Vehicles: A Review of State of the Art and Challenges, *J. Intell. Robot. Syst. Theory Appl.* 2017 86: 225-254.

- ارائه یک سیستم کنترلی دربرگیرنده سینماتیک و دینامیک ربات متحرک با در نظر گرفتن قیدهای غیرهولونومیک

- بالا بردن مقاومت سیستم کنترلی در برابر نامعینی ها و اغتشاش خارجی با اضافه کردن بخش تطبیقی

- طراحی بخش تطبیقی به صورت برخط و با توجه به شرایط لحظه‌ای به صورت تحلیلی به روش لیانوف

- ارزیابی کمی و کیفی عملکرد سیستم کنترلی پیشنهادی با روش متداول مدلفزشی

۶- مراجع

- [1] Brockett R W, Millman R S, Sussmann H J. Asymptotic stability and feedback stabilization. *Differential Geometric Control Theory*, Boston MA: Birkhuser. 1983, 181-191.
- [2] Amer N H, Zamzuri H, Hudha K, Kadir, Z A. Modelling and Control Strategies in Path Tracking Control for Autonomous Ground Vehicles: A Review of State of the Art and Challenges, *J. Intell. Robot. Syst. Theory Appl.* 2017, 86: 225-254.
- [3] Oriolo G, Luca A, and Vandittelli M. WMR control via dynamic feedback linearization: Design, implementation, and experimental validation, *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* 2002, 10: 835-852.
- [4] Keymasi Khalaji A, Ali S, and Moosavian A. Dynamic modeling and tracking control of a car with n trailers, *J. Multi-body Syst. Dyn.* 2016, 37: 211-225.
- [5] Zhang J, Meng H, and Sun Z. Variable gain based composite trajectory tracking control for 4-wheel skid-steering mobile robots with unknown disturbances. *Control Eng Pract*, 2023, 12: 105428.
- [6] Keymasi Khalaji A, Ali S, and Moosavian A. Adaptive sliding mode control of a wheeled mobile robot towing a trailer, *Proc. Institut. Mech. Eng., I: J. Syst. Control Eng.* 2015, 229: 169-183.
- [7] Abdolahi Y, Yousefi S, Tavoosi J. A New Self-Tuning Nonlinear Model Predictive Controller for Autonomous Vehicles, *Complexity*, 2023, 10: 8720849.
- [8] Mirzaeinejad H, and Shafei A. M. Modeling and trajectory tracking control of a two-wheeled mobile robot: Gibbs-Appell and prediction-based approaches, *Robotica*, 2018, 36, 10: 1-20.
- [9] Sun Z, Hu S, Xie H, Li H, Zheng J, Chen, B. Fuzzy adaptive recursive terminal sliding mode control for an agricultural omnidirectional mobile robot, *Comput. Electr. Eng.* 2023, 105: 108529.
- [10] Afaq M Z, Jebelli A, Ahmad R. An Intelligent Thermal Management Fuzzy Logic Control System Design and Analysis Using ANSYS Fluent for a Mobile Robotic Platform in Extreme Weather Applications, *J. Intell. Robot. Syst*, 2023, 107, 11.
- [11] Keymasi Khalaji A, and Jalalnezhad M. Control of a wheeled robot in presence of sliding of wheels using adaptive backstepping method. *Modares Mechanical Engineering*, 2018, 18, 4: 144-152.
- [12] Wu X, Jin P, Zou T, Qi Z, Xiao H, Lou P. Backstepping Trajectory Tracking Based on Fuzzy Sliding Mode Control for Differential Mobile Robots. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2019, 96: 109-121.
- [13] Yijun G, Li Y, Jianming X. Robust Finite-Time Trajectory Tracking Control of Wheeled Mobile Robots with Parametric Uncertainties and Disturbances. *Journal of Systems Science and Complexity*, 2019, 32: 1358-1374.
- [14] Liu K, Gao H, Ji H, Hao Zh. Adaptive Sliding Mode Based Disturbance Attenuation Tracking Control for Wheeled Mobile Robots. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2020, 18: 1-11.
- [15] Wang G, Zhou Ch, Yu Yu, Liu X. Adaptive Sliding Mode Trajectory Tracking Control for WMR Considering Skidding and Slipping via Extended State Observer. *Energies*, 2019, 12, 17: 1-16.