

## بررسی مکانیزم فیلم فشرده در صفحات بیضوی شکل زبر با روانکار میکروپلار پیزو - لزج

**بهرام سلمانی**  
**مقصود دلیری\***  
**بهزاد الستی**  
**مهدی عباسقلی پور**

دانشجوی دکتری تخصصی، گروه مهندسی مکانیک، واحد بناب، دانشگاه آزاد اسلامی، بناب، ایران،  
 bahram.salmani63@gmail.com  
 استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد بناب، دانشگاه آزاد اسلامی، بناب، ایران، dmaghsood@yahoo.com  
 دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد بناب، دانشگاه آزاد اسلامی، بناب، ایران، behzad.alasti@gmail.com  
 دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد بناب، دانشگاه آزاد اسلامی، بناب، ایران، m.a\_pour@yahoo.com

### چکیده

در مقاله حاضر به تجزیه و تحلیل مکانیزم فیلم فشرده در صفحات بیضوی موازی با استفاده از روان کننده پیزو - لزج میکرو پلار پرداخته شده است. برای دستیابی به نتایج دقیق، اثرات زبری سطح با استفاده از نظریه کریستنسن در نظر گرفته شده است. با حل معادله تصادفی اصلاح شده رینولدز، توزیع فشار به صورت تحلیلی بدست می‌آید و همچنین یک عبارت فرم بسته برای ظرفیت حمل بار و زمان فشرده‌گی بر اساس نظریه ارینگن به دست می‌آید. از نتایج به دست آمده نتیجه گیری می‌شود که استفاده از روان کننده میکروپلار می‌تواند به طور قابل توجهی عملکرد فیلم فشرده را در مقایسه با حالت سیال نیوتنی کلاسیک، افزایش دهد. همچنین نتیجه گیری می‌شود که در نظر گرفتن تغییرات لزجت روان کننده با فشار باعث افزایش عملکرد فیلم فشرده در مقایسه با حالت لزجت ثابت می‌شود. علاوه بر این، نتایج نشان می‌دهد که زبری سطح با الگوی عرضی، باعث افزایش عملکرد فیلم فشرده می‌شود، در حالی که زبری سطح با الگوی طولی، سبب کاهش در عملکرد فیلم فشرده می‌شود.

**واژه‌های کلیدی:** فیلم فشرده، صفحات بیضوی شکل، روانکار میکروپلار، پیزو - لزج، نظریه ارینگن، نظریه کریستنسن.

## Investigation of squeeze film mechanism in rough elliptical plates with piezo- viscous micro-polar lubricant

**B. Salmani**

**M. Daliri**

**B. Mohammadi Alasti**

**M. Abasgholipour**

Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University, Bonab Branch, Bonab, Iran

Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University, Bonab Branch, Bonab, Iran

Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University, Bonab Branch, Bonab, Iran

Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University Bonab Branch, Bonab, Iran

### Abstract

In the present article, the analysis of squeeze film mechanism in parallel elliptical plates using micro-polar piezo-viscous lubricant is discussed. In order to achieve accurate results, the effects of the surface roughness have been considered using Christensen's theory. By solving the modified stochastic Reynolds equation, the pressure distribution is obtained analytically, and based on Eringen's theory, a closed form expression for non - dimensional load carrying capacity and squeezing time is derived. From the obtained results, it is revealed that the use of micro-polar lubricant can significantly increase the characteristics of the squeeze film compared to case of classical Newtonian fluid. It was also concluded that taking into account the changes in the viscosity of the lubricant with pressure improves the performance of the squeeze film in comparison with the case of constant viscosity. Furthermore, results show that the transverse surface roughness pattern increases squeeze film performance, while longitudinal surface roughness pattern decreases squeeze film performance.

**Keywords:** squeeze film, elliptical plates, micro-polar lubricant, piezo-viscous, Eringen theory, Christensen's theory.

آنها برای دستیابی به ویژگی‌هایی مانند تسهیل فرآیند خنک سازی، افزایش ظرفیت حمل بار، کاهش اصطکاک و همچنین کاهش نشتی روانکار از جمله روش‌های پیشنهادی در انتخاب نوع سیال روان کننده می‌باشد.

استفاده از مواد افزودنی برای بهبود عملکرد روانکارهای موجود و همچنین امکان اختلاط هرگونه کثیفی، گرد و غبار، فلز و ذرات غیرفلزی ساییده شده از سطوح قطعات با روان کننده در شرایط کاری و همچنین ابعاد بسیار کم فضای خالی بین سطوح یاتاقان، این عوامل باعث می‌شود که فرض سیال نیوتنی در تحلیل عملکرد مجموعه زمینه را برای انحراف نتایج تحلیل از شرایط واقعی فراهم کند. با توجه به موارد فوق، فرض یک سیال روان کننده به عنوان سیال غیرنیوتنی، مانند مدل میکروپلار،

### ۱- مقدمه

مطالعه درارتباط با مشخصات فیلم فشرده نقش مهمی در اکثر زمینه‌های مرتبط با کاربردهای مهندسی از قبیل روانکاری اتصالات، چرخ دنده‌ها، دمپ‌های لزج، موتورهای هواپیما و ماشین ایفا می‌کند. روانکاری یکی از مهمترین جنبه‌های تمام دستگاه‌ها و مکانیزم‌های صنعتی است. امروزه در زمینه روانکاری پیشرفته استفاده از روانکارهای ویژه و نو ترکیب برای بهبود شرایط روانکاری اهمیت زیادی پیدا کرده است. با توسعه صنعت، نیاز به روغن‌های روان کننده با کیفیت بالاتر بیشتر می‌شود. با دستیابی به فناوری‌های جدید، تولید روان کننده‌هایی که بتوانند فشارهای زیادی را تحمل کنند، از اهمیت بالایی برخوردار است. استفاده از روان کننده‌های مختلف و افزودن ترکیبات شیمیایی خاص به

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: dmaghsood@yahoo.com.

می‌تواند نتایج آنالیز را به شرایط واقعی نزدیک کند. بنابراین، در تحقیق حاضر، تحلیل مکانیزم فیلم فشرده در هندسه صفحات بیضوی با مدل میکروپلار با در نظر گرفتن وابستگی لزجت به فشار و زبری سطح مورد بررسی قرار گرفته است. مدل سیال میکروپلار که برای اولین بار توسط ارینگن [۱] ارائه شد، شاخه فرعی از نظریه عمومی میکرو سیالات است. گسترش مدل سیال میکروپلار به زمینه روانکاری یاتاقان‌های ژورنال اولین بار توسط آلن و کلاین انجام شد. [۲]. همچنین در سال ۱۹۸۹ تحقیقات مقدماتی در زمینه تحلیل استاتیکی یاتاقان‌های ژورنال با روان کننده‌های میکروپلار با استفاده از روش حل عددی اجزا محدود توسط خوانساری و بریو [۳] انجام شد. ایشان یک افزایش قابل توجهی در ظرفیت حمل بار و کاهش ضریب اصطکاک یاتاقان وقتی که سیال نیوتنی با سیال میکروپلار جایگزین می‌شود، گزارش کردند. رفتار دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی روغن کاری شده با سیالات میکروپلار توسط داس و همکاران [۴] بررسی شد. لین و همکاران [۵] اثرات استفاده از سیال میکروپلار را بر مکانیزم فیلم فشرده بین صفحات مخروطی بررسی کردند. نادوینامانی و مارالی [۶] معادله دینامیک رینولدز را برای یاتاقان‌های لغزنده شیبدار صفحه ای روانکاری شونده با سیالات میکروپلار با لحاظ کردن اثر فشرده‌گی مورد مطالعه قرار دادند. لین و همکاران [۷] همچنین تأثیر سیال غیر نیوتنی مدل میکروپلار را بر ویژگی‌های فیلم فشرده بین یک کره و سطح مطالعه کردند. در تمام مطالعات فوق، مشخص شد که استفاده از روان کننده میکروپلار ظرفیت حمل بار و همچنین زمان پاسخ را در مکانیزم فیلم فشرده افزایش می‌دهد.

برای دستیابی به نتایج دقیق‌تر، وابستگی لزجت روانکار به فشار را نیز باید در نظر گرفت. امین خانی و دلیری [۸] اثرات وابستگی لزجت به فشار را در مکانیزم فیلم فشرده بین صفحات مثلثی موازی که با یک سیال تنش کوپلی روان کاری شده‌اند، تحلیل کردند. اثرات وابستگی پیرو - لزج بر عملکرد فیلم فشرده بین صفحات دایره ای با سیال تنش کوپلی توسط سینگ [۹] بررسی شد. نادوینامانی [۱۰] اثرات وابستگی لزجت - فشار بر مکانیزم فیلم فشرده بین صفحات پلکانی موازی را بررسی کرد. واسانت و همکاران [۱۱] اثرات وابستگی لزجت - فشار و سیال تنش کوپلی را بر ویژگی‌های فیلم فشرده بین صفحات حلقوی شکل متخلخل مورد مطالعه قرار دادند.

در مطالعات ذکر شده مشخص شد که با افزایش پارامتر لزجت - فشار، ویژگی‌های فیلم فشرده بهبود می‌یابد. از طرفی کاملاً واضح است که با گذشت زمان و در اثر سایش، بارهای سنگین و ضربه ای و همچنین فرآیندهای ساخت، سطوح بلبرینگ صافی خود را از دست داده و ناصاف می‌شوند، بنابراین برای تحلیل دقیق ماهیت روانکاری یاتاقان، اثرات زبری سطح نیز باید اعمال شود. کریستنسن [۱۲]، کریستنسن و توندرا [۱۳] یک رویکرد تصادفی برای سطوح روغن کاری شده زبر معرفی کردند. بر اساس این رویکرد، معادله رینولدز تصادفی سطوح ناهموار برای تجزیه و تحلیل اثرات عملکرد فیلم فشرده یاتاقان‌ها به دست می‌آید. تحقیقات زیادی در مورد اثرات زبری سطح بر روان کاری هیدرودینامیکی مانند مطالعه در رابطه با یاتاقان‌های ژورنال محدود هیدرودینامیکی توسط چیانگ و همکاران [۱۴] و یاتاقان‌های متخلخل توسط بوجورک و کودناتی [۱۵] انجام شده است. سو و همکاران [۱۶] اثرات ترکیبی زبری سطح و اینرسی چرخشی را بر روی ویژگی‌های فیلم فشرده دیسک‌های

دایره ای موازی بررسی کردند. لین و همکاران [۱۷]، تأثیرات زبری سطح را بر عملکرد یاتاقان‌های ژورنال جزئی بلند فیلم فشرده مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند. نتایج مطالعات فوق، نشان داد که اثرات زبری سطح تأثیر قابل توجهی بر ویژگی‌های فیلم فشرده دارد.

اخیراً طلوعیان و همکاران [۱۸] تأثیرات ترکیبی روانکار فروسیال و تنش کوپلی را بر روی مشخصات فیلم فشرده در صفحات بیضوی شکل مورد بررسی قرار دادند. از کار ایشان نتیجه شد که هم فرو سیال و هم سیال تنش کوپلی باعث افزایش عملکرد فیلم فشرده می‌شود. همچنین امین خانی و همکاران [۱۹] تأثیرات ترکیبی استفاده از روان کار تنش کوپلی پیرو - لزج و اعمال اثرات زبری سطح را بروی مشخصات فیلم فشرده در صفحات مخروطی شکل مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند. نتایج مطالعات ایشان نشان داد که استفاده از روانکار تنش کوپلی پیرو - لزج مشخصات فیلم فشرده را افزایش می‌دهد. در تازه ترین پژوهش‌های انجام یافته، راو و همکاران [۲۰] اثرات ترکیبی وابستگی لزجت روانکار به فشار و زبری سطح را بر عملکرد فیلم فشرده در یاتاقان‌های مخروطی شکل با سیال میکرو پلار مورد بررسی قرار دادند و نتیجه گرفتند که روانکار میکروپلار پیرو - لزج باعث بهبود عملکرد فیلم فشرده در یاتاقان‌های مخروطی می‌شود. همچنین تحلیل مشخصات فیلم فشرده در صفحات دایروی شکل پله دار متخلخل زبر با روانکار میکرو پلار با لحاظ کردن وابستگی لزجت به فشار توسط هانوماگودا و همکاران [۲۱] انجام شد. از کار ایشان نتیجه گرفته شد که روانکار میکروپلار باعث افزایش در ظرفیت حمل بار و زمان پاسخ می‌شود و اعمال اثرات وابستگی لزجت به فشار و زبری سطح عملکرد فیلم فشرده را بطور چشم گیری تحت تاثیر قرار می‌دهد.

مطابق مقالات مرور شده در بالا، تحلیل عملکرد فیلم فشرده در صفحات بیضوی شکل با روانکار میکروپلار با در نظر گرفتن اثرات زبری سطح و لحاظ کردن اثرات وابستگی لزجت روانکار به فشار، تاکنون مورد بررسی قرار نگرفته است. در این مقاله، اثرات روان کننده پیرو - لزج میکرو پلار بر عملکرد فیلم فشرده در صفحات بیضوی موازی زبر بررسی شده است.

## ۲- فیزیک مساله و معادلات حاکم

هندسه صفحات بیضوی زبر روانکاری شونده با یک سیال پیرو - لزج میکروپلار در شکل ۱ نشان داده شده است. صفحه پایینی ثابت است. با توجه به هندسه و ابعاد موجود، استفاده از نظریه روانکاری لایه نازک منطقی است. با توجه به کار باروس [۲۲]، تغییر لزجت با فشار توسط رابطه زیر نمایش داده می‌شود

u و w به فرم زیر بدست می‌آید:

$$u = \frac{e^{-\beta p}}{2\mu_0} \frac{\partial p}{\partial x} \left\{ y^2 - yh - \frac{N^2}{m} h \left( \frac{\cosh(my) + \cosh(mh - my) - \cosh(mh) - 1}{\sinh(mh)} \right) \right\} \quad (10)$$

$$w = \frac{e^{-\beta p}}{2\mu_0} \frac{\partial p}{\partial z} \left\{ y^2 - yh - \frac{N^2}{m} h \left( \frac{\cosh(my) + \cosh(mh - my) - \cosh(mh) - 1}{\sinh(mh)} \right) \right\} \quad (11)$$

که در آن

$$m = \frac{N}{l}, \quad N = \left( \frac{\chi}{2\mu + \chi} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad l = \left( \frac{\gamma}{4\mu} \right)^{\frac{1}{2}}$$

با جایگذاری مقادیر بدست آمده برای u و v در معادله ی پیوستگی و انتگرال گیری از آن در راستای ضخامت فیلم روانکار نتیجه می‌دهد که

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( f(h, l, N, \beta, p) \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( f(h, l, N, \beta, p) \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 12\mu_0 dh / dt \quad (12)$$

بطوریکه

$$f(h, l, N, \beta, p) = e^{-\beta p} \left( h^3 + 12hl^2 - 6Nlh^2 \coth\left(\frac{Nh}{2l}\right) \right) \quad (13)$$

شرایط مرزی برای میدان فشار عبارت است از

$$p(x_1, y_1) = 0 \quad (14)$$

بطوریکه

$$\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{z_1^2}{b^2} = 1$$

با معرفی متغیرها و پارامترهای بدون بعد به فرم زیر:

$$x^* = \frac{x}{a}, \quad h^* = \frac{h}{h_0}, \quad p^* = \frac{ph_0^3}{\mu_0 ab(-dh/dt)}, \quad G = \frac{\beta\mu_0 ab(-dh/dt)}{h_0^3} \quad (15)$$

$$z^* = \frac{z}{b}, \quad l^* = \frac{l}{h_0}$$

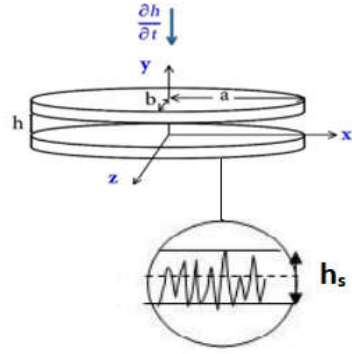
$$f^*(h^*, l^*, N, G, p^*) = \frac{f(h, l, N, \beta, p)}{h_0^3}, \quad k = \frac{a}{b}$$

معادله بدون بعد رینولدز به فرم زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial x^*} (f^*, h^*, l^*, N, G, p^*) (\partial p^*) / (\partial p^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( k^2 f^*(h^*, l^*, N, G, p^*) \frac{\partial p^*}{\partial z^*} \right) = -12k \quad (16)$$

بطوریکه:

$$f^*(h^*, l^*, N, G, p^*) = e^{-Gp^*} \left( h^{*3} + 12h^* l^{*2} - 6Nl^* h^{*2} \coth\left(\frac{Nh^*}{2l^*}\right) \right)$$



شکل ۱- هندسه صفحات بیضوی شکل زیر روانکاری شونده با سیال تنش

کوبلی پیزو-لزوج

$$\mu = \mu_0 e^{\beta p} \quad (1)$$

بطوریکه  $\mu_0$  لزجت در فشار ثابت و دمای محیط را نشان می‌دهد و  $\beta$  بیانگر ضریب لزجت - فشار می‌باشد.

برای فرمول بندی مسئله، از معادلات مومنوم برای یک سیال میکروپلار، با لحاظ کردن وابستگی لزجت به فشار استفاده می‌شود. بنابراین معادلات مومنوم به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\left( u + \frac{\chi}{2} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \chi \frac{\partial v_3}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$\left( u + \frac{\chi}{2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \chi \frac{\partial v_1}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial z} \quad (4)$$

$$\gamma \frac{\partial^2 v_3}{\partial y^2} + \chi \frac{\partial u}{\partial y} - 2\chi v_3 = 0 \quad (5)$$

$$\gamma \frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} + \chi \frac{\partial w}{\partial y} - 2\chi v_1 = 0 \quad (6)$$

معادله پیوستگی عبارت است از:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

بطوریکه u و v و w به ترتیب مولفه‌های سرعت در جهات x، y، z می‌باشند.

$v_2, v_1, v_3$  به ترتیب مولفه‌های سرعت ریز چرخشی در جهات x، y، z می‌باشند.  $\chi$  لزجت چرخشی می‌باشد.  $\gamma$  ضریب لزجت برای سیال میکروپلار می‌باشد و  $\mu$  بیانگر ضریب لزجت نیوتنی است.

شرایط مرزی برای مولفه‌های سرعت و سرعت ریز چرخشی عبارتند از:

$$(y = h)$$

$$u = 0, \quad w = 0, \quad v = \frac{dh}{dt}, \quad v_1 = v_3 = 0 \quad \text{at } y = h \quad (8)$$

$$(y = 0)$$

$$u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad v_1 = v_3 \quad \text{at } y = 0 \quad (9)$$

با حل معادلات (۲-۶) با اعمال شرایط مرزی (۸) و (۹) مولفه‌های سرعت

فرم دیگر معادله (16) به صورت رابطه ی (۱۷) است:

$$\frac{\partial}{\partial x^*} \left( e^{-Gp^*} f_0^*(h^*, l^*, N) \frac{\partial p^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( k^2 e^{-Gp^*} f_0^*(h^*, l^*, N) \frac{\partial p^*}{\partial z^*} \right) = -12k \quad (17)$$

بطوریکه:

$$f_0^*(h^*, l^*, N) = \left( h^*{}^3 + 12h^*l^*{}^2 - 6Nl^*h^*{}^2 \coth\left(\frac{Nh^*}{2l^*}\right) \right)$$

فرم بدون بعد شرایط مرزی مربوط به فشار به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} p^*(x_1^*, z_1^*) &= 0 \\ x_1^*{}^2 + z_1^*{}^2 &= 1 \end{aligned} \quad (18)$$

با در نظر گرفتن  $g(h_s)$  به عنوان تابع چگالی احتمال برای  $hs$  و اعمال میانگین تصادفی به معادله ی (۱۷) نسبت به  $g(h_s)$  معادله ی تصادفی رینولدز شامل اثرات زبری سطح به فرم زیر استخراج می‌شود:

$$\begin{aligned} E \left[ \frac{\partial}{\partial x^*} \left( e^{-Gp^*} \frac{\partial p^*}{\partial x^*} \right) \right] + E \left[ \frac{\partial}{\partial z^*} \left( k^2 e^{-Gp^*} \frac{\partial p^*}{\partial z^*} \right) \right] \\ = E \left[ \frac{-12k}{f_0^*(h^*, l^*, N)} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

در معادله فوق، عملگر  $E^*$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$E^*(*) = \int_{-\infty}^{+\infty} (*)g(h_s)dh_s \quad (20)$$

مطابق نظریه کریستنسن [۱۲] فرض می‌شود که

$$g(h_s) = \begin{cases} \frac{35}{32c^7} (c^2 - h_s^2)^3; & -c \leq h_s \leq c \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (21)$$

بطوریکه  $\sigma = c/3$  انحراف استاندارد می‌باشد.

مطابق نظریه کریستنسن [۱۲]، تحلیل بر اساس دو نوع الگوی زبری سطح یک بعدی صورت می‌پذیرد: الگوی زبری سطح طولی و الگوی زبری سطح عرضی. برای الگوی زبری سطح طولی، رگه‌های زبری به صورت برآمدگی‌های باریک و دره‌هایی هستند که در جهت  $x$  قرار دارند. برای این الگو، ضخامت لایه موضعی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H = h + h_s(z, \varepsilon) \quad (22)$$

برای الگوی زبری عرضی، رگه‌های زبری به صورت برآمدگی‌ها و دره‌های باریک بلند در جهت  $z$  هستند، برای این شکل، ضخامت لایه موضعی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H = h + h_s(x, \varepsilon) \quad (23)$$

برای الگوی زبری سطح طولی، معادله ی (۱۹) به رابطه ی (۲۴) تبدیل می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial x^*} \left( e^{-GE[p^*]} \frac{\partial E[p^*]}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( k^2 e^{-GE[p^*]} \frac{\partial E[p^*]}{\partial z^*} \right) = \frac{-12k}{\sqrt{E[f_0^*(h^*, l^*, N)]}} \quad (24)$$

همچنین برای الگوی زبری سطح عرضی، معادله ی (۱۹) به رابطه ی (۲۵) تبدیل می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial x^*} \left( e^{-GE[p^*]} \frac{\partial E[p^*]}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial x^*} \left( k^2 e^{-GE[p^*]} \frac{\partial E[p^*]}{\partial x^*} \right) = \frac{-12k}{\sqrt{E[f_0^*(h^*, l^*, N)]}} \quad (25)$$

با انتگرال گیری از معادلات (24) و (25) و لحاظ کردن شرایط مرزی مربوط به فشار  $(E[p^*] = 0 \text{ at } x_1^*{}^2 - z_1^*{}^2 = 1)$ ، توزیع فشار در فیلم روانکار برای الگوهای ی زبری سطح طولی و عرضی به ترتیب به فرم زیر بدست می‌آید:

برای الگوی زبری سطح طولی:

$$E[p^*] = \frac{-1}{G} \ln \left( \frac{-6kG}{(k^2 + 1)E[f_0^*(h^*, l^*, N)]} (1 - x_1^*{}^2 - z_1^*{}^2) + 1 \right) \quad (26)$$

برای الگوی زبری سطح عرضی:

$$E[p^*] = \frac{-1}{G} \ln \left( \frac{-6kG}{(k^2 + 1)E[f_0^*(h^*, l^*, N)]} (1 - x_1^*{}^2 - z_1^*{}^2) + 1 \right) \quad (27)$$

ظرفیت حمل بار از رابطه ی زیر بدست می‌آید:

$$W = \int_b^a \int_{-\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x_1^*{}^2}}^{\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x_1^*{}^2}} p dz_1 dx_1 \quad (28)$$

ظرفیت حمل بار بدون بعد به فرم زیر تعریف می‌شود:

$$W^* = \frac{-Wh_0^3}{\mu_0 \left( \frac{dh}{dt} \right) a^2 b^2} \quad (29)$$

ظرفیت حمل بار بدون بعد برای الگوی زبری سطح طولی به صورت رابطه ی (۳۰) بدست می‌آید:

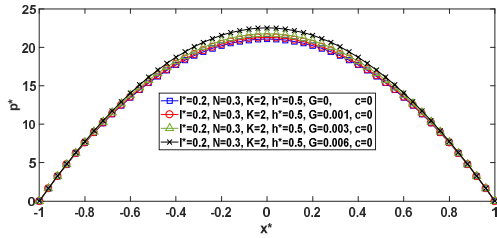
$$\begin{aligned} W^* &= \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x_1^*{}^2}}^{\sqrt{1-x_1^*{}^2}} E[p^*] dz_1^* dx_1^* \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x_1^*{}^2}}^{\sqrt{1-x_1^*{}^2}} \frac{-1}{G} \ln \left( \frac{-6kG}{(k^2 + 1)E[f_0^*(h^*, l^*, N)]} \right. \\ &\quad \left. (1 - x_1^*{}^2 - z_1^*{}^2) + 1 \right) dz_1^* dx_1^* \end{aligned} \quad (30)$$

ظرفیت حمل بار بدون بعد برای الگوی زبری سطح عرضی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} W^* &= \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x_1^*{}^2}}^{\sqrt{1-x_1^*{}^2}} E[p^*] dz_1^* dx_1^* \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x_1^*{}^2}}^{\sqrt{1-x_1^*{}^2}} \frac{-1}{G} \ln \left( \frac{-6kG}{(k^2 + 1)1/E[f_0^*(h^*, l^*, N)]} \right. \\ &\quad \left. (1 - x_1^*{}^2 - z_1^*{}^2) + 1 \right) dz_1^* dx_1^* \end{aligned} \quad (31)$$

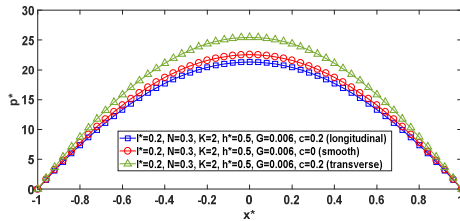
بایستی ذکر شود که عبارات  $E[f_0^*(h^*, l^*, N)]$  و  $E[1/f_0^*(h^*, l^*, N)]$  برای هر دو نوع الگوی زبری، شامل پارامتر بدون بعد  $C = \frac{c}{h_0}$  می‌باشد که اثرات زبری سطح را نشان می‌دهد.

زمان فشردن برای کاهش ضخامت لایه از مقدار اولیه  $h_1^* = 1$  به مقدار



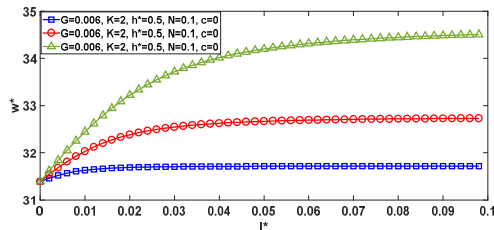
شکل ۳- تغییرات فشار فیلم بدون بعد با مختصه بدون بعد  $x^*$  در  $z^*=0$  برای مقادیر مختلف  $G$  در  $I^*=0.2$ ،  $h^*=0.5$  و  $N=0.3$  و  $K=2$

شکل ۴ توزیع فشار بدون بعد  $p^*$  را به ازای مقادیر مختلف پارامتر زبری سطح (c) در  $I^*=0.2$ ،  $N=0.3$  و  $G=0.006$  و  $h^*=0.5$  نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود تاثیرات الگوی زبری سطح طولی باعث کاهش در فشار فیلم روانکار نسبت به حالت سطح صاف ( $c=0$ ) می‌شود. در حالیکه الگوی زبری سطح عرضی باعث افزایش فشار فیلم روانکار در مقایسه با حالت بدون زبری (سطح صاف) می‌گردد.



شکل ۴- توزیع فشار در فیلم روانکار در مقابل پارامتر زبری سطح (C) در  $I^*=0.2$ ،  $h^*=0.5$  و  $N=0.3$  و  $G=0.006$  و  $K=2$

تغییرات ظرفیت حمل بار بدون بعد  $W$  با پارامتر میکروپلار  $I^*$  برای مقادیر مختلف  $N$  در  $h^*=0.5$  و  $C=0$  (حالت بدون زبری) در شکل ۵ نمایش داده شده است. مطابق شکل ۵ نتیجه می‌شود که با افزایش  $I^*$  و  $N$ ، ظرفیت حمل بار افزایش می‌یابد. به لحاظ کمی ملاحظه می‌شود که با افزایش پارامتر  $N$  (عدد کوپلینگ) از  $0.1$  به  $0.2$  ظرفیت حمل بار بدون بعد افزایشی حدودا  $1$  واحدی پیدا می‌کند و همچنین با افزایش پارامتر  $N$  از  $0.2$  به  $0.3$  افزایش حدودا  $2$  واحدی در ظرفیت حمل بار بدون بعد مشاهده می‌شود.



شکل ۵- تغییرات ظرفیت حمل بار بدون بعد در مقابل پارامتر میکروپلار  $I^*$  در  $h^*=0.5$  و مقادیر مختلف  $N$

لازم به توضیح است که افزایش پارامترهای مربوط به روانکار میکرو پلاری یعنی ( $I^*$  و  $N$ )، در نهایت باعث افزایش لزجت روانکار و در نتیجه افزایش ماندگاری روانکار بین صفحات بیضوی می‌شود و در نتیجه افزایش

نهایی  $h_f^*$  با رابطه‌ی زیر داده می‌شود:

برای الگوی زبری سطح طولی:

$$t^* = \frac{Wh_0^2}{\mu_0 a^2 b^2} t = \int_{h_f^*}^1 \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x_1^2}}^{\sqrt{1-x_1^2}} \left\{ \frac{-1}{G} \ln \left( \frac{-6kG}{(k^2+1)E[1/f_0^*(h^*, I^*, N)]} \right) \right. \quad (32)$$

$$\left. (1-x_1^2-z_1^2)+1 \right\} dz_1 dx_1 dh_1^*$$

برای الگوی زبری سطح عرضی:

$$t^* = \frac{Wh_0^2}{\mu_0 a^2 b^2} t = \int_{h_f^*}^1 \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x_1^2}}^{\sqrt{1-x_1^2}} \left\{ \frac{-1}{G} \ln \left( \frac{-6kG}{(k^2+1)1/E[1/f_0^*(h^*, I^*, N)]} \right) \right. \quad (33)$$

$$\left. (1-x_1^2-z_1^2)+1 \right\} dz_1 dx_1 dh_1^*$$

### ۳- نتایج و بحث

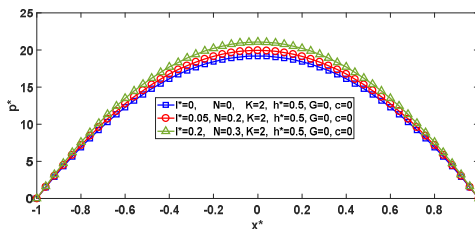
در تحقیق حاضر، عملکرد فیلم فشرده در هندسه صفحات بیضوی موازی با روان کننده میکروپلار با در نظر گرفتن اثرات وابستگی لزجت به فشار و زبری سطح مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. پارامترهای رئولوژیکی روان کننده مورد استفاده در مطالعه حاضر در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱- مشخصات رئولوژیکی روانکار

تعریف مشخصه	نماد مشخصه	اندازه مشخصه
ابعاد صفحات بیضوی	a, b	a = 0.3 m, b = 0.2 m
لزجت روانکار	$\mu_0$	0.11 pa.s at 37.8 °C
پارامتر روانکار میکروپلار	$I^*$	$I^*=0.05$ and $I^*=0.2$
پارامتر عدد کوپلینگ	N	N = 0.09
پارامتر پیچ-لزج	G	G = 0.001 and G = 0.004
پارامتر زبری سطح	C	c = 0.02

اثر یک سیال میکروپلار از طریق عدد کوپلینگ  $N$  و پارامتر میکروپلار  $I^*$  نشان داده می‌شود،  $G$  وابستگی لزجت به فشار را نشان می‌دهد. همچنین  $C$  بیانگر تاثیرات زبری سطح می‌باشد.

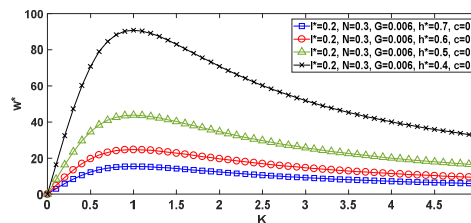
توزیع فشار در فیلم روانکار برای مقادیر مختلف  $I^*$ ،  $N$  و  $G$  در  $h^*=0.5$  و  $C=0$  (سطح صاف) در اشکال ۲ و ۳ نشان داده شده است. موقعی که مقادیر  $I^*$ ،  $N$  و  $G$  افزایش می‌یابد، باعث افزایش در فشار فیلم روانکار می‌شود.



شکل ۲- تغییرات فشار فیلم بدون بعد با مختصه بدون بعد  $x^*$  در  $z^*=0$  برای مقادیر مختلف  $I^*$  در  $N=0$  و  $C=0$  و  $G=0.006$  و  $h^*=0.5$  و  $K=2$

فشار و به تبع آن افزایش ظرفیت حمل بار زمان پاسخ را سبب خواهد شد.

تغییرات ظرفیت حمل بار بدون بعد بر حسب پارامتر هندسی  $k$  (نسبت شعاع بزرگ بیضی به شعاع کوچک) برای مقادیر مختلف  $h^*$  در شکل ۶ آورده شده است.



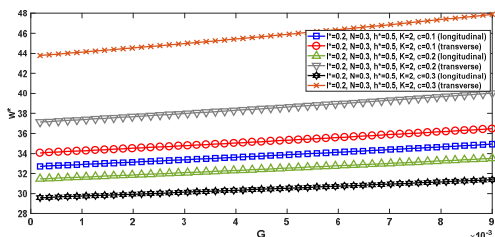
شکل ۶- تغییرات ظرفیت حمل بار بدون بعد در مقابل پارامتر هندسی  $k$  در  $C=0$  و  $G=0.006, N=0.3, I^*=0.2$  مقادیر مختلف  $h^*$

از شکل ۶ نتیجه گرفته می‌شود که برای مقادیر کوچکتر  $h^*$  مقادیر بزرگتری  $W^*$  بدست می‌آید از طرف دیگر، مطابق شکل ۶، با افزایش پارامتر نسبت ابعاد  $k$  از ۰.۲ به ۱ (افزایش هندسه تماس) ظرفیت حمل بار بدون بعد افزایش می‌یابد اما زمانی که پارامتر نسبت ابعاد از ۱ به ۵ افزایش می‌یابد (کاهش هندسه تماس)، ظرفیت حمل بار بدون بعد کاهش می‌یابد حداکثر ظرفیت حمل بار روی  $k=1$  بدست می‌آید (هندسه بیضی به هندسه دایره ای تبدیل می‌شود).

تغییرات ظرفیت حمل بار بدون بعد  $W^*$  با پارامتر پیزو - لزوج  $G$  در زبری سطح در شکل ۷ نشان داده شده است.

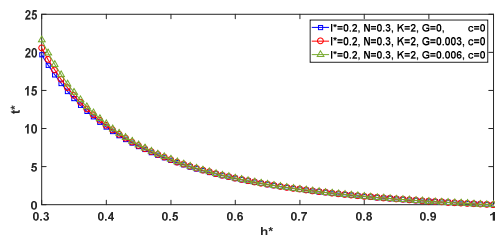
مشاهده می‌شود که اثرات الگوی زبری سطح طولی باعث کاهش ظرفیت حمل بار بدون بعد در مقایسه با حالت سطح صاف می‌شود ( $C=0$ ) در حالی که اثرات الگوی زبری سطح عرضی باعث افزایش در ظرفیت حمل بار بدون بعد می‌شود و همچنین برای الگوی زبری سطح طولی با افزایش پارامتر زبری ( $C$ )،  $W^*$  کاهش می‌یابد در حالی که برای الگوی زبری سطح عرضی با افزایش پارامتر زبری ( $C$ )،  $W^*$  افزایش می‌یابد.

شایان ذکر است که در الگوی زبری سطح عرضی، امتداد دره‌ها و ارتفاعات در امتداد محور  $Z$  قرار می‌گیرند و در این حالت، این دره‌ها و ارتفاعات به عنوان مانعی در برابر خروج سیال روان کننده عمل می‌کنند و باعث افزایش فشار و همچنین ظرفیت حمل بار در منطقه روغن کاری می‌شوند. در حالی که این دره‌ها و ارتفاعات در الگوی زبری سطح طولی موازی و هم جهت با محور  $x$  هستند و به همین دلیل سیال روان کننده به راحتی در امتداد خطوط دره‌ها و شیارها جریان یافته و فشار و ظرفیت تحمل بار را کاهش می‌دهد.



شکل ۷- تغییرات ظرفیت حمل بار بدون بعد در مقابل پارامتر لزجت - فشار  $G$  در  $C=0, N=0.3, I^*=0.2$  و مقادیر مختلف  $h^*$

شکل ۸ تغییر ضخامت لایه بدون بعد  $h^*$  با زمان پاسخ بی بعد  $t^*$  را برای مقادیر مختلف پارامتر لزجت - فشار  $G$  نشان می‌دهد. در شکل ۸ نشان داده شده است که با افزایش  $G$ ، زمان پاسخ افزایش می‌یابد. شایان ذکر است افزایش پارامتر لزجت - فشار ( $G$ )، طبیعتاً باعث افزایش لزجت روانکار و طول عمر روان کننده بین صفحات بیضوی می‌شود، بنابراین می‌توان انتظار داشت که زمان پاسخ افزایش یابد.



شکل ۸- تغییرات ضخامت بدون بعد فیلم روانکار با زمان بدون بعد  $t^*$  در  $C=0$  و  $K=2, N=0.3, I^*=0.2$  مقادیر مختلف  $G$

#### ۴- صحت سنجی

با توجه به اینکه در صنعت دیتا بیس مشخص و مدونی برای اعتبارسنجی نتایج حاصل وجود ندارد و همچنین ابزار و نرم افزار مشخصی که بتوان نتایج حاصل را اعتبارسنجی نمود، وجود ندارد و کار انجام یافته در این پژوهش نیز در ادامه و تکمیل کارهای پیشین می‌باشد، بنابراین جهت اثبات درستی کار انجام یافته می‌بایست با حذف جملاتی از کار انجام یافته در این مقاله و ایجاد مشابهت به کارهای انجام یافته در گذشته، اعتبار سنجی انجام گیرد.

برای اعتبارسنجی مقاله حاضر، اگر در رابطه (۲۶)،  $k \rightarrow 1$  (به سمت ۱ میل کند) هندسه ی صفحات بیضوی شکل به دایروی شکل تعبیر می‌یابد و همچنین اگر اثرات زبری سطح نیز صرف نظر شود و صفحات صاف در نظر گرفته شوند آنگاه:

$$E[f_0^*(h^*, I^*, N)] \text{ به } f_0^*(h^*, I^*, N) \text{ تبدیل می‌شود}$$

از طرفی می‌دانیم وقتی  $k \rightarrow 1$  خواهیم داشت

$$x_1^2 + z_1^2 = r^2$$

لذا رابطه (۲۶) بصورت نهایی برای صفحات دایروی شکل صاف به فرم زیر خواهد بود:

$$p^* = \frac{-1}{G} \ln \left( \frac{-3G(1-r^2)}{f_0^*(h^*, I^*, N)} + 1 \right)$$

از طرفی در کار ارائه شده توسط آقای هانوماگودا و همکاران [۲۳]

- [8] Aminkhani H, Daliri M. Effects of piezo-viscous-coupled stress lubricant on the squeeze film performance of parallel triangular plates. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*.2019;234: 1514-21
- [9] Singh UP. Effects of piezo-viscous dependency on squeeze film between circular plates: Couple Stress fluid model. *Tribology Transactions*.2014; 59: 237- 43,
- [11] Vasanth KR, Hanumagowda BN, Kumar JS. Combined Effect of Piezo-Viscous Dependency and Non-Newtonian Couple Stress on Squeeze-Film porous annular Plate. *Journal of physics*.2018;conf.Ser.1000
- [12] Christensen H. Some aspects of the functional influence of rough surfaces in lubrication. *Wear*.1971;17:149-62.
- [13] Christensen H, Tonder KC. Tribology of rough surfaces: stochastic models of hydrodynamic lubrication.1969; SINTEF ReportNo.10/69.
- [14] Chiang HL, Cheng HH, Lin JR. Lubrication of performance of finite journal bearing considering effects of couple stresses and surface roughness. *Tribology International*.2004;37:297-307.
- [15] Bujurke NM, Kudenatti RB. Surface roughness effects on squeeze film poro-elastic bearings. *Applied Mathematics Computer*.2006;174:308-20.
- [16] Hsu CH, Lai C, Lu RF, Lin JR. Combined effects of surface roughness and rotating inertia on the squeeze film characteristics of parallel circular disks. *Journal of Marine Science and Technology*.2009; 17:60-66.
- [17] Lin JR, Hsu CH, Lai C. Surface roughness effects on the oscillating squeeze-film behavior of long partial journal bearings. *Computers and Structures*.2002; 80: 297-303
- [18] Toloiean A, Daliri M, Shamel M. Ferrofluid and couple stress lubricants effect on the squeeze film characteristics in parallel elliptical plates. *Journal of Mechanical engineering.(JMEUT)* 2022;51: 203-208
- [19] Aminkhani H, Daliri M, Shamel M, Javani N. Investigation of Combined Effects of Couple Stress Piezo-Viscous Lubricant and surface roughness on the squeeze film characteristics of Conical Plates. *Journal of Mechanical engineering.(JMEUT)*2020; 52: 31-39
- [20] Rao PS, Murmu B, Agarwal S. Piezo-Viscous Dependency and Surface Roughness Effects on the Squeeze Film Characteristics of Non-Newtonian Micro polar Fluid in Conical Bear. *TribologyOnlin*. 2018;13:282-89
- [21] Hanumagowda BN, Sreekala Ch K. Stochastic Reynolds equation for the combined effects of piezo-viscous dependency and squeeze-film lubrication of micropolar fluids on rough porous circular stepped plates. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*.2021;236:Issue 4
- [22] Barus C. Isothermals, isopiestic, and isometrics relative to viscosity. *American Journal of Science* 1893; 45:87-96.
- [23] Hanumagowda BN, Shivakumar HM, Raju BT, Santhosh Kumar J. Combined effect of pressure - dependent viscosity and micropolar fluids on squeeze film circular stepped plates. *international journal of mathematics trends and technology*.2016;37:175-183

که در آن تحلیل مکانیزم فیلم فشرده در صفحات دایروی شکل پله دار صاف (بدون زبری سطح) با روانکار میکروپلار پیزو - لزج انجام شده است، اگر از پله صرفنظر شود آنگاه هندسه صفحات دایروی شکل پله دار به هندسه صفحات دایروی شکل مسطح تبدیل می‌شود و برای این منظور بایستی در رابطه (۲۴) مقاله فوق [۲۳] به جای پارامتر پله (K) عدد ۱ جایگذاری شود که آنگاه توزیع فشار در فیلم روانکار به صورت

$$p^* = \frac{-1}{G} \ln \left( \frac{-3G(1-r^*{}^2)}{f_0^*(h^*, l^*, N)} + 1 \right)$$

بدست آمده در مقاله حاضر کاملاً هم خوانی دارد و حتی نقاط شروع و پایانی نمودارهای توزیع فشار و ظرفیت حمل بار نیز دقیقاً همانند یکدیگر خواهند شد. و لذا مقاله آقای هانوماگودا و همکاران حالت خاصی از کار حاضر می‌باشد و بدین ترتیب مقاله حاضر صحت سنجی می‌شود.

## ۵- نتیجه گیری

در این مقاله، اثرات روان کننده میکروپلار پیزو - لزج و زبری سطح بر عملکرد فیلم فشرده بررسی شده است. از مدل‌های سیال میکروپلار اربینگن، نظریه کریستنس برای مدل‌سازی زبری سطح و فرمول باروس برای نمایش تغییرات لزجت با فشار استفاده شده است و هندسه در نظر گرفته شده صفحات بیضی موازی است.

با حل معادله رینولدز، توزیع فشار به صورت تحلیلی به دست می‌آید و همچنین یک عبارت فرم بسته برای ظرفیت حمل بار و زمان فشرده‌گی به دست می‌آید. با توجه به نتایج، مشخص شد که استفاده از سیال میکرو پلار به عنوان روان کننده و در نظر گرفتن وابستگی لزجت به فشار، ویژگی‌های فیلم فشرده مانند ظرفیت حمل بار، توزیع فشار و زمان حرکت صفحات بیضی را به میزان قابل توجهی افزایش می‌دهد. از سوی دیگر، نتیجه گیری می‌شود که الگوی زبری سطح عرضی به طور قابل توجهی عملکرد فیلم فشرده را بهبود می‌بخشد، در حالی که الگوی زبری سطح طولی عملکرد فیلم فشرده را کاهش می‌دهد.

## ۶- مراجع

- [1] Eringen A. Theory of micropolar fluids. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 1966;16: 1 -18.
- [2] Allen S, Kline K. Lubrication theory for micropolar fluids. *Journal of Applied Mechanics*.1971; 23: 646 -50.
- [3] Khonsari MM, Brew DE. On the performance of finite journal bearing lubricated with micropolar fluids. *Tribology Trans*.1989; 32: 155 -60.
- [4] Das S, Guha SK, Chattopadhyay AK. Theoretical analysis of stability characteristics of hydrodynamic journal bearings lubricated with micropolar fluids. *Tribology International* .2005;35:201 -10
- [5] Lin JR, Kuo CC, Liao WH, Yang CB. Non-Newtonian micropolar fluid squeeze film between conical plates. *Zeitschrift für Naturforschung A*. 2012; 27: 333-37
- [6] Naduvanamani NB, Marali GB. Dynamic Reynolds equation for micropolar fluids and the analysis of plane inclined slider bearings with squeezing effect. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*.2007; 221: 823-29
- [7] Lin JR, Liang LJ, Chu LM. Effects of non-Newtonian micropolar fluids on the squeeze film characteristics between a sphere and a plate surface. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 2010; 224: 825-32