

مدلسازی تحلیلی ارتعاشات عرضی خطی و غیرخطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانوذرات کربنی با شرایط یک سرگیردار

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران،
 z.gahremanian95@gmail.com

زهرا قهرمانیان

استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران، shooshta@basu.ac.ir
 دکترای تخصصی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه اتاوا، اتاوا، کانادا، mrafiee@uottawa.ca

علیرضا شوشتری*

محمد رفیعی

چکیده

در این پژوهش ارتعاشات عرضی صفحه‌ی کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانو ذرات کربنی مورد بررسی قرار گرفته‌است. برای این منظور معادلات حرکت صفحه‌ی کامپوزیتی مورد نظر بر اساس نظریه‌ی تغییر شکل برشی مرتبه سوم نوشته شده‌است، سپس این معادلات با استفاده از معادلات حالت و روش گلرکین به یک معادله دیفرانسیل معمولی غیر خطی تبدیل شده‌اند و فرکانس طبیعی خطی ورق استخراج شده‌است. برای به دست آوردن فرکانس طبیعی غیرخطی از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه استفاده شده‌است. سپس ورق با استفاده از دو نوع نانوذره تقویت شده‌است و تاثیر این نانوذرات و درصدجرمی آن‌ها بر روی فرکانس طبیعی خطی مورد بررسی قرار گرفته است. در آخر نیز تاثیر پارامترهای هندسی شامل ضخامت و نسبت طول به عرض ورق در حالت‌های بدون تقویت‌کننده و تقویت شده توسط نانوذرات با درصدجرمی‌های متفاوت مورد مطالعه قرار گرفته‌است. با تقویت صفحه‌ی کامپوزیتی توسط نانوذرات کربنی و با افزایش نسبت طول به عرض صفحه، فرکانس طبیعی صفحه افزایش می‌یابد اما افزایش درصدجرمی نانوذرات کربنی و افزایش ضخامت صفحه کاهش فرکانس طبیعی را به دنبال دارد.

واژه‌های کلیدی: ارتعاشات عرضی، صفحه‌ی کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی، نظریه‌ی تغییر شکل برشی مرتبه سوم، روش گلرکین، روش مقیاس‌های زمانی چندگانه.

Analytical Modeling for Transverse linear and Nonlinear Vibrations of Glass Fiber/Epoxy Composites Reinforced with Carbon Nano Particles

Z. Ghahremanian

Department of Mechanical Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran

A. R. Shooshtari

Department of Mechanical Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran

M. Rafiee

Department of Mechanical Engineering, Ottawa University, Ottawa, Canada

Abstract

In this research, the transverse vibrations of the fiber glass composite plate reinforced with carbon nano particles have been investigated. For this purpose, the equations of motion of the composite plate have been written based on the third-order shear deformation theory and Galerkin method, and the linear natural frequency of the plate has been extracted. To obtain the nonlinear natural frequency, the method of multiple scales has been used. Then the sheet has been reinforced using two types of nanoparticles and the effect of these nanoparticles and their mass percentage on the linear natural frequency has been investigated. Finally, the effect of the geometrical parameters including the thickness and the ratio of the length to the width of the sheet has been studied. By reinforcing the composite plate with carbon nanoparticles and by increasing the ratio of the length to the width of the plate, the natural frequency of the plate increases, but the increase in the mass percentage of carbon nanoparticles and the increase in the thickness of the plate leads to a decrease in the natural frequency.

Keywords: Transverse vibrations, Fiber glass /epoxy composite plate, Third order shear deformation theory, Galerkin method, Multiple scales method.

دریایی و صنایع دیگر استفاده می‌شود. از میان مواد مرکب نانوکامپوزیت‌های تقویت شده توسط نانوذرات کربنی در مطالعات مختلف مورد بررسی قرار گرفته‌اند. از جمله نانوذرات کربنی می‌توان به نانولوله‌های کربنی و نانوصفحات گرافنی اشاره کرد [۱].

نانولوله‌های کربنی نوعی آلوتروپ کربن هستند که به تازگی کشف شده‌اند، آن‌ها استوانه‌ای شکل هستند و خواص شگفت انگیزی در زمینه‌های نانو فناوری، الکترونیک، اپتیک و حوزه‌های دیگر دارند.

۱- مقدمه

امروزه، برای مواد مورد استفاده در تجهیزات مختلف خواص متنوعی با توجه به شرایط کاری آن‌ها نیاز است. مواد مرکب به دلیل خواص و کاربردهای متنوعی که در مهندسی دارند بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. از مواد مرکب در صنایع ورزشی که وزن کم و استحکام بالا اهمیت زیادی دارد، صنایع خودروسازی، صنایع هوافضا، صنایع

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: shooshta@basu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۶/۰۱

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۰/۰۱

نانولوله‌های کربنی استحکام و خواص الکتریکی و رسانایی گرمایی بسیار خوبی را دارا هستند و به دو دسته اصلی نانولوله‌های تک جداره و نانولوله‌های چندجداره تقسیم می‌شوند [۲].

نانوصفحات گرافنی به‌عنوان ذرات با سایز نانو بسیار سبک هستند و خواص مکانیکی و الکتریکی و گرمایی بسیار خوبی را دارا هستند. نانوصفحات گرافنی ترکیبی از کربن و اکسیژن و هیدروژن با نسبت‌های متفاوت اند که می‌توان با تراشیدن لایه‌های گرافیت اکساید^۱ (گرافیت با اکسیدکننده‌های قوی) به آن دست‌یافت [۳].

لیانگ و همکارانش [۴] ارتعاش آزاد غیرخطی تیر نانو کامپوزیت تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تک دیواره را براساس نظریه تیر تیموشنکو^۲ و هندسه غیرخطی ون - کارمن^۳ بررسی کرده‌اند. شن [۵] خمش غیرخطی صفحات کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تک جداره تحت بار یکنواخت جانبی و بار سینوسی با شرایط تکیه‌گاهی ساده در محیط گرمایی را بررسی کرد. شن و همکارانش [۶] رفتار کماتشی صفحات کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی در اثر تغییر دمای صفحه‌ای مورد بررسی قرار داده‌اند؛ که خصوصیات نانولوله‌های را وابسته به دما و اندازه فرض کرده‌اند نظریه بکار گرفته شده نیز نظریه برشی مرتبه بالا می‌باشد. آزمایش ارتعاش آزاد و اجباری توسط خان و همکاران [۷] برای مطالعه میرایی ارتعاش کامپوزیت‌های پلیمری تقویت شده با نانولوله‌های کربنی انجام شده است. رفیعی و همکاران [۸] ارتعاشات تجربی برای مطالعه تأثیر نانولوله‌های کربنی چند جداره را بر روی خواص میرایی و ارتعاشی کامپوزیت‌های دوفازی اپوکسی/ نانولوله‌های کربنی چند جداره گرفته‌اند. آن‌ها نتیجه گرفتند که مقدار کم نانولوله‌های کربنی چند جداره سختی و فرکانس طبیعی نانوکامپوزیت‌ها را افزایش می‌دهند به‌علاوه افزایش غلظت نانولوله‌های کربنی چند جداره منجر به بهبود قابل‌توجهی در نسبت میرایی و کاهش فرکانس طبیعی می‌شود. رفیعی و همکاران [۹] [۱۰] [۱۱] مدل‌های ریاضی برای خواص مواد مؤثر نانوکامپوزیت‌های پلیمری چندمقیاسه ی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی و گرافن را پیشنهاد کرده‌اند. در مطالعات آن‌ها عبارات تحلیلی مربوط به هندسه و غلظت نانوذرات و خواص مواد مؤثر بر کامپوزیت‌های پلیمری چندمقیاسه سه فازی توسعه یافتند. یک مدل ریاضی توسط هی و همکاران [۱۲] برای مطالعه دامنه‌ی بزرگ و پاسخ ارتعاش آزاد و اجباری تیرهای کامپوزیتی چندمقیاسه متورق پلیمر/الیاف/نانولوله‌های کربنی ارائه شده است. مریشی و همکاران [۱۳] یک راه‌حل تحلیلی برای پاسخ ارتعاش آزاد و اجباری غیرخطی تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی چندلایه‌ی هوشمند بر روی یک پایه‌ی غیرخطی الاستیک و تحت تحریک هارمونیک خارجی ارائه کرده‌اند. وانگ و همکاران [۱۴] روی رسانایی گرمایی نانوکامپوزیت‌های اپوکسی/نانوصفحات گرافنی مطالعه کرده‌اند. بهبود قابل توجهی در هدایت حرارتی با استفاده از اندازه بزرگ‌تر نانو صفحات گرافنی در کامپوزیت به دست آمده است. رسانایی گرمایی ورق‌های

چندمقیاسه اصلاح شده با نانولوله‌های کربنی چندجداره نیز توسط لی و همکاران [۱۵] بررسی شده است.

نانوصفحات گرافنی همچنین در کار ژو و همکاران [۱۶] نیز برای افزایش رسانایی گرمایی نانوکامپوزیت‌های اپوکسی/نانوصفحات گرافنی استفاده شده‌اند. در مطالعه‌ی دیگر، تأثیر نانوصفحات گرافنی بر روی خواص گرمایی نانوکامپوزیت‌های اپوکسی توسط کریگ و همکاران [۱۷] مورد مطالعه قرار گرفته است. گائو و همکاران [۱۸] یک روش ساده و کارآمد برای تهیه شبکه‌های سه‌بعدی گرافن اکساید با خشک کردن انجمادی ارائه دادند و تأثیر شبکه‌های سه‌بعدی گرافن اکساید روی خواص گرمایی کامپوزیت‌ها را بررسی کردند. یک کامپوزیت پلیمراپوکسی رسانای گرمایی حاوی نانوسیم‌های مس و گرافن اکساید کاهش یافته به‌عنوان پرکننده‌های هیبریدی توسط لی و همکاران [۱۹] تهیه و آزمایش شده است.

بررسی ارتعاشات غیرخطی صفحه‌ی کامپوزیتی لایه‌ای مستطیل شکل یک سرگردار توسط ژائو و ژانگ انجام شده است [۲۰].

با توجه به مقالات ذکر شده در بالا از نظر نویسندگان نتیجه گرفته می‌شود که تا کنون بررسی ارتعاشات آزاد صفحات کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانوذرات کربنی به صورت تحلیلی و تجربی گزارش نشده است.

در این پژوهش معادلات حرکت برای یک صفحه‌ی کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی که با استفاده از نانوذرات کربنی تقویت شده است به کمک مدل هالپین-تسای^۴ و بر اساس نظریه مرتبه سوم برشی استخراج گردیده و با استفاده از حل تحلیلی، فرکانس طبیعی خطی و غیر خطی آن در شرایط یک سرگردار به دست آمده است نتایج استخراج شده از حل تحلیلی با نتایج به دست آمده از روش تجربی صحت گذاری گردیده و در انتها اثرات نوع و مقدار نانوذره و مشخصات هندسی صفحه بر روی فرکانس‌های طبیعی خطی و غیر خطی بررسی گردیده است.

۲- معادلات

صفحه‌ی موردنظر دارای زمینه‌ی اپوکسی و الیاف شیشه‌ای است که توسط دو نوع نانو ذره تقویت شده‌است. این صفحه متشکل از سه لایه می‌باشد که به صورت چندلایه‌ای الیاف متقارن (به صورت یکی درمیان با زاویه‌ی ۹۰ و ۰ درجه [0/90/0]) روی هم قرار گرفته‌اند. همچنین تکیه‌گاه به صورت یک سرگردار در نظر گرفته شده‌است. در ادامه، معادلات حاکم بر حرکت برای صفحه‌ی مستطیلی سه لایه کامپوزیتی الیاف متقارن یک سرگردار آورده شده‌است. صفحه در شکل ۱ نشان داده شده است. رابطه‌ی تنش کرنش در رابطه‌ی (۱) آورده شده‌است.

مدل هالپین-تسای روابطی را برای به دست آوردن خواص مکانیکی کامپوزیت‌های تقویت شده توسط نانو ذرات ارائه می‌کند. در این مدل نانوذرات به‌عنوان فاز تقویت‌کننده‌ی زمینه در نظر گرفته می‌شوند و خواص مکانیکی زمینه‌ی متشکل از نانوذرات توسط روابط (۳) - (۷) محاسبه می‌شوند [۱]. پس از به دست آوردن خواص مکانیکی زمینه،

¹ Graphite oxide

² Timoshenko

³ Van - Carmen

⁴ Halpin-Tsai

$$u(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) + z\varphi_x(x, y, t) + z^2\xi_x(x, y, t) + z^3\zeta_x(x, y, t) \quad (۸)$$

$$v(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) + z\varphi_y(x, y, t) + z^2\xi_y(x, y, t) + z^3\zeta_y(x, y, t) \quad (۹)$$

$$w(x, y, z, t) = w_0 \quad (۱۰)$$

t بیانگر زمان و w و v و u تغییر مکان‌های صفحه به ترتیب در جهت‌های x و y و z را نشان می‌دهند و u_0 و v_0 و w_0 تغییر مکان‌های صفحه میانی بوده $\frac{\partial w_0}{\partial x}$ و $\frac{\partial w_0}{\partial y}$ و φ_x و φ_y می‌باشند. صفر در صفحات پایینی و بالایی ورق به دست خواهند آمد.

با توجه به اصل همپلتون و کرنش‌های ون کارمان مربوط به میدان جابجایی، معادلات غیرخطی حاکم بر حرکت برای صفحه‌ی مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آیند [۲۱].

$$N_{xxx} + N_{xyy} = I_0 \ddot{u}_0 + (I_1 - c_1 I_3) \ddot{\phi}_x - c_1 I_3 \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial x} \quad (۱۱)$$

$$N_{xyx} + N_{yyx} = I_0 \ddot{v}_0 + (I_1 - c_1 I_3) \ddot{\phi}_y - c_1 I_3 \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial y} \quad (۱۲)$$

$$N_{yy,y} \frac{\partial w_0}{\partial y} + N_{yy} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + N_{xy,x} \frac{\partial w_0}{\partial y} + N_{xy,y} \frac{\partial w_0}{\partial x} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + N_{xx,x} \frac{\partial w_0}{\partial x} + N_{xx} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + c_1 (P_{xx,xx} + 2P_{xy,xy} + P_{yy,yy}) + (Q_{x,x} - c_2 R_{x,x}) + (Q_{y,y} - c_2 R_{y,y}) + F = c_1 I_3 \left(\frac{\partial \dot{u}_0}{\partial x} + \frac{\partial \dot{v}_0}{\partial y} \right) + c_{211} (I_4 - c_1 I_6) \left(\frac{\partial \dot{\phi}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{\phi}_y}{\partial y} \right) + I_0 \dot{W}_0 - c_1^2 I_6 \left(\frac{\partial^2 \dot{w}_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{w}_0}{\partial y^2} \right) \quad (۱۳)$$

$$M_{xx,x} + M_{xy,y} - c_1 P_{xx,x} - c_1 P_{xy,y} - (Q_x - c_2 R_x) = (I_1 - c_1 I_3) \dot{u}_0 + (I_2 - 2c_1 I_4 + c_1^2 I_6) \dot{\phi}_x - c_1 (I_4 - c_1 I_6) \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial x} \quad (۱۴)$$

$$M_{yy,y} + M_{xy,x} - c_1 P_{yy,y} - c_1 P_{xy,x} - (Q_y - c_2 R_y) = (I_1 - c_1 I_3) \dot{v}_0 + (I_2 - 2c_1 I_4 + c_1^2 I_6) \dot{\phi}_y - c_1 (I_4 - c_1 I_6) \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial y} \quad (۱۵)$$

که:

$$\left\{ \begin{matrix} Q_\alpha \\ R_\alpha \end{matrix} \right\} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{\alpha z} \begin{Bmatrix} 1 \\ z^2 \end{Bmatrix} dz$$

$$\left\{ \begin{matrix} N_{\alpha\beta} \\ M_{\alpha\beta} \\ P_{\alpha\beta} \end{matrix} \right\} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{\alpha\beta} \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ z^3 \end{Bmatrix} dz \quad (۱۶)$$

α و β به ترتیب می‌توانند مقادیر x و y را اختیار کنند.

با قرار دادن معادلات (۱۶) در معادلات (۱۱) - (۱۵) می‌توان به پنج معادله دیفرانسیل جزئی غیرخطی برحسب تغییر مکان‌ها رسید [۲۰].

شرایط مرزی صفحه نیز که یک سر گیردار است به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۰]:

$$x = 0: w = v = u = \varphi_x = \varphi_y = 0 \quad (۱۷)$$

$$\frac{V_{cn}}{x} = \frac{M_{xx}^{cn} + (Q_x^{cn} - c_2 R_x^{cn})}{\alpha M_{xx}^{cn} + (Q_x^{cn} - c_2 R_x^{cn})} = (P_{xx}^{cn} + c_1 P_{xy}^{cn}) \quad (۱۸)$$

$$\ddot{Q}_x = 0$$

$$y = 0: N_{xy} = M_{yy} = M_{xy} - c_1 P_{xy} = \ddot{Q}_x = 0 \quad (۱۹)$$

$$y = b: N_{xy} = M_{yy} = M_{xy} - c_1 P_{xy} = \ddot{Q}_y = 0 \quad (۲۰)$$

برای تغییر مکان عرضی می‌توان تابع حالت زیر را تعریف کرد، به صورتی که شرایط مرزی یک سر گیردار را ارضا کند، با این تابع حالت می‌توان فرکانس طبیعی مود اول را به دست آورد [۲۰].

$$w_0 = w(t) X_1(x) Y_1(y) \quad (۲۱)$$

$$X_1(x) = \sin \frac{\lambda_1}{a} x - \sinh \frac{\lambda_1}{a} x + \alpha_1 \left(\cosh \frac{\lambda_1}{a} x - \cos \frac{\lambda_1}{a} x \right) \quad (۲۲)$$

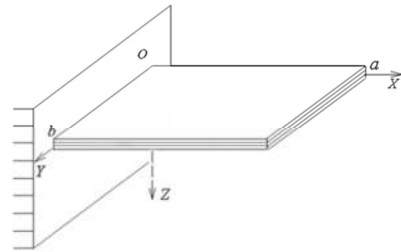
می‌توان خواص مکانیکی کامپوزیت را که شامل زمینه و الیاف است، با استفاده از روابط میکرومکانیک استخراج نمود [۲۱].

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{13} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} \quad (۱)$$

که

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad (۲)$$

$$Q_{66} = G_{12}, \quad Q_{44} = G_{23}, \quad Q_{55} = G_{31}$$



شکل ۱-۲- نمای کلی صفحه‌ی مستطیلی سه لایه کامپوزیتی الیاف متقارن یک سرگیردار

$$E_{mnc} = \frac{E^m}{8} \left[5 \left(\frac{1 + 2\beta_{da} V_{cn}}{1 - \beta_{da} V_{cn}} \right) \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial x} + 3 \left(\frac{1 + 2 \left(\frac{l^{cn}}{d^{cn}} \right) \beta_{al} V_{cn}}{1 - \beta_{al} V_{cn}} \right) \right] \quad (۳)$$

که E_{mnc} مدول الاستیسیته‌ی زمینه‌ی متشکل از نانوذرات و E^m مدول الاستیسیته‌ی زمینه، l^{cn} طول نانوذرات، d^{cn} قطر متوسط نانو ذرات می‌باشند β_{al} و β_{da} توسط روابط (۴) - (۶) تعریف می‌شوند [۱]:

$$\beta_{al} = \frac{(E_{11}^{cn}/E^m) - (d^{cn}/4 t^{cn})}{(E_{11}^{cn}/E^m) - (l^{cn}/2 t^{cn})} \quad (۴)$$

$$\beta_{da} = \frac{(E_{11}^{cn}/E^m) - (d^{cn}/4 t^{cn})}{(E_{11}^{cn}/E^m) + (d^{cn}/2 t^{cn})} \quad (۵)$$

که E^{cn} و t^{cn} مدول الاستیسیته‌ی و ضخامت نانوذرات می‌باشند. نسبت حجمی نانو ذره توسط رابطه‌ی (۶) به دست می‌آید:

W^{cn} درصد جرمی نانوذره و ρ^{cn} چگالی نانو ذره و ρ^m چگالی زمینه می‌باشند.

مدول برشی زمینه به همراه نانو ذره توسط رابطه‌ی (۷) حساب می‌شود.

$$G^{MNC} = \frac{E^{MNC}}{2(1 + \nu^{MNC})} \quad (۷)$$

با توجه به نظریه‌ی تغییر شکل برشی مرتبه سوم ردی میدان جابجایی صفحه‌ی مورد نظر به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۱].

$$w(t) = a_0 \cos \left(\frac{3}{8} \frac{\mu_1 a_0^2}{\omega_1} \varepsilon t + \beta_0 + \omega_1 t \right) + \varepsilon \left(-\frac{1}{40} \frac{\mu_1 a_0^3}{\omega_1^2} \cos \left(\frac{9}{8} \frac{\mu_1 a_0^2}{\omega_1} \varepsilon t + \beta_0 + 3\omega_1 t \right) + \frac{1}{10} \frac{\mu_1 a_0^2}{\omega_1} \cos \left(\frac{6}{8} \frac{\mu_1 a_0^2}{\omega_1} \varepsilon t + \beta_0 + 2\omega_1 t \right) + \frac{1}{2} \frac{\omega_1 \mu_2 a_0^2}{(\omega_1^2 \varepsilon^2 + 2)} t \right) \quad (35)$$

که $\varepsilon \mu_2 = \frac{\psi_4}{\psi_1}$ و $\varepsilon \mu_1 = \frac{\psi_3}{\psi_1}$ می‌باشند.

تغییر مکان عرضی هر نقطه از صفحه‌ی موردنظر را می‌توان با قرار دادن رابطه‌ی (۳۵) در رابطه‌ی (۲۱) به دست آورد.

۳- مطالعه موردی و اعتبار سنجی

در این قسمت به محاسبه‌ی فرکانس طبیعی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانوذرات پرداخته شده است. مشخصات هندسی صفحه، با توجه به نمونه‌ی ساخته شده در دانشگاه اتاوا در جدول ۱ مشاهده می‌شود برای ساخت صفحه‌ی کامپوزیتی تقویت شده توسط نانوذرات ابتدا نانو ذره کربنی با استون مخلوط شده سپس پروب فراصوت به مدت ۱/۵ ساعت درون آن قرار گرفته و بعد اپوکسی درون مخلوط ریخته شده و به مدت ۱۲ ساعت توسط همزن مکانیکی هم زده شده‌است، در مرحله‌ی بعد مخلوط به مدت ۵ ساعت توسط صفحه‌ی مغناطیسی گرم شده‌است و استون تبخیر شده و بعد در محفظه‌ای به مدت ۱ ساعت گاززدایی شده‌است و مجدد به مدت ۲ ساعت با همزن مکانیکی هم زده شده‌است و تا دمای محیط خنک شده‌است، سپس سخت کننده به آن اضافه شده و دوباره هم زده شده‌است و در قالب‌های آلومینیومی تزریق شده و در اجاق پخته شده و در آخر هم الیاف شیشه به آن اضافه شده‌است. هم‌چنین خواص مکانیکی آن‌ها با استفاده از تست کشش و خمش و به وسیله‌ی از یک دستگاه تست اینسترون^۱ ۴۴۸۲ با ظرفیت ۵۰KN به دست آمده است که در جدول ۲ نشان داده شده‌است.

جدول ۱- مشخصات هندسی صفحه‌ی کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه

اپوکسی

طول (a)	عرض (b)	ضخامت (h)
۸۴/۶ میلی‌متر	۷۰ میلی‌متر	۱/۹ میلی‌متر

$$Y_j(y) = \sin \frac{\beta_m}{b} y + \sinh \frac{\beta_m}{b} y - \alpha_m \left(\cosh \frac{\beta_m}{b} y + \cos \frac{\beta_m}{b} y \right) \quad (23)$$

درحالی که λ_i و β_m ریشه‌های معادله مشخصه‌ی زیر هستند:

$$\cos \lambda_i a \cosh \lambda_i a - 1 = 0 \quad \cos \beta_m b \cosh \beta_m b - 1 = 0 \quad (24)$$

$$\alpha_i = \frac{\cosh \lambda_i - \cos \lambda_i}{\sinh \lambda_i + \sin \lambda_i} \quad \alpha_m = -\frac{\cosh \beta_m - \cos \beta_m}{\sinh \beta_m - \sin \beta_m} \quad (25)$$

همچنین u_0 و v_0 و φ_x و φ_y نیز با استفاده از تابع حالت بالا تعریف می‌شوند [۲۰].

با توجه به تحقیقات انجام شده توسط ردی از تمام جملات اینرسی در u_0 و v_0 و φ_x و φ_y صرف‌نظر شده است زیرا تغییر شکل‌ها در این جهات از تغییر شکل در جهت عرضی کوچک‌تر هستند [۲۱].

اکنون می‌توان با جایگذاری توابع حالت در پنج معادله دیفرانسیل جزئی غیرخطی به معادلاتی رسید که از طریق روش گلرکین حل می‌شوند [۲۰]. روش گلرکین توسط معادله‌ی زیر اعمال می‌شود:

$$\int_0^a \int_0^b L.X_1(x)Y_1(y).dxdy \quad (26)$$

که a و b طول و عرض صفحه مستطیلی موردنظر و L سمت چپ رابطه در پنج معادله دیفرانسیل جزئی غیرخطی می‌باشند.

با اعمال روش گلرکین پنج معادله دیفرانسیل جزئی غیرخطی به پنج معادله دیفرانسیل معمولی غیرخطی به صورت زیر تبدیل می‌شوند:

$$S_{11}\dot{w}_1(t) + S_{12}w_1(t)^2 + S_{13}u(t) + S_{14}v(t) = 0 \quad (27)$$

$$S_{21}\dot{w}_1(t) + S_{22}w_1(t)^2 + S_{23}u(t) + S_{24}v(t) = 0 \quad (28)$$

$$S_{31}\dot{w}_1(t) + S_{32}w_1(t)^3 + S_{33}w_1(t) + S_{34}w_1(t)u(t) + S_{35}w_1(t)v(t) + (t)S_{36}\varphi_x(t) + S_{37}\varphi_y(t) = 0 \quad (29)$$

$$S_{41}\dot{w}_1(t) + S_{42}w_1(t) + S_{43}\varphi_x(t) + S_{44}\varphi_y(t) = 0 \quad (30)$$

$$S_{51}\dot{w}_1(t) + S_{52}w_1(t) + S_{53}\varphi_x(t) + S_{54}\varphi_y(t) = 0 \quad (31)$$

سپس می‌توان با استفاده از روابط (۲۷) و (۲۸) و (۲۹) و (۳۰) و (۳۱) جایجایی‌های $u(t)$ و $v(t)$ و $\varphi_x(t)$ و $\varphi_y(t)$ را برحسب $w_1(t)$ بیان کرد. اکنون جایجایی‌های $u(t)$ و $v(t)$ و $\varphi_x(t)$ و $\varphi_y(t)$ در معادله‌ی (۲۹) برحسب $w_1(t)$ نوشته شده و معادله‌ی (۳۲) حاصل می‌شود:

$$\Psi_1 \dot{w}_1(t) + \Psi_2 w_1(t) + \Psi_3 w_1(t)^3 + \Psi_4 w_1(t) \dot{w}_1(t) = 0 \quad (32)$$

از این معادله می‌توان فرکانس خطی طبیعی صفحه را استخراج کرد

به این صورت که فرکانس طبیعی خطی برابر است با:

$$\omega_1^2 = \frac{\Psi_2}{\Psi_1} \quad (33)$$

که برابر با جذر نسبت ضریب سختی خطی بر ضریب اینرسی می‌باشد. برای حل معادله‌ی (۳۲) از روش مقیاس‌های چندگانه استفاده می‌شود که در این روش باید جملات غیرخطی معادله در یک پارامتر بی‌بعد کوچک و مثبت ضرب شوند. این پارامتر کوچک با ε نشان داده شده است [۲۲].

پس از انجام محاسبات لازم رابطه‌ی فرکانس طبیعی غیرخطی بر حسب فرکانس طبیعی خطی خواهد شد:

$$\omega_{NL} = \omega_1 \left(1 + \frac{3}{8} \frac{\mu_1 a_0^2}{\omega_1^2} \varepsilon \right) \quad (34)$$

و تابع جایجایی عرضی برحسب زمان به صورت زیر حاصل می‌شود:

¹ Instron

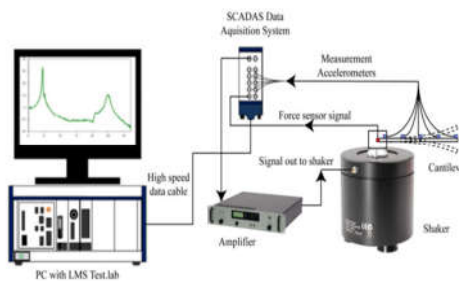
جدول ۲- خواص مکانیکی اپوکسی و الیاف شیشه‌ای و نانوذرات [۱]

توضیحات	واحد	مقدار	خواص مکانیکی	ماده
چگالی	kg/m^3	1200	ρ	اپوکسی
مدول یانگ	N/m^2	2.72×10^9	E	
ضریب پواسون		0.33	ν	
چگالی	kg/m^3	2500	ρ	الیاف شیشه‌ای
مدول یانگ	N/m^2	69×10^9	E_{11}	
ضریب پواسون		0.22	ν	
نسبت حجمی		0.5	V	
چگالی	kg/m^3	1350	ρ	نانولوله‌های کربنی
مدول یانگ	N/m^2	400×10^9	E_{11}	
ضریب پواسون		0.33	ν	
ضخامت نانولوله‌ها	m	0.34×10^{-9}	t	
طول نانولوله‌ها	m	50×10^{-6}	l	
قطر نانولوله‌ها	m	20×10^{-9}	d	
چگالی	kg/m^3	1062.5	ρ	نانوصفحات گرافنی
مدول یانگ	N/m^2	1×10^{12}	E_{11}	
ضریب پواسون		0.186	ν	
ضخامت نانوصفحات	m	1.5×10^{-9}	t	
طول نانوصفحات	m	2.5×10^{-6}	l	
عرض نانوصفحات	m	1.5×10^{-6}	w	

صفحه‌ی تقویت شده توسط هریک از نانوذرات پرداخته شده است. همچنین تاثیر درصد جرمی هر یک از نانوذرات روی فرکانس طبیعی صفحه نیز مورد بررسی قرار گرفته‌است و نتایج حاصل با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده‌اند که در جدول‌های ۴ و ۵ و شکل‌های ۳ و ۴ قابل مشاهده هستند.

۲-۳- آزمایش تست مودال

جهت به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی صفحه مورد نظر از یک ستاپ آزمایشگاهی شامل نگهدارنده صفحه، سنسور نیرو، لرزاننده و شتاب سنج مودال، استفاده شده‌است که در شکل ۲ نشان داده شده‌است. صفحه‌ی کامپوزیتی مورد نظر به صورت یک سرگردار در این مجموعه قرار گرفته‌است و فرکانس‌های طبیعی سیستم برای مقادیر مختلف نانوذره تا سه رقم اعشار استخراج گردیده است که نتایج به دست آمده جهت صحنه سنجی مدل تحلیلی استفاده گردیده است که در جداول ۳ و ۴ قابل مشاهده می‌باشند.



شکل ۲- تصویری شماتیک از ستاپ آزمایشگاهی جهت انجام تست ارتعاشی صفحه کامپوزیتی [11]

جدول ۳- اولین فرکانس طبیعی خطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی بدون تقویت کننده

روش پژوهش	مقدار فرکانس طبیعی صفحه بدون نانوذرات
پژوهش حاضر	۱۰۵/۹۳
نتایج آزمایشگاهی	۱۱۱/۵۷
درصد خطا	۵/۰۵۵

جدول ۴- اولین فرکانس طبیعی خطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانوذرات کربنی چندجداره با درصد جرمی‌های مختلف

CNTs درصد جرمی	۰/۱۵	۰/۰۷۵	۰/۳
پژوهش حاضر	۹۷/۵۰۸	۱۰۸/۶۰۵	۹۱/۶۶۰
نتایج آزمایشگاهی	۱۰۳/۵۸۰	۱۱۲/۹۲۲	۹۸/۲۱۰
درصد خطا	۵/۸۶۲	۳/۸۲۲	۶/۶۶۹

با توجه به شکل‌های ۳ و ۴ و جدول‌های ۴ و ۵ با تقویت صفحه‌ی مورد نظر توسط نانولوله‌های کربنی و نانوصفحات گرافنی تا اندازه‌ای مشخص (برای نانولوله‌های کربنی تا ۰/۰۷۵ درصد و برای نانوصفحات

۳-۱- تعیین فرکانس‌های طبیعی خطی

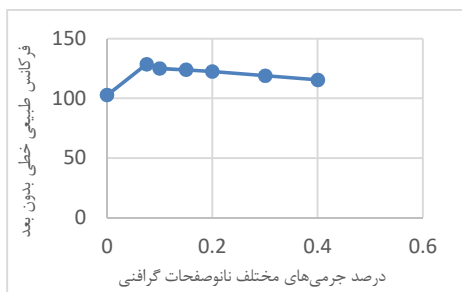
برای محاسبه‌ی فرکانس طبیعی صفحه‌ی کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانوذرات لازم است از دو مدل هالپین-تسای و میکرومکانیک^۱ استفاده شود. برای به دست آوردن فرکانس

طبیعی خطی از رابطه‌ی $\omega = \sqrt{\frac{\Psi_2}{\Psi_1}}$ استفاده می‌شود. زیرا Ψ_2 جمله‌ی سفتی و Ψ_1 جمله‌ی اینرسی می‌باشند. فرکانس طبیعی خطی توسط رابطه‌ی (۳۶) بی‌بعد شده‌است [۲۴].

$$\bar{\omega} = \omega \times a \times \sqrt{\frac{\rho}{E_{22}}} \quad (36)$$

همانطور که در جدول ۳ مشاهده می‌شود، ابتدا فرکانس طبیعی خطی صفحه‌ی کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی بدون تقویت کننده محاسبه شده‌است. در ادامه با توجه به این که صفحه‌ی مورد نظر توسط نانولوله‌های کربنی چند جداره و نانو صفحات گرافنی با درصد جرمی‌های مختلف تقویت شده‌است، به محاسبه‌ی فرکانس طبیعی

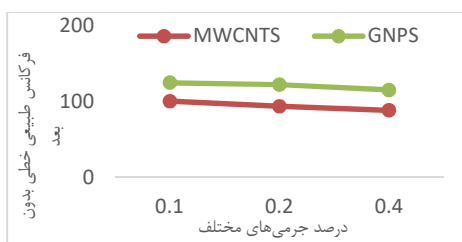
¹ Micromechanics



شکل ۴- اولین فرکانس طبیعی خطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانوصفحات گرافنی برای درصد جرمی های مختلف

جدول ۶- اولین فرکانس طبیعی خطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با الف: نانوذرات کربنی چندجداره ب: نانوصفحات گرافنی

درصد جرمی	۰/۱	۰/۲	۰/۴
مدل الف	۱۰۰/۶۴۲	۹۳/۸۵۶	۸۸/۵۳۷
مدل ب	۱۲۴/۹۱۰	۱۲۲/۳۹۰	۱۱۵/۳۲۴

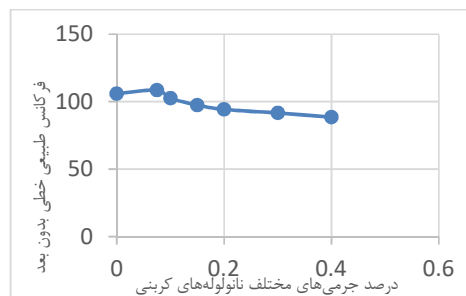


شکل ۵- اولین فرکانس طبیعی خطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانوصفحات گرافنی برای درصد جرمی های مختلف

۳-۳- بررسی تاثیر متغیرهای هندسی بر روی فرکانس طبیعی خطی

در این قسمت تاثیر تغییر ابعاد هندسی صفحه بر روی فرکانس طبیعی خطی نشان داده شده است. در شکل ۶ اثر تغییر ضخامت ورق بر روی فرکانس طبیعی خطی نمایش داده شده است. در شکل ۶ با افزایش ضخامت ورق جرم و سختی افزایش پیدا می کنند، افزایش جرم باعث کاهش فرکانس طبیعی و افزایش سختی باعث افزایش فرکانس طبیعی ورق می شود زیرا فرکانس با سختی رابطه مستقیم و با جرم رابطه عکس دارد. در این قسمت تاثیر افزایش جرم با افزایش ضخامت ورق بیشتر بوده و در نتیجه روند کاهشی در فرکانس طبیعی خطی را به دنبال دارد.

گرافنی تا ۰/۱ درصد، فرکانس طبیعی خطی افزایش می یابد. افزایش فرکانس طبیعی صفحه‌ی تقویت شده توسط نانوصفحات گرافنی بیشتر از صفحه‌ی تقویت شده توسط نانولوله‌های کربنی است. از طرفی افزایش درصد جرمی نانوذرات کربنی کاهش فرکانس طبیعی را به دنبال دارد. با افزایش میزان نانو ذره در صفحه، سختی و جرم افزایش می یابند، افزایش سفتی، افزایش فرکانس طبیعی و افزایش جرم، کاهش فرکانس طبیعی را به دنبال دارد. در این مورد می توان اینگونه برداشت کرد که تاثیر افزایش جرم بیشتر بوده و باعث کاهش فرکانس طبیعی شده است.



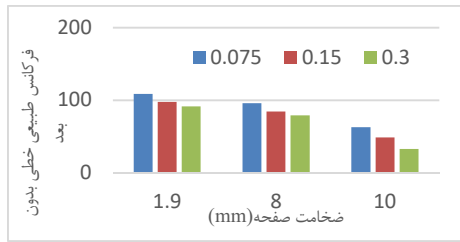
شکل ۳- اولین فرکانس طبیعی خطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانوذرات کربنی چندجداره برای درصد جرمی های مختلف

درصد جرمی GNPs	۰/۱	۰/۲	۰/۴
پژوهش حاضر	۱۲۴/۹۱۰	۱۲۲/۳۹۰	۱۱۵/۳۲۴
نتایج آزمایشگاهی	۱۲۴/۳۸۱	۱۱۳/۰۲۰	۱۰۱/۷۸۷
درصد خطا	۰/۴۲۵	۸/۲۹۰	۱۳/۲۹۹

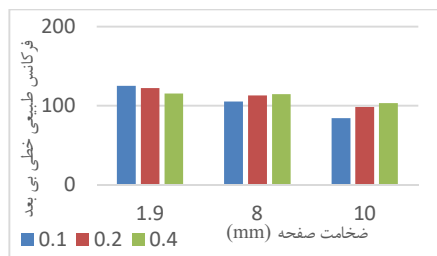
جدول ۵- اولین فرکانس طبیعی خطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانوصفحات گرافنی با درصد جرمی های مختلف

برای مقایسه‌ی تاثیر نانولوله‌های کربنی چندجداره و نانو صفحات گرافنی به عنوان تقویت کننده در صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی، برای درصد جرمی های یکسان مقادیر فرکانس طبیعی محاسبه شده است. با توجه به جدول ۶ و شکل ۵ مشاهده می شود که با تقویت صفحه‌ی کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی توسط نانو ذرات به دلیل افزایش سفتی فرکانس طبیعی خطی افزایش پیدا می کند و این افزایش در فرکانس طبیعی خطی برای مدل ب که توسط نانوصفحات گرافنی تقویت شده است بیشتر می باشد.

با توجه به نتایج به دست آمده از جداول ۳ و ۴ و ۵ و مقایسه‌ی نتایج عددی و تجربی مشاهده می گردد سازگاری نسبتا مناسبی بین آن‌ها وجود دارد لذا در قسمت بعد به بررسی تاثیر پارامترهای مختلف هندسی بر فرکانس طبیعی خطی پرداخته می شود.

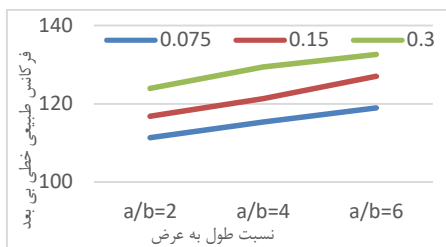


شکل ۸- اولین فرکانس طبیعی خطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با درصد جرمی‌های مختلف و ضخامت‌های متفاوت با ابعاد (طول ۸۴/۶ میلی‌متر و عرض ۷۰ میلی‌متر)

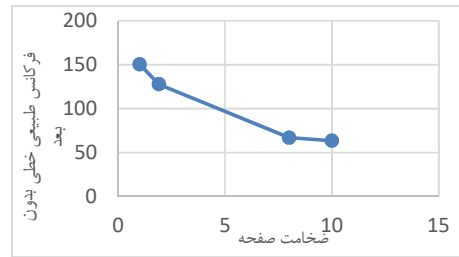


شکل ۹- اولین فرکانس طبیعی خطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانوصفحات گرافنی با درصد جرمی‌های مختلف و ضخامت‌های متفاوت با ابعاد (طول ۸۴/۶ میلی‌متر و عرض ۷۰ میلی‌متر)

همانطور که مشاهده می‌شود در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ با افزایش نسبت طول به عرض صفحه فرکانس طبیعی خطی افزایش پیدا کرده است، از طرفی مشاهده می‌شود که در نسبت طول به عرض‌های بزرگ‌تر با افزایش درصد جرمی نانو ذرات فرکانس طبیعی افزایش یافته است که این به معنای افزایش سفتی صفحه با افزایش مقدار نانوذره در ابعاد بزرگ‌تر صفحه می‌باشد. در نتیجه در ابعاد بزرگ‌تر می‌توان با افزایش نانوذرات در صفحه‌ی کامپوزیتی به فرکانس‌های بالاتر دست یافت.

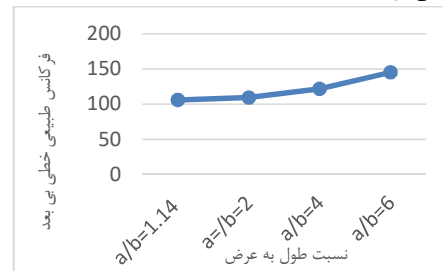


شکل ۱۰- اولین فرکانس طبیعی خطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با درصد جرمی‌های مختلف و نسبت طول به عرض‌های متفاوت با ابعاد (ضخامت ۱/۹ میلی‌متر و عرض ۷۰ میلی‌متر)



شکل ۶- اولین فرکانس طبیعی خطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی بدون تقویت کننده با ضخامت‌های متفاوت با ابعاد (طول ۸۴/۶ میلی‌متر و عرض ۷۰ میلی‌متر)

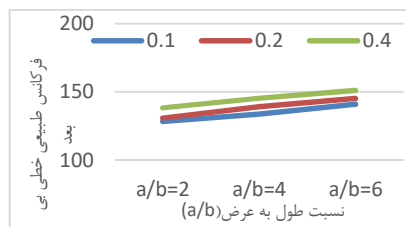
در ادامه تاثیر تغییر در نسبت طول به عرض ورق بر روی فرکانس طبیعی خطی مورد بررسی قرار گرفته است. در شکل ۷ نسبت طول به عرض ورق تغییر کرده است و تاثیر آن بر روی فرکانس طبیعی خطی مشاهده می‌شود.



شکل ۷- اولین فرکانس طبیعی خطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی با نسبت طول به عرض‌های متفاوت با ابعاد (ضخامت ۱/۹ میلی‌متر و عرض ۷۰ میلی‌متر)

در شکل ۷ با افزایش نسبت طول به عرض صفحه فرکانس طبیعی خطی افزایش پیدا کرده است. دلیل افزایش فرکانس طبیعی خطی افزایش سفتی صفحه به دلیل افزایش نسبت طول به عرض ورق می‌باشد.

اکنون به بررسی تاثیر تغییر ابعاد هندسی صفحه بر روی فرکانس طبیعی خطی صفحه‌ی کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده توسط نانولوله‌های کربنی و نانوصفحات گرافنی پرداخته شده است. با توجه به شکل ۸ مشاهده شده است که در صفحه‌ی تقویت شده توسط نانولوله‌های کربنی با افزایش ضخامت صفحه مقدار فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد همچنین با افزایش مقدار نانولوله‌های کربنی نیز فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد. در شکل ۹ مشاهده شده است که در صفحه‌ی تقویت شده توسط نانوصفحات گرافنی با افزایش ضخامت صفحه مقدار فرکانس طبیعی خطی کاهش پیدا کرده است که می‌تواند به دلیل افزایش جرم صفحه باشد. اما در صفحه با ضخامت‌های بیشتر از ۱/۹ میلی‌متر مشاهده می‌شود که با افزایش درصد جرمی نانو صفحات گرافنی مقدار فرکانس طبیعی خطی نیز افزایش می‌یابد که به دلیل افزایش سفتی صفحه می‌باشد.



شکل ۱۱- فرکانس طبیعی خطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانوصفحات گرافنی با درصد جرمی‌های مختلف و نسبت طول به عرض (ضخامت) ۱/۹ میلی‌متر و عرض ۷۰ میلی‌متر)

۳-۴- بررسی فرکانس غیرخطی

در این قسمت به فرکانس غیرخطی صفحه پرداخته شده است. در ارتعاشات آزاد تغییر مکان اولیه a_0 به مرکز ورق وارد می‌شود و سپس رها می‌شود اگر این تغییر مکان اولیه نسبت به ضخامت ورق خیلی کوچک باشد ارتعاش ورق در حیطه‌ی خطی اتفاق می‌افتد اما اگر این تغییر مکان نسبت به ضخامت ورق قابل توجه باشد ارتعاش غیر خطی ورق را به دنبال دارد. نسبت‌های جابجایی اولیه به ضخامت که در جدول ۷ آمده است، باعث ارتعاش غیر خطی ورق می‌شوند. تغییر نسبت فرکانس غیرخطی به فرکانس خطی (ω^{NL}/ω) با تغییر نسبت جابجایی اولیه به ضخامت ($r = a_0/h$) برای حالت‌های مختلف در جدول‌های ۷ و ۸ آورده شده است.

جدول ۷- نسبت فرکانس غیرخطی به فرکانس خطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی بدون تقویت کننده با

دامنه‌های مختلف

$r = a_0/h$	۰/۲	۰/۴	۰/۶	۰/۸	۱
ω^{NL}/ω	۱/۰۱۸	۱/۰۷۵	۱/۱۷۰	۱/۳۰۲	۱/۴۷۲

جدول ۸- نسبت فرکانس غیرخطی به فرکانس خطی صفحه کامپوزیتی

الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی چندجداره با جابجایی‌های اولیه مختلف

درصد جرمی	$r = a_0/h$	۰/۲	۰/۴	۰/۶	۰/۸	۱
۰/۰۷۵	ω^{NL}/ω	۱/۱۲۹	۱/۵۱۸	۲/۱۶۶	۳/۰۷۶	۴/۳۳۹
		۱/۱۱۴	۱/۹۵۸	۲/۰۳۰	۲/۸۳۲	۳/۸۶۳
		۱/۰۹۲	۱/۳۶۹	۱/۸۳۰	۲/۴۷۷	۳/۳۰۷

جدول ۹- نسبت فرکانس غیرخطی به فرکانس خطی صفحه کامپوزیتی

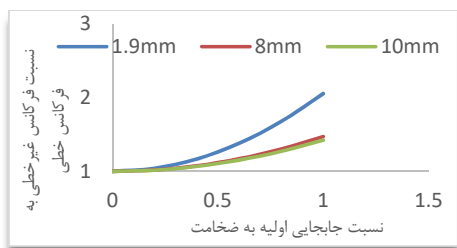
الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانوصفحات گرافنی با جابجایی‌های اولیه مختلف

درصد جرمی	$r = a_0/h$	۰/۲	۰/۴	۰/۶	۰/۸	۱
۰/۱	ω^{NL}/ω	۱/۰۷۲	۱/۲۹۰	۱/۶۵۴	۲/۱۶۲	۳/۸۱۷
		۱/۰۶۹	۱/۲۷۹	۱/۶۲۸	۲/۱۱۶	۳/۷۴۴
		۱/۰۱۵	۱/۲۴۵	۱/۶۵۱	۲/۵۴۶	۳/۸۷۴

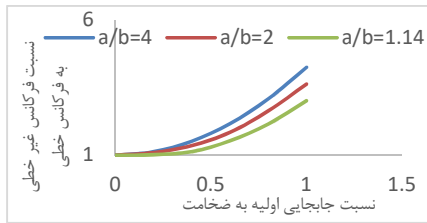
با توجه به جدول‌های ۷ و ۸ مشاهده می‌شود که با افزایش مقدار نسبت جابجایی اولیه به ضخامت در صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی بدون تقویت کننده و تقویت شده توسط نانولوله‌های کربنی و نانوصفحات گرافنی، مقدار نسبت فرکانس غیرخطی به فرکانس خطی نیز افزایش می‌یابد. این افزایش در صفحه‌ی تقویت شده توسط نانوذرات بیشتر از صفحه‌ی تقویت نشده می‌باشد که در بین نانوذرات نیز نانولوله‌های کربنی بیشترین افزایش را در مقدار نسبت فرکانس غیرخطی به فرکانس خطی با افزایش مقدار نسبت جابجایی اولیه به ضخامت نشان می‌دهند.

با تغییر ضخامت صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی به بررسی نسبت فرکانس غیرخطی به فرکانس خطی پرداخته شده است. شکل ۱۲ برای ضخامت‌های ۱/۹ و ۸ و ۱۰ میلی‌متر رسم شده اند. این شکل نسبت فرکانس غیرخطی به فرکانس خطی بر حسب نسبت جابجایی اولیه به ضخامت را نشان می‌دهد.

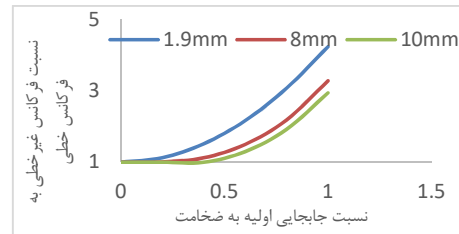
همانطور که از روی شکل‌های ۱۲ و ۱۳ و ۱۴ مشاهده می‌شود افزایش نسبت جابجایی اولیه به ضخامت باعث افزایش نسبت فرکانس غیرخطی به فرکانس خطی می‌شود. همین طور با افزایش ضخامت ورق، جرم و سفتی افزایش پیدا می‌کنند، افزایش جرم باعث کاهش فرکانس طبیعی و افزایش سفتی باعث افزایش فرکانس طبیعی ورق می‌شود زیرا فرکانس با سختی رابطه مستقیم و با جرم رابطه‌ی عکس دارد. در این قسمت تاثیر افزایش جرم با افزایش ضخامت ورق بیشتر بوده و در نتیجه باعث کاهش نسبت فرکانس غیرخطی به فرکانس خطی می‌شود. در ادامه نمودار نسبت فرکانس غیرخطی به فرکانس خطی بر حسب نسبت جابجایی اولیه به ضخامت برای صفحه مورد نظر برای نسبت طول به عرض ۱/۱۴ و ۲ و ۴ رسم شده است. شکل ۱۷ نمودار فرکانس غیرخطی صفحه با جابجایی‌های اولیه مختلف را نشان می‌دهد.



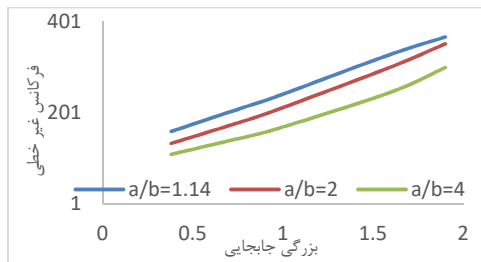
شکل ۱۲- نسبت فرکانس غیرخطی به فرکانس خطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی با جابجایی‌های اولیه مختلف برای ضخامت‌های مختلف



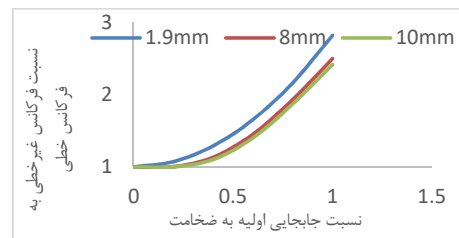
شکل ۱۶- نسبت فرکانس غیر خطی به فرکانس خطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی (با درصد جرمی ۰/۰۷۵) با جابجایی‌های اولیه مختلف برای نسبت طول به عرض‌های مختلف



شکل ۱۷- نسبت فرکانس غیر خطی به فرکانس خطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی (با درصد جرمی ۰/۰۷۵) با جابجایی‌های اولیه مختلف برای ضخامت‌های مختلف



شکل ۱۷- فرکانس غیر خطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانوصفحات گرافنی (با درصد جرمی ۰/۱) با جابجایی‌های اولیه مختلف برای نسبت طول به عرض‌های مختلف



شکل ۱۸- نسبت فرکانس غیر خطی به فرکانس خطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانوصفحات گرافنی (با درصد جرمی ۰/۱) با جابجایی‌های اولیه مختلف برای ضخامت‌های مختلف

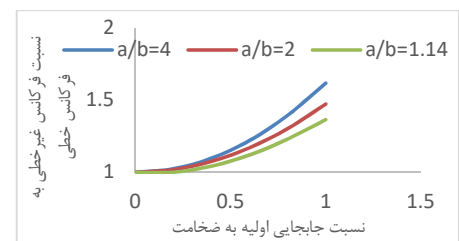
۴- نتیجه گیری

در این پژوهش ارتعاشات آزاد خطی و غیرخطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی تقویت شده با نانوذرات، با شرایط مرزی یک سرگیردار مورد مطالعه قرار گرفت. با توجه به نتایج به دست آمده با تقویت صفحه‌ی کامپوزیتی توسط نانوذرات کربنی تا اندازه‌ای مشخص، فرکانس طبیعی صفحه افزایش می‌یابد اما افزایش درصدجرمی نانوذرات کربنی، کاهش فرکانس طبیعی را به دنبال دارد. از طرفی با افزایش ضخامت صفحه، فرکانس طبیعی کاهش پیدا می‌کند اما با افزایش نسبت طول به عرض صفحه فرکانس طبیعی افزایش می‌یابد.

۵- مراجع

- [1] Rafiee M., Liu X.F., He X.Q., Kitipornchai S., Geometrically nonlinear free vibration of shear deformable piezoelectric carbon nanotube/fiber/polymer multiscale laminated composite plates, *Journal of Sound and Vibration*, 2014.
- [2] Rafiee M., Nitzsche F., Labrosse MR., Fabrication and experimental evaluation of vibration and damping in multiscale graphene/fiberglass/epoxy composites, *Journal of Composite Materials*, pp. 1-14, 2019.
- [3] Rafiee M., Ninzsche F., Llaliberte J., Hind S., Robitaille F., Labrose M. R., a, Thermal properties of doubly reinforced fiberglass/epoxy composites with graphene nanoplatelets, graphene oxide and reduced-graphene oxide, *Composites*, 2018.
- [4] liao-liang k., yang J and kitipornchai S., Nonlinear free vibration of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams, *Composite structure*,

در این حالت نیز با توجه به شکل‌های ۱۵ و ۱۶ و ۱۷ افزایش نسبت جابجایی اولیه به ضخامت باعث افزایش نسبت فرکانس غیر خطی به فرکانس خطی می‌شود، همچنین افزایش نسبت طول به عرض ورق باعث افزایش سفتی شده و در نتیجه افزایش نسبت فرکانس غیر خطی به فرکانس خطی را به دنبال دارد.



شکل ۱۹- نسبت فرکانس غیر خطی به فرکانس خطی صفحه کامپوزیتی الیاف شیشه‌ای زمینه اپوکسی با جابجایی‌های اولیه مختلف برای نسبت طول به عرض‌های مختلف

- [21] Reddy J., *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells*. Theory and Analysis, New York : CRC Press, 2004.
- [22] Nayfeh A.H., mook D.T., *Nonlinear Oscillations*, New York: Wiley, 1979.
- [23] Rafiee M., Nitzsche F., Labrosse M.R., Modeling and mechanical analysis of multiscale fiber-reinforced graphene composites: Nonlinear bending, thermal post-buckling and large amplitude vibration, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 103, pp. 104-112, 2018.
- [24] Milazzo A., Layer-wise and equivalent single layer models for smart multilayered plates, *Composites part b, engineering*, Vol. 67, pp. 62-75, 2014.
- [5] Shen H.-S., Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates in thermal environments, *Composite Structures*, Vol. 91, pp. 9-19, 2009.
- [6] Shen S., Chen li Zhang., Temperature-dependent elastic properties of single-walled carbon nanotubes: prediction from molecular dynamics simulation, *Applied Physics Letters*, Vol. 89, pp. 562-578, 2006.
- [7] Khan A, SU Li Cy. Ciddiqui S. N. E., Vibration damping characteristics of carbon fiber-reinforced composites containing multi-walled carbon nanotubes., *Compos Sci Technol*, Vol. 71, p. 1486-1494, 2011.
- [8] Rafiee M., Ninzsche F., Labrosse MR., Effect of functionalization of carbon nanotubes on vibration and damping characteristics of epoxy nanocomposites, *Polym Test*, Vol. 69, p. 385-395, 2018.
- [9] Rafiee M., He XQ., Mareishi. S. e. a., Modeling and stress analysis of smart CNTs/fiber/polymer multiscale composite plates., *Int J Appl Mech*, Vol. 6: 1450025, 2014.
- [10] Rafiee M., Ninzsche F., Labrosse.MR, Cross-sectional design and analysis of multiscale carbon nanotubes-reinforced composite beams and blades, *Int J Appl Mech*, Vol. 1850032, 2018.
- [11] Rafiee M., Nitzsche F., Labrosse MR., Processing, Manufacturing, and Characterization of Vibration Damping in Epoxy Composites Modified With Graphene Nanoplatelets, *Polymer Composites*, 2019.
- [12] He XQ, Rafiee M, Mareishi S., Large amplitude vibration of fractionally damped viscoelastic CNTs/fiber/polymemultiscale composite beams., *Compos Struct*, Vol. 131, p. 1111-1123., 2015.
- [13] Mareishi .S, Kalhori. H, Rafiee .M. Nonlinear forced vibration response of smart two-phase nanocomposite beams to external harmonic excitations, *Curved Layer Struct*, Vol. 1, p. 150-161., 2015.
- [14] Wang F., Dirzal LT., Qin Y., Huang Z., Mechanical properties and thermal conductivity of graphene nanoplatelet/epoxy composites, *J Mater Sci*, p. 50:1082-93, 2014.
- [15] Li J, Wu Z, Huang C, Li L. Multiscale carbon nanotube-woven glass fiber reinforced cyanate ester/epoxy composites for enhanced mechanical and thermal properties., *Compos Sci Technol*, Vol. 104, pp. 8-81, 2014.
- [16] Zhu D., Qi Y., Yu W., Chen L., Wang M., Xie H., Enhanced Thermal Conductivity for Graphene Nanoplatelets/Epoxy Resin Composites, *J Therm Sci Eng Appl*, Vol. ;10:011011, 2017.
- [17] Krieg AS ,King Ja, Jaszczak DC, et.al. Tensile and conductivity properties of epoxy composites containing carbon black and graphene nanoplatelets, *J Compos Mater*, Vol. 0, p. 1-10, 2018.
- [18] Gao J, Yu J, Wu X, et.al. Enhanced thermal properties for epoxy composites with a three-dimensional graphene oxide filler, *Fibers Polym*, Vol. 16:2617-26, 2015.
- [19] Li M., Tang C., Zhung L., et.al. A thermally conductive epoxy polymer composites with hybrid fillers of copper nanowires and reduced graphene oxide, *J Mater Sci Mater Electron*, Vol. ;0:0, 2017.
- [20] Zhang, M. H. Zhao. Nonlinear dynamics of composite laminated cantilever rectangular plate subject to third-order piston aerodynamics, *Acta Mech*, Vol. 225, p.p 1985-2004, 2014.