

همرفت آزاد دو سیال نیوتنی و غیرنیوتنی مخلوط نشدنی در یک حفره مربعی با گرمایش موضعی از کف

محمدعلی قلی پور دانشجوی دکتری، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران، gholipour@stu.sku.ac.ir
بهزاد قاسمی* استاد، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران، ghasemi@eng.sku.ac.ir
افراسیاب رئیسی استاد، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران، raisi@eng.sku.ac.ir

چکیده

در این مطالعه همرفت آزاد دو سیال نیوتنی و غیرنیوتنی مخلوط نشدنی با گرمایش موضعی از کف در حفره مربعی به روش عددی بررسی شده است. منبع گرمایی کف حفره، شار گرمایی یکنواخت q_0'' تولید می‌کند و باقی دیوار کف حفره عایق است. دیوارهای عمودی و بالای حفره در دمای T_c قرار دارند. تاثیر پارامترهای نسبت حجمی سیال نیوتنی به سیال غیرنیوتنی مدل قانون توانی $(0 \leq H \leq 0.7)$ ، پارامتر توانی $(n = 0.6 \text{ و } 1.4)$ ، عدد رایلی $(10^3 \leq Ra_1 \leq 10^6)$ و پرانتل سیال غیرنیوتنی $(Pr_2 = 100 \text{ و } 1000)$ بر میدان جریان و دما و آهنگ انتقال گرما، بررسی شده است. معادلات بی‌بعد حاکم برای سیال غیرنیوتنی و نیوتنی براساس خواص سیال نیوتنی با $Pr_1 = 100$ ، به روش اختلاف محدود بر مبنای حجم کنترل گسسته‌سازی شده است. برای حل هم‌زمان معادلات جبری شده از الگوریتم SIMPLE استفاده شده است. برای اطمینان از صحت کدنویسی، نتایج با نتایج مقاله‌ای دیگر در زمینه‌ی سیالات غیرنیوتنی مقایسه شده است. نتایج در قالب خطوط جریان و خطوط هم‌دما و مقادیر ناسلت متوسط ارائه شده است. کاهش ناسلت متوسط به معنای افزایش اختلاف دمای منبع گرمایی با دیوارهای سرد است. نتایج نشان می‌دهد که افزایش پرانتل سیال غیرنیوتنی به دلیل کاهش رسانش گرمایی سیال غیرنیوتنی باعث افزایش دمای منبع گرمایی و کاهش ناسلت متوسط منبع می‌شود. همچنین با قدرت گرفتن همرفت طبیعی در حفره، با افزایش شاخص تابع نمایی مقدار ناسلت متوسط کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: همرفت طبیعی، حفره مربعی، دو سیال مخلوط نشدنی، غیرنیوتنی، منبع شار گرمایی یکنواخت.

The Natural Convection in a Square Cavity Filled by Two Immiscible Newtonian and Non-Newtonian Liquids Heated Partially from Bottom

M. A. Gholipour
B. Ghasemi
A. Raisi

Faculty of engineering, Shahrekord university, Shahrekord, Iran
 Faculty of engineering, Shahrekord university, Shahrekord, Iran
 Faculty of engineering, Shahrekord university, Shahrekord, Iran

Abstract

In this study, the natural convection in a square cavity filled by two immiscible Newtonian and non-Newtonian liquids heated partially from bottom wall was numerically investigated. The heat source placed on the bottom of a cavity produces a uniform heat flux of q_0'' . The remaining parts of the bottom wall of the cavity are insulated and the vertical and top walls are kept at cold temperature of T_c . The study investigates the effects of relevant parameters such as the Non-Newtonian to Newtonian volume ratio $(0 \leq H \leq 0.7)$, the power-law index $(n=0.6 \text{ and } 1.4)$, Rayleigh number $(10^3 \leq Ra \leq 10^6)$ and the Non-Newtonian Prandtl $(Pr_2=100 \text{ and } 1000)$ on flow and temperature fields and the rate of heat transfer. The governing dimensionless equations for the power-law and Newtonian fluids flow, based on properties of Newtonian fluid with $Pr_1=100$, are solved with the numerical finite difference method based on the control volume formulation and SIMPLE algorithm. In order to evaluate the code, its results were compared to another paper in the field of non-Newtonian fluids. Increasing the average Nusselt number for heat source means that the source temperature difference with the cold walls decreases. The results show that increasing the non-Newtonian fluid Prandtl number due to decreasing the thermal conductivity of the non-Newtonian fluid increases the heat source temperature and decreases the average Nusselt number. Also with stronger natural convection in the square enclosure, the average Nusselt number for non-Newtonian fluid increase with decreased power law index.

Keywords: Natural Convection, square cavity, two immiscible liquids, non-Newtonian, uniform heat flux source.

لزجت مقدار ثابتی دارد و در سیال غیرنیوتنی مدل قانون توانی، لزجت در نقاط مختلف میدان جریان وابسته به آهنگ برش و تغییرات سرعت‌های مختلف در راستای خودشان در آن نقطه است و به همین دلیل به آن لزجت ظاهری می‌گویند. بر اساس لزجت ظاهری سیال غیرنیوتنی باتوجه به پارامتر توانی^۱ خود به دو دسته سیال شبه

۱- مقدمه

لایه‌های سیال با اعمال کوچک‌ترین تنش برشی جاری می‌شود. سیال باتوجه به رابطه بین تنش برشی اعمال شده و آهنگ برش می‌تواند به دو دسته نیوتنی و غیرنیوتنی تقسیم شود. در سیال لزجت ضرب در آهنگ برش مقدار تنش برشی را مشخص می‌کند. در سیال نیوتنی رابطه بین تنش برشی و آهنگ برش به صورت خطی است و

¹Power-law index

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: ghasemi@eng.sku.ac.ir

تاریخ دریافت: ۰۰/۱۲/۱۲

تاریخ پذیرش: ۰۱/۰۴/۰۶

پلاستیک^۱ و سیال دیلاتانت^۲ تقسیم می‌شود. شاخص سازگاری^۳ دیگر پارامتر به‌کاررفته در تعریف لزجت ظاهری است. در سیال شبه پلاستیک یا رقیق برشی^۴ با توجه به رابطه توانی با توان کمتر از صفر در جریان سیال با تغییرات سرعت کم و آهنگ برش‌های پایین، عامل جریان باید بر تنش برشی بزرگ‌تری نسبت به سیال نیوتنی غلبه کند. در سیالات دیلاتانت یا غلیظ برشی^۵ با توجه به رابطه توانی با توان بیشتر از صفر در جریان سیال با تغییرات سرعت کم و آهنگ برش‌های پایین، عامل جریان باید بر تنش برشی کوچک‌تری نسبت به سیال نیوتنی غلبه کند. در جریان سیال شبه پلاستیک با آهنگ برش‌های بالا، عامل جریان باید بر تنش برشی بزرگ‌تری نسبت به سیال نیوتنی غلبه کند. سیالاتی از قبیل مواد آلی، نانوسیال‌ها و مواد غذایی در سیستم‌های طبیعی یا مصنوعی قویاً رفتار غیرنیوتنی از خود نشان می‌دهند.

در انتقال گرمای همرفت طبیعی عامل ایجاد جریان اختلاف چگالی سیال بر اثر اختلاف دمای لایه‌های سیال در حضور یک میدان شتاب مانند میدان گرانش زمین، است. می‌توان فرض تراکم‌ناپذیری را به‌استثنای جمله مولد نیروی غوطه‌وری لحاظ کرد که این همان تخمین بوزینسک^۶ است. همرفت طبیعی سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی در حفره‌های گرم شده به دلیل اهمیت و کاربرد آن‌ها در انواع مختلف زمینه‌هایی مانند خنک‌سازی راکتورهای هسته‌ای و اجزای سیستم‌های الکترونیکی، فرآوری مواد غذایی و مهندسی پلیمر، بررسی شده است.

جایگاه منبع گرمایی در حفره‌ها و تغییرات برای داشتن جریان مناسب سیال در حفره و عملکرد گرمایی مناسب حفره با توجه به نوع سیال، در مقالات مورد بررسی قرار گرفته است که به نتایج تعدادی از آن‌ها اشاره می‌شود: امین‌الساداتی و قاسمی [۱] انتقال گرمای همرفت آزاد نانوسیال آب و اکسید مس درون یک حفره مربعی را در حالی که ضلع پایین با دو جفت چاه و چشمه گرمایی پوشیده شده است و بقیه دیواره‌های حفره عایق بودند، بررسی کردند. زمانی که دو چشمه متصل به هم و وسط ضلع است و بار دیگر یک درمیان چشمه و چاه قرار دارد را با هم مقایسه کردند. نتایج نشان می‌داد در حالت یک‌درمیان عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد. برانول و چابرا [۲] در یک مطالعه عددی به بررسی همرفت طبیعی سیال غیرنیوتنی مدل قانون توانی در یک حفره مربعی با دو مانع دایره‌ای سرد و گرم پرداختند. در این مطالعه محدوده تغییرات گراش ۱۰ تا ۱۰^۵ و شاخص تابع‌نمایی بین ۰/۳ تا ۱/۸ است. نتایج نشان می‌دهد با افزایش عدد گراش و کاهش شاخص تابع‌نمایی عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. همچنین با تغییر مکان قرارگیری موانع از مرکز حفره به سمت پایین آن، میزان انتقال گرما افزایش می‌یابد. وینوگرادو و همکاران [۳] به بررسی انتقال گرمای طبیعی سیالات غیرنیوتنی از نوع دیلاتانت در حفره با مدل قانون توانی با افزایش زاویه افق پرداختند. ابتدا دیوار گرم پایین و دیوار

سرد بالای حفره قرار دارد و دو دیوار عمودی، عایق است. آن‌ها مشاهده کردند که در نسبت منظری ۱ با افزایش زاویه افق و کشیدگی گردابه جریان در راستای قطر حفره عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد و در ادامه افزایش زاویه افق تا ۹۰° عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد.

تأثیر حضور میدان مغناطیسی و تغییرات لازم برای کنترل جریان مناسب سیال در حفره با توجه به نوع سیال غیرنیوتنی در مقالات مورد بررسی قرار گرفته که به نتایج تعدادی از آن‌ها اشاره می‌شود: کفایتی [۴] انتقال گرمای همرفت طبیعی مگنتو هیدرودینامیک را در یک حفره مربعی با دیوارهای عمودی در دمای گرم و سرد و دیوارهای افقی عایق برای جریان لایه‌ای نانوسیال غیرنیوتنی آب - مس، بررسی کرد. در این مطالعه از روش شبکه بولتزمن استفاده شده است. نتایج برای رایلی ۱۰^۴ و ۱۰^۵ ارائه شده است. کاهش شاخص نمایی موجب افزایش میزان انتقال گرما خواهد شد که با افزایش عدد هارتمن تأثیر شاخص نمایی کم‌رنگ خواهد شد و عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد. تولید آنتروپی با افزایش عدد هارتمن کاهش می‌یابد و با کاهش شاخص تابع‌نمایی افزایش می‌یابد. آقاخانی و همکاران [۵] انتقال گرمای طبیعی سیال غیرنیوتنی را در حفره C شکل در حضور میدان مغناطیسی به کمک روش اختلاف محدود بولتزمن بررسی کردند. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش عدد رایلی در هارتمن ۴۰ ناسلت متوسط افزایش می‌یابد و در رایلی ۱۰^۴ ناسلت متوسط برای سیال دیلاتانت از سیال نیوتنی بیشتر و از سیال شبه پلاستیک مقدار ناچیزی کمتر است. همچنین مشاهده شد که با افزایش عدد هارتمن در رایلی ۱۰^۵ ناسلت متوسط کاهش می‌یابد و در هارتمن ۴۰ ناسلت متوسط برای سیال دیلاتانت از سیال نیوتنی و شبه پلاستیک بیشتر است.

تأثیر موانع بر چگونگی جریان یافتن سیال غیرنیوتنی و تغییرات لازم برای داشتن جریان مناسب سیال در حفره و عملکرد گرمایی مناسب حفره در مقالات مورد بررسی قرار گرفته است. رئیسی [۶] اثر وجود یک مانع دما ثابت روی دیوار گرم عمودی بر انتقال گرمای طبیعی سیال غیرنیوتنی در یک حفره مربعی را بررسی کرد که دیوار عمودی دیگر سرد و دیوارهای افقی عایق هستند. نتایج نشان داد که افزایش عدد رایلی به‌ویژه برای مقادیر شاخص تابع‌نمایی لزجت سیالات غیرنیوتنی رقیق برشی، باعث افزایش آهنگ انتقال گرما و بهبود عملکرد گرمایی می‌شود. با افزایش فاصله مانع‌ها از یکدیگر روند تغییرات عدد ناسلت نوسانی است ولی روند کلی آن به‌خاطر تقویت گردابه تولید شده در داخل حفره افزایشی است. گانگوان و مانیکاندان [۷] همرفت طبیعی لایه‌ای در یک حفره مربعی را بررسی کردند. منبع گرمایی به شکل بلوک شش وجهی در وسط حفره قرار دارد. تأثیر منبع گرمایی در دو حالت با دمای ثابت و شار گرمایی ثابت برای سیالات رقیق برشی و غلیظ برشی بررسی شد و به کمک روش بی بعد سازی سرعت، سه عدد بی بعد ناسلت و گراش و پرائتل هم‌زمان در ضریب کلبورن برای همرفت طبیعی نشان داده شده است. خدادای و همکاران [۸] همرفت طبیعی سیال غیرنیوتنی قانون توانی را در محفظه مثلثی با مانع گرم مثلثی که وسط محفظه قرار دارد بررسی کردند. با افزایش طول منبع گرمایی گردابه‌های متقارن سیال دیلاتانت برخلاف شبه‌پلاستیک در رایلی بالا به دو بخش پایین و کنار منبع گرمایی، تقسیم شده است و با افزایش رایلی ناسلت متوسط رشد کمی داشته است.

^۱Pseudoplastic

^۲Dilatant

^۳Consistency index

^۴Shear thinning

^۵Shear thickening

^۶Bossinesque approximation

لزجت سیال غیرنیوتنی بر اساس نتایج تجربی و تطبیق آن با ضرایب مدل لزجت کراس^۲ فرمول‌نویسی شده است. در این مدل لزجت با کاهش آهنگ کراس در آهنگ برش‌های بالا رفتار نیوتنی و با افزایش ثابت زمانی در آهنگ برش‌های پایین رفتار رقیق برشی نشان می‌دهد و مقدار لزجت در آهنگ برش‌های پایین و زیاد محدود است. نتایج نشان داد با افزایش کسر حجمی کربوکسی متیل سلولوز، ثابت زمانی کراس افزایش و ثابت آهنگ کراس کاهش می‌یابد. عملکرد پمپ برای سیال غیرنیوتنی به دلیل افزایش محدوده بالایی لزجت نسبت به آب کاهش می‌یابد. اما در مقایسه سیال غیرنیوتنی با ۵ درصد کسر حجمی کربوکسی متیل سلولوز با روغن معدنی یا سیال غیرنیوتنی با ۱۰ درصد کسر حجمی کربوکسی متیل سلولوز با روغن آفتاب‌گردان خاصیت رقیق برشی سیال غیرنیوتنی باعث بهبود عملکرد پمپ می‌شود.

بررسی نحوه ته‌نشینی و حرکت ذرات جامد در سیال غیرنیوتنی نیز بررسی شده است: آماریتونگا و همکاران [۱۵] تأثیر حرکت نوسانی با فرکانس پایین جریان روی سقوط ذرات در سیال نیوتنی و غیرنیوتنی را بررسی کردند. سیال غیرنیوتنی از ترکیب آب با سه پلیمر متفاوت حاصل شده است. فرموله کردن نتایج تجربی لزجت برای پارامتر توانی سیالات غیرنیوتنی نشان داد با افزایش توان غیرنیوتنی سیال، شاخص سازگاری کاهش می‌یابد و مقدار لزجت در یک آهنگ برش مشخص کاهش می‌یابد و روند تغییر لزجت همانند سیالات رقیق برشی است. در حالت بدون نوسان و در قطر مشخصی از ذره با افزایش پارامتر توانی نتایج نشان داد که سرعت نهایی سقوط، افزایش می‌یابد. همچنین نتایج نشان داد با افزایش نوسان جریان، سرعت متوسط سقوط در سیال غیرنیوتنی با کاهشی بیشتری از سیال نیوتنی همراه بوده است و نوسان در جهت تضعیف خاصیت رقیق برشی عمل کرده است.

بسیاری از مطالعات قبلی در مورد همرفت طبیعی در حفره‌هایی است که تنها با یک سیال نیوتنی و یا غیرنیوتنی پر شده است. در این پروژه حفره علاوه بر گرمایش موضعی از کف، هم‌زمان با دو سیال مخلوط نشدنی نیوتنی و غیرنیوتنی پر شده است که در نوع خود کمتر به چشم می‌خورد و عملکرد هیدروپدینامیکی گردابه‌های سیال غیرنیوتنی بررسی شده است. برای موارد کاربردی دو سیال مخلوط نشدنی می‌توان تجهیزات تفکیک‌کننده در صنایع پالایشگاهی و حوضچه‌های تصفیه پساب در صنایع مواد غذایی را نام برد.

۲- بیان مسئله

شکل ۱ شامل حالات مختلف یک حفره مربعی با طول L است که بخشی از کف حفره تحت شار گرمایی یکنواخت و ثابت q_0 قرار دارد. در قسمت پایینی حفره سیال غیرنیوتنی مدل قانون توانی است و در قسمت بالایی آن سیال نیوتنی است. فاصله منبع گرمایی کف حفره که شار گرمایی یکنواختی تولید می‌کند تا دیوار عمودی سمت چپ حفره c و طول منبع گرمایی b است. فاصله سطح مشترک دو سیال تا سقف حفره h است. کف حفره به غیر از ناحیه تحت شار گرمایی، عایق است و سه دیوار دیگر حفره در دمای سرد و ثابت T_c قرار دارد. عاملی که باعث جریان سیال می‌شود، انتقال گرما از کف حفره به سیال روی

مسئله ذوب و تغییر فاز از جامد به مایع در تجهیزات جمع‌آوری انرژی برای انواع سیالات از جمله سیالات غیرنیوتنی بررسی شده است که به تعدادی از آنها اشاره می‌شود: فارسانی و همکاران [۹] تأثیر میدان مغناطیسی را بر ذوب گالیوم در حفره مستطیلی بررسی کردند. دیوارهای عمودی در دمای سرد و گرم ثابت قرار دارد. آن‌ها نقش همرفت طبیعی بر حرکت مرز جامد - مایع و آهنگ انتقال گرما در طول ذوب جامد از دیوار عمودی را گزارش دادند. آن‌ها برای تعیین معادلات ریاضی تغییر فاز از روش انتالپی - تخلخل استفاده کرده‌اند. نتایج نشان داد با افزایش عدد رایلی انتقال گرمای همرفت بهبود می‌یابد و با افزایش عدد هارتمن قدرت چرخش جریان همرفتی کاهش می‌یابد و نقش انتقال گرمای رسانشی افزایش می‌یابد. کبریتی و مقتدری [۱۰] انتقال گرما را در فرایند تغییر فاز سیال غیرنیوتنی مدل قانون توانی به روش بولتزمن و بر اساس انتالپی بررسی کردند. دیوارهای عمودی حفره مربعی در دمای سرد و گرم ثابت قرار دارند و دمای سرد برابر با دمای شروع ذوب جامد است. مشاهده شد با افزایش پارامتر توانی ناسلت و میزان ذوب افزایش پیدا کرد.

جریان اجباری سیالات غیرنیوتنی و عملکرد گرمایی انواع کانال‌ها و لوله‌ها با سیال غیرنیوتنی نیز بررسی شده است: لورنس و گالانیس [۱۱] انتقال گرمای همرفت اجباری سیالات غیرنیوتنی در ناحیه ورودی بین دو صفحه تخت که به آنها شار گرمایی یکنواخت وارد می‌شود را به‌صورت تحلیلی بررسی کردند. نتایج آنها نشان می‌دهد که هرچه شاخص تابع‌نمایی افزایش یابد طول ناحیه ورودی گرمایی کمتر می‌شود و در منطقه توسعه‌یافته ناسلت کاهش می‌یابد. کیهانپور و قاسمی [۱۲] تأثیر گرما درمانی بر بافت سرطانی اطراف مویرگ خون را بررسی کردند. فرض سیال نیوتنی برای خون اختلاف نتیجه محسوس با فرض غیرنیوتنی ایجاد می‌کند.

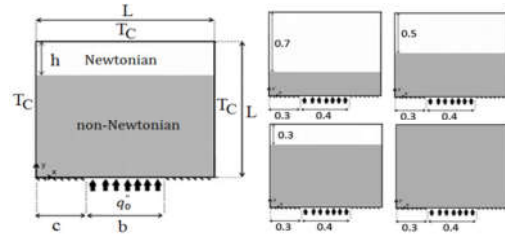
بررسی عملکرد سیال غیرنیوتنی در تجهیزات دوار نیز مورد توجه محققین قرار گرفته است: امورا و همکاران [۱۳] همرفت توام را برای سیالات غیرنیوتنی رقیق برشی با مدل کاریو^۱ در فضای بین دو استوانه هم مرکز عمودی که استوانه درونی در دمای گرم و با سرعت زاویه‌ای ثابت می‌چرخد و استوانه خارجی در دمای سرد و ثابت است را به‌صورت عددی بررسی کردند. آنها نشان دادند وقتی که عدد گراشف صفر است و انتقال گرمای همرفت طبیعی در نظر گرفته نشود در محدوده رینولدز ۰ تا ۲۰۰ عدد ناسلت با کاهش شاخص تابع‌نمایی افزایش می‌یابد و در ادامه تا رینولدز ۵۰۰ عدد ناسلت برای همه مقادیر شاخص تابع‌نمایی تقریباً یکسان و افزایشی است. آنها نشان دادند وقتی که عدد گراشف ۲۰۰۰ است از ابتدا عدد ناسلت برای شاخص‌های کوچک‌تر از ۱ بیشتر است، اما ابتدا با افزایش رینولدز روند کاهشی و سپس افزایشی برای عدد ناسلت داریم و از رینولدز ۲۰۰ به بعد مقادیر عدد ناسلت برای شاخص‌های کوچک‌تر از ۱ کمتر از سیال نیوتنی می‌شود. والدز و همکاران [۱۴] مقایسه‌ای تجربی و شبیه‌سازی را بین عملکرد پمپ‌های شناور با سیال آب و دو نوع روغن و دو سیال غیرنیوتنی رقیق برشی حاوی کسر حجمی متفاوت از کربوکسی متیل سلولوز^۲ انجام دادند.

^۱Carreau

^۲Carboxymethyl Cellulose

^۳Cross

منبع گرمایی و اختلاف دمای آن با سیال در نقاط دیگر حفره است، در نتیجه انتقال گرمایی به صورت همرفت طبیعی داریم.



شکل ۱- طرحواره مسئله و حالت‌های مختلف هندسه

۳- معادلات حاکم و شرایط مرزی

در این مطالعه انتقال گرمایی همرفت آزاد در دستگاه مختصات کارتزین دوبعدی بررسی خواهد شد. جریان در هر دو سیال لایه‌ای و پایا است. هر دو سیال تراکم‌ناپذیر به جز در تقریب بوزینسک است. فرض می‌شود، دو سیال با یکدیگر ترکیب نمی‌شوند و سطح مشترک آن‌ها ثابت است. شرط عدم لغزش روی دیوارها برقرار است. باتوجه به جریان لایه‌ای، پایا و تراکم‌ناپذیر هر دو سیال و استفاده از اصل بقا جرم، معادلات حاکم به صورت زیر هستند.

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

معادله مومنوم در جهت x:

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \quad (2)$$

معادله مومنوم در جهت y:

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \rho g \beta (T - T_c) \quad (3)$$

معادله انرژی:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

در معادلات بالا u مؤلفه سرعت در جهت x، v مؤلفه سرعت در جهت y، p فشار نسبی سیال، ρ چگالی مبنای سیال، T دمای سیال، T_c دمای مبنای سیال، g شتاب گرانش، α پخشندگی گرمایی سیال برابر است با (k/ρc_p), β، انبساط گرمایی سیال و اندیس c مربوط به دیوارهای سرد است. لزجت ظاهری و آهنگ برش و تنش برشی برای سیال غیرنیوتنی مدل قانون توانی مطابق رابطه زیر است:

$$\mu_a = K \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}} = K \dot{\gamma}^{n-1} \quad (5)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (6)$$

$$\tau_{xy} = 2\mu_a \dot{\gamma} = 2K \dot{\gamma}^n \quad (7)$$

تانسور تنش به ترتیب برای سیال نیوتنی و غیرنیوتنی مدل قانون توانی مطابق رابطه زیر است:

$$\tau_{ijN} = 2\mu_N D_{ij} = \mu_N \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (8)$$

$$\tau_{ij} = 2\mu_a D_{ij} =$$

$$K \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right)^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}} \quad (9)$$

در این روابط n و K ثابت‌های تجربی هستند و به‌عنوان پارامتر توانی و شاخص سازگاری شناخته می‌شوند [۱۶]. به پارامتر توانی، شاخص تابع‌نمایی لزجت و توان غیرنیوتنی نیز گفته می‌شود. در این مطالعه مقادیر ۰/۶ و ۱/۴ برای پارامتر توانی سیال غیرنیوتنی در نظر گرفته شده است. برای بی‌بعد نمودن معادلات با در نظر گرفتن اندیس ۱ برای سیال نیوتنی و اندیس ۲ برای سیال غیرنیوتنی، پارامترهای بی‌بعد زیر به کمک خواص سیال نیوتنی، تعریف می‌شوند:

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, B = \frac{b}{L}, C = \frac{c}{L}, H = \frac{h}{L}, \Delta T = \frac{q_0 L}{k_1}, \theta = \frac{(T - T_c)}{\Delta T}, U = \frac{u}{\alpha_1/L}, V = \frac{v}{\alpha_1/L}, P = \frac{p}{\rho \left(\alpha_1/L \right)^2} \quad (10)$$

برای سیال نیوتنی باتوجه به $\nu_1 = \mu_1/\rho_1$ داریم:

$$Pr_1 = \frac{\nu_1}{\alpha_1}, Ra_1 = \frac{g \beta_1 \Delta T L^3}{\nu_1 \alpha_1} = \frac{\rho_1 g \beta_1 q_0 L^4}{k_1 \mu_1 \alpha_1} \quad (11)$$

برای سیال غیرنیوتنی باتوجه به $\nu_2 = \mu_2/\rho_2$ و در نظر گرفتن

$$\mu_2 = K \left((\alpha_1/L) / L \right)^{n-1}$$

$$Pr_2 = \frac{\nu_2}{\alpha_2} = \frac{K \alpha_1^{n-1}}{\rho_2 \alpha_2 L^{2(n-1)}}, Ra_2 = \frac{g \beta_2 \Delta T L^3}{\nu_2 \alpha_2} = \frac{\rho_2 g \beta_2 q_0 L^4}{k_1 \mu_2 \alpha_2} = \frac{\rho_2 g \beta_2 q_0 L^{2(n+1)}}{k_1 K \alpha_1^{n-1} \alpha_2} \quad (12)$$

با استفاده از پارامترهای بی‌بعد، معادله پیوستگی برای هر دو سیال به صورت زیر بی‌بعد می‌شود:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (13)$$

با استفاده از پارامترهای بی‌بعد و معادله بی‌بعد پیوستگی، معادلات

مومنوم و انرژی دو سیال به صورت زیر بی‌بعد می‌شود. سیال نیوتنی:

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr_1 \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (14)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr_1 \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ra_1 Pr_1 \theta$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}$$

سیال غیرنیوتنی:

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} Pr_2 \left(\frac{\partial}{\partial X} \left(2\mu'_a \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu'_a \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right) \right) \quad (15)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\partial P}{\partial Y} + \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right) Ra_2 Pr_2 \theta + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} Pr_2 \left(\frac{\partial}{\partial Y} \left(2\mu'_a \frac{\partial V}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left(\mu'_a \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right) \right)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right)$$

$$\mu'_a = \frac{\mu_a}{\mu_2} = \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Y} \right)^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}}$$

۴- روش حل عددی و استقلال از شبکه

معادلات بی‌بعد پیوستگی، مومنوم و انرژی فوق به روش حجم کنترل گسسته‌سازی شده‌اند. برای تقریب زدن متغیرهای سرعت و دما در فرم شار کلی همرفت و پخش از روش توان پیرو برای تعیین ضرایب استفاده شده است. برای جمله اضافی معادله مومنوم سیال غیرنیوتنی بعد از انتگرال‌گیری از فرم مناسب و همچنین برای محاسبه جمله‌های لزجت ظاهری، از تفاضل مرکزی مرتبه دو استفاده شده است.

این معادلات با استفاده از الگوریتم SIMPLE که اساس آن بر روش تکرار استوار است [۱۸]، با نوشتن برنامه‌ای به زبان فرترن اجرا شده است. برای برقراری شرایط مرزی مناسب روی سطح مشترک، خواص دو سیال (مانند رسانش گرمایی و لزجت) در حجم کنترل‌های مربوطه داده شده و سپس به کمک متوسط‌گیری با روش میانگین همسازین خواص روی سطح مشترک اعمال شده است. معیار همگرایی باتوجه به معادله پیوستگی بی‌بعد باقیمانده جرمی کمتر از 10^{-6} برای تمامی حجم کنترل‌ها اعمال شده است.

نتایج ناسلت متوسط در حالت برابری پرانتل‌ها، برای رایلی 10^6 و برای مقادیر پارامتر توانی 0.6 و 1.4 سیال غیرنیوتنی در حالت $H = 0.3$ که هر دو سیال در حفره وجود دارد و تقریباً بیشتر حفره از سیال غیرنیوتنی پر شده و برای مقادیر سرعت تغییرات بزرگ‌تری نسبت به حفره‌های دو سیالی دیگر حدس زده می‌شود، برای چهار نوع شبکه‌بندی یکنواخت 80×80 و 100×100 و 120×120 و 160×160 امتحان گردید و باتوجه به روند تغییرات ناسلت متوسط بر حسب تعداد نقاط شبکه در جدول ۱، شبکه 120×120 انتخاب شد.

جدول ۱- بررسی عدد ناسلت متوسط بر حسب تعداد گره

تعداد گره	80×80	100×100	120×120	160×160
ناسلت متوسط، $n = 1/4$	۲۱/۸۰	۲۲/۲۹	۲۳/۰۸	۲۳/۵۴
$n = 0.6$	۶/۹۴	۶/۹۳	۶/۵۹	۶/۲۵

۵- اعتبارسنجی روش حل عددی

برای اطمینان از صحت کد کامپیوتری جهت حل میدان جریان و دما و به‌دست‌آوردن آهنگ انتقال گرمای سیالات غیرنیوتنی، نتایج با مرجع [۱۹] مقایسه شده است. مرجع [۱۹] همرفت طبیعی لایه‌ای از سیالات مدل قانون توانی در یک حفره مربعی با گرمایش موضعی از کف است. در جدول ۲ مقایسه نتایج، نشان‌دهنده وجود اختلاف اندک مقادیر ناسلت متوسط در کار حاضر و مرجع فوق است. در شکل ۲ خطوط جریان‌های این دو مطالعه مقایسه شده است.

جدول ۲- مقایسه نتایج عددی کار حاضر با مرجع [۱۹]

تعداد گره	درصد اختلاف	کار حاضر $H = 0$	مرجع [۱۹]	شبکه 100×100
$n = 1/4$	-۱/۲۳	۷/۱۸	۷/۲۷	ناسلت
$n = 1/1$	-۲/۲۶	۱۱/۲۰	۱۱/۴۶	متوسط،
$n = 0.6$	-۵/۹۹	۲۴/۱۶	۲۵/۷۰	Nu_M

مقادیر رایلی و پرانتل دو سیال به‌صورت زیر با یکدیگر مرتبط است:

$$\frac{Ra_1}{Ra_2} = \frac{\rho_1 \beta_1 \alpha_2 \mu_2}{\rho_2 \beta_2 \alpha_1 \mu_1}, \quad \frac{Pr_1}{Pr_2} = \frac{\rho_2 \alpha_2 \mu_1}{\rho_1 \alpha_1 \mu_2} \quad (16)$$

سیالات غیرنیوتنی در صنعت معمولاً دارای اعداد پرانتل بزرگی هستند [۱۷]. در اینجا اعداد رایلی و پرانتل $1 = Pr_1/Pr_2 = Ra_1/Ra_2$ ، $Pr_1 = Pr_2 = 100$ در نظر گرفته شده است. با کاهش پخشندگی گرمایی سیال غیرنیوتنی به دلیل کاهش رسانش گرمایی سیال غیرنیوتنی که $k_1 = 10 k_2$; $\alpha_1 = 10 \alpha_2$ است، نسبت اعداد رایلی و پرانتل $Pr_1/Pr_2 = 0.1$ و $Ra_1/Ra_2 = 1000$ است و $Pr_1 = 100$ و $Pr_2 = 1000$ است. چگالی دو سیال تقریباً برابر در نظر گرفته شده است به‌طوری‌که سیال نیوتنی روی سیال غیرنیوتنی باقی می‌ماند. برای دو سیال، میدان جریان و دما و انتقال گرما در محدوده $Ra = Ra_1$ بین 10^3 تا 10^6 بررسی می‌شود.

ضریب انتقال گرمای همرفت مخصوص منبع گرمایی به‌صورت رابطه زیر است، T_s دمای منبع گرمایی است:

$$h_s = \frac{q_0}{T_s - T_c} = \frac{-k_2 \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}}{T_s - T_c} \quad (17)$$

عدد بی‌بعد ناسلت موضعی مخصوص منبع گرمایی به کمک پارامترهای بی‌بعد و ساده‌سازی، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Nu = \frac{h_s L}{k_1} = \frac{q_0 L}{k_1 (T_s - T_c)} = \frac{\Delta T}{T_s - T_c} = \frac{1}{\theta_s} \quad (18)$$

عدد ناسلت متوسط مخصوص منبع گرمایی با انتگرال‌گیری از عدد ناسلت موضعی روی آن تقسیم بر طول بی‌بعدش از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$Nu_m = \left(\int_C^{C+B} \frac{1}{\theta_s} dX \right) / B \quad (19)$$

باتوجه به هندسه مسئله و به کمک پارامترهای بی‌بعد برای شرایط مرزی مورد استفاده در حل معادلات داریم:

$$U = V = 0 \quad (Y = (0, 1), 0 \leq X \leq 1), (X = (0, 1), 0 \leq Y \leq 1) \quad (20)$$

برای سطح مشترک ثابت دو سیال داریم:

$$Y = 1 - H, 0 \leq X \leq 1; V = 0 \quad (21)$$

شرط مرزی دیوارهای سرد عمودی و افقی بالای حفره مطابق زیر است:

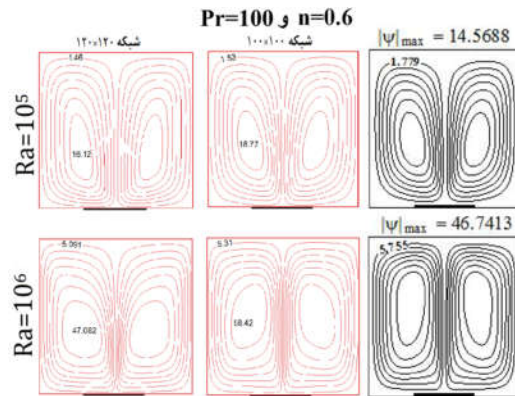
$$(Y = 1, 0 \leq X \leq 1), (X = (0, 1), 0 \leq Y \leq 1); \theta = 0 \quad (22)$$

برای قسمت‌های عایق دیوار افقی پایین حفره داریم:

$$Y = 0, (X \leq C, C + B \leq X) : \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (23)$$

در قسمت با ورودی شار گرمایی یکنواخت برای گرمایش موضعی از کف حفره یا همان منبع گرمایی داریم:

$$Y = 0, C \leq X \leq C + B : q_0 = -k_2 \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = - \frac{k_1}{k_2} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0} = - \frac{k_1}{k_2} \quad (24)$$



شکل ۲- خطوط جریان در کار حاضر با دو شبکه مختلف (چپ) و مرجع [۱۹] (راست)

۶- نتایج و بحث

نتایج در حالت‌های برابری پرانتل دو سیال و افزایش پرانتل سیال غیرنیوتنی بررسی شده است. باتوجه به شکل ۱ تأثیر نسبت حجمی سیال غیرنیوتنی به نیوتنی برای حفره با مشخصه هندسی H برابر با ۰٫۷ و ۰٫۵ و ۰٫۳ و ۰ بررسی می‌شود.

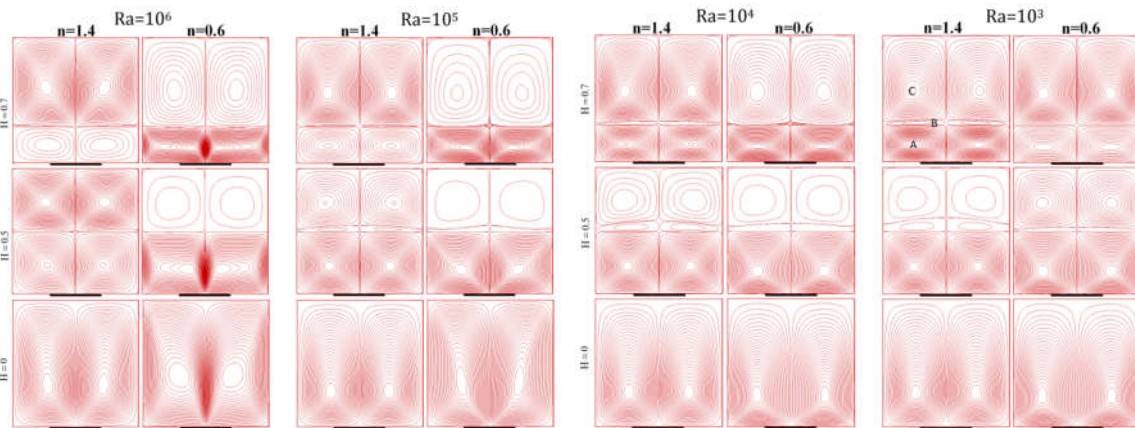
در شکل ۳ و شکل ۴ گردابه‌های مختلف را در سه نوع A و B و C می‌توان دسته‌بندی کرد. گردابه A در اثر انتقال گرمای همرفت در سیال غیرنیوتنی ایجاد می‌شود. در تعامل مستقیم دو سیال و در اثر لزجت، گردابه B در سیال نیوتنی ایجاد می‌شود. باتوجه به معادله (۱۲) و (۱۷) $(Ra = g\beta q_0'' t^4 / (k\nu\alpha))$ ، $q_0'' = -k(\partial T / \partial y)_{y=0}$ ، افزایش رایلی، افزایش آهنگ انتقال گرمای ورودی از منبع گرمایی به حفره و افزایش گرادپان دما در جهت عمود بر سطح در سیال روی منبع گرمایی است. افزایش گرادپان دما باعث افزایش نیروی شناوری و تقویت گردابه‌ی A در سیال غیرنیوتنی و تقویت انتقال گرمای همرفت می‌شود. افزایش انتقال گرمای بین دو سیال عاملی در جهت تضعیف گردابه B نسبت به گردابه C در سیال نیوتنی است در نتیجه با کاهش حجم پرشده توسط سیال غیرنیوتنی، گردابه‌ی لزجی B کوچک شده است. با افزایش عدد رایلی گردابه B کوچک‌تر نیز می‌شود تا جایی که در حالت افزایش پرانتل سیال غیرنیوتنی در شکل ۴، درسیالات رقیق برشی و در رایلی 10^6 در تمامی حالت‌ها وجود ندارد. همچنین در مقایسه حالت برابری پرانتل‌ها در شکل ۳ با حالت افزایش پرانتل سیال غیرنیوتنی در شکل ۴، چون با افزایش پرانتل سیال غیرنیوتنی اختلاف دمای منبع گرمایی با دمای سرد افزایش می‌یابد، در نتیجه نیروی شناوری افزایش می‌یابد و در اثر تماس سیال غیرنیوتنی و نیوتنی گردابه B بزرگ‌تر می‌باشد. در شکل ۳ و شکل ۴ خطوط جریان به تعداد یکسان در تمامی حالت‌ها و با اختلاف مقدار یکسان تابع جریان بین دو خط بسته متوالی جریان، بین کمینه و بیشینه مقدار تابع جریان در هر حالت به همراه خارجی ترین خط جریان هر گردابه در صورت نیاز رسم شده است.

در شکل ۳ که پرانتل دو سیال یکسان است، مشاهده شد: در رایلی

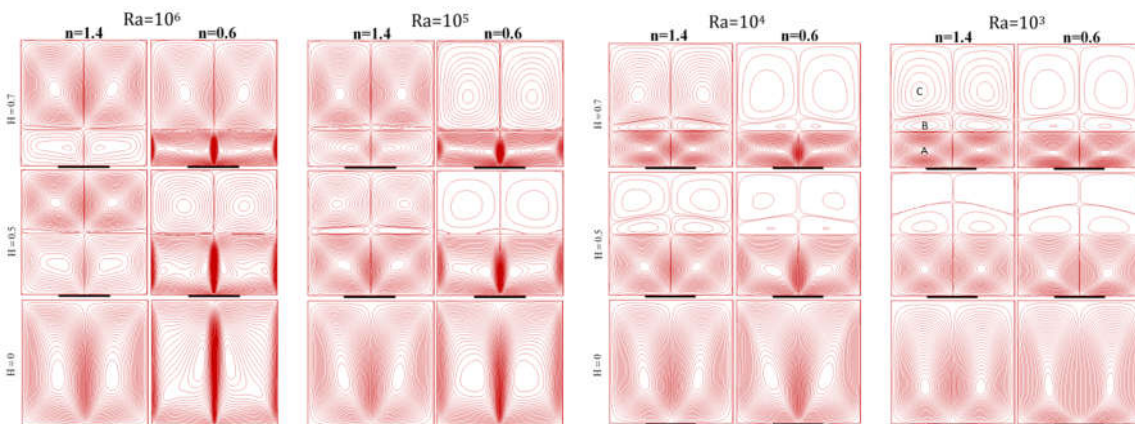
10^3 ، تراکم خطوط جریان برای سیال نیوتنی در حالتی که سیال غیرنیوتنی شبه پلاستیک است بیشتر از حالتی است که سیال غیرنیوتنی دیلاتانت است و این به معنی محدوده نزدیک به هم سرعت‌ها در سیال نیوتنی و غیرنیوتنی شبه پلاستیک در رایلی‌های پایین است. در رایلی 10^4 ، با تقویت جریان و گذر از آهنگ برش‌های پایین گردابه‌های سیال شبه پلاستیک بیشتر از سیال دیلاتانت تقویت می‌شود و تراکم خطوط جریان برای سیال نیوتنی در حالتی که سیال غیرنیوتنی دیلاتانت است، بیشتر است و این به معنای محدوده نزدیک به هم سرعت‌ها در سیال نیوتنی و غیرنیوتنی دیلاتانت است. در رایلی 10^5 و 10^6 ، خطوط جریان تراکم بسیار کمتری در سیال نیوتنی با سیال پایینی شبه پلاستیک نسبت به سیال دیلاتانت دارد که نشان می‌دهد محدوده سرعت‌ها در سیال شبه پلاستیک بسیار بزرگ‌تر از سیال نیوتنی است و محدوده سرعت‌های سیال دیلاتانت و نیوتنی نزدیک‌تر به یکدیگر است. تغییرات تراکم خطوط جریان در سیال دیلاتانت یا غلیظ برشی با افزایش عدد رایلی، کاهش است که به دلیل تأثیر افزایش انتقال گرمای بین دو سیال غیرنیوتنی و نیوتنی است. همچنین لایه‌های خارجی گردابه A به دلیل خاصیت غلیظ برشی و افزایش لزجت، با شدت بیشتری در مقابل تقویت جریان مقاومت می‌کند. تغییرات تراکم خطوط جریان در سیال نیوتنی با سیال پایینی شبه پلاستیک یا رقیق برشی با افزایش عدد رایلی کاهش است به‌عیراز رایلی 10^5 به 10^6 که به دلیل تأثیر افزایش انتقال گرمای بین دو سیال غیرنیوتنی و نیوتنی است. همچنین با افزایش عدد رایلی در سیال شبه پلاستیک مقاومت لایه‌های خارجی گردابه A در برابر تقویت جریان به دلیل کاهش لزجت، کاهش می‌یابد که باعث افزایش سرعت لایه‌های خارجی و انتقال گرما از منبع گرمایی به دیوارهای سرد می‌شود.

در شکل ۴ که پرانتل سیال غیرنیوتنی بیشتر است، مشاهده شد که همواره تراکم خطوط جریان برای سیال نیوتنی در حالتی که سیال غیرنیوتنی دیلاتانت است بیشتر از حالتی است که سیال غیرنیوتنی شبه پلاستیک است. در نتیجه محدوده سرعت‌ها در سیال شبه پلاستیک بزرگ‌تر از سیال نیوتنی است و محدوده سرعت‌های سیال دیلاتانت و نیوتنی به یکدیگر نزدیک‌تر است. با افزایش پرانتل سیال غیرنیوتنی به دلیل کاهش رسانش گرمایی این سیال، محدوده سرعت‌های جریان این سیال در رایلی‌های پایین دیگر باعث ایجاد شرایط آهنگ برش‌های پایین برای لایه‌های خارجی گردابه سیال شبه پلاستیک مشابه حالت برابری پرانتل‌ها نمی‌شود. در این حالت شرایط آهنگ برش‌های پایین در جریان گردابه‌های سیال شبه پلاستیک همراه با جلوگیری از افزایش جریان وجود ندارد. تغییرات تراکم خطوط جریان در سیال نیوتنی با افزایش عدد رایلی با سیال پایینی دیلاتانت و شبه پلاستیک در همه موارد به‌عیراز رایلی 10^3 به 10^4 که گردابه لزجی در حال ضعیف شدن است، افزایشی است که به دلیل افزایش انتقال گرما بین دو سیال نیوتنی و غیرنیوتنی است.

در شکل ۳ و شکل ۴ همچنین مشاهده شد که در رایلی 10^5 و



شکل ۳- خطوط جریان در اعداد رایلی و پارامتر توانی مختلف در حالت برابری پرانتل سیال نیوتنی و غیرنیوتنی



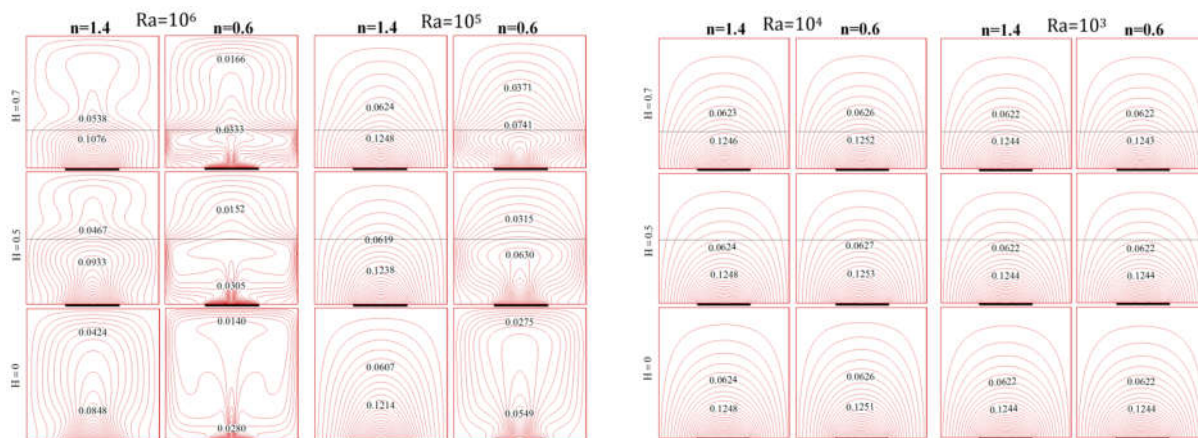
شکل ۴- خطوط جریان در اعداد رایلی و پارامتر توانی مختلف در حالت افزایش پرانتل سیال غیرنیوتنی

دلیل افزایش انتقال گرما در سطح تماس سیال نیوتنی با سیال دیلاتانت در اثر همرفت کمتر در سیال دیلاتانت و پهن‌شدگی کمتر قارچ گرمایی سیال دیلاتانت زیر سیال نیوتنی است. شکستگی خطوط هم‌دما در سیال نیوتنی و در نزدیکی سطح مشترک دو سیال به دلیل جریان گردابه‌های این سیال در برگشت از سمت دیوار سرد به سمت محور عمودی وسط حفره است. در رایلی‌های پایین انتقال گرمای غالب رسانش است و همرفت در حفره به دلیل رسانش گرمایی بالای هر دو سیال تأثیر چندانی بر تغییر خطوط هم‌دمای گنبدی شکل ندارد به‌غیر از رایلی 10^5 با سیال غیرنیوتنی شبه پلاستیک که خطوط هم‌دمای قارچی شکل به دلیل تقویت انتقال گرمای همرفت، دیده شده است.

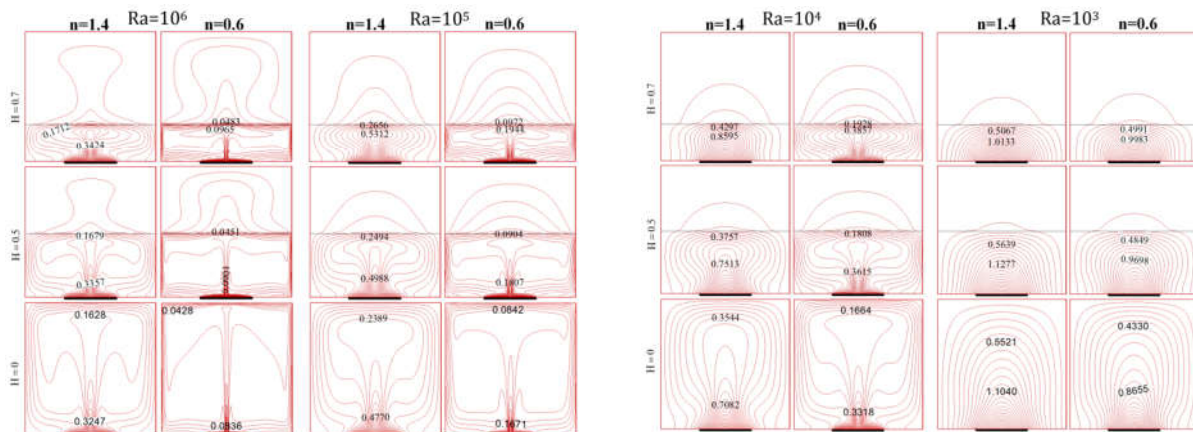
در شکل ۶ خطوط هم‌دما در رایلی‌های پایین، بالای منبع گرمایی به‌صورت گنبدی شکل رشد کرده که نشان‌دهنده انتقال گرمای غالب رسانشی است. چون رسانش گرمایی سیال غیرنیوتنی کمتر از سیال نیوتنی است، خطوط هم‌دما در سیال نیوتنی نفوذ چندانی ندارد. با افزایش عدد رایلی، خطوط گنبدی شکل نشان‌دهنده انتقال گرمای رسانشی با افزایش فرورفتگی در نقاط نزدیک منبع گرمایی، تبدیل به خطوط عمودی تشکیل‌دهنده ساقه خطوط قارچی شکل انتقال گرمای همرفت می‌شود. با افزایش عدد رایلی و افزایش همرفت

10^6 یا کاهش حجم سیال غیرنیوتنی که همراه با نزدیک شدن سیال نیوتنی به منبع گرمایی و انتقال گرما به گردابه همرفتی سیال نیوتنی است، تراکم خطوط جریان سیال نیوتنی افزایش می‌یابد و در حالت $H = 0.7$ حتی از سیال غیرنیوتنی دیلاتانت بیشتر است.

نتایج میدان دما در شکل ۵ و شکل ۶ به‌صورت خطوط هم‌دما در حالت برابری پرانتل‌ها و افزایش پرانتل سیال غیرنیوتنی ارائه شده است. در شکل ۵ در رایلی 10^6 ، تراکم خطوط هم‌دما در کنار دیوارهای سرد در قسمت‌هایی که در تماس با سیال غیرنیوتنی شبه پلاستیک است بیشتر از قسمت‌های در تماس با سیال دیلاتانت است. به دلیل تقویت همرفت کمتر سیال دیلاتانت نسبت به سیال شبه پلاستیک، انتقال گرمای همرفت در سیال دیلاتانت به سمت دیوارهای سرد عمودی کمتر است. همچنین تفاوت تراکم خطوط هم‌دما کنار دیوارهای سرد در نواحی سیال غیرنیوتنی دیلاتانت و نیوتنی، کمتر است که به معنای انتقال گرمای بیشتر در سطح تماس دو سیال نیوتنی و دیلاتانت است. زمانی که حفره از دو سیال پر شده است محدوده سطح تماس دو سیال، قسمت بالای خطوط هم‌دمای قارچی شکل سیال غیرنیوتنی است. سر قارچ خطوط هم‌دمای سیال نیوتنی زمانی که سیال پایینی شبه پلاستیک است کوچک‌تر است و پهنای کمتری دارد نسبت به حالتی که سیال پایینی دیلاتانت است که به



شکل ۵- خطوط هم‌دما در اعداد رایلی و پارامتر توانی مختلف در حالت برابری پرانتل سیال نیوتنی و غیرنیوتنی



شکل ۶- خطوط هم‌دما در اعداد رایلی و پارامتر توانی مختلف در حالت افزایش پرانتل سیال غیرنیوتنی

می‌شود.

در جدول ۳ و جدول ۴ ناسلت موضعی مخصوص منبع گرمایی باتوجه به معادله (۱۸) $(Nu = q_w L / (k(T_s - T_c)) = 1/\theta_s)$ ارائه شده است. با افزایش عدد رایلی در اثر افزایش شار گرمایی، اختلاف دمای منبع گرمایی با دمای سرد و ناسلت متوسط افزایش می‌یابد که افزایش ناسلت به دلیل افزایش همرفت سیال‌ها در حفره و در نتیجه افزایش اختلاف دمای منبع گرمایی با دمای سرد با شدت کمتری نسبت به افزایش شار گرمایی است. در جدول ۳ و رایلی 10^2 که انتقال گرمای غالب رسانش است، ناسلت متوسط در همه شاخص‌های تابع‌نمایی لزجت برابر است. در بقیه موارد جدول ۳ و جدول ۴ در یک عدد رایلی مشخص با کاهش شاخص تابع‌نمایی لزجت، ناسلت متوسط افزایش می‌یابد که به دلیل همرفت بیشتر سیالات شبه پلاستیک نسبت به سیالات دیلاتانت به‌خاطر خاصیت رقیق برشی یا کاهش لزجت و در نتیجه کاهش بیشتر دمای بی‌بعد منبع گرمایی است. برای مقایسه نتایج جدول ۳ و جدول ۴ در یک عدد رایلی مشخص و نوع سیال غیرنیوتنی مشابه باتوجه به اینکه معادلات بر حسب خواص سیال نیوتنی یکسان بی‌بعد شده است و نتایج بر حسب عدد رایلی این سیال ارائه می‌شود، میزان انرژی ورودی از منبع گرمایی به حفره یکسان است. در یک عدد رایلی مشخص مشاهده شد با افزایش پرانتل

سیال غیرنیوتنی، خطوط هم‌دما در کنار سطح مشترک دو سیال و دیوارهای سرد متراکم می‌شود. با افزایش پرانتل سیال غیرنیوتنی به دلیل کاهش رسانش گرمایی، تراکم خطوط هم‌دما کنار دیوارهای سرد عمودی در اکثر موارد کم است. در رایلی 10^5 و 10^6 در حفره با سیال شبه پلاستیک که ضخامت لایه‌های گرم خارجی گردابه‌های سیال غیرنیوتنی و ضخامت ساقه خطوط هم‌دمای قارچی شکل کم است، سرعت این لایه‌ها بالا است و تراکم خطوط هم‌دما در کنار دیوارهای سرد افزایش می‌یابد. تراکم خطوط هم‌دما بالای منبع گرمایی برای سیالات شبه پلاستیک بیشتر از دیلاتانت است و باتوجه به اینکه برای هر دو سیال میزان انرژی ورودی در یک عدد رایلی مشخص برابر است و مقادیر دمای حفره برای سیال شبه پلاستیک کمتر از دیلاتانت است، تراکم این خطوط نشان‌دهنده جریان برگشتی سیال غیرنیوتنی از سمت دیوار سرد به منبع گرمایی با سرعت‌های بالاتر است تا گرادیان دمای روی منبع گرمایی مناسب شار گرمایی ورودی شود.

در شکل ۵ و شکل ۶ همچنین مشاهده شد که با کاهش حجم و کوچک شدن گردابه همرفتی سیال غیرنیوتنی، دمای منبع گرمایی افزایش می‌یابد. در نتیجه با رشد خطوط هم‌دما در راستای محور عمودی حفره و همرفت گرما به سمت سیال نیوتنی، همرفت در سیال نیوتنی تقویت شده و به انتقال گرما به سمت دیوارهای سرد کمک

شد. تأثیر نسبت حجمی سیال غیرنیوتنی به نیوتنی، در محدوده رایلی از 10^3 تا 10^6 سیال نیوتنی برای مقادیر شاخص تابع‌نمایی لزجت 0.6 و 1.4 سیال غیرنیوتنی مدل قانون توانی، بررسی گردید و نتایج میدان جریان و دما و انتقال گرما ارائه و تحلیل شد. نتایج حاصل از این بررسی را می‌توان به صورت زیر جمع‌بندی نمود:

جدول ۳- ناسلت متوسط در حالت برابری پرانتل سیال نیوتنی و غیرنیوتنی

شبهه ۱۲۰*۱۲۰	غیرنیوتنی				$Pr_1 = Pr_2 = 100$	
	$H = 0.7$	$H = 0.5$	$H = 0.3$	$H = 0$	$n = 1/4$	$n = 0.6$
ناسلت متوسط، Nu_M	$4/0.1$	$4/0.1$	$4/0.1$	$4/0.1$	$n = 1/4$	$Ra = 10^3$
	$4/0.17$	$4/0.21$	$4/0.24$	$4/0.25$	$n = 0.6$	
	$4/0.29$	$4/0.49$	$4/0.56$	$4/0.79$	$n = 1/4$	$Ra = 10^4$
	$4/0.7$	$4/1.62$	$4/2.23$	$4/3.75$	$n = 0.6$	
	$8/7.59$	$10/8.96$	$11/8.05$	$13/7.72$	$n = 1/4$	$Ra = 10^5$
	$5/1.47$	$6/2$	$6/5.95$	$6/9.54$	$n = 0.6$	
	$19/4.06$	$21/7.01$	$23/0.87$	$24/6.48$	$n = 1/4$	$Ra = 10^6$
				$n = 0.6$		

جدول ۴- ناسلت متوسط در حالت افزایش پرانتل سیال غیرنیوتنی

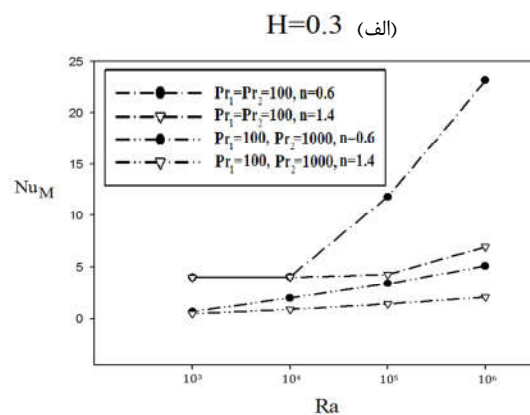
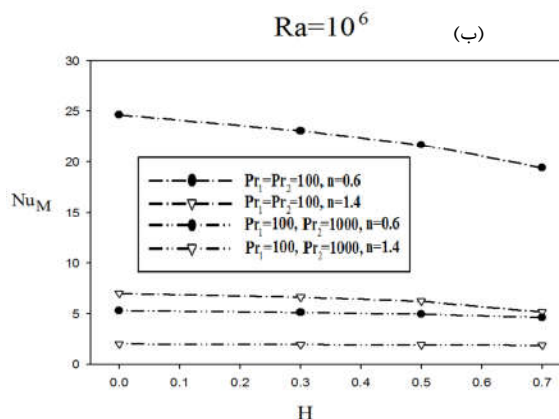
شبهه ۱۲۰*۱۲۰	$Pr_1 = 100$ و $Pr_2 = 1000$				$Pr_1 = 100$ و $Pr_2 = 1000$	
	$H = 0.7$	$H = 0.5$	$H = 0.3$	$H = 0$	$n = 1/4$	$n = 0.6$
ناسلت متوسط، Nu_M	$0/51$	$0/47$	$0/476$	$0/488$	$n = 1/4$	$Ra = 10^3$
	$0/561$	$0/62$	$0/676$	$0/727$	$n = 0.6$	
	$0/701$	$0/82$	$0/855$	$0/884$	$n = 1/4$	$Ra = 10^4$
	$1/751$	$1/89$	$1/994$	$2/102$	$n = 0.6$	
	$1/263$	$1/34$	$1/382$	$1/422$	$n = 1/4$	$Ra = 10^5$
	$2/981$	$3/23$	$3/387$	$3/544$	$n = 0.6$	
	$1/932$	$1/97$	$2/014$	$2/066$	$n = 1/4$	$Ra = 10^6$
	$4/636$	$4/95$	$5/117$	$5/302$	$n = 0.6$	

سیال غیرنیوتنی در اثر کاهش رسانش گرمایی، مقادیر ناسلت متوسط کاهش می‌یابد که نشان‌دهندهٔ اختلاف دمای بیشتر منبع گرمایی با دیوارهای سرد برای داشتن انتقال گرمای رسانشی مناسب با شار گرمایی ورودی به حفره است. به دلیل کاهش رسانش گرمایی که باعث افزایش اختلاف دمای منبع گرمایی و دیوارهای سرد شده است، از همان رایلی 10^3 همرفت لایه‌های خارجی گردابه‌های سیال غیرنیوتنی باعث تغییر مقادیر ناسلت متوسط برای مقادیر مختلف شاخص تابع‌نمایی لزجت سیال غیرنیوتنی در جدول ۴ شده است.

در شکل ۷ در حالت (الف) $H = 0.3$ و اعداد رایلی مختلف: با افزایش عدد رایلی و تقویت همرفت در حفره، ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. این افزایش در رایلی و آهنگ برش‌های بالا برای حفره با سیال شبه پلاستیک به دلیل خاصیت رقیق برشی، بیشتر از دیلاتانت است. در شکل ۷ در حالت (ب) $Ra = 10^6$ و نسبت‌های مختلف حجم دو سیال: با افزایش حجم سیال غیرنیوتنی و کاهش مشخصه هندسی H ، لایه‌های خارجی گردابه سیال غیرنیوتنی با دیوار سرد بیشتری به صورت مستقیم تماس دارد و جریان این سیال تقویت می‌شود و اختلاف دمای منبع و دیوار سرد کاهش می‌یابد و در نتیجه ناسلت افزایش می‌یابد. در شکل ۷ در دو حالت (الف) و (ب) با افزایش پرانتل سیال غیرنیوتنی به دلیل کاهش رسانش گرمایی این سیال، اختلاف دمای منبع گرمایی و دمای سرد برای داشتن انتقال گرمای رسانشی مناسب به حفره افزایش می‌یابد و ضخامت لایه‌های خارجی گردابه‌های سیال غیرنیوتنی کاهش می‌یابد که باعث کاهش ناسلت متوسط می‌شود.

۷- نتیجه‌گیری

در این مطالعه همرفت آزاد دو سیال نیوتنی و غیرنیوتنی مخلوط نشدنی با گرمایش موضعی از کف در حفره مربعی در دو بخش برابری پرانتل دو سیال و افزایش پرانتل سیال غیرنیوتنی با کاهش پخشندگی گرمایی آن به دلیل کاهش رسانش گرمایی سیال غیرنیوتنی بررسی



شکل ۷- ناسلت متوسط منبع گرمایی با افزایش پرانتل سیال غیرنیوتنی:

(الف) $H = 0.3$ و عدد رایلی مختلف (ب) $Ra = 10^6$ و نسبت‌های مختلف حجم دو سیال

- nanofluid in an enclosure, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 92, pp. 1066-1089, 2016.
- [5] Aghakhani S., Pordanjani A.H., Karimipour A., Abdollahi A., Afrand M., Numerical investigation of heat transfer in a power-law non-Newtonian fluid in a C-Shaped cavity with magnetic field effect using finite difference lattice Boltzmann method, *Computers & Fluids*, Vol. 176, pp. 51-67, 2018.
- [6] Raisi A., The influence of a pair constant temperature baffles on power-law fluids natural convection in a square enclosure, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No.11, pp. 215-224, 2016.
- [7] Gangawane K.M., Manikandan B., Laminar natural convection characteristics in an enclosure with heated hexagonal block for non-Newtonian power law fluids, *Chinese Journal of Chemical Engineering*, Vol. 25, No.5, pp. 555-571, 2017.
- [۸] خدادادی ر.، رئیسی ا. و قاسمی ب. بررسی عددی انتقال گرمایی جابجایی طبیعی سیال غیرنیوتنی قانون توانی درون محفظه مثلث شکل حاوی یک منبع گرمایی همدم. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*، د. ۵۲، ش. ۱، ص ۱۱۹-۱۲۸، ۱۴۰۱.
- [9] Farsani R.Y., Raisi A., Nadooshan A.A., S. Vanapalli, The Effect of a Magnetic Field on the Melting of Gallium in a Rectangular Cavity, *Heat Transfer Engineering*, Vol. 40, No.1-2, pp. 53-65, 2019.
- [10] Kebriti S., Moqtaderi H., Numerical simulation of convective non-Newtonian power-law solid-liquid phase change using the lattice Boltzmann method, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 159, No.1-2, p. 106574, 2021.
- [11] Crespi-Llorens D., Galanis N., Laminar forced convection of power-law fluids in the entrance region of parallel plates ducts, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 115, pp. 991-1003, 2017.
- [۱۲] کیهانپور م. و قاسمی م. بررسی عددی گرما درمانی بر آسیب بافت سرطانی به روش تزریق نانوذره‌های مغناطیسی تحت اثر میدان مغناطیسی خارجی. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*، د. ۴۹، ش. ۴، ص ۲۱۳-۲۲۱، ۱۳۹۸.
- [13] Amoura M., Zeraibi N., Smati A., Gareche M., Finite element study of mixed convection for non-Newtonian fluid between two coaxial rotating cylinders, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 33, No.6, pp. 780-789, 2006.
- [14] Valdés J.P., Becerra D., Roza D., Cediel A., Torres F., Asuaje M., Ratkovich N., Comparative analysis of an electrical submersible pump's performance handling viscous Newtonian and non-Newtonian fluids through experimental and CFD approaches, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Vol. 187, p. 106749, 2020
- [15] Amaratunga M., Rabenjafimanantsoa H.A., Time R.W., Influence of low-frequency oscillatory motion on particle settling in Newtonian and shear-thinning non-Newtonian fluids, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Vol. 196, p. 107786, 2021
- [16] Chhabra R.P., *Bubbles, drops, and particles in non-Newtonian fluids*, CRC press, 2006.
- [17] Chhabra R.P., Richardson J.F., *Non-Newtonian flow and applied rheology: engineering applications*, Butterworth-Heinemann, 2011.
- [18] Patankar S., *Numerical heat transfer and fluid flow*, Taylor & Francis, 2018.
- [19] Raisi A., Natural Convection of Non-Newtonian Fluids in a Square Cavity with a Localized Heat Source, *Strojniski Vestnik/Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 62, No.10, 2016.

۱- در رایلی‌های پایین انتقال گرمای غالب رسانشی است. با افزایش عدد رایلی همرفت تقویت می‌شود و از افزایش دمای منبع گرمایی با همان شدت افزایش عدد رایلی و شار گرمایی جلوگیری می‌کند. افزایش جریان گردابه‌های سیال غیرنیوتنی شبه پلاستیک بیشتر از دیلاتانت است که باعث کاهش بیشتر دمای منبع گرمایی و ناسلت متوسط بزرگ‌تر است.

۲- افزایش پرانتل با کاهش رسانش گرمایی سیال غیرنیوتنی باعث افزایش دمای منبع گرمایی در جهت افزایش اختلاف دمای منبع گرمایی و دیوارهای سرد و انتقال گرمای رسانش مناسب، شده است که باعث کاهش ناسلت متوسط منبع گرمایی نسبت به حالت برابری پرانتل دو سیال می‌شود.

۳- افزایش اختلاف دمای منبع گرمایی با دمای سرد در رایلی 10^2 در حالت رسانش گرمایی پایین سیال غیرنیوتنی نسبت به حالت برابری پرانتل دو سیال، باعث تقویت همرفت و تأثیرگذاری روی عدد ناسلت می‌شود.

۴- افزایش اختلاف دمای منبع گرمایی با دمای سرد در رایلی 10^6 در حالت افزایش پرانتل سیال غیرنیوتنی نسبت به حالت برابری پرانتل دو سیال، در سیالات دیلاتانت باعث جریان نیافتن مناسب لایه‌های داخلی می‌شود که به‌خاطر کاهش ضخامت لایه‌های خارجی گردابه همرفتی و مقاومت بالا در برابر جریان با آهنگ برش‌های بالا است.

۵- افزایش اختلاف دمای منبع گرمایی با دمای سرد در رایلی 10^6 در حالت افزایش پرانتل سیال غیرنیوتنی نسبت به حالت برابری پرانتل دو سیال، در سیالات شبه پلاستیک باعث جریان نیافتن مناسب لایه‌های داخلی می‌شود که به‌خاطر کاهش ضخامت لایه‌های خارجی گردابه همرفتی و کاهش لزجت لایه‌های خارجی و عدم نفوذ مناسب مومنوم و در بعضی موارد تشکیل نشدن گردابه واحد است.

۶- در یک عدد رایلی مشخص و شاخص تابع‌نمایی مشخص در اکثر مقادیر پارامتر توانی، با افزایش حجم سیال غیرنیوتنی از حالت حفره تقریباً خالی از آن تا حفره کاملاً پر از آن، ناسلت متوسط افزایش می‌یابد.

۸- سپاسگزاری

نویسندگان از پرسنل مرکز محاسبات سریع دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شهرکرد کمال تشکر را دارند.

۹- مراجع

- [1] Aminossadati S.M., Ghasemi B., Natural convection of water-CuO nanofluid in a cavity with two pairs of heat source-sink, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, No.5, pp. 672-678, 2011.
- [2] Baranwal A.K., Chhabra R.P., Free Convection in Confined Power-Law Fluids From Two Side-by-Side Cylinders in a Square Enclosure, *Heat Transfer Engineering*, Vol. 37, No.18, pp. 1521-1537, 2016.
- [3] Vinogradov I., Khezzar L., Siginer D., Heat transfer of non-Newtonian dilatant power law fluids in square and rectangular cavities, *Journal of Applied Fluid Mechanics*, Vol. 4, No.3SI, pp. 37-42, 2011.
- [4] Kefayati G.R., Simulation of heat transfer and entropy generation of MHD natural convection of non-Newtonian