

Research Article

Probabilistic Analysis of Drought Effects on Rainfed Wheat Yield Using Copula Functions (Case Study: Tabriz Plain)

M Khaledi-Alamdari¹, A Majnooni-Heris^{2*}, A Fakheri Fard³

Received: December 2, 2022

Accepted: January 29, 2023

Revised: January 23, 2023

Published online: March 20, 2024

1-PhD Student of Irrigation and Drainage, Department of Water Science and Engineering, Faculty of Agriculture, University of Tabriz, Iran.

2- Assoc. Prof., Department of Water Science and Engineering, Faculty of Agriculture, University of Tabriz, Iran.

3-Prof., Department of Water Science and Engineering, Faculty of Agriculture, University of Tabriz, Iran

*Corresponding Author, Email: majnooni1979@yahoo.com

Abstract

Background and Objectives

A combined assessment of drought risk and associated impacts on crop production based on a probabilistic approach seems appropriate to understand the multivariate nature of drought risk in agriculture. To overcome the problems caused by drought impact detection, several approaches have been developed in recent decades. Among the multivariate analysis approaches, copula functions are very popular. Copulas use univariate marginal distributions to form a joint distribution. The joint distribution can be described by the corresponding marginal distributions and copula functions that describe the dependency structure. In this research, using the statistical precipitation data in the Tabriz plain in eastern part of Lake Urmia basin, and yield of rainfed wheat in this area, a model based on copula functions was developed to determine the different probabilities of yield risk and different drought conditions. Also, the application of copula functions related to rainfed wheat yield in this region was performed for the first time, and the presented method will be applicable to other areas and other crop cultivation.

Methodology

In the case of meteorological drought, the basis for calculating the degree of drought is determined by comparing the amount of precipitation with the long-term average or its normal values. The SPI index is considered to be an appropriate and powerful index to use as a time scale droughts monitoring. Basically, SPI was created to detect the lack of precipitation on multiple time scales. Among the reasons that make the use of this index so popular, we can mention the standard nature of this index as it can be used in regional studies and establish a temporal relationship between drought events in different parts of the same area. The SPI index is a dimensionless index and its more negative values show the more severe the drought. Analysis of variables individually is easy and can be done by statistical distribution functions; but statistical analysis joint variables is very complicated and impossible in most cases. If the correlation criterion of these variables is known, their joint probability distribution can be obtained using copula functions. Using copula functions for modeling has a high degree of flexibility as it is possible to choose different marginal distributions to create a multivariate model. Copulas are functions that form a bivariate or multivariate distribution based on two or more univariate marginal functions. Several copula functions can be used to construct a two-dimensional joint distribution of hydrological and agricultural variables, among which Archimedean and elliptical copula families are the most commonly used. In the present study, six copula functions are used and the parameters of the paired functions are determined using the two-stage maximum likelihood method, which estimates the parameters of the marginal distribution and the copula function by forming two likelihood functions.



Findings

In order to investigate joint probability of rainfed wheat yield and drought index, the time series of rainfed wheat yield in the Tabriz Plain region and SPI index during the last 30 years from 1990 to 2020 was applied in this study. In general, the improvement in agricultural methods, investments and technological advances during this period have led to a continuous increase in crop yield, however, a sharp drop in crop yield is clearly evident at times during the reporting period. In this research, to ensure that the observed trend does not affect the results, the Copula model was built using the detrended time series data by removing the trend in the values and the variance in the yield data. Based on the results obtained, crop production decreases dramatically during severe droughts, so such sensitivity to moisture deficits caused by low rainfall after several wet years can be attributed to farmers' expectations and management policies driven by high productivity during the previous ones wet years were determined. To use series of standardized yield and growing season SPI in copula, the most appropriate distributions were selected and used, logistic and normal, respectively. Also, according to the calculated Kendall correlation (0.35), the best fit joint was Clayton's function with $AIC = -11.0$, $RMSE = 0.036$ and used to construct the joint probability distribution of the standardized yield series of rainfed wheat and SPI of growth Period. Results showed that the cumulative probability of yield risk event in mild, moderate, severe, and very severe drought was 18.42, 7.82, 4.26, and 2.32 percent, respectively, and for an overall rainfed wheat yield risk and drought condition is about 33%. Meanwhile, the probability of rainfed wheat yield risk and non-drought events is only about 7% and joint probability of yield risk and $SPI > 1$ is so close to zero.

Conclusion

In the current research, the probability of occurrence of the rainfed wheat yield risk and drought conditions was extracted by copula functions. Based on the results obtained, most changes in yield occur when the drought index is in the range greater than -1.5. In other words, in the conditions of severe and very severe drought, the yield of rainfed wheat does not show noticeable changes in probability. The opposite situation can also be observed for the situation of very wet years, that when there is high amounts of precipitation and the drought index show values higher than 1.5, the yield of the crop does not show much change. Thus, the SPI must be greater than one in order to achieve the desired yield and not be at risk of rainfed wheat yield, which in this study is considered to be a standardized yield values greater than zero. Because in this range of SPI, the joint probability of yield risk is estimated to be very close to zero. Therefore, this threshold can be introduced as the rainfed wheat yield safety threshold, but depending on the situation of the region and the drought index, the drought threshold ($SPI < 0$) contains cumulative probability about 33% of the rainfed wheat yield risk.

Keywords: Archimedean copula, Drought risk, Elliptical copula, Risk analysis, SPI.

مقاله پژوهشی

تحلیل احتمالاتی اثرات خشکسالی بر عملکرد گندم دیم با کاربرد توابع مفصل (مطالعه موردی: دشت تبریز)

محمد خالدی علمداری^۱، ابوالفضل مجنونی هریس^{۲*}، احمد فاخری فرد^۳

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۹/۱۱

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۲/۰۹

تاریخ ویرایش: ۱۴۰۱/۱۲/۰۳

تاریخ انتشار آنلاین: ۱۴۰۳/۰۱/۰۱

۱- دانشجوی دکتری تخصصی آبیاری و زهکشی، گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز.

۲- دانشیار گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز.

۳- استاد گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز.

*مسئول مکاتبات، پست الکترونیک: majnooni1979@yahoo.com

چکیده

دستیابی به راهکارهای استفاده از اطلاعات آب و هوا در راستای پیاده‌سازی استراتژی‌های مدیریت ریسک و به تبع آن افزایش آمادگی و کاهش آسیب‌پذیری در برابر تغییرات آب و هوایی تحت عنوان مدیریت ریسک یکی از چالش‌هایی است که جامعه کشاورزی با آن مواجه است. در این میان، خشکسالی از عمده منابع مخاطره‌آمیز برای سیستم‌های کشاورزی به شمار می‌آید و این تهدید غالباً در شرایط کشت دیم خود را به صورت ویژه‌ای نشان می‌دهد. در این پژوهش شاخص خشکسالی در طول دوره رشد گندم دیم و عملکرد آن در منطقه تبریز واقع در شرق دریاچه ارومیه با هدف توسعه مدل مبتنی بر توابع مفصل به منظور تعیین احتمالات توأم ریسک عملکرد گندم دیم و وضعیت‌های مختلف خشکسالی مورد بررسی قرار گرفت. براساس نتایج حاصل، مناسب‌ترین توزیع آماری برای شاخص خشکسالی و عملکرد به ترتیب نرمال و لوجستیک می‌باشد. این توزیع‌ها به صورت مشترک در تابع مفصل منتخب کلایتون با شاخص‌های ارزیابی AIC و RMSE که مقادیر آن‌ها به ترتیب ۱۱/۱۰- و ۰/۰۳۶ می‌باشد لحاظ و احتمالات توأم شرایط مورد نظر را ارائه می‌کنند. نتایج نشان داد که احتمال تجمعی رویداد ریسک عملکرد و وقوع خشکسالی به طور کلی در حدود ۳۳ درصد برآورد می‌گردد که با تفکیک احتمال وقوع توأم، منوط به وقوع خشکسالی ملایم، متوسط، شدید و بسیار شدید، مقادیر احتمال رویداد به ترتیب برابر با ۱۸/۴۲، ۷/۸۲، ۴/۲۶ و ۲/۳۲ درصد می‌باشد؛ لذا احتمال وقوع توأم ریسک عملکرد در شرایط مختلف خشکسالی متفاوت بوده و به عنوان رویداد حاد، با شدت یافتن وضعیت خشکسالی، احتمال وقوع توأم نیز کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: آنالیز ریسک، کاپولای ارشمیدسی، کاپولای بیضوی، ریسک خشکسالی، SPI.

مقدمه

با توجه به رشد روزافزون جمعیت، انتظار می‌رود تقاضای جهانی غذا تا سال ۲۰۵۰ تقریباً دوبرابر شود (گادفری و همکاران ۲۰۱۰، تیلمان و همکاران ۲۰۱۱). برای پاسخگویی به تقاضای روبه‌رشد غذا در شرایط گرمایش جهانی نیاز به درک بهتری از عوامل اقلیمی مؤثر بر تولید غذا داریم. نکته مهم در این زمینه بررسی چگونگی واکنش عملکرد محصولات کشاورزی به تغییرات آب‌وهوایی و اقلیمی است. به‌طور معمول، کشاورزان توانایی انطباق با تغییرات تدریجی در شرایط آب‌وهوایی در حد متوسط و محلی را دارند؛ ولی انطباق با رویدادهای شدید آب‌وهوایی، مستلزم درک بهتر از تأثیرات ناشی از آن بر تولیدات کشاورزی است (لسک و همکاران ۲۰۱۶، زمپیری و همکاران ۲۰۱۷). خشکسالی به عنوان یک پدیده شدید آب‌وهوایی، یکی از محدودیت‌های اقلیمی عمده برای عملکرد محصولات کشاورزی به شمار می‌رود (لابل و همکاران ۲۰۱۴، لسک و همکاران ۲۰۱۴، زیپر و همکاران ۲۰۱۶، متیو و همکاران ۲۰۱۷). در شرایط خشکسالی، محصولات زراعی روزنه‌های خود را مسدود می‌کنند تا از دست‌دادن آب ناشی از تبخیر محدود گردد، بنابراین جذب کربن از طریق فتوسنتز کاهش می‌یابد و عملکرد گیاه با کاهش مواجه می‌گردد (لنگ و هال ۲۰۱۹). ارزیابی تأثیر خشکسالی بر تولیدات کشاورزی یکی از چالش‌های موجود در این زمینه می‌باشد، به‌ویژه با توجه به اینکه خشکسالی، خود پدیده‌ای طبیعی پیچیده است که اندازه‌گیری دقیق آن دشوار است (کویرینگ ۲۰۰۹ و هانگ و همکاران ۲۰۲۰). علاوه بر این، تغییرات ترکیبی سایر عوامل فیزیکی و زراعی مؤثر بر رشد محصول به صورت هم‌زمان، ارزیابی واکنش عملکرد به خشکسالی را پیچیده‌تر می‌کند (چالینور و همکاران ۲۰۰۹). مطالعات مدل‌سازی مبتنی بر تغییرات عملکرد محصول، عدم قطعیت‌های زیادی را در

شبیه‌سازی نشان می‌دهد که ناشی از دانش ناقص ما از فرایندهای فیزیکی و زراعی زیربنایی رشد و عملکرد محصول است (رزنوینگ و همکاران، ۲۰۱۴، الیوت و همکاران ۲۰۱۵، فولبرث و همکاران ۲۰۱۶)؛ بنابراین، درک ناقص از فرایندهای فیزیکی، تصمیم‌گیری در رابطه با تأثیر خشکسالی بر عملکرد محصول را دشوار می‌کند. پژوهشگران متعددی در مورد تأثیر بالقوه خشکسالی بر تولید محصول در مناطق مختلفی از جمله ایالات متحده (لابل و همکاران ۲۰۱۴، تروی و همکاران، ۲۰۱۵، زیپر و همکاران، ۲۰۱۶)، چین (شی و تاو ۲۰۱۴، یو و همکاران ۲۰۱۴)، استرالیا (مددگر و همکاران، ۲۰۱۷)، آفریقای شمالی (آروجو و همکاران ۲۰۱۶) جمهوری مولداوی (پوتوپوا و همکاران ۲۰۱۶) جمهوری چک (هالوینکا و همکاران ۲۰۰۹) و کل زمین (لسک و همکاران ۲۰۱۶، متیو و همکاران ۲۰۱۷) مطالعاتی را انجام داده‌اند. اگرچه این مطالعات دیدگاه‌های ارزشمندی در مورد اثرات احتمالی خشکسالی ارائه کرده‌اند، اما عمدتاً مبتنی بر رویکردهای قطعی^۱ هستند که نوسانات عملکرد را به‌طور کلی در ارتباط با خشکسالی گزارش می‌کنند.

از آنجا که رویدادهای آب‌وهوایی شدید، مانند خشکسالی، منابع اصلی خطر برای سیستم‌های کشاورزی به‌خصوص در شرایط دیم هستند (بن آیری و همکاران ۲۰۱۶، هرندرز باررا و همکاران ۲۰۱۷، پاسکوا و همکاران ۲۰۱۷، زمپیری و همکاران ۲۰۱۷، ریبیرو و همکاران ۲۰۱۷b)، اخیراً روش‌های احتمالاتی باهدف محاسبه عدم قطعیت ناشی از داده‌های اقلیمی اتخاذ شده‌اند (تیبالدی و لابل ۲۰۰۸، تاو و همکاران ۲۰۰۹). از این رو، ارزیابی ترکیبی از خطر خشکسالی و اثرات مرتبط با آن بر تولید محصول، بر اساس یک رویکرد احتمالی، برای درک ویژگی چندمتغیره، خطر خشکسالی در کشاورزی مناسب به نظر می‌رسد (مددگر و همکاران ۲۰۱۷).

برای غلبه بر مشکلات ناشی از تشخیص تأثیر خشکسالی، چندین رویکرد در دهه‌های اخیر توسعه یافته

¹ Deterministic approaches

عملکرد گندم دیم در این منطقه برای اولین بار صورت گرفته که روش ارائه شده برای سایر مناطق زیر کشت گندم دیم و سایر محصولات زراعی قابل استفاده خواهد بود.

مواد و روش‌ها

محدوده مورد مطالعه و اطلاعات مورد استفاده

دشت تبریز به عنوان بخشی از حوضه آبریز دریاچه ارومیه در موقعیت جغرافیایی $48^{\circ} 45'$ تا $49^{\circ} 51'$ طول شرقی و $37^{\circ} 45'$ تا $38^{\circ} 28'$ عرض شمالی واقع شده است. این محدوده مطالعاتی 5481 کیلومترمربع وسعت دارد که 3778 کیلومترمربع آن ارتفاعات و 1703 کیلومترمربع آن دشت است. موقعیت جغرافیایی منطقه مورد مطالعه در کشور و استان آذربایجان شرقی در شکل ۱ نشان داده شده است. مطابق با اقلیم نمای دوماستن، دشت تبریز با دمای متوسط 13 درجه سانتی‌گراد و میانگین بارش حدود 250 میلی‌متر دارای اقلیم نیمه‌خشک می‌باشد. داده‌های هواشناسی مورد استفاده در این پژوهش، داده‌های مورد نیاز در مقیاس روزانه از سازمان هواشناسی استان آذربایجان شرقی و داده‌های عملکرد گندم نیز از سازمان جهاد کشاورزی استان اخذ گردید.

خشکسالی‌های دیگر به شمار می‌رود (میرعباسی و همکاران ۲۰۱۲). در خشکسالی هواشناسی اساس محاسبه درجه خشکی بر اساس مقایسه میزان بارش وقوع یافته با متوسط درازمدت یا مقدار نرمال آن تعیین می‌گردد. برای ارزیابی و پایش خشکسالی‌های اقلیمی روش‌های متعددی توسط محققان مختلف در سراسر دنیا به کار گرفته شده است که در همه مکان‌ها دسترسی به آن مقدور نبوده و گاهی برای سایر مناطق نیز از کارآمدی کافی برخوردار نیستند. در این بین، شاخص SPI به جهت استفاده آن از مقیاس زمانی برای پایش دوره‌های خشک به عنوان شاخص مناسب و با کارایی

است که از میان رویکردهای تحلیل چندمتغیره، توابع مفصل^۲ بسیار محبوب هستند (میرعباسی و همکاران ۲۰۱۲، لی و همکاران ۲۰۱۳، لی و همکاران ۲۰۱۵). مفصل‌ها بر اساس قضیه اسکالر توسعه یافته‌اند، به نحوی که توزیع‌های حاشیه‌ای یک بعدی را به هم پیوند می‌دهند تا توزیع مشترکی را تشکیل دهند. توزیع مشترک را می‌توان با توزیع‌های حاشیه‌ای مربوطه و مفصلی که ساختار وابستگی را توصیف می‌کند، تشریح کرد (ریبیرو و همکاران ۲۰۱۹a). کاربرد نظریه مفصل در مطالعات هواشناسی کشاورزی نسبتاً جدید است. استفاده از مدل‌های مبتنی بر مفصل برای مدل‌سازی توزیع مشترک محصولات کشاورزی دیم و شرایط خشکسالی اخیراً توسط مدگر و همکاران (۲۰۱۷)، برای استرالیا و بوکوشیوا و همکاران (۲۰۱۶)، برای قزاقستان انجام شده است. جذابیت استفاده از مفصل‌ها در مدل‌سازی چندمتغیره این است که متغیرهای فردی لزوماً توزیع احتمال یکسانی ندارند (نلسن ۲۰۰۶). در این پژوهش با استفاده از اطلاعات آماری بارش منطقه تبریز در شرق دریاچه ارومیه و عملکرد گندم دیم آن اقدام به توسعه مدل مبتنی بر توابع مفصل به منظور تعیین احتمالات رویداد عملکرد متفاوت گندم دیم در شرایط مختلف خشکسالی شد. همچنین کاربرد توابع مفصل در رابطه با



شکل ۱- موقعیت جغرافیایی دشت تبریز.

شاخص خشکسالی SPI

خشکسالی هواشناختی پیش از سایر انواع خشکسالی‌ها ظاهر می‌شود و وقوع آن شرطی لازم برای

² Copula

و احتمال تجمعی آن نیز به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$F(x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right) \quad [2]$$

که در آن‌ها μ و σ به ترتیب میانگین و انحراف معیار لگاریتم مقادیر بارندگی و Φ انتگرال لاپلاس می‌باشد و به صورت رابطه ۳ تعریف می‌شود.

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt \quad [3]$$

برای تبدیل توزیع احتمال تجمعی به توزیع نرمال، روش پیشنهادی آبراموویتز و استگان (۱۹۶۵) استفاده شده که به صورت زیر می‌باشد.

$$z = SPI = -\left(t - \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t^2}{1 + d_1 t + d_2 t^3 + d_3 t^4}\right), \quad [4]$$

$$t = \sqrt{\ln\left(\frac{1}{(H(x))^2}\right)} \text{ for } 0 < H(x) < 0.5$$

$$z = SPI = +\left(t - \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t^2}{1 + d_1 t + d_2 t^3 + d_3 t^4}\right), \quad [5]$$

$$t = \sqrt{\ln\left(\frac{1}{(1.0 - H(x))^2}\right)} \text{ for } 0.5 < H(x) < 1.0$$

که در روابط فوق $c_0, c_1, c_2, d_1, d_2, d_3$ به ترتیب برابر $۰/۰۱۳۲۷۸۸, ۰/۰۱۰۳۲۸, ۰/۸۰۲۸۵۳, ۲/۵۱۵۵۱۷, ۰/۱۱۹۲۶۹$ و $۰/۰۰۱۳۰۸$ می‌باشند.

بالا مدنظر قرار گرفته است (ثنایی نژاد و همکاران ۲۰۰۳). در مطالعه حاضر نیز برای ارزیابی خشکسالی‌های هواشناختی شاخص بارش استاندارد شده^۳ مورد استفاده واقع شد. شاخص SPI توسط مک کی و همکاران (۱۹۹۳) پیشنهاد شده که این شاخص برای هر منطقه بر اساس بارندگی‌های طولانی مدتی که در هر منطقه روی می‌دهد محاسبه می‌شود (الواردز و مک کی ۱۹۹۷). اصولاً SPI به منظور تشخیص کمبود میزان بارندگی در مقیاس‌های زمانی چندگانه ایجاد شده است. این مقیاس‌های زمانی بیانگر اثرات ویژه خشکسالی روی قابلیت دسترسی به منابع آبی مختلف هستند. از دلایل دیگری که می‌توان به آن اشاره نمود، قابلیت انعطاف‌پذیری این روش نسبت به مقیاس‌های زمانی و مکانی است.

بهترین توزیع برازش شده برای مقادیر بارش در طول دوره رشد، توزیع لاگ نرمال^۴ دو پارامتره پیشنهاد شده (آنجلیدیس و همکاران ۲۰۱۲) که معادله آن به صورت زیر می‌باشد.

$$f(x) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)^2\right)}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \quad [1]$$

جدول ۱- طبقه‌بندی شدت خشکسالی بر اساس شاخص بارش استاندارد (مک کی و همکاران ۱۹۹۳).

مقادیر شاخص SPI	توصیف وضعیت
صفر الی ۰/۹۹	خشکسالی ملایم
۱- الی ۱/۴۹	خشکسالی متوسط
۱/۵- الی ۱/۹۹	خشکسالی شدید
کمتر از ۲-	خشکسالی بسیار شدید

توابع مفصل

کلمه مفصل از نظر معنایی معادل لینک، گره و اتصال می‌باشد. این واژه اولین بار در علم ریاضی توسط اسکالر (۱۹۵۹) تحت عنوان توابع متصل‌کننده توابع توزیع حاشیه‌ای یک بعدی به منظور تشکیل توابع توزیعی توأم چندمتغیره معرفی شدند. مفصل‌ها توسط جو در

سال ۱۹۹۷ و نلسون در سال ۱۹۹۹ توسعه یافته‌اند. در مدل‌سازی آماری به دست آوردن تابع چگالی احتمال توأم بین چندین متغیر تصادفی یک مسئله اساسی می‌باشد. تحلیل انفرادی متغیرها ساده بوده و از طریق توابع توزیع آماری تحلیل می‌شوند؛ اما تحلیل آماری توأم متغیرهای مرتبط بسیار پیچیده و در اغلب موارد

³ Standard Precipitation Index

⁴ Log-Normal

انتخاب توابع مفصل

توابع مفصل چندگانه را می‌توان برای ایجاد توزیع مشترک دوبعدی متغیرهای هیدرولوژیکی مورد استفاده قرار داد که در میان آن‌ها خانواده‌های مفصل ارشمیدسی و بیضی بیشترین کاربرد را دارند. خانواده مفصل ارشمیدسی به‌طور گسترده‌ای در تحلیل‌های دو یا چندمتغیره استفاده می‌شود (جنست و ریوست ۱۹۹۳). این توابع می‌توانند توابع توزیع مشترک را با اشکال متنوع و سازگاری قوی، به‌ویژه مفصل‌های فرانک، گامبل - هوگارد و کلایتون بسازند. خانواده مفصل بیضوی ابتدا توسط فنگ و همکاران (۲۰۰۲) ارائه شد و به‌خوبی می‌تواند با توزیع‌های چندمتغیره مقادیر شدید و ساختارهای غیرنرمال مطابقت داشته باشد. توابع متداول مفصل‌های بیضوی شامل مفصل نرمال و تی استیودنت^۶ است و ویژگی‌های اولیه این توابع این است که می‌توان آن‌ها را به هر ابعادی گسترش داد و برای همبستگی‌های مثبت و منفی بین متغیرها اعمال کرد (هوانگ و ونگ ۲۰۱۸). توابع مشترک دومتغیره در جدول ۲ نشان داده شده و این شش تابع مفصل در مطالعه حاضر مورد استفاده قرار گرفته است. پارامترهای توابع جفت با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی دو مرحله‌ای تعیین می‌شوند که به ترتیب پارامترهای توزیع حاشیه‌ای و تابع مفصل را با ایجاد دو تابع درست‌نمایی تخمین می‌زنند (جنست و همکاران ۲۰۰۷). در این پژوهش توابع مفصل در محیط R-Studio ایجاد و نمودارهای رویه و هم احتمال مربوط به آن نیز در این محیط ترسیم گردیده است.

غیرممکن می‌باشد. در بحث توزیع‌های آماری توأم، توزیع‌های انفرادی تحت عنوان توزیع‌های حاشیه‌ای شناخته می‌شوند. توزیع‌های آماری توأم متغیرها با استفاده از توزیع‌های آماری حاشیه‌ای هر متغیر فقط در حالات خاص قابل حصول می‌باشند مثلاً وقتی دو متغیر با یکدیگر رابطه‌ای خطی داشته باشند و هر دو از توزیع نرمال پیروی کنند می‌توان توزیع توأم آن‌ها را به‌دست آورد. ولی در صورتی که این دو متغیر به نحوی به هم مرتبط باشند که بر حسب مثال یکی از توزیع نرمال و دیگری از توزیع گاما پیروی کند، پیوند آن‌ها جهت حصول تابع چگالی احتمال توأم غیرممکن است. در چنین وضعیتی نقش توابع مفصل برجسته شده و چنانچه معیار همبستگی این دو متغیر معلوم باشد می‌توان به کمک توابع مفصل توزیع احتمال توأم آن‌ها را به‌دست آورد (بهره‌مند و همکاران ۲۰۱۶). استفاده از توابع مفصل برای مدل‌سازی از انعطاف بالایی برخوردار می‌باشد، چرا که برای ساخت یک مدل چند متغیره، توزیع‌های حاشیه‌ای می‌توانند به صورت مستقل از هم انتخاب شوند (سرویناس و همکاران ۲۰۰۶). مفصل‌ها توابعی هستند که یک توزیع دو یا چندمتغیره را بر اساس دو یا چند تابع توزیع حاشیه‌ای تک متغیره تشکیل می‌دهند. با در نظر گرفتن دو سری متغیر تصادفی X و Y که توابع توزیع حاشیه‌ای $F_X(x)$ و $F_Y(y)$ داشته باشند و با در نظر گرفتن $F_{X,Y}(x,y)$ به عنوان تابع توزیع تجمعی پیوسته^۵، مفصل C به شکل زیر تعریف می‌شود (رابطه ۶):

$$F_{X,Y}(x,y) = C(F_X(x), F_Y(y)) \quad [6]$$

در معادله بالا، تابع $F_{X,Y}(x,y)$ تابع توزیع تجمعی پیوسته توابع حاشیه‌ای $F_X(x)$ و $F_Y(y)$ است که با تابع مفصل C ایجاد شده است.

⁵ Continues Cumulative Distribution Function

⁶ T-studen

جدول ۲- توابع مفصل بیضوی و ارشمیدسی دو متغیره و حدود پارامترهای آنها

محدوده پارامتر	تابع توزیع تجمعی مفصل $C(F_X(x), F_Y(y)) = C(u, v)$	خانواده مفصل
$-1 \leq \rho \leq 1$	$\int_{-\infty}^{\theta^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{\theta^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi\sqrt{(1-\rho^2)}} e^{-\frac{u^2 + v^2 - 2\rho uv}{2(1-\rho^2)}} dudv$	Normal (آربنز، ۲۰۱۳)
$0 \leq \theta \leq 1$ $df \geq 1$	$\int_{-\infty}^{tdf^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{tdf^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi\sqrt{(1-\rho^2)}} e^{(1 + \frac{u^2 + v^2 - 2\rho uv}{df(1-\rho^2)})^{\frac{df+2}{2}}} dudv$	T- Student (لی و همکاران، ۲۰۱۳)
$0 \leq \theta$	$(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}$	Clayton (کلایتون، ۱۹۷۸)
$\theta \neq 0$	$-\frac{1}{\theta} \ln(1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1})$	Frank (فرانک، ۱۹۷۹)
$1 \leq \theta$	$e^{[(\ln u)^\theta + (\ln v)^\theta]^{\frac{1}{\theta}}}$	Gumbel (گامبل، ۱۹۶۰)
$\theta \in [1, \infty)$	$1 - [(1-u)^\theta + (1-v)^\theta - (1-u)^\theta(1-v)^\theta]^{\frac{1}{\theta}}$	Joe (جو، ۱۹۹۷)

مناسب‌تر می‌باشد که مقادیر RMSE و AIC آن کمینه و مقدار NSE آن به یک نزدیک‌تر باشد. پس از انتخاب تابع مفصل مناسب، توزیع دو متغیره مربوط به دو سری داده SPI و عملکرد گندم ایجاد و با استفاده از آن مقادیر احتمال توأم، احتمالات شرطی با توجه به روابط مفصل، محاسبه می‌گردد.

احتمال توأم

بر اساس تئوری اسکالر (۱۹۵۹) با فرض اینکه $H(x, y)$ تابع توزیع مشترک دوبعدی X و Y است و $F_X(x)$ و $F_Y(y)$ به ترتیب توزیع‌های حاشیه‌ای متناظر هستند، توزیع مشترک دو متغیره بر اساس تابع مفصل C را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$H(x, y) = C(F_X(x), F_Y(y)) = C(u, v), \forall x, y \quad [13]$$

که در آن u و v به ترتیب به احتمال توزیع حاشیه‌ای اشاره دارند.

نتایج و بحث

به منظور بررسی عملکرد گندم دیم با شاخص خشکسالی، در این پژوهش سری زمانی عملکرد گندم دیم در منطقه دشت تبریز طی ۳۰ سال اخیر از ۱۹۹۰ الی ۲۰۲۰ مورد بررسی قرار گرفت و مقادیر آن در شکل ۲ آورده شده است. به طور کلی، مشاهده می‌شود که بهبود در روش کشاورزی، سرمایه‌گذاری و پیشرفت فناوری در این دوره زمانی منجر به افزایش پیوسته بازده محصول شده است، اما کاهش شدید محصول در

در جدول ۲، u و v توزیع‌های تک متغیره، θ^{-1} معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال، tdf^{-1} معکوس تابع توزیع تجمعی T-Student، df درجه آزادی، ρ و θ پارامترهای وابستگی هستند.

ارزیابی تناسب

به منظور ارزیابی دقت برآورد توابع کاپولا، از شاخص‌های آماری ضریب همبستگی (r)، ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE)، میانگین خطای مطلق (MAD) و شاخص نش ساتکلیف (NSE) و با توجه به احتمال مشترک تجربی و احتمال مشترک نظری متغیره‌های دوبعدی، معیار اطلاعات آکایکه (AIC) و بیزین (BIC) استفاده شده است (روابط ۷ تا ۱۲).

$$r = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \right) \quad [7]$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}{n}} \quad [8]$$

$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|}{n} \quad [9]$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{y})^2} \quad [10]$$

$$AIC = -2 \ln ML + 2k \quad [11]$$

$$BIC = -2 \ln ML + k \ln(n) \quad [12]$$

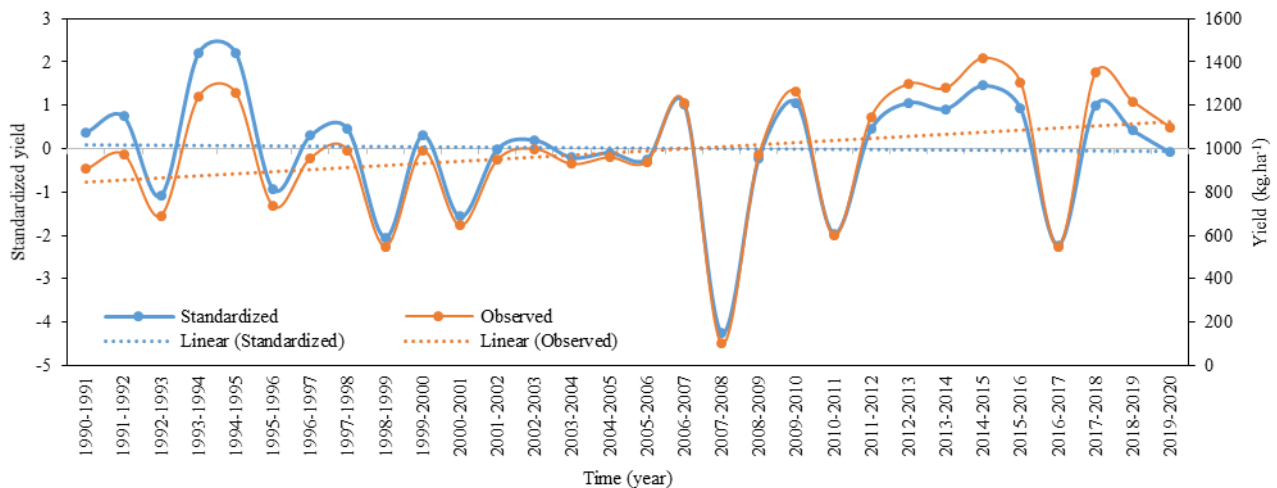
در این روابط x_i و y_i به ترتیب i امین داده واقعی و برآورد شده، \bar{x} و \bar{y} به ترتیب میانگین داده‌های واقعی و برآورد شده و n تعداد گام‌های زمانی هستند، $\ln ML$ مقدار بیشینه تابع لگاریتم درست‌نمایی و k تعداد پارامترهای برازش داده شده می‌باشند. تابع مفصلی

منطقه دشت تبریز طی دوره ۳۰ ساله از سال ۱۹۹۰ تا ۲۰۲۰ مقایسه می‌کند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، تولید محصول به طور چشمگیری در طول خشکسالی‌های شدید کاهش می‌یابد، به طوری که چنین حساسیتی به کمبود رطوبت ناشی از بارش ضعیف پس از چند سال مرطوب به دلیل انتظارات مردمی و همچنین سیاست‌های مدیریتی ناشی از بهره‌وری مناسب در سال‌های مرطوب می‌تواند منجر به خسارات اقتصادی قابل توجهی گردد (چیو و همکاران ۱۹۹۸، مپلسکوا و همکاران ۲۰۰۸).

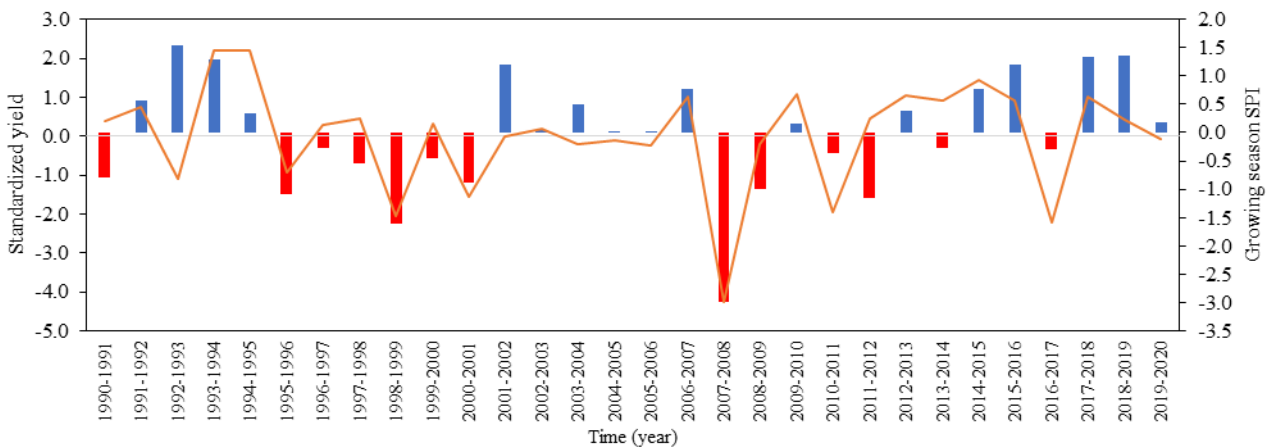
مقاطعی در طول دوره مورد بررسی به وضوح قابل مشاهده است.

آزمون روند من-کنندال (۱۹۴۵) روند مثبت آماری معنی‌داری در $\alpha = 0.05$ را در عملکرد گندم دیم تأیید می‌کند، لذا برای اطمینان از اینکه روند مشاهده شده بر نتایج تأثیر نمی‌گذارد، تجزیه و تحلیل داده‌ها را بر روی داده‌های سری زمانی بدون روند با حذف روند در مقادیر واریانس صورت پذیرفت (شکل ۲).

شکل ۳ سری زمانی عملکرد گندم دیم بدون روند را نشان می‌دهد و آن‌ها را با شاخص خشکسالی (SPI)



شکل ۲- تغییرات ۳۰ ساله عملکرد گندم دیم در دو سری زمانی داده‌های اصلی و حذف روند شده.



شکل ۳- سری زمانی عملکرد گندم دیم استاندارد شده در مقایسه با شاخص خشکسالی (SPI) دوره رشد گندم در منطقه دشت تبریز طی دوره ۳۰ ساله از سال ۱۹۹۰ تا ۲۰۲۰.

توزیع‌های حاشیه‌ای

(جدول ۳) استفاده شد. مناسب‌ترین نوع توزیع با توجه به شاخص‌های تناسب، برای عملکرد استاندارد شده و SPI دوره رشد به ترتیب لاجستیک و نرمال انتخاب و مورد استفاده قرار گرفتند.

چهار تابع توزیع رایج به ترتیب برای برآزش سری‌های عملکرد استاندارد شده و SPI دوره رشد، شامل توزیع‌های نرمال^۷، یونیفرم^۸، لاجستیک^۹ و کوچی^{۱۰}

جدول ۳- پارامترها و شاخص‌های نکوئی توزیع‌های حاشیه‌ای مورد استفاده.

عملکرد استاندارد شده				شاخص خشکسالی دوره رشد				
Normal	Uniform	Logistic	Cauchy	Normal	Uniform	Logistic	Cauchy	
۰/۱۹	۰/۳۹	۰/۱۳	۰/۱۲	۰/۰۹	۰/۳۴	۰/۰۹	۰/۱۲	K-S
۱۰۷/۳۰	۱۱۵/۹۳	۱۰۵/۳۰	۱۰۸/۲۱	۸۹/۱۴	۹۴/۶۴	۸۸/۸۴	۹۸/۵۲	AIC
۱۱۰/۱۱	۱۱۸/۷۳	۱۰۸/۱۰	۱۱۱/۰۲	۹۱/۹۵	۹۷/۴۵	۹۱/۶۴	۱۰۱/۳۲	BIC
۰/۰۰۶	-۴/۲۴	۰/۱۵	۰/۳۳	-۰/۰۰۱	-۲/۹۹	-۰/۰۴	۰/۰۴	μ/a
۱/۳۵	۲/۲۱	۰/۷۲	۰/۶۰	۱/۰۰	۱/۵۴	-۰/۵۶	۰/۵۹	σ/b

انتخاب بهترین مفصل

ارزیابی نسبت به بقیه توابع مفصل برتری داشته است. سایر پژوهشگران نیز مفصل کلایتون را به منظور بررسی عملکرد گندم دیم و عوامل اقلیمی مناسب ارزیابی نموده‌اند (مددگر و همکاران ۲۰۱۷، ریبیرو و همکاران ۲۰۱۹). خلاصه نتایج ارزیابی توابع مورد استفاده در جدول ۴ آورده شده است؛ بنابراین، مفصل کلایتون برای ساخت توزیع احتمال مشترک سری عملکرد استاندارد شده گندم دیم و SPI دوره رشد آن استفاده شد. شکل ۴ بیانگر داده‌های شبیه‌سازی شده توسط مدل ایجاد شده و داده‌های مشاهداتی می‌باشد. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود، داده‌های مشاهداتی به خوبی در محدوده ابر داده‌های شبیه‌سازی شده قرار گرفته اند و این به دلیل مدل‌سازی مناسب این تابع می‌باشد.

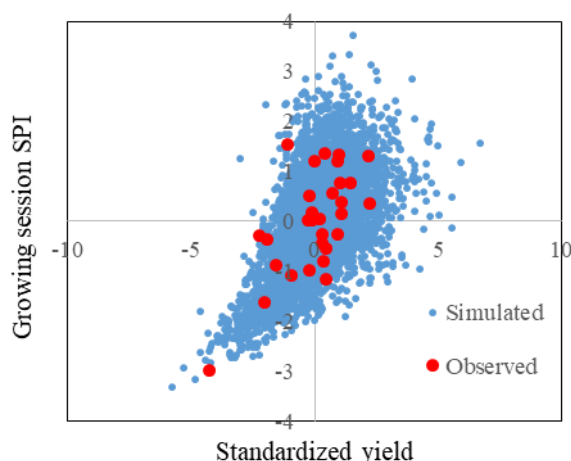
با توجه به تنوع بسیار بالای توابع مفصل، در این پژوهش از توابع مفصل بیضوی نرمال و T-Student و همچنین توابع مفصل ارشمیدسی کلایتون، فرانک، گامبل و جو استفاده شده است. انواع مختلفی از مدل‌های مفصل وجود دارد که به تدریج در کاربردهای هیدرولوژیکی معرفی شده‌اند (سالوادوری و دی مایکل، ۲۰۰۴). پیشنهاد می‌شود در تحقیقات آینده، توابع کوپولای بیشتری باید در نظر گرفته شود تا وابستگی متغیرهای مورد نظر بررسی شود. با توجه به همبستگی کندال محاسبه شده ($T = ۰/۳۵$) مناسب‌ترین مفصل‌ها به شرح جدول ۴ مورد بررسی قرار گرفتند که از این میان مفصل کلایتون با $RMSE = ۰/۰۳۶$ ، $AIC = -۱۱/۱۰$ و سایر پارامترهای

جدول ۴- ارزیابی تناسب توابع مفصل برآزش داده شده و پارامترهای آن‌ها.

Normal	T	Clayton	Frank	Gumbel	Joe	
۰/۰۳۲	۰/۰۲۱	۰/۰۳۰	۰/۰۳۳	۰/۰۲۲	۰/۰۳۳	MAD
۰/۰۳۶	۰/۰۳۶	۰/۰۳۶	۰/۰۳۸	۰/۰۳۷	۰/۰۳۹	RMSE
۰/۹۹۰	۰/۹۹۱	۰/۹۸۸	۰/۹۸۹	۰/۹۹۱	۰/۹۹۳	R
۰/۹۷۶	۰/۹۷۷	۰/۹۷۶	۰/۹۷۳	۰/۹۷۶	۰/۹۷۳	NSE
-۷/۰۰	-۶/۳۴	-۱۱/۱۰	-۷/۲۲	-۵/۱۵	-۲/۰۱	AIC
-۵/۶۰	-۳/۵۴	-۹/۷۰	-۵/۵۲	-۳/۷۵	-۰/۶۱	BIC
۰/۵۷	۰/۵۷	۱/۳۴	۱/۵۴	۳/۸۵	۱/۶۲	پارامترهای (ρ یا θ)
(-)	۳/۶۸	(-)	(-)	(-)	(-)	مفصل df

⁹ Logistic
¹⁰ Cauchy

⁷ Normal
⁸ Uniform



شکل ۴- داده‌های مشاهداتی و شبیه‌سازی شده توسط مفصل کلایتون.

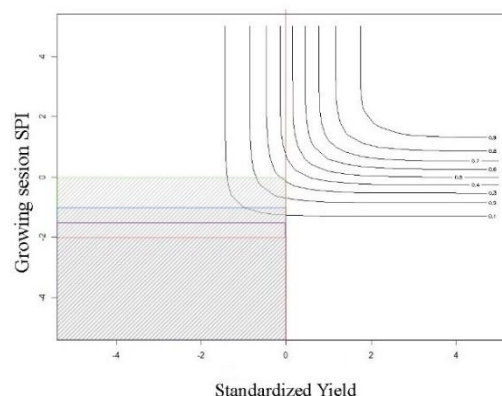
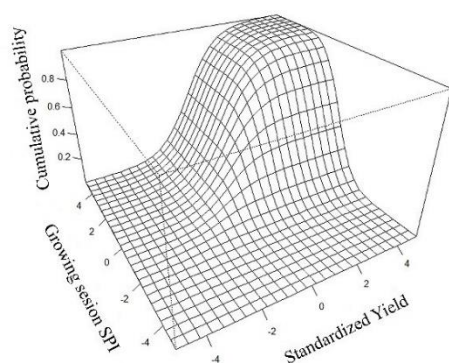
از صفر برای عملکرد استاندارد شده در نظر گرفته شده محاسبه و استخراج گردید (جدول ۵). نتایج نشان داد که احتمال تجمعی رویداد ریسک عملکرد در شرایط خشکسالی ملایم، متوسط، شدید و بسیار شدید به ترتیب برابر با $۱۸/۴۲$ ، $۷/۸۲$ ، $۴/۲۶$ و $۲/۳۲$ درصد بوده که مجموعاً در شرایط وقوع خشکسالی، ریسک عملکرد گندم دیم برابر با $۳۲/۸۲$ درصد می‌باشد. با توجه به نتایج حاصل از مطالعه ریبریو و همکاران (۲۰۱۹b) در اسپانیا و پژوهش مدگر و همکاران (۲۰۱۷) در استرالیا، احتمال وقوع توأم ریسک عملکرد در شرایط مختلف خشکسالی متفاوت بوده و با شدت یافتن وضعیت خشکسالی، احتمال وقوع توأم کاهش می‌یابد که با نتایج مطالعه حاضر هم‌خوانی مناسبی دارد. این در حالی است که در شرایط غیر خشکسالی احتمال وقوع شرایط ریسک عملکرد گندم دیم تنها در حدود ۷ درصد بوده و در شرایط $SPI > 1$ وقوع ریسک گندم دیم تقریباً وجود ندارد و احتمال آن بسیار نزدیک به صفر است (شکل ۵).

با توجه به تابع کلایتون، احتمال توأم شرایط مختلف خشکسالی و عملکرد گندم دیم قابل محاسبه می‌باشد که بر این اساس نمودار رویه و خطوط هم احتمال (کنتور) آن در شکل ۵ ترسیم و نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، عمده تغییرات از آستانه بالای خشکسالی متوسط یعنی $SPI = -1/5$ روی می‌دهد؛ بنابراین می‌توان اذعان داشت که گندم دیم تا شرایط خشکسالی متوسط از تغییرات آب‌وهوایی تأثیر می‌پذیرد و در صورت وقوع خشکسالی‌های حادث، توقف رشد و عملکرد داشته و تغییر محسوسی در وضعیت عملکرد دیده نمی‌شود. شرایط مقابل برای وضعیت بارندگی‌های شدید نیز قابل مشاهده است که در صورت وقوع بارش و وقوع شاخص خشکسالی بیش از حدود $1/5$ ، عملکرد محصول تغییر چندانی از خود نشان نمی‌دهد.

به‌منظور بررسی دقیق‌تر شرایط خشکسالی و تأثیر آن بر عملکرد گندم دیم، آستانه‌های شاخص خشکسالی SPI به‌صورت هم‌زمان با وقوع ریسک عملکرد که مقادیر کمتر

جدول ۵- ریسک عملکرد گندم دیم برای درجات متفاوت شاخص SPI .

توصیف وضعیت	مقادیر شاخص SPI	ریسک عملکرد (%)
وقوع خشکسالی	کمتر از صفر	$۳۲/۸۲$
خشکسالی ملایم	صفر تا $-0/۹۹$	$۱۸/۴۲$
خشکسالی متوسط	-1 تا $-1/۴۹$	$۷/۸۲$
خشکسالی شدید	$-1/5$ تا $-1/۹۹$	$۴/۲۶$
خشکسالی بسیار شدید	کمتر از ۲	$۲/۳۲$



شکل ۵- احتمال تجمعی توأم رویداد عملکرد استاندارد شده و شاخص SPI.

نتیجه‌گیری کلی

در پژوهش حاضر به بررسی احتمال وقوع ریسک عملکرد گندم به صوت توأم با شاخص خشکسالی توسط توابع مفصل پرداخته شده است. در این مطالعه اطلاعات مربوط به عملکرد گندم و بارندگی روزانه در طول دوره مطالعاتی ۳۰ ساله از سال ۱۹۹۰ تا ۲۰۲۰ مورد استفاده قرار گرفت که پس از حذف روند سری زمانی عملکرد گندم به منظور از بین بردن روند افزایشی ناشی از عوامل غیر اقلیمی و محاسبه شاخص خشکسالی در طول دوره رشد گندم، بهترین تابع مفصل با استفاده از توزیع آماری حاشیه‌ای برای شاخص خشکسالی و عملکرد که به ترتیب نرمال و لاجستیک هستند تعیین و برازش داده شد. طبق مفصل کلایتون با پارامتر $\theta = 1/34$ و شاخص‌های ارزیابی $AIC = -11/10$ و $RMSE = 0/036$ که بر سایر توابع مفصل برتری داشته، احتمال توأم پارامترهای مورد بررسی محاسبه شد. بر اساس نتایج به دست آمده بیشترین تغییرات مربوط به عملکرد زمانی روی می‌دهد که وضعیت شاخص خشکسالی در محدوده بیش از $1/5-$

واقع شده باشد. به عبارتی در شرایط خشکسالی شدید و بسیار شدید، عملکرد گندم دیم تغییرات محسوسی از خود نمایش نمی‌دهد؛ بنابراین می‌توان اذعان داشت که گندم دیم تا شرایط خشکسالی متوسط از تغییرات آب‌وهوایی تأثیر می‌پذیرد و در صورت وقوع خشکسالی‌های حادتر، توقف رشد و عملکرد داشته و تغییر محسوسی در وضعیت عملکرد دیده نمی‌شود. شرایط مقابل برای وضعیت بارندگی‌های شدید نیز قابل مشاهده است که در صورت وقوع بارش و وقوع شاخص خشکسالی بیش از حدود $1/5$ ، عملکرد محصول تغییر چندانی از خود نشان نمی‌دهد؛ لذا با توجه به این امر برای دستیابی به عملکرد مطلوب و عدم مواجهه با ریسک عملکرد گندم دیم که در این پژوهش عملکرد استاندارد شده بیش از صفر در نظر گرفته شده است، بایستی $SPI > 1$ باشد. چرا که در این محدوده وقوع ریسک عملکرد بسیار نزدیک به صفر برآورد شده است؛ بنابراین می‌توان این آستانه را به عنوان آستانه امنیت عملکرد گندم دیم معرفی نمود؛ اما با توجه به وضعیت منطقه و شاخص خشکسالی، آستانه وقوع خشکسالی ($SPI < 0$) در حدود ۳۳ درصد ریسک عملکرد گندم دیم را در بر دارد.

منابع مورد استفاده

- Angelidis P, Maris F, Kotsovinos N and Hrisanthou V, 2012. Computation of drought index SPI with alternative distribution functions. *Water Resource Management* 26(9): 2453–2473.
- Arbenz P, 2013. Bayesian copulae distributions, with application to operational risk management—some comments. *Methodology and Computing in Applied Probability* 15:105–108.
- Bahreman A, Alvandi E, Bahrami M, Dashti Marvili M, Heravi H., Khosravi GR, Kornejady A, Samadi Arghini H, Tajiki M and Teimouri M, 2016. Copula functions and their application in stochastic

- hydrology. *Journal of Conservation and Utilization of Natural Resources* 4(2):1-20. (in Persian with English abstract)
- Ben-Ari T, Adrian J, Klein T, Calanca P, Van der Velde M and Makowski D, 2016. Identifying indicators for extreme wheat and maize yield losses. *Agricultural and Forest Meteorology* 220: 130-140.
- Bokusheva R, Kogan F, Vitkovskaya I, Conradt S and Batyrbayeva M, 2016. Satellite-based vegetation health indices as a criteria for insuring against drought-related yield losses. *Agricultural and Forest Meteorology* 220:200-6.
- Challinor AJ, Ewert F, Arnold S, Simelton E and Fraser E, 2009. Crops and climate change: progress, trends, and challenges in simulating impacts and informing adaptation. *Journal of Experimental Botany* 60: 2775-2789.
- Chiew FH, Piechota TC, Dracup JA and McMahon TA, 1998. El Nino/Southern Oscillation and Australian rainfall, streamflow and drought: Links and potential for forecasting. *Journal of Hydrology* 204(1-4):138-49.
- Edwards DC and McKee TB, 1997. Characteristics of 20th century drought in the United States at multiple time scales. *Atmospheric Science Paper* 634:1-30.
- Elliott J, Müller C, Deryng D, Chryssanthacopoulos J, Boote KJ, Büchner M, Foster I, Glotter M, Heinke J, Iizumi T and Izaurrealde RC, 2015. The global gridded crop model intercomparison: Data and Modeling Protocols for Phase 1 (V1. 0). *Geoscientific Model Development* 8(2):261-77.
- Fang HB, Fang KT and Kotz S, 2002. The meta-elliptical distributions with given marginals. *Journal of Multivariate Analysis* 82:1-16.
- Folberth C, Elliott J, Müller C, Balkovic J, Chryssanthacopoulos J, Izaurrealde RC, Jones CD, Khabarov N, Liu W, Reddy A and Schmid E, 2016. Uncertainties in global crop model frameworks: effects of cultivar distribution, crop management and soil handling on crop yield estimates. *Biogeosciences Discussions* [preprint] 1-30.
- Frank MJ, 1979. On the simultaneous associativity of $F(x, y)$ and $x + y - F(x, y)$. *Aequationes Mathematicae* 19:194-226.
- Genest C, Favre AC, Béliveau J and Jacques C, 2007. Metaelliptical copulas and their use in frequency analysis of multivariate hydrological data. *Water Resources Research* 43(9):1-12.
- Genest C and Rivest LP, 1993. Statistical inference procedures for bivariate Archimedean copulas. *Journal of the American Statistical Association* 88(423):1034-43.
- Godfray HCJ, Beddington JR, Crute IR, Haddad L, Lawrence D, Muir JF, Pretty J, Robinson S, Thomas SM and Toulmin C, 2010. Food security: the challenge of feeding 9 billion people. *Science* 327(5967):812-818.
- Gumbel EJ, 1960. Distributions of extreme values in several dimensions. *Paris Institute of Statistics* 9:171-173.
- Hernandez-Barrera S, Rodriguez-Puebla C and Challinor AJ, 2017. Effects of diurnal temperature range and drought on wheat yield in Spain. *Theoretical and Applied Climatology* 129(1):503-19.
- Hlavinka P, Trnka M, Semerádova D, Dubrovský M, Žalud Z and Možný M, 2009. Effect of drought on yield variability of key crops in Czech Republic. *Agricultural and Forest Meteorology* 149 (3-4):431-442.
- Huang J, Zhuo W, Li Y, Huang R, Sedano F, Su W, Dong J, Tian L, Huang Y and Zhu D, 2020. Comparison of three remotely sensed drought indices for assessing the impact of drought on winter wheat yield. *International Journal of Digital Earth* 13: 504-526.
- Huang X and Wang Z, 2018. Probabilistic spatial prediction of categorical data using elliptical copulas. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment* 32:1631-1644.
- Lee T, Modarres R and Ouarda TB, 2013. Data-based analysis of bivariate copula tail dependence for drought duration and severity. *Hydrological Processes* 27:1454-1463.
- Leng G and Hall J, 2019. Crop yield sensitivity of global major agricultural countries to droughts and the projected changes in the future. *Science of the Total Environment*, 654:811-21.
- Lesk C, Rowhani P and Ramankutty N, 2016. Influence of extreme weather disasters on global crop production. *Nature* 529 (7584): 84-87.
- Li Y, Gu W, Cui W, Chang Z and Xu Y, 2015. Exploration of copula function use in crop meteorological drought risk analysis: a case study of winter wheat in Beijing, China. *Natural Hazards* 77:1289-1303.

- Li C, Singh VP and Mishra AK, 2013. A bivariate mixed distribution with a heavy-tailed component and its application to single-site daily rainfall simulation. *Water Resources Research*, 49:767–789.
- Lobell DB, Roberts MJ, Schlenker W, Braun N, Little BB, Rejesus RM and Hammer GL, 2014. Greater sensitivity to drought accompanies maize yield increase in the US Midwest. *Science* 344(6183):516-9.
- Madadgar S, AghaKouchak A, Farahmand A and Davis SJ, 2017. Probabilistic estimates of drought impacts on agricultural production. *Geophysical Research Letters* 44 (15): 7799–7807.
- Mann HB, 1945. Non-parametric tests against trend. *Econometrica* 13:163–171.
- Matiu M, Ankerst DP and Menzel A, 2017. Interactions between temperature and drought in global and regional crop yield variability during 1961–2014. *PLoS One* 12 (5): e0178339.
- McKee TB, Doeskin NJ and Kleist J, 1993. The relationship of drought frequency and duration to time scales. Pp.179-184. *Proceedings of the 8th Conference on Applied Climatology*. 17-22 January, Anaheim, California.
- Mirabbasi R, Fakhri-Fard A and Dinpashoh Y, 2012. Bivariate drought frequency analysis using the copula method. *Theoretical and Applied Climatology* 108:191-206.
- Mpelasoka F, Hennessy K, Jones R and Bates B, 2008. Comparison of suitable drought indices for climate change impacts assessment over Australia towards resource management. *International Journal of Climatology: A Journal of the Royal Meteorological Society* 28(10):1283-92.
- Nelsen RB, 2006. *An Introduction to Copulas*. Springer Science & Business Media. Springer New York, NY.
- Páscoa P, Gouveia CM, Russo A and Trigo RM, 2017. The role of drought on wheat yield interannual variability in the Iberian Peninsula from 1929 to 2012. *International Journal of Biometeorology* 61(3):439-51.
- Potopova V, Boroneant C, Boincean B and Soukup J, 2016. Impact of agricultural drought on main crop yields in the Republic of Moldova. *International Journal of Climatology* 36(4): 2063–2082.
- Quiring SM, 2009. Developing objective operational definitions for monitoring drought. *Journal of Applied Meteorology and Climatology* 48: 1217-1229.
- Ribeiro AF, Russo A, Gouveia CM and Páscoa P, 2019a. Modelling drought-related yield losses in Iberia using remote sensing and multiscalar indices. *Theoretical and Applied Climatology* 136(1):203-20.
- Ribeiro AF, Russo A, Gouveia CM, Páscoa P and Pires CA, 2019b. Probabilistic modelling of the dependence between rainfed crops and drought hazard. *Natural Hazards and Earth System Sciences* 19(12): 2795-2809.
- Rosenzweig C, Elliott J, Deryng D, Ruane AC, Müller C, Arneth A, Boote KJ, Folberth C, Glotter M, Khabarov N and Neumann K, 2014. Assessing agricultural risks of climate change in the 21st century in a global gridded crop model intercomparison. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 111(9):3268-73.
- Salvadori G and De Michele C, 2004. Frequency analysis via copulas: Theoretical aspects and applications to hydrological events. *Water Resources Research* 40(12): 1-17.
- Sanainejad SH, Ansari H, Davari K and Morid S, 2003. Monitoring and assessment of drought severity in mashhad at different time scales using standardized precipitation index (SPI). *Iranian Journal of Soil Research* 17(2): 201-209. (in Persian with English abstract)
- Shi W and Tao F, 2014. Vulnerability of African maize yield to climate change and variability during 1961–2010. *Food Security* 6 (4): 471–481.
- Sklar M, 1959. N-dimensional distribution functions and their margins. *Publications of the Statistical Institute of the University of Paris* 8:229-231.
- Srinivas S, Menon D and Meher Prasad A, 2006. Multivariate simulation and multimodal dependence modeling of vehicle axle weights with copulas. *Journal of Transportation Engineering* 132(12):945-55.
- Tao F, Zhang Z, Liu J and Yokozawa M, 2009. Modelling the impacts of weather and climate variability on crop productivity over a large area: a new super-ensemblebased probabilistic projection. *Agricultural and Forest Meteorology* 149 (8):1266–1278.
- Tebaldi C and Lobell D, 2008. Towards probabilistic projections of climate change impacts on global crop yields. *Geophysical Research Letters* 35 (8):1-6.
- Tilman D, Balzer C, Hill J and Befort BL, 2011. Global food demand and the sustainable intensification of agriculture. *Biological Sciences* 108 (50): 20260–20264.

- Troy T, Kipgen C and Pal I, 2015. The impact of climate extremes and irrigation on US crop yields. *Environmental Research Letters* 10(5): 1-10.
- Van Dijk AI, Beck HE, Crosbie RS, De Jeu RA, Liu YY, Podger GM, Timbal B and Viney NR, 2013. The millennium drought in southeast Australia (2001–2009): Natural and human causes and implications for water resources, ecosystems, economy, and society. *Water Resources Research* 49(2):1040-1057.
- Yu C, Li C, Xin Q, Chen H, Zhang J, Zhang F, Li X, Clinton N, Huang X, Yue Y and Gong P, 2014. Dynamic assessment of the impact of drought on agricultural yield and scale-dependent return periods over large geographic regions. *Environmental Modelling & Software* 62:454-464.
- Zampieri M, Ceglar A, Dentener F and Toreti A, 2017. Wheat yield loss attributable to heat waves, drought and water excess at the global, national and subnational scales. *Environmental Research Letters* 12 (6): 1-11
- Zipper SC, Qiu J and Kucharik CJ, 2016. Drought effects on US maize and soybean production: spatiotemporal patterns and historical changes. *Environmental Research Letters* 11 (9): 1-11