

## پایه‌سازی تجربی فیلتر مکمل با جدول بهره و مقایسه با فیلتر کالمن روی حسگرهای ارزان قیمت

محمد نوابی\*

دانشیار، دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه شهید بهشتی؛ تهران، ایران، m\_navabi@sbu.ac.ir

مجتبی صالحی

دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی فضایی، دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، ایران، mojtaba.salehi1995@gmail.com

### چکیده

تعیین یا تخمین وضعیت، یکی از ارکان سیستم کنترل وضعیت می‌باشد. حسگرها ابزار اصلی تعیین وضعیت سیستم می‌باشند اما به دلیل وجود نویزها و اغتشاشات مختلف مؤثر بر حسگرهای وضعیت، بایستی از روش‌های فیلتر کردن مناسب استفاده نمود. کاهش هزینه و وزن در سامانه‌های پروازی بسیار حائز اهمیت بوده است، به همین جهت استفاده از حسگرهای میکرو الکترومکانیکی با وجود مصرف انرژی، وزن و قیمت پایین، مورد توجه بسیاری قرار گرفته است. اما نویزپذیری از ایرادهای حسگرهای میکرو الکترومکانیکی می‌باشد که با ترکیب داده حسگرهای مختلف با استفاده از الگوریتم‌های فیلتر مناسب، می‌توان داده‌ها را به حد قابل قبولی بهبود بخشید. در این پژوهش، الگوریتم فیلتر مکمل با جدول بهره بر روی حسگر ارزان قیمت و در شرایط آزمایشگاهی و بر پایه سکوی تست طراحی و ساخته شده با دینامیک و نویز شدید پایه‌سازی شده و با داده‌های فیلتر کالمن و مرجع ثابت مقایسه شده است. در نهایت از طریق تست‌های آزمایشگاهی مشهود است که الگوریتم پیشنهادی با اعمال نویزهای مکانیکی در حالت ایستا و همچنین حرکت نوسانی در نظر گرفته شده، دقیق‌تر از فیلتر کالمن عمل می‌کند. به صورتی که می‌توان نتیجه گرفت، در شرایط مفروض، الگوریتم پیشنهادی داده بسیار دقیق‌تر و قابل‌اتکاتری نسبت به فیلتر کالمن ارائه می‌دهد. **واژه‌های کلیدی:** تخمین وضعیت، حسگرهای میکرو الکترومکانیکی، الگوریتم‌های ترکیب داده، فیلتر کالمن، فیلتر مکمل با جدول بهره.

## Experimental implementation of Gain scheduled Complementary filter and comparison with Kalman filter base on Low-Cost sensors

M. Navabi

Faculty of New Technologies Engineering , Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

M. Salehi

Faculty of New Technologies Engineering , Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

### Abstract

Determination or state estimation is one of the pillars of the Attitude Control System. Sensors are the main instrument for determining the attitude of the system, but due to the presence of various noises and disturbances affecting the attitude sensors, appropriate filtering methods should be used. Cost and weight reduction in flight systems has been very important, so the use of microelectromechanical sensors, due to energy consumption, weight and low price, has received much attention. But noise is one of the drawbacks of microelectromechanical sensors that by combining data from different sensors using fusion algorithms, the data can be improved. In this research, the Gain scheduled complementary filter algorithm on a low-cost sensor and in laboratory conditions, based on a test platform with high dynamics and noise is implemented and compared with Kalman filter data and fixed reference. Finally, laboratory tests that the proposed algorithm works more accurately than the Kalman filter by applying noises in a static state as well as considering the oscillatory motion.

**Keywords:** Attitude Estimation - Microelectromechanical sensor - Data fusion algorithms - Kalman filter - Gain scheduled Complementary filter.

و پیچ) استفاده می‌گردد و همچنین تعیین دقیق‌تر زاویه سمت (یاو) با

ترکیب داده ژيروسکوپ و مغناطیس‌سنج صورت می‌گیرد.

ترکیب داده، یک فرآیند تخمین تطبیقی است که برای تعیین وضعیت تحت عدم اطمینان مورد استفاده قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر با تلفیق داده حسگرهای مختلف می‌توان اختلالات موجود میان اندازه‌گیری حسگرها را حذف کرده و ساختار منطقی از اطلاعات موجود به دست آورد. ترکیب داده امروزه به‌طور گسترده در سامانه‌های هوافضایی رایج شده و یکی از هسته‌های اصلی برای انجام عملیات خودمختار به حساب می‌آید [۱].

در مرجع [۲]، فیلتراسیون با جدول بهره برای دسته‌ای از سامانه‌های زمان گسسته با در نظر گرفتن اندازه‌گیری‌های از دست‌رفته، اختلالات غیرخطی و نویز تصادفی خارجی می‌پردازد. در مقاله [۳] یک روش تخمین تطبیقی استفاده شده است که در آن پارامتر وزن‌دار برای فیلتر مکمل در طول زمان تغییر می‌کند. مکانیسم تطبیقی ارائه شده در

### ۱- مقدمه

امروزه سامانه‌های میکرو الکترومکانیکی (MEMS) با توجه به وزن کم، ابعاد کوچک، مصرف انرژی پایین و همچنین قیمت مناسب بسیار مورد توجه پژوهشگران و صنعتگران قرار گرفته است. مازول مورد بررسی در این پژوهش که بر اساس فناوری MEMS تولید شده‌اند، از ترکیب واحد اندازه‌گیری اینرسی (IMU) شامل ژيروسکوپ سه محوره و شتاب‌سنج سه محوره و یک حسگر با مغناطیس‌سنج سه محوره تشکیل شده است. ژيروسکوپ نرخ تغییر وضعیت را می‌سنجد، لذا می‌توان با انتگرال‌گیری از داده ژيروسکوپ، وضعیت جسم صلب را به دست آورد اما ژيروسکوپ میکرو الکترومکانیکی دارای اختلالات مختلفی است که با انتگرال‌گیری از داده خروجی، خطا به حد غیرقابل قبولی افزایش پیدا می‌کند. برای برطرف کردن این مشکل از ترکیب داده ژيروسکوپ با شتاب‌سنج برای بهبود سنجش زوایای وضعیت (رول

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: m\_navabi@sbu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۲/۲۵

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۶/۲۷

اینجا از طرح تخمین تطبیقی مدل چندگانه ( $MMAE^1$ ) الهام گرفته شده است که برای پارامترهای نویز متفاوت در ساختار فیلتر کالمن استفاده می‌شود. این روش بر روی مجموعه داده‌های ثبت شده از حسگرهای اینرسی اعمال شده و عملکرد ساختار فیلتر مکمل مبتنی بر  $MMAE$  در مقایسه با چارچوب فیلتر کالمن توسعه یافته، امیدوارکننده عمل کرده است. در مرجع دیگری، یک سیستم ناوبری مبتنی بر فیلتر مکمل-کالمن برای تخمین موقعیت و وضعیت، با یک روش کاربردی برای وسایل نقلیه هوایی بدون سرنشین، پیاده‌سازی شده است. ویژگی‌های پایداری و عملکرد برای شرایط عملیاتی مشتق شده‌اند و روی نحوه تنظیم پارامترهای فیلترها در حوزه فرکانس تأکید می‌شود. الزامات مربوط به بار محاسباتی کم هم در الگوریتم دید و هم در سیستم ناوبری یک اولویت بود و آن را برای سخت‌افزارهای خارج از قفسه مناسب می‌کرد.

در پژوهش دیگری، یک الگوریتم ترکیب داده بر اساس فیلتر کالمن-مکمل-فازی ( $FCKF^2$ )، برای تخمین وضعیت پهپاد در طول فرود خودکار پیشنهاد شده است. در الگوریتم پیشنهادی منطق فازی برای تنظیم بهره فیلتر مکمل برای بهبود دقت فیلتر اتخاذ شده است. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی عملکرد بهتری در دقت نسبت به  $EKF$  و  $CKF$  دارد [۴]. در مرجع [۵]، تفاوت بین تخمین وضعیت با روش  $EKF$  و فیلتر مکمل با ماتریس بهره اختصاص داده شده برای به‌روزرسانی وضعیت ارائه شده است. از طریق استنتاج ریاضی، این نتیجه حاصل می‌شود که ماتریس بهره  $EKF$  را می‌توان به یک فیلتر مکمل ساده‌سازی کرد، به این معنی که فیلتر مکمل تقریبی برای  $EKF$  است. شبیه‌سازی‌های مونت‌کارلو نشان از این دارد که  $EKF$  در شرایط نمونه‌برداری پایین، از فیلتر مکمل پایدارتر بوده و از این‌رو فیلتر مکمل باید برای تعیین وضعیت بیشتر به اندازه‌گیری‌های ژيروسکوپ تکیه کند تا پایداری آن را بهبود بخشد.

## ۲- مشخصات ماژول

ماژول موردبررسی، ترکیبی از حسگرهای ژيروسکوپ، شتاب‌سنج و مغناطیس‌سنج می‌باشند. دلیل وجود این حسگرها در یک مجموعه به این خاطر است که ژيروسکوپ‌های میکرو الکترومکانیکی به‌مرورزمان داده‌های غیرقابل قبولی ارائه می‌دهند که این خطا ناشی از انتگرال‌گیری از نرخ زاویه اندازه‌گیری شده توسط ژيروسکوپ می‌باشد. برای اصلاح داده ژيروسکوپ از حسگر شتاب‌سنج استفاده می‌شود. به مجموعه حسگرهای ژيروسکوپ و شتاب‌سنج، واحد اندازه‌گیری اینرسی ( $IMU^3$ ) گفته می‌شود. شتاب‌سنج نمی‌تواند داده مرجعی برای زاویه سمت ارائه دهد چراکه بردار گرانش زمین را به‌عنوان مرجع در نظر می‌گیرد [۶]. به این منظور حسگر مغناطیس‌سنج برای محاسبه زاویه سمت به کار گرفته می‌شود. ترکیب داده این حسگرها با استفاده از الگوریتم‌های تخمین مانند فیلتر کالمن، فیلتر مکمل و غیره، انجام می‌پذیرد و در نهایت وضعیت و سمت وسیله پرنده محاسبه می‌گردد. ماژول MPU-9250 از ترکیب تراشه MPU-6500، ژيروسکوپ سه

محوره و شتاب‌سنج سه محوره است با تراشه AK8963، مغناطیس‌سنج سه محوره تشکیل شده است. این ماژول از پروتکل I2C تا ۴۰۰ کیلوهرتز و پروتکل SPI تا ۱ مگاهرتز برای تنظیمات رجیستری و ۲۰ مگاهرتز برای خواندن داده پشتیبانی می‌کند [۷].

## ۲-۱- مشخصه‌های حسگرها

ژيروسکوپ به‌عنوان یک ابزار الکترومکانیکی، در معرض خطاهای بسیاری ناشی از ناهمراستایی محور، بایاس ثابت، بایاس انحراف، خطای فاکتور مقیاس ثابت و نامتقارن است. بایاس انحراف، اصلی‌ترین منبع خطای اثرگذار بر دقت ژيروسکوپ است که در صورت عدم تصحیح با مرجع خارجی، به دلیل انتگرال‌گیری از نرخ‌های زاویه‌ای، منجر به انحراف فراوان از موقعیت صحیح خواهد شد. شتاب‌سنج به‌عنوان یک حسگر مکمل برای تصحیح خطای ژيروسکوپ مورد استفاده قرار می‌گیرد [۸]. زیرا خروجی شتاب‌سنج باگذشت زمان دچار واگرایی نمی‌شود. اما نکته منفی در عملکرد شتاب‌سنج، تأثیرپذیری آن از ارتعاشات محیطی و نویزهای فرکانس بالا است. به علت تأثیر پارامترهای مختلف بر عملکرد حسگر، شتاب‌سنج‌های میکرو الکترومکانیکی با مشخصه‌های مختلف، برای مقاصد گوناگون طراحی می‌شوند و از این جهت رنج‌های دینامیکی و فرکانسی متفاوتی خواهند داشت. به‌طور کلی، هرچه توانایی شتاب‌سنج برای اندازه‌گیری شتاب‌های بالا افزایش یابد، حساسیت آن کاهش می‌یابد، میزان نویز آن بالاتر بوده و پهنای باند بزرگ‌تری به دست می‌آید. از طرف دیگر، برای افزایش دقت شتاب‌سنج و کاهش کمترین شتاب اندازه‌گیری نیاز به افزایش حساسیت حسگر داریم که به طبع آن، نویز پایین‌تر بوده و پهنای باند کوچک‌تری به دست خواهد آمد [۸]. مغناطیس‌سنج به‌عنوان عامل تصحیح کننده دیگر برای انحراف ژيروسکوپ مطرح است اما تأثیرپذیری از میدان‌های مغناطیسی ناخواسته محیط (آهن نرم و سخت) و خطاهای ابزاری مانند فاکتور مقیاس، آفست و ... بر عملکرد آن تأثیر منفی خواهد داشت که البته این نوع خطاها را می‌توان با کالیبراسیون برطرف نمود. در صورتی که به دست آوردن مدل خطا برای  $IMU$  مدنظر باشد، مدل خطای متداول که در معادله (۱) بیان شده است می‌تواند به کار گرفته شود.

$$\begin{bmatrix} \hat{f}_x \\ \hat{f}_y \\ \hat{f}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+S_x & 0 & 0 \\ -\theta_{xy} & 1+S_x & 0 \\ -\theta_{xz} & -\theta_{yz} & 1+S_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_x \\ I_y \\ I_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

در این معادله  $\hat{I}_{x,y,z}$ ، بیانگر اندازه‌گیری‌ها اصلاح شده،  $I_{x,y,z}$ ، مشاهدات،  $S_{x,y,z}$  ضریب مقیاس،  $b_{x,y,z}$  بایاس و  $\theta_{xy,xz,yz}$  نمایانگر ناهمراستایی در تعامد محورهای حسگر می‌باشد. برای درک بهتر، خطاهای تأثیرگذار روی ژيروسکوپ به صورت نمادین در شکل ۱ آورده شده است [۹].

<sup>1</sup> Multiple Model Adaptive Estimation

<sup>2</sup> Fuzzy Complementary Kalman filter

<sup>3</sup> Inertial Measurement Unit

آخر معادله (۳) به عنوان خطای تصادفی در خروجی حسگر شتابسنج مطرح می‌باشد. به همین جهت برای ساده‌سازی، می‌توان مدل خطای مرسوم را به صورت زیر طبق معادله (۴) شرح داد [۹].

$$\bar{a}_x = (I + SF)a_x + B_f + n_a \quad (4)$$

مغناطیس‌سنج تحت تأثیر بایاس و انحراف تصادفی به دلیل نقص حسگر، خطاهای نصب و تداخل مغناطیسی ناخواسته در مجاورت حسگرها مختلف و غیره، دچار خطا در اندازه‌گیری می‌شود. میدان‌های مغناطیسی اغتشاشی را می‌توان به دو گروه مجزا طبقه‌بندی کرد. گروه اول، متشکل است از میدان ثابت یا میدان‌هایی که به آهستگی با زمان تغییر کند. این اغتشاشات توسط مواد ساختاری فرومغناطیسی در نزدیکی مغناطیس‌سنج تولید می‌شود. خطاهای اندازه‌گیری ناشی از چنین تداخل‌هایی، اغتشاشات "آهن سخت" نامیده می‌شوند. گروه دوم میدان‌های مغناطیسی اغتشاشی، از موادی حاصل می‌شود که در پاسخ به یک میدان اعمال شده خارجی، میدان مغناطیسی تولید می‌کنند. این میدان تولیدشده تحت تأثیر اندازه و جهت میدان مغناطیسی اعمال شده بیرونی قرار می‌گیرد. به چنین اغتشاشاتی، انحراف ناشی از "آهن نرم" گفته می‌شود [۱۱]. در یک جسم در حال حرکت، جهت میدان مغناطیسی زمین نسبت به جسم (و هر نوع ماده، از جنس آهن نرم موجود در جسم) به‌طور مداوم تغییر می‌کند. بنابراین، خطاهای آهن نرم متغیر با زمان است. یک مدل جامع ریاضی برای خطای خروجی یک مغناطیس‌سنج را می‌توان به صورت معادله (۵) بیان کرد.

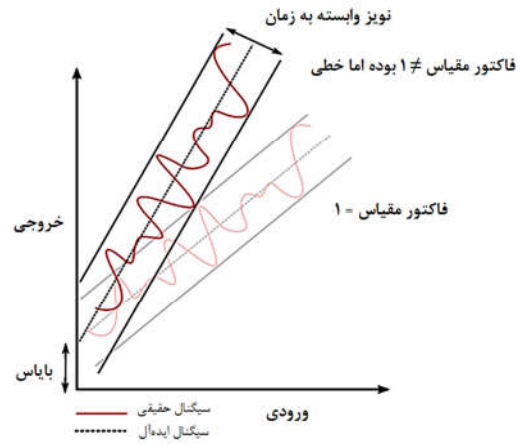
$$m_m = C_m C_{sf} C_{si} (m + b + w_m) \quad (5)$$

در این مدل،  $m_m$  میدان اندازه‌گیری شده یا تخمین زده شده،  $m$  میدان مغناطیسی واقعی  $b$  خطای آهن سخت،  $w_m$  نویز سفید گاوسی،  $C_m$  خطای ناهمراستایی،  $C_{sf}$  خطای فاکتور مقیاس و  $C_{si}$  خطای آهن نرم می‌باشد. لازم به ذکر است خطای فاکتور مقیاس، خطای ناهمراستایی و خطای آهن نرم ماتریس‌های سه در سه هستند که طبق معادلات (۶) تا (۸) محاسبه خواهند شد [۱۲].

$$C_{si} = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xz} \\ a_{yx} & a_{yy} & a_{yz} \\ a_{zx} & a_{yx} & a_{zz} \end{bmatrix} \quad (6)$$

جملات  $a_{ij}$  نشان‌دهنده ضرایب مؤثر آهن نرم است و ثابت‌های تناسب بین میدان مغناطیسی اعمال شده بر روی آهن نرم و میدان مغناطیسی ناشی از آن است. از نظر نمادگذاری، به عنوان مثال،  $a_{xy}$  نشان‌دهنده ضریب مؤثر مربوط به میدان تولیدشده در جهت  $x$  در پاسخ به یک میدان اعمال شده در جهت  $y$  است. خطای فاکتور مقیاس با استفاده ماتریس سه در سه  $C_{sf}$  به صورت زیر در معادله (۷) محاسبه می‌شود.

$$C_{sf} = \begin{bmatrix} (1 + sf_x) & 0 & 0 \\ 0 & (1 + sf_y) & 0 \\ 0 & 0 & (1 + sf_z) \end{bmatrix} \quad (7)$$



شکل ۱- اختلالات و خطاهای مربوط به ژيروسکوپ [۹]

## ۲-۲- مدل حسگرها

در این بخش، مدل مرسوم حسگرهای شتابسنج، ژيروسکوپ و مغناطیس‌سنج برای استفاده در الگوریتم ترکیب داده ارائه شده است. با در نظر گرفتن برخی از خطاهای بیان شده، می‌توان مدل ارائه شده در معادله (۲) را برای ژيروسکوپ در نظر گرفت.

$$\begin{aligned} \omega_m &= (I + SF)\omega + b(t) + n_g \\ b(t) &= b_0 + b_1(t) \end{aligned} \quad (2)$$

در معادلات فوق،  $SF$  یک ماتریس  $3 \times 3$  در  $3$  برای بیان خطای فاکتور مقیاس،  $b(t)$  بردار  $3$  در  $1$  بایاس متغیر با زمان و  $n_g$  بردار  $3$  در  $1$  نویز جمعی سفید گاوسی می‌باشد. خطای بایاس که در معادله (۲) بیان شده دارای جملات  $b_0$  بایاس روشن شدن یا بایاس ثابت (با واحد اندازه‌گیری درجه بر ثانیه یا رادیان بر ثانیه) و  $(b_1 t)$  بایاس متغیر با زمان یا پایداری بایاس (با واحد اندازه‌گیری درجه بر ساعت)، می‌باشد [۱۰]. شتابسنج‌ها دارای منابع مختلف خطا هستند که در انواع مختلف این حسگرها تفاوت‌های اندکی وجود دارد. در معادله (۳) مدل متداول خطا برای شتابسنج‌ها ارائه شده است. به‌طور معمول، اندازه‌گیری ارائه شده در راستای محور  $x$  توسط شتابسنج  $(\bar{a}_x)$  را می‌توان طبق معادله (۳) با توجه به شتاب اعمال شده در امتداد همین محور  $(a_x)$  و شتاب‌هایی که به ترتیب در امتداد محورهای  $z$  و  $y$ ، لولا،  $a_z$  و  $a_y$  عمل می‌کنند، بیان کرد.

$$\bar{a}_x = (I + SF)a_x + M_y a_y + M_z a_z + B_f + n_a \quad (3)$$

در معادله فوق،  $SF$  خطای فاکتور مقیاس (که معمولاً به صورت چندجمله‌ای بیان می‌شود و شامل اثرات غیرخطی است)،  $M_y$  و  $M_z$  عوامل محوره‌ای متقابل،  $B_f$  بایاس اندازه‌گیری،  $n_a$  نویز تصادفی است. بایاس و فاکتور مقیاس از اصلی‌ترین منابع خطای قطعی و جمله

خطاهای فاکتور مقیاس  $s_{fx}$ ،  $s_{fy}$  و  $s_{fz}$  عدم اطمینان در اطلاعات مربوط به ثابت‌های تناسب ورودی به خروجی مغناطیس‌سنج را نشان می‌دهد. در یک حالت ایده‌آل، سه محور مغناطیس‌سنج با محورهای بدنی جسم موردنظر در یک راستا نصب می‌شود. به عبارت دیگر، محورهای مغناطیس‌سنج با محورهای بدنی جسم یکسان خواهند بود. اما در عمل این مهم به‌طور کامل برآورده نخواهد شد. ماتریس  $C_m$  بیانگر این می‌باشد. از آنجاکه با توجه به تعریف خطاهای ناهمراستایی بسیار کوچک هستند اما قابل‌اعراض نیستند، ماتریس  $C_m$  را می‌توان به صورت معادله (۸) تعریف کرد [۹].

$$C_m = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_z & \epsilon_y \\ \epsilon_z & 1 & -\epsilon_x \\ -\epsilon_y & \epsilon_x & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

سه پارامتر مستقل  $\epsilon_x$ ،  $\epsilon_y$  و  $\epsilon_z$ ، چرخش‌های کوچکی را حول محورهای بدنی جسم نشان می‌دهد که محورهای حسگر را با محورهای بدنی در یک راستا قرار می‌دهد.

### ۳- الگوریتم‌های ترکیب داده

در این روش‌های تخمین وضعیت با توجه به مشاهدات یا اندازه‌گیری‌ها، برای تعیین وضعیت جسم صلب موردنظر استفاده می‌شود. برای تخمین وضعیت از الگوریتم‌های ترکیب داده استفاده می‌شود، زیرا تعیین وضعیت کلی جسم صلب می‌تواند از حسگرها یا منابع مختلف حاصل شود [۱۳]. استفاده از حسگرهای مختلف به این خاطر است که اندازه‌گیری و مشاهدات حسگرها می‌تواند جزو داده‌های مطلوب مسئله نباشد و با نویزها و اختلالات وارد شده به سیستم ترکیب شده باشد. در ادامه به بررسی برخی از روش‌های ترکیب داده حسگرها پرداخته شده است.

#### ۳-۱- فیلتر کالمن

هدف از فیلتر کردن، استخراج اطلاعات موردنیاز از یک سیگنال دارای نویز می‌باشد. فیلتر کالمن یک روش بهینه بازگشتی است که با وجود نویز در سیستم، داده قابل قبولی برای یک سیستم خطی ارائه می‌دهد [۶]. مدت‌هاست که فیلتر کالمن به‌عنوان راه‌حل بهینه برای بسیاری از کاربردهای ردیابی و پیش‌بینی داده مورد استفاده قرار می‌گیرد. در صورتی که معادله سیستم به صورت معادله (۹) باشد.

$$\vec{x}_{k+1} = A\vec{x}_k + \vec{w}_k \quad (9)$$

در این معادله،  $\vec{x}_k$  بردار حالت در زمان  $k$ ، ماتریس انتقال حالت فرآیند از حالت  $k$  به حالت  $k+1$  و  $\vec{w}_k$  نویز سفید گاوسی، می‌باشد. معادله مشاهدات یا خروجی را می‌توان به صورت معادله (۱۰) در نظر گرفت.

$$\vec{z}_k = H\vec{x}_k + \vec{v}_k \quad (10)$$

در این معادله؛  $\vec{v}_k$  اندازه‌گیری واقعی  $x$  در زمان  $k$ ،  $C$  ماتریس انتقال بین بردار حالت و بردار اندازه‌گیری و  $\vec{v}_k$  خطای اندازه‌گیری، به صورت نویز سفید گاوسی می‌باشد. برای به حداقل رساندن خطای میانگین مربعات  $J$  باهدف ایجاد فیلتر بهینه، باید بتوان به درستی خطاهای سیستم را با استفاده از توزیع‌های گاوسی مدل کرد [۱۴]. کوواریانس‌های نویزهای فرایند و اندازه‌گیری، در طول زمان ثابت فرض شده و به صورت معادله (۱۱) بیان می‌گردد.

$$\begin{aligned} Q &= E[\omega_k \omega_k^T] \\ R &= E[v_k v_k^T] \end{aligned} \quad (11)$$

خطای میانگین مربعات از رابطه (۱۱) حاصل می‌گردد. بر این اساس معادله (۱۲) حاصل خواهد شد. در معادله (۱۲) نمایانگر ماتریس کوواریانس خطا در گام زمانی  $k$  می‌باشد.

$$E[e_k e_k^T] = P_k = E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] \quad (12)$$

فرض می‌شود که  $\hat{x}'_k$  تخمین حالت قبلی از  $\hat{x}_k$  بوده و با توجه به شناخت سیستم به دست آمده است. در این صورت می‌توان معادله (۱۲) را برای به‌روزرسانی تخمین جدید نوشت و تخمین قدیمی را با داده‌های اندازه‌گیری ترکیب کرد.

$$\hat{x}_k = \hat{x}'_k + K_k (z_k - H \hat{x}'_k) \quad (13)$$

در این معادله،  $K_k$  مقدار ضریب کالمن می‌باشد. ترم  $H \hat{x}'_k - z_k$  در معادله (۱۳) به‌عنوان باقیمانده اندازه‌گیری شناخته می‌شود. با در نظر گرفتن روابط (۱۰) و (۱۳) معادله (۱۴) حاصل می‌گردد [۱۵].

$$\hat{x}_k = \hat{x}'_k + K_k (H \hat{x}'_k + \vec{v}_k - H \hat{x}'_k) \quad (14)$$

با جایگذاری معادله (۱۴) در معادله (۱۲)، رابطه (۱۵) را به صورت زیر خواهیم داشت.

$$P_k = E \left\{ \begin{aligned} &[(I - K_k H)(x_k - \hat{x}'_k) \\ &- K_k \vec{v}_k] [(I - K_k H)(x_k \\ &- \hat{x}'_k) - K_k \vec{v}_k]^T \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

بایستی متذکر شد که  $x_k - \hat{x}'_k$  خطای تخمین حالت اولیه می‌باشد. واضح است که این جمله با نویز اندازه‌گیری ارتباطی ندارد، بنابراین می‌توان امید ریاضی را به صورت معادله (۱۶) بازنویسی نمود.

$$P_k = (I - K_k H) E [(x_k - \hat{x}'_k) - (x_k - \hat{x}'_k)^T] (I - K_k H) + K_k E [v_k v_k^T] K_k^T \quad (16)$$

جایگذاری معادله (۱۱) و معادله (۱۲) در معادله (۱۵)، رابطه زیر را نتیجه خواهد داد [۱۴].

$$P_k = (I - K_k H) P'_k (I - K_k H) + K_k R K_k^T \quad (17)$$

که در این معادله،  $P'_k$  تخمین قبلی  $P_k$  می‌باشد. معادله (۱۷)، رابطه به‌روزرسانی کوواریانس خطا است. قطر اصلی ماتریس کوواریانس خطا، حاوی میانگین مربعات خطا خواهد بود که در معادله (۱۸) نشان داده شده است.

<sup>1</sup> Mean Squared Error (MSE)

$$e'_{k+1} = x_{k+1} - \hat{x}'_{k+1} = (A x_k + \omega_k) - A \hat{x}_k = A e_k + \omega_k \quad (26)$$

با توجه به معادله (۲۶) در گام زمانی  $k+1$ ، معادله (۲۷) نتیجه خواهد شد [۱۱].

$$P'_{k+1} = E[e'_{k+1}(e'_{k+1})^T] = E[Ae_k(Ae_k)^T] + E[\omega_k\omega_k^T] = A P_k A^T + Q \quad (27)$$

این معادله، روش بازگشتی را تکمیل می‌کند. در حالت کلی معادلات فیلتر کالمن به دو بخش پیش‌بینی (معادلات (۲۸) و (۲۹)) و به‌روزرسانی (معادلات (۳۰) تا (۳۴)) تقسیم می‌شود.

$$\hat{x}_t = A \hat{x}_{t-1} + B \hat{u}_t \quad (28)$$

$$P_t = A P_{t-1} A^T + Q \quad (29)$$

$$\tilde{y}_t = z_t - C \cdot \hat{x}_t \quad (30)$$

$$S_t = C P_t C^T + R \quad (31)$$

$$K = P_t C^T S_t^{-1} \quad (32)$$

$$\hat{x}_{t+1} = \hat{x}_t + K_t \tilde{y}_t \quad (33)$$

$$P_{t+1} = (I - K_t C) P_t \quad (34)$$

Q و R به ترتیب ماتریس کوواریانس نویز فرآیند و ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری می‌باشند. در صورتی که مدل دینامیکی سیستم دقیق نباشد مقادیر بزرگ‌تر برای Q انتخاب می‌شود. در صورتی که حسگرها دارای نویز زیاد باشند، مقادیر بزرگ برای R در نظر می‌گیریم. لازم به ذکر است ماتریس‌های P، Q و R ماتریس‌های قطری هستند [۱۰].

### ۳-۲- فیلتر مکمل با جدول بهره

فیلتر مکمل یک روش ترکیب داده است که متشکل از یک فیلتر پایین‌گذر و یک فیلتر بالاگذر می‌باشد. در کاربرد تخمین وضعیت مبتنی بر حسگرهای اینرسی، داده حرکت دورانی حاصل از حسگر ژيروسکوپ، مکمل داده شتاب‌سنج و مغناطیس‌سنج قرار داده شده است. ساختار اصلی فیلتر مکمل متشکل از دو ورودی  $x_1$  و  $x_2$  با نویز فرکانس پایین و فرکانس بالا می‌باشد. در این صورت خروجی فیلتر مکمل به فرم رابطه (۳۵) بیان می‌گردد [۱۷].

$$\hat{x} = x_1 G(s) + x_2 \bar{G}(s) \quad (35)$$

$$G(s) + \bar{G}(s) = 1$$

در اینجا،  $G(s)$  تابع انتقال فیلتر پایین‌گذر بوده، در حالی که  $\bar{G}(s)$  تابع انتقال فیلتر بالاگذر می‌باشد. لازم به ذکر است که رابطه (۳۵) برقرار است. با استفاده از این نوع ساختار فیلتر مکمل برای تخمین وضعیت، داده‌های ژيروسکوپ، در  $x_1$  اعمال شده و داده‌های شتاب‌سنج/مغناطیس‌سنج در  $x_2$  اعمال می‌شوند. از منظر تحلیلی، وضعیت تخمین زده شده با استفاده از روش فیلتر مکمل، به صورت معادله (۳۶) بیان شده است [۱۸].

$$\hat{x} = \alpha \left( \int \dot{x}_g dt \right) + (1 - \alpha) x_{a/m} \quad (36)$$

$$P_{kk} = \begin{bmatrix} E[e_{k-1}e_{k-1}^T] & E[e_{k-1}e_{k-1}^T] & E[e_{k+1}e_{k-1}^T] \\ E[e_{k-1}e_k^T] & E[e_k e_k^T] & E[e_{k+1}e_k^T] \\ E[e_{k-1}e_{k+1}^T] & E[e_k e_{k+1}^T] & E[e_{k+1}e_{k+1}^T] \end{bmatrix} \quad (18)$$

مجموع عناصر قطر اصلی یک ماتریس، رده ماتریس می‌باشد. در مورد ماتریس کوواریانس خطا، رده ماتریس، مجموع میانگین مربعات خطاها است. بنابراین میانگین مربعات خطا، با به حداقل رساندن رده  $P_k$  به حداقل می‌رسد که به‌نوبه خود رده ماتریس  $P_{kk}$  را نیز به حداقل می‌رساند. رده  $P_k$  ابتدا نسبت به  $K_k$  مشتق‌گیری شده و نتیجه به‌منظور تعیین شرایط مفروض حداقل سازی، برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود. لذا با بسط دادن معادله (۱۸)، رابطه (۱۹) حاصل می‌شود [۱۰].

$$P_k = P'_k - K_k H P'_k - P'_k H^T K_k^T + K_k (H P'_k H^T + R) K_k^T \quad (19)$$

با شناخت این موضوع که رده ماتریس با رده ترانهاده همان ماتریس برابر است، معادله (۲۰) را به شکل زیر خواهیم داشت.

$$T[P_k] = T[P'_k] - 2T[K_k H P'_k] + T[K_k (H P'_k H^T + R) K_k^T] \quad (20)$$

در این معادلات، منظور از  $T[P_k]$ ، رده ماتریس  $P_k$  می‌باشد. با مشتق‌گیری نسبت به  $K_k$  معادله نتیجه خواهد شد [۱۶].

$$\frac{\partial T[P_k]}{\partial K_k} = -2(H P'_k) + 2K_k (H P'_k H^T + R) \quad (21)$$

با صفر قرار دادن معادله فوق، رابطه (۲۲) حاصل می‌گردد.

$$(H P'_k)^T = K_k (H P'_k H^T + R) \quad (22)$$

در این صورت،

$$K_k = P'_k H^T (H P'_k H^T + R)^{-1} \quad (23)$$

معادله فوق، رابطه بهره کالمن می‌باشد. در نهایت با جایگذاری معادله (۲۳) در معادله (۱۹)، رابطه (۲۴) به دست خواهد آمد.

$$P_k = P'_k - P'_k H^T (H P'_k H^T + R)^{-1} H P'_k = P'_k - K_k H P'_k = (I - K_k H) P'_k \quad (24)$$

معادله (۲۴) معادله به‌روزرسانی برای ماتریس کوواریانس خطا با بهره بهینه است. سه معادله (۱۳)، (۲۳) و (۲۴) تخمینی از متغیر  $x_k$  را ایجاد می‌کنند. معادله حالت با استفاده از رابطه (۲۵) حاصل می‌گردد [۱۳].

$$\hat{x}'_{k+1} = A \hat{x}_k \quad (25)$$

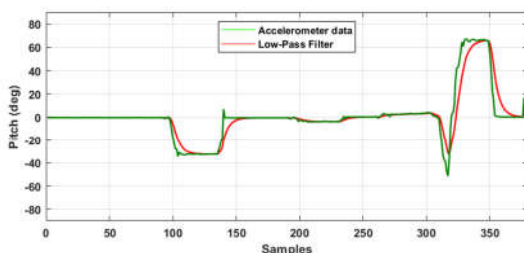
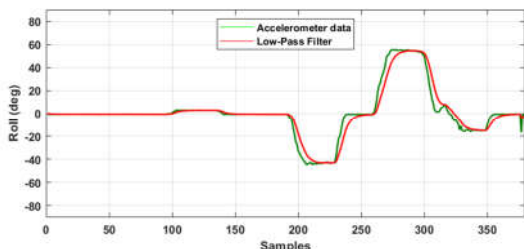
برای تکمیل روش بازگشتی، نیاز به معادله‌ای است که ماتریس کوواریانس خطا را در بازه زمانی بعدی،  $k+1$  نشان می‌دهد. این امر با تشکیل یک عبارت برای خطای قبلی مطابق معادله (۲۶) به دست می‌آید.

<sup>1</sup> Trace

است. این فیلتر داده‌های با فرکانس پایین را عبور داده و داده‌های با فرکانس بالا را عبور نمی‌دهد. الگوریتم فیلتر پایین‌گذر به این صورت است که، داده‌های قدیمی با ارزش‌گذاری بالاتر، و داده‌های جدید با ارزش‌گذاری کمتری مورد استفاده قرار می‌گیرد. این کار باعث می‌شود که نویزهای اعمالی که غالباً فرکانس بالایی دارند تأثیر زیادی روی داده خروجی نگذارند، اما اعمال فیلتر باعث بروز تأخیر پاسخگویی سیستم خواهد شد. رابطه ریاضیاتی مورد استفاده در معادله (۳۸) بیان شده است.

$$\begin{bmatrix} \theta_{Acc} \\ \varphi_{Acc} \end{bmatrix}_k = \alpha \begin{bmatrix} \theta_{Acc} \\ \varphi_{Acc} \end{bmatrix}_{k-1} + (1 - \alpha) \begin{bmatrix} \theta_{Acc} \\ \varphi_{Acc} \end{bmatrix}_k \quad (38)$$

در شکل ۲ نمونه‌ای از داده فیلتر شده و غیر فیلتر شده زوایای وضعیت حاصل از شتابسنج در شرایط با نویز بالا نمایش داده شده است.



شکل ۲- زوایای وضعیت تخمین زده شده با استفاده از داده شتابسنج فیلتر شده با فیلتر پایین‌گذر و مقایسه با داده فیلتر نشده

همان‌طور که مشاهده می‌شود فیلتر اعمال شده باعث کاهش تأثیر ارتعاشات روی سیستم شده است اما عامل بروز تأخیر در عکس‌العمل حسگر نیز می‌باشد. برای به دست آوردن زاویه از ژيروسکوپ، بایستی از داده‌ها انتگرال‌گیری نمود. برای این کار از رابطه (۳۹) استفاده شده است.

$$\begin{bmatrix} \theta_{gyro} \\ \varphi_{gyro} \\ \psi_{gyro} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \theta_{gyro} \\ \varphi_{gyro} \\ \psi_{gyro} \end{bmatrix}_{k-1} + \begin{bmatrix} G_y \\ G_x \\ G_z \end{bmatrix} . dt \quad (39)$$

در این رابطه  $G_{x,y,z}$  نرخ زاویه‌ای اندازه‌گیری شده از طریق ژيروسکوپ حول محورهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  و همچنین  $dt$  بازه زمانی اندازه‌گیری تغییرات می‌باشد. پس با این اوصاف زاویه جدید از جمع زاویه قبلی و تغییرات زاویه‌ای در واحد زمان به دست می‌آید. این روش دارای خطا می‌باشد زیرا نویز وارد شده به سیستم در محاسبات جمع شده و بعد از مدت

پارامتر  $\alpha \in [0, 1]$  ضریب وزنی را برای داده‌های ژيروسکوپ و شتابسنج/مغناطیس‌سنج تعیین می‌کند. تخمین فیلتر مکمل برحسب تابع انتقال را نیز می‌توان مانند مطابق با رابطه (۳۷) نشان داد [۸].

$$\hat{x} = \frac{\tau s}{1 + \tau s} \left( \frac{\dot{x}_g}{s} \right) + \frac{\tau s}{1 + \tau s} \left( \frac{x_g}{m} \right) \quad (37)$$

تا این مرحله بیان شد که فیلتر مکمل با ترکیب فیلتر پایین‌گذر و بالا‌گذر به وجود آمده است که در اصل دارای یک ضریب وزنی  $\alpha$  می‌باشد. در دینامیک‌ها یا شدت حرکت‌های مختلف، با ثابت بودن این پارامتر سیستم دچار تأخیر یا نویز پذیری شدید می‌شود. در روش پیشنهاد شده، ضریب وزنی فیلتر مکمل بر اساس داده ژيروسکوپ جدول‌بندی شده است تا کارایی تخمین وضعیت نسبت به داده فیلتر کالمن بهبود داده شود. در پژوهش‌های مشابه از حسگر شتابسنج برای وزن دهی به ضریب  $\alpha$  استفاده شده است. اما در این پژوهش به منظور نزدیک‌تر شدن آزمایش‌ها به واقعیت نویز شدید لرزشی به سیستم اعمال شده است که باعث نوسانی شدن اندازه‌گیری‌های شتابسنج می‌گردد. به همین دلیل نمی‌توان به شتابسنج اتکا نمود لذا به جای مرجع قرار دادن شتابسنج از حسگر ژيروسکوپ استفاده شده است. چراکه نویز پذیری حسگر ژيروسکوپ به نویز لرزشی اعمال شده به سیستم بسیار کمتر از شتابسنج می‌باشد. ضریب جدول‌بندی شده  $\alpha$ ، که در آزمایشگاه با اعمال لرزش به دست آمده، به صورت جدول ۱ در نظر گرفته شده است.

جدول ۱- جدول بهره برای فیلتر مکمل

محدوده اندازه‌گیری ژيروسکوپ (x درصد از کل محدوده اندازه‌گیری)	ضریب $\alpha$
$x \leq 5\%$	0.1
$5\% < x \leq 10\%$	0.2
$10\% < x \leq 20\%$	0.75
$20\% < x \leq 80\%$	0.85
$80\% < x$	0.95

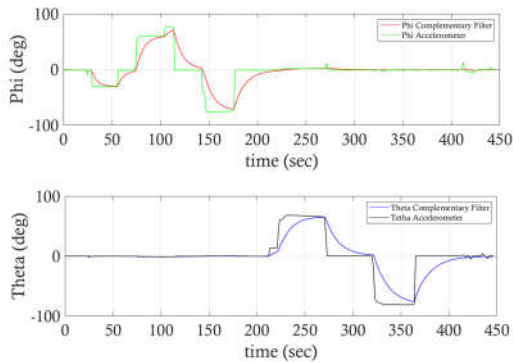
#### ۴- پیاده‌سازی و نتایج

در این بخش از مقاله، تست‌های انجام شده بر روی سکوی تست آزمایشگاهی و نتایج حاصل از الگوریتم پیشنهادی ارائه شده است. شتاب‌های دینامیکی یا لرزش‌های اعمال شده به جسم به‌عنوان نویز بسیار مخرب تلقی می‌گردد. به همین جهت برای ارزیابی روش پیشنهادی سکوی تست آزمایشگاهی با نویز و شرایط دینامیکی شدید طراحی و ساخته شده است. لازم به ذکر است تست‌ها بر روی این استند انجام گرفته است.

#### ۴-۱- تحلیل رفتار حسگرها

داده حاصل از شتابسنج در حالت استاتیک نمایانگر تغییرات بردار گرانژ زمین می‌باشد. می‌توان با مرجع قرار دادن بردار گرانژ، بر اساس داده خروجی شتابسنج، زاویه رول و پیچ را به دست آورد. اما در این صورت، شتاب‌های دینامیکی وارد شده به جسم به‌عنوان نویز تلقی خواهد شد. برای رفع این مشکل از فیلتر پایین‌گذر استفاده شده

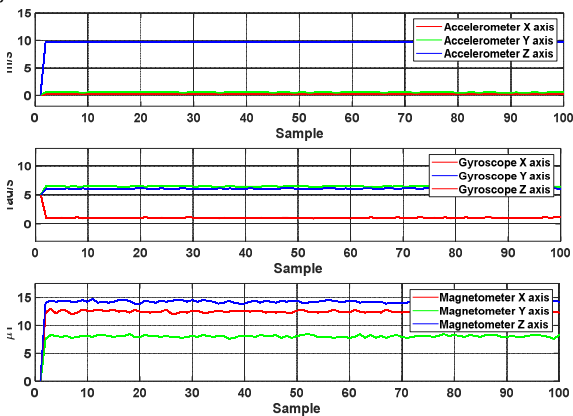
داده شده است. مقدار بهینه برای ضریب  $\alpha$  به دینامیک سیستم بستگی دارد. به طوری که در حرکت‌های نسبتاً آهسته مقدار بزرگ‌تری برای  $\alpha$  و در سامانه‌های با دینامیک بالا مقادیر کوچک‌تری برای  $\alpha$  در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۵- زوایای وضعیت حاصل از فیلتر مکمل و زوایای وضعیت حاصل از شتاب‌سنج

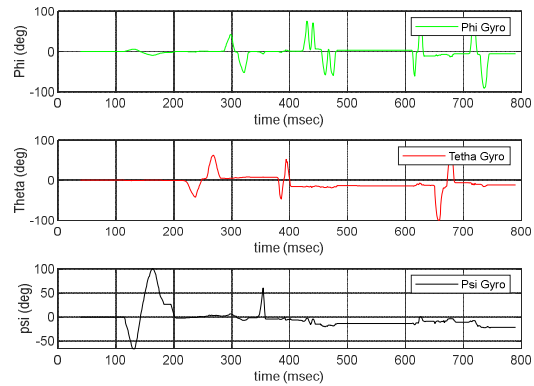
#### ۲-۴- پیاده‌سازی الگوریتم‌های تخمین

در این بخش پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهادی و مقایسه با نتایج فیلتر کالمن ارائه شده است. در تست‌های اولیه داده‌های خام مازول mpu9250 مطابق با شکل ۶ مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه با افزودن نویز لرزشی به سیستم، مطابق شکل ۷ داده‌ها دچار نویز شده است. وجود نویز لرزشی در سیستم مسئله اصلی این پژوهش می‌باشد.



شکل ۶- داده خام مازول MPU9250

کوتاهی داده‌ها غیرقابل استفاده می‌گردد که به این خطا، دریافت ژيروسکوپ می‌گویند. در شکل ۳ خروجی زوایای اوپلر حاصل از ژيروسکوپ نشان داده شده است.

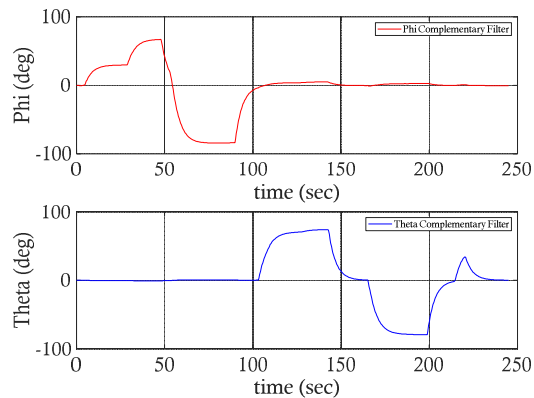


شکل ۳- زوایای وضعیت محاسبه شده از طریق ژيروسکوپ

همان‌طور که مشاهده می‌شود به‌مرور زمان داده‌ها با وجود خطای دریافت دقت خود را از دست می‌دهند اما داده شتاب‌سنج در مدت‌زمان طولانی قابل استناد است، درحالی‌که ممکن است با وجود نویزهای فرکانس بالا، در مدت‌زمان کوتاه داده دقیقی از طرف این حسگر ارائه نگردد. لذا می‌توان داده ژيروسکوپ و شتاب‌سنج را ترکیب کرده و داده دقیق‌تری به دست آورد. در این بخش از فیلتر مکمل یا ترکیب دو فیلتر پایین‌گذر و بالاگذر، استفاده شده است. رابطه این الگوریتم برای زوایای وضعیت در معادله (۴۰) بیان شده است.

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \phi \end{bmatrix}_k = \alpha \left( \begin{bmatrix} \theta_{gyro} \\ \phi_{gyro} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_y \\ G_x \end{bmatrix} . dt \right) + (1 - \alpha) \begin{bmatrix} \theta_{Acc} \\ \phi_{Acc} \end{bmatrix} \quad (40)$$

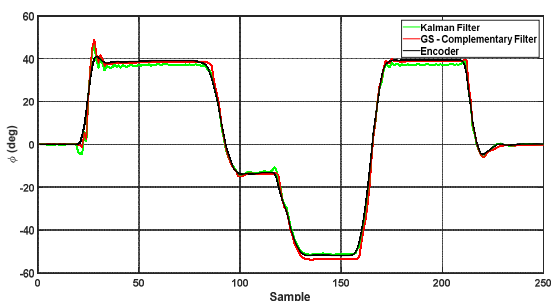
با اعمال این فیلتر خروجی قابل قبولی از زوایای وضعیت مشاهده می‌شود.



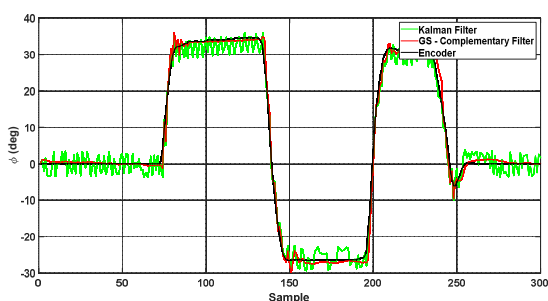
شکل ۴- زوایای تخمین زده شده با استفاده از فیلتر مکمل

لازم به ذکر است به دلیل عدم امکان محاسبه زاویه سمت با استفاده از شتاب‌سنج، داده مربوط به این زاویه در معادله (۴۰) استفاده نشده است. در شکل ۴ نتیجه اعمال فیلتر مکمل و در شکل ۵ مقایسه داده فیلتر مکمل با زاویه محاسبه شده از شتاب‌سنج نشان

اعمال لرزش به سیستم، عملکرد بهتر الگوریتم پیشنهادی مشهود می‌باشد. در شکل ۱۱ نیز مشاهده می‌شود که فیلتر کالمن دچار لرزش بسیار بالایی می‌باشد.



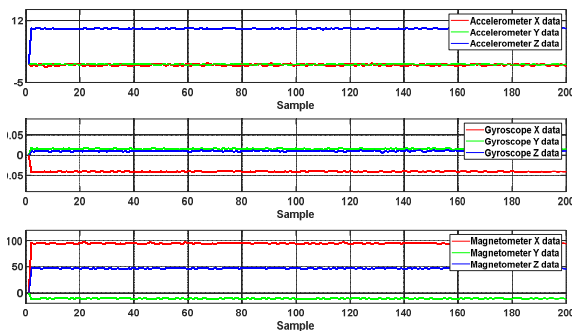
شکل ۱۰- فیلتر کالمن و فیلتر پیشنهادی در حالت دینامیک بدون لرزش



شکل ۱۱- فیلتر کالمن و فیلتر پیشنهادی در حالت دینامیک با لرزش

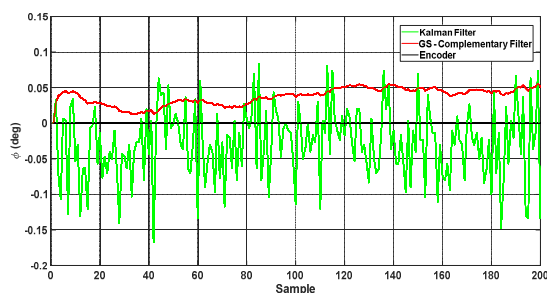
## ۵- نتیجه‌گیری

حسگرهای تعیین وضعیت انواع گوناگونی دارند که می‌توان حسگرهای میکرو الکترومکانیکی (MEMS)، ژيروسکوپ فیبر نوری (FOG) و ژيروسکوپ‌های لیزر حلقوی (RLG) را نام برد. حسگرهای میکرو الکترومکانیکی از نظر مصرف انرژی، وزن و قیمت، نسبت به انواع دیگر دارای برتری بوده اما نویزپذیری این مدل از حسگرها یک ایراد اساسی به شمار می‌رود. ایده‌ای که برای حل این مشکل مطرح شده است، ترکیب داده حسگرهای مختلف برای تخمین وضعیت می‌باشد. در این پژوهش، ابتدا حسگر مغناطیس‌سنج کالیبره شده است زیرا در غیر این صورت داده حاصل بلااستفاده خواهد بود. سپس الگوریتم فیلتر مکمل با جدول بهره در شرایط آزمایشگاهی پیاده‌سازی شده و عملکرد فیلتر پیشنهادی در مقایسه با فیلتر کالمن و مرجع ثابت (انکودر) مورد ارزیابی قرار گرفته است. در این پژوهش عملکرد فیلتر در حضور نویزهای لرزشی، مدنظر بوده است، که به این منظور سکوی تست آزمایشگاهی با قابلیت اعمال نویز خارجی طراحی و ساخته شده است. لازم به ذکر است آزمایش‌ها بر روی حسگر فوق‌العاده ارزان قیمت MPU9250 و با استفاده از سکوی تست آزمایشگاهی انجام گرفته است. در نهایت نتایج حاکی از عملکرد بهتر الگوریتم پیشنهادی نسبت به فیلتر کالمن می‌باشد.

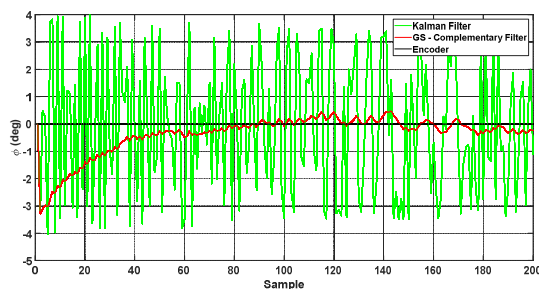


شکل ۷- داده خام ماژول MPU9250 با لرزش

در بررسی‌های صورت گرفته تأثیرپذیری فیلتر کالمن نسبت به نویزهای لرزشی بسیار شدید بوده لذا الگوریتم فیلتر مکمل بر اساس جدول بهره در شرایط دینامیکی مختلف با بهره‌های معین به‌عنوان یک راه‌حل ارائه شده است. جدول بهره بر اساس تغییرات داده ژيروسکوپ به‌عنوان مرجع تغییرات حرکتی سیستم، با انجام آزمایش‌ها تنظیم شده است. در شکل ۸ داده فیلتر کالمن و الگوریتم پیشنهادی برای حالت استاتیک بدون لرزش با داده مرجع انکودر مقایسه شده است.



شکل ۸- فیلتر کالمن و فیلتر پیشنهادی در حالت استاتیک بدون لرزش



شکل ۹- مقایسه فیلتر کالمن و فیلتر پیشنهادی در حالت استاتیک با لرزش

در شکل ۹ به سیستم لرزش ثابت اضافه شده و همان‌طور که مشاهده می‌شود داده الگوریتم فیلتر مکمل با جدول بهره خطا بسیار کمتری نسبت به فیلتر کالمن دارد. در شکل ۱۰ نیز در حالت دینامیک و بدون



- [18] Pham MD, Low KS, Goh ST, Chen S. Gain-scheduled extended kalman filter for nanosatellite attitude determination system. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2015 Apr;51:1017-1028
- [1] Gautam D, Lucieir A, Malenovsky Z, Watson Ch. Comparison of MEMS-Based and FOG-Based IMUs to Determine Sensor Pose on an Unmanned Aircraft System. Journal of Surveying Engineering. 2017 Nov;143.
- [2] Wei G, Wang Z, Shen B, Li M. Probability-Dependent Gain-Scheduled Filtering for Stochastic Systems With Missing Measurements. IEEE Transactions on Circuits and Systems. 2011 Nov;58:753-757.
- [3] Kottath R, Narkhede P, Kumar V, Karar V, Poddar S. Multiple Model Adaptive Complementary Filter for Attitude Estimation. Aerospace Science and Technology. 2017 Oct;69:574-581.
- [4] Yang Qi, Sun L. A fuzzy complementary Kalman filter based on visual and IMU data for UAV landing. Optik. 2018 Nov;173:279-291.
- [5] Rong H, Zhu Y, Lv J, Chen Y, Peng C, Zou L. Conditional equivalence between Extended Kalman filter and complementary filter for two-vector gyro-aided attitude determination. Measurement. 2021 Jan;168.
- [6] Redhyka GG, Setiawan D, Soetraprawata D. Embedded sensor fusion and moving-average filter for Inertial Measurement Unit (IMU) on the microcontroller-based stabilized platform. International Conference on Automation, Cognitive Science, Optics, Micro Electro-Mechanical System, and Information Technology, Indonesia 2015.
- [7] InvenSense Inc. MPU-9250 Product Specification Revision 1.1. InvenSense Inc, U.S.A. 2016.
- [8] Castanedo F. A Review of Data Fusion Techniques. Scientific world journal, 2013 Oct.
- [9] Titterton DH, Weston JL. Strapdown inertial navigation technology(2nd Edition). Institution of Engineering and Technology; 2004.
- [10] Kim S, Tadiparthi V, Bhattacharya R. H2 Optimal Attitude Estimation of UAVs Using Sensor Fusion. UAS Guidance, Navigation, and Control I. 2020 Jan.
- [11] Fan B, Li Q, Liu T. How Magnetic Disturbance Influences the Attitude and Heading in Magnetic and Inertial Sensor-Based Orientation Estimation. Sensors. 2018 Dec;18:76.
- [12] Navabi M, Barati M. Mathematical modeling and simulation of the earth's magnetic field: A comparative study of the models on the spacecraft attitude control application. Applied Mathematical Modelling. 2017 Jun;47:365-381.
- [13] Fresk E, Nikolakopoulos G. Full quaternion based attitude control for a quadrotor. In European Control Conference (ECC), Switzerland 2013.
- [14] Liu W, Shi P, Zhang H. Kalman filtering with finite-step autocorrelated measurement noise. Journal of Computational and Applied Mathematics. 2022 Jul;408.
- [15] Rong H, Zhu Y. Conditional equivalence between Extended Kalman filter and complementary filter for two-vector gyro-aided attitude determination. Measurement, 2021 Jan;168.
- [16] Sabatini AM. Kalman-filter-based orientation determination using inertial/magnetic sensors: Observability analysis and performance evaluation. Sensors. 2011 Sep;11:10.
- [17] Zhao Xu, Feng R, Wu Y, Yu N, Meng X. A Complementary Filter-Based All-Parameters Estimation for Triaxis Gyroscopes and Optical Angular Encoders With Intrinsic Eccentricity. Sensors Journal. 2021 Oct;21:5060-5069