

Research Article

Sensitivity Analysis of Effective Parameters in Empirical Equations for Estimating Local Scour Depth at Bridge Piers in Steady Flows

R Azizi^{1*}, M Shafai Bajestan²

Received: April 24, 2022

Accepted: October 3, 2022

Received in Revised: September 22, 2022

Published online: September 23, 2023

1- Assis. Prof., Department of Water Sciences and Engineering, Faculty of Agriculture, University of Zanjan, Zanjan, Iran.

2- Prof., Department of Hydraulic Structures, Faculty of Water & Environmental Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran.

*Corresponding Author, Email: re_azizi@ymail.com

Abstract

Background and Objectives

Scour around bridge piers is an important challenging issue in hydraulic engineering and one of the primary causes of bridge failures (Singh et al. 2022). To date, a large number of empirical equations have been proposed by researches for estimating local scour depth at bridge piers. However, their applicability and results are very different from each other, in such a way, calculated local scour depths using these equations, for a 1 m diameter pier in fine and coarse sand beds, could vary almost from 0.2 m to 3 m, and 0.25 m to 5 m, respectively (Sheppard et al. 2014). In these conditions, evaluation of the performance and accuracy of pier scour empirical equations is very important. In fact, it is necessary to assess the effect of errors in measurements of input properties on estimation of local scour at piers in order to specify the equations that are mostly affected by propagation of input data errors. Sensitivity analysis of these equations and determining the effect of data uncertainties on them could result in precise computation of pier scour that leads in safe designs and reduction in further damages. Variables that are used in local scour equations at bridge piers, are flow and sediment properties, such as flow velocity and depth, and sediment grain sizes. Computation of local scour depth at bridge piers using empirical equations is based on the measurements of these properties. Errors in these measurements, that are common in engineering applications, affect the accuracy of estimations of pier scour. In the present research, propagation of input data errors and its effect on the pier scour estimation analyzed by Monte Carlo numerical method, that determines the sensitivity level, and relative strengths and weaknesses of the equations. In this research, sensitivity analysis carried out for four empirical equations of local scour depth around cylindrical piers in non-cohesive sediment beds and in both clear-water and live-bed scour conditions. Evaluated equations are: Froehlich (1991), Gao et al. (1993), S/M (Sheppard/Melville 2014), and HEC-18 (2016) equations.

Methodology

Monte Carlo method is based on generation of random numbers. The goal of the Monte Carlo method is to simulate an existing model (in the present study, an empirical equation to estimate the local scour at bridge piers) by randomly sampling from the input physical properties distribution using a large number of samples and finally predicting the output response (Pinto et al. 2006). The physical properties selected for the error analysis include the depth-averaged flow velocity (\bar{v}_1), flow depth (y_1), and sediment median grain diameter (d_{50}). Bridge pier width (w) is a property in the equations that is supposed to be known precisely, therefore it is excluded from the analysis. In this research, pier's reference width is supposed to be constant in the value of 1 m. The densities of water (ρ) and sediment (ρ_s) are variables that could be the error source in the computation of pier scour.



However, they are both excluded from sensitivity analysis of pier scour equations, because their values are usually known and supposed to be constant. In order to analyze the results, four output

quantities are defined: 1- Local scour depth around bridge pier that is computed based on the mean values of physical properties ($z_{mp} = z(\bar{v}_1, \bar{y}_1, \bar{d}_{50})$), 2- Pier scour depths in each Monte Carlo simulation ($z_i = z(v_{1i}, y_{1i}, d_{50i}); i = 1, \dots, N$), the number of computations (N) set to 10 000 in all simulations, 3- Mean pier scour depth ($z_m = \bar{z}_i$), and 4- Standard deviation of pier scour depths (σ_z). The error analysis is based on the ratio between fourth and first quantities, that is defined as r ratio ($r = \sigma_z/z_{mp}$).

Findings

For evaluating velocity errors on local scour depth at piers, in all velocities, except for $\bar{v}_1 = 0.5$ m/s acceptable values of r ($r \leq 0.3$) obtained for all equations. In relative comparison of the equations, two equations, Gao et al. and HEC-18 show most and least sensitivity to the velocity variations, respectively. For flow depth (y_1) variations, small values of r obtained for all equations. In all cases, values of r were below 0.1. comparison of equations reveals that HEC-18 and S/M equations are the most and least sensitive to the flow depth errors, respectively. In analysis of sediment median grain size errors on pier scour depth, acceptable values of r observed for all the cases simulated. In all simulations, values of r were smaller than 0.07, except for Gao et al. equation, with $d_{50} = 0.2$ mm and 0.5 mm and with $\alpha = 0.4$, that values of r reached to 1.3 and 0.17, respectively.

Conclusions

Among four evaluated equations, Gao et al. and HEC-18 equations show most and least sensitivity to the sediment grain size variation, respectively. Therefore, Gao et al. equation is more sensitive to physical properties than the other equations analyzed. Results also show that among three input variables, errors in the measurements of flow depth and velocity have minimum and maximum effect on the estimation of pier scour depth, respectively.

Keywords: Bridge pier, Error propagation, Local scour, Monte Carlo method, Sensitivity analysis.

مقاله پژوهشی

حساسیت‌سنجی پارامترهای مؤثر در معادله‌های تجربی برآورد عمق آب‌شستگی موضعی پیرامون پایه پل‌ها در جریان‌های ماندگار

رضا عزیزی^{۱*}، محمود شفاعی بجستان^۲

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۷/۱۱

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۲/۰۴

تاریخ انتشار آنلاین: ۱۴۰۲/۷/۱

تاریخ دریافت ویرایش: ۱۴۰۱/۰۶/۳۱

۱- استادیار، گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران
۲- استاد، گروه سازه‌های آبی، دانشکده مهندسی آب و محیط زیست، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران

* مسئول مکاتبات: re_azizi@ymail.com

چکیده

متغیرهای به‌کار رفته در معادله‌های تجربی برآورد عمق آب‌شستگی موضعی پیرامون پایه پل‌ها، مشخصه‌های جریان و رسوب، مانند سرعت جریان، عمق جریان و اندازه ذرات رسوب هستند. محاسبه عمق آب‌شستگی موضعی پایه پل با استفاده از معادله‌های تجربی نیز بر پایه داده‌های اندازه‌گیری شده این خصوصیات صورت می‌گیرد. خطاهایی که در اندازه‌گیری‌های این خصوصیات رخ می‌دهد و در کاربردهای مهندسی معمول است، بر صحت برآورد عمق آب‌شستگی پایه پل تأثیر می‌گذارد. در تحقیق حاضر انتشار خطای ناشی از داده‌های ورودی و تأثیر آن در برآورد عمق آب‌شستگی موضعی پایه پل، با استفاده از روش عددی مونت‌کارلو، بررسی شده و براساس آن میزان حساسیت و نقاط ضعف و قوت نسبی معادله‌ها تعیین شده است. در این تحقیق چهار معادله برآورد عمق آب‌شستگی موضعی پیرامون پایه‌ای با مقطع دایره‌ای، با رسوبات بستر غیرچسبنده در هر دو شرایط آب‌شستگی آب زلال و بستر زنده، شامل معادله‌های فروهلیچ، گائو و همکاران، شِفرِد/ملویل، و HEC-۱۸ بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که از بین متغیرهای ورودی، به ترتیب، سرعت جریان و اندازه‌ی ذرات رسوب بیشترین، و تغییرات عمق جریان کمترین تأثیر را بر محاسبات عمق آب‌شستگی موضعی پایه پل دارند. همچنین نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که از بین چهار معادله مورد بررسی، معادله‌ی HEC-۱۸ کمترین و معادله‌ی گائو و همکاران بیشترین حساسیت را نسبت به خطاهای موجود در داده‌های اندازه‌گیری شده دارند.

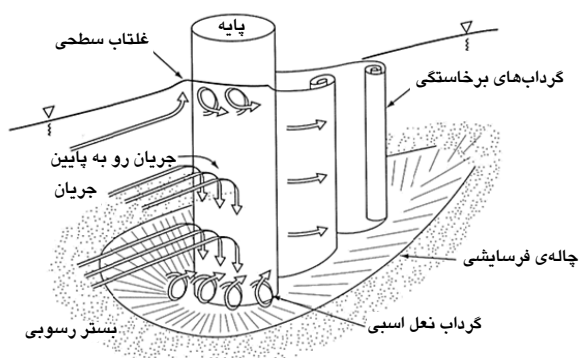
واژه‌های کلیدی: آب‌شستگی موضعی، انتشار خطا، پایه پل، حساسیت‌سنجی، روش مونت‌کارلو.

مقدمه

پیرامون شالوده‌ی پایه و گردابه‌های برخاستگی در پایین‌دست پایه است (رنجبر زاهدانی و همکاران ۲۰۱۷).

جدول ۱- تعداد شکست پل‌ها ناشی از عوامل مختلف (لین و همکاران ۲۰۱۴).

عامل شکست	تعداد	درصد
آب‌شستگی موضعی	۲۳	۶۴٪
آب‌شستگی ناشی از تنگ‌شدگی ^۲	۲	۵٪
آب‌شستگی عمومی ^۴	۱	۳٪
مهاجرت کانال ^۵	۵	۱۴٪
عوامل نامشخص	۵	۱۴٪
تعداد و درصد کل	۳۶	۱۰۰٪



شکل ۱- الگوی جریان و ساز و کار پدیده‌ی آب‌شستگی موضعی پیرامون پایه استوانه‌ای (همیل ۱۹۹۹).

تاکنون معادله‌های تجربی متعددی توسط محققان مختلف برای محاسبه‌ی عمق آب‌شستگی موضعی پیرامون پایه پل‌ها ارائه شده است که میزان کارایی و نتایج حاصل از آن‌ها بسیار با یکدیگر متفاوت است، به‌گونه‌ای که عمق آب‌شستگی موضعی محاسبه شده با این معادله‌ها، پیرامون پایه‌ای استوانه‌ای به قطر ۱ متر در بستری از ماسه‌ی ریز می‌تواند از حدود ۰/۲ متر تا ۳ متر و در بستری از ماسه‌ی درشت، از حدود ۰/۲۵ متر تا ۵ متر متغیر باشد (شرفرد و همکاران ۲۰۱۴). از طرفی در دهه‌های اخیر با گسترش و رواج استفاده از مدل‌های ریاضی و نرم افزارهای رایانه‌ای

آب‌شستگی پیرامون پایه‌های پل یکی از چالش‌های مهم در مهندسی هیدرولیک و یکی از عوامل اولیه‌ی شکست و تخریب پل‌ها محسوب می‌شود (وو و همکاران ۲۰۱۸، لی و همکاران ۲۰۲۱، مارتین - واید و همکاران ۲۰۲۲، شارپ و مک‌آلپین ۲۰۲۲، سینگ و همکاران ۲۰۲۲، کیم و همکاران ۲۰۲۲). در تحقیق لین و همکاران (۲۰۱۴) که در آن شکست ۳۶ پل بررسی شده است، مشخص شده است که علت شکست حدود ۶۴ درصد پل‌های بررسی شده، آب‌شستگی موضعی اطراف پایه پل‌ها بوده است (جدول ۱). تحقیقات لاگاس (۲۰۰۷) و لی و همکاران (۲۰۱۵) نیز نشان می‌دهد که آب‌شستگی پایه پل‌ها اولین عامل شکست پل‌ها در ایالات متحده آمریکا می‌باشد، به‌گونه‌ای که علت ۶۰ درصد تخریب پل‌ها، آب‌شستگی پایه پل‌ها گزارش شده است. در پیرامون پایه‌های پل، آب‌شستگی حتی در فصل‌های خشک سال، که رودخانه در مقایسه با فصل‌های پر باران، کمترین دبی‌ها را دارد، رخ می‌دهد. پدیده‌ی آب‌شستگی موضعی پایه پل نتیجه‌ی اندرکنش جریان - سازه - رسوب^۱ است که این واقعیت موجب می‌شود تا این پدیده تحت تأثیر متغیرهای مختلفی از جریان، سازه، و رسوب، به‌ویژه گردابه‌ها و ساختارهای تلاطم^۲ پیچیده‌ی پیرامون پایه باشد (گوییو و همکاران ۲۰۱۲، یو و ژو ۲۰۲۰). ساز و کار آب‌شستگی موضعی در اطراف یک پایه پل به دلیل اندرکنش مؤلفه‌های سه‌بعدی جریان و پایه پل پیچیده است. محققان مختلفی ساز و کار اولیه‌ی آب‌شستگی موضعی را سیستمی از گردابه‌ها می‌دانند که در پیرامون پایه پل شکل می‌گیرند (رنجبر زاهدانی و همکاران ۲۰۱۷). شکل ۱ مؤلفه‌های مختلف جریان که در آب‌شستگی اطراف پایه پل نقش دارند را نشان می‌دهد. مشخصه‌های اصلی ساختار جریان در پیرامون پایه پل، شامل: جریان رو به پایین و غلتاب سطحی در وجه بالادست پل، گرداب نعل اسبی

4. General scour
5. Channel migration

1. Flow-structure-sediment interaction
2. Turbulence structures
3. Contraction scour

اندازه‌گیری‌ها و متغیرهای ورودی معادله‌های تجربی بر صحت نتایج و خروجی این معادله‌ها اثر می‌گذارد. تحقیق حاضر به ارزیابی چهار معادله‌ی برآورد عمق آب‌شستگی موضعی پایه پل‌ها، شامل: فروهلیچ (۱۹۹۱)، گائو و همکاران (۱۹۹۳)، شفرد/ملویل (۲۰۱۴) (که به اختصار S/M نامیده می‌شود) و HEC-۱۸ یا CSU (۲۰۱۶) پرداخته است. هدف این تحقیق حساسیت‌سنجی معادله‌های مذکور نسبت به خطاهای متداول و اجتناب‌ناپذیر در اندازه‌گیری مشخصه‌های جریان و رسوب، با استفاده از روش عددی مونت‌کارلو، به‌صورت کمی می‌باشد تا بر اساس آن نقاط ضعف و قوت هر یک از این معادله‌ها مشخص شود. مهم‌ترین مزیت روش مونت‌کارلو این است که به کمک این روش می‌توان معادله‌های پیچیده را با رویکردی ساده بررسی نمود. این ویژگی روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو موجب شده است تا در زمینه‌های مختلف هیدرولیک مانند ارزیابی معادله‌های انتقال رسوب (پینتو و همکاران ۲۰۰۶، فرناندز و گارسیا ۲۰۱۷)، تحلیل قابلیت اطمینان روابط تخمین عمق آب‌شستگی اطراف تکیه‌گاه پل‌ها (کبیری سامانی و همکاران ۲۰۱۸) استفاده شود.

مواد و روش‌ها

معادله‌های تجربی، عمق آب‌شستگی موضعی پایه پل‌ها را در حالت کلی به‌صورت زیر به عوامل ورودی مربوط می‌کنند:

$$z = z(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \quad [1]$$

در رابطه‌ی بالا، $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ خصوصیات فیزیکی هستند که شرایط رسوب، سیال، جریان، یا هندسه‌ی سازه را توصیف می‌کنند. به منظور کمی‌سازی اثر خطای موجود در خصوصیات فیزیکی در برآورد عمق آب‌شستگی پایه پل، هر یک از این خصوصیات به‌صورت یک متغیر تصادفی، که بر اساس یک توزیع آماری تعریف می‌شوند،

یک بعدی، دو بعدی و سه بعدی برای شبیه‌سازی و بررسی هیدرولیک جریان و رسوب، لزوم استفاده از معادله‌های برآورد عمق آب‌شستگی موضعی اطراف پایه پل‌ها نیز افزایش یافته است. در این شرایط بررسی کارایی و صحت محاسبات عمق آب‌شستگی پایه پل‌ها با این معادله‌ها اهمیت بالایی دارد. در واقع ضرورت دارد تا تأثیر خطاهای موجود در اندازه‌گیری‌های مشخصه‌های ورودی بر محاسبات عمق آب‌شستگی موضعی پیرامون پایه‌ها ارزیابی شود و معادله‌هایی که انتشار خطاهای داده‌های ورودی موجب خطای زیاد در برآورد عمق آب‌شستگی پایه پل‌ها می‌شود مشخص شوند. حساسیت‌سنجی این معادله‌ها و تعیین میزان تأثیرپذیری آن‌ها از خطاهای موجود در متغیرهای ورودی و در نتیجه محاسبه‌ی دقیق عمق آب‌شستگی پایه پل‌ها می‌تواند در طراحی‌های ایمن و پیشگیری از خسارت‌های بعدی مؤثر باشد.

در سال‌های اخیر تلاش شده است تا عدم قطعیت‌های موجود در فرآیندهای مرتبط با فرسایش، به‌ویژه آب‌شستگی موضعی پایه پل‌ها کمی‌سازی شود. در این بین، گسترش تخمین‌های احتمالاتی عمق آب‌شستگی روشی برای در نظر گرفتن عدم قطعیت‌ها بوده است (جانسون و همکاران ۲۰۱۵). معادله‌های تجربی برآورد عمق آب‌شستگی موضعی اطراف پایه پل‌ها غالباً بر اساس داده‌های مربوط به خصوصیات فیزیکی رسوب و سیال و مشخصات هیدرولیکی جریان و نیز مشخصات هندسی سازه عمق آب‌شستگی را محاسبه می‌کنند. خطاهای موجود در اندازه‌گیری این خصوصیات موجب بروز خطا در نتایج حاصل از این معادله‌ها می‌شود. گاهی هم ممکن است خطاها به مدل‌های دیگر مربوط باشند، یعنی در مواردی که تعدادی از عوامل ورودی با استفاده از مدل‌های دیگر محاسبه می‌شوند، به عنوان مثال ممکن است سرعت جریان با استفاده از مدل‌های هیدرودینامیکی تعیین شده باشد. بنابراین عدم قطعیت‌ها و خطاهای موجود در

توزیع یکنواخت در یک بازه‌ی مفروض (a, b) ثابت و در سایر نقاط صفر است. پارامتر آماری $X \sim W(a, b)$ توسط نقاط انتهایی a و b ، و توزیع یکنواخت استاندارد $W(0, 1)$ تعیین می‌شود:

$$X = (b - a) \cdot W(0,1) + a \quad [۲]$$

نقاط انتهایی بازه، نقاط a و b ، بر مبنای مقدار میانگین μ و ضریب تغییرات α (نسبت بین انحراف از معیار استاندارد^۱ و مقدار میانگین) متغیر X تعیین می‌شوند:

$$a = \mu(1 - \alpha\sqrt{3}) ; b = \mu(1 + \alpha\sqrt{3}) \quad [۳]$$

با جایگذاری تعریف نقاط a و b از رابطه‌ی ۳ در رابطه‌ی ۲، هر عامل فیزیکی به صورت یک متغیر تصادفی که بر حسب میانگین و ضریب تغییرات آن تعریف می‌شود، بیان می‌شود (پینتو و همکاران ۲۰۰۶):

$$X = \mu(\alpha\sqrt{3}(2W(0,1) - 1) + 1) \quad [۴]$$

در ادامه به ترتیب، مشخصات معادله‌های تجربی برآورد عمق آب‌شستگی موضعی پایه پل‌ها، دامنه و مقادیر معرف یا مرجع خصوصیات فیزیکی مورد بررسی، تعداد محاسبات آماری مورد نیاز و سپس شاخص‌های محاسباتی مقایسه و ارزیابی معادله‌ها ارائه شده است:

۱. معادله‌ی فروهلیچ (۱۹۹۱)

معادله‌ی پیشنهادی فروهلیچ بر اساس ۸۳ داده‌ی صحرائی ارائه شده است (شفاعی بجزستان ۲۰۱۵) و یکی از معادله‌هایی است که برای محاسبه‌ی عمق آب‌شستگی

نوشته می‌شوند. در مرحله‌ی بعد، از این اطلاعات برای محاسبه و پیش‌بینی عمق آب‌شستگی z استفاده می‌شود (پینتو و همکاران ۲۰۰۶). در اینجا فرض بر این است که داده‌های مربوط به هندسه‌ی سازه به طور دقیق در دسترس هستند و عدم قطعیتی ندارد.

روش مونت‌کارلو بر پایه تولید اعداد تصادفی استوار است. هدف این روش، شبیه‌سازی یک مدل موجود (در این تحقیق، معادله‌های تجربی برآورد عمق آب‌شستگی موضعی اطراف پایه پل‌ها) با استفاده از نمونه‌برداری تصادفی از توزیع خصوصیات فیزیکی ورودی با تعداد بسیار زیادی از نمونه‌ها و در نهایت محاسبه‌ی پاسخ خروجی است. روش مونت‌کارلو را می‌توان به صورت گام به گام در قالب مراحل زیر بیان نمود:

- انتخاب توزیع آماری برای خصوصیات فیزیکی،
- انتخاب معادله‌ی عمق آب‌شستگی موضعی پایه پل،
- تعیین مشخصه‌ی فیزیکی که بررسی تأثیر آن مورد نظر است،
- تعیین دامنه‌ی کافی و مناسب و نیز مقادیر معرف متغیرهای فیزیکی ورودی،
- تعریف تعداد محاسبات عمق آب‌شستگی پایه پل در هر شبیه‌سازی به روش مونت‌کارلو،
- انتخاب معیارهای خطا برای انجام ارزیابی‌ها و مقایسه‌ی عملکرد معادله‌های عمق آب‌شستگی پایه پایه‌ها.

امکان استفاده از روش مونت‌کارلو به این بستگی دارد که سیستم فیزیکی (یا ریاضی) مورد نظر با توابع چگالی احتمال^۱ قابل توصیف باشد. در این تحقیق برای توصیف خصوصیات فیزیکی ورودی از توزیع احتمال یکنواخت^۲ استفاده شده است. این امر به این دلیل است که از خطای قطع^۳ که در صورت استفاده از توزیع‌هایی مانند توزیع گوسی^۴ ظاهر می‌شود، اجتناب شود. چگالی احتمال

5. Variation coefficient
6. Standard deviation

1. Probability density functions
2. Uniform probability distribution
3. Truncation error
4. Gaussian distribution

برای آب‌شستگی بستر زنده ($\bar{v}_1 > v_c$)، که در این حالت با رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\eta = \left(\frac{v_c}{\bar{v}_1}\right)^{9.35+2.23 \log_{10} d_{50}} \quad [۷]$$

چهار عامل z ، w ، y_1 و d_{50} در بخش قبل معرفی شده‌اند. v_c و v'_c نیز به ترتیب با رابطه‌های زیر تعیین می‌شوند:

$$v_c = \left(\frac{y_1}{d_{50}}\right)^{0.14} \left[17.6 \left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho}\right) d_{50} + 6.05 \times 10^{-7} \left(\frac{10 + y_1}{d_{50}^{0.72}}\right) \right]^{0.5} \quad [۸]$$

$$v'_c = 0.645 \left(\frac{d_{50}}{w}\right)^{0.053} v_c \quad [۹]$$

در رابطه‌های ۶ تا ۹ z ، w ، y_1 ، d_{50} ، \bar{v}_1 ، v_c و v'_c در سیستم آحاد بین‌المللی (SI) هستند.

۳. معادله‌ی شرفد/ملویل (S/M) (۲۰۱۴)

از ترکیب معادله‌ی شرفد و میلر (۲۰۰۶)، حاصل از داده‌های آزمایشگاهی، شامل ۲۰ آزمایش در شرایط آب‌شستگی بستر زنده و ۴ آزمایش در شرایط آب‌شستگی آب زلال، و معادله‌ی ملویل (۱۹۹۷) که از داده‌های ۱۷ آزمایش در شرایط آب‌شستگی آب زلال استخراج شده است، معادله‌ی جدیدی با عنوان شرفد/ملویل یا به اختصار معادله‌ی S/M ارائه شده است (شرفد و همکاران ۲۰۱۴). هنگام استفاده از این معادله باید به این نکته توجه شود که اثر حفاظتی ناشی از رسوبات غیریکنواخت در چاله‌ی فرسایشی لحاظ نشده است. این معادله در قالب مجموعه رابطه‌های زیر بیان می‌شود:

$$\frac{z}{w^*} = 2.5 f_1 f_2 f_3 \quad 0.4 \leq \frac{\bar{v}_1}{v_c} < 1 \quad \text{در دامنه‌ی} \quad [۱۰]$$

پایه پل‌ها در نرم افزار HEC-RAS استفاده شده است (برونر ۲۰۱۶). این معادله به صورت زیر بیان می‌شود:

$$z = 0.32 \varphi (w')^{0.62} y_1^{0.47} Fr_1^{0.22} d_{50}^{-0.09} + w \quad [۵]$$

که در آن، z عمق آب‌شستگی موضعی اطراف پایه (ft یا m)، φ ضریب تصحیح مربوط به شکل دماغه‌ی پایه پل است که برای پایه‌های چهارگوش، گرد و نوک‌تیز (مثلثی) به ترتیب برابر با $۱/۳$ ، ۱ و $۰/۷$ در نظر گرفته می‌شود. w' پهنای پایه تصویر شده بر روی صفحه‌ی عمود بر جهت جریان (ft یا m)، y_1 عمق جریان در بلافاصله بالادست پایه (ft یا m)، Fr_1 عدد فرود در بلافاصله بالادست پایه، d_{50} قطر میانه‌ی ذرات رسوب (ft یا m) و w عرض پایه پل (ft یا m) است.

۲. معادله‌ی گائو و همکاران (۱۹۹۳)

معادله‌ی گائو و همکاران (۱۹۹۳) به مدت بیست سال توسط مهندسان بزرگراه و راه آهن کشور چین مورد استفاده بوده است. این معادله بر اساس داده‌های میدانی (شامل ۱۳۷ داده مربوط به آب‌شستگی بستر زنده و ۱۱۵ داده مربوط به آب‌شستگی آب زلال) که در کشور چین جمع‌آوری شده‌اند، حاصل شده است (شرفد و همکاران ۲۰۱۴) و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$z = 0.46 K_z w^{0.60} y_1^{0.15} d_{50}^{-0.07} \left[\frac{\bar{v}_1 - v'_c}{v_c - v'_c} \right]^\eta \quad [۶]$$

در معادله‌ی ۶، \bar{v}_1 سرعت متوسط جریان در بالادست، v'_c سرعت آستانه برای شروع آب‌شستگی^۱ پیرامون پایه، v_c سرعت بحرانی مواد بستر^۲، K_z ضریب شکل و چیدمان^۳ است. برای پایه‌های دایره‌ای، $K_z = ۱$ می‌باشد. توان η برابر است با ۱ ($\eta = ۱$) در شرایط آب‌شستگی آب زلال ($\bar{v}_1 \leq v_c$)، و کوچکتر از ۱ ($\eta < ۱$)

$$w^* = K_s w_p \quad [۱۹]$$

در رابطه‌ی ۱۹ K_s ضریب شکل و w_p عرض تصویر شده‌ی عرض پایه است. برای پایه‌های دایره‌ای $K_s = ۱$ است. سرعت بحرانی رسوبات (v_c) بر اساس نمودار شیلدن (۱۹۳۶) و با استفاده از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شود:

$$u^* = \left(16.2 d_{50} \left\{ \frac{9.09 \times 10^{-6}}{d_{50}} - d_{50} [38.76 + 9.6 \ln(d_{50})] - 0.005 \right\}^{\frac{1}{2}} \right) \quad [۲۰]$$

$$R = \frac{u^* d_{50}}{2.32 \times 10^{-7}} \quad [۲۱]$$

در دو رابطه‌ی بالا، u^* سرعت اصطکاکی^۴ و R عدد رینولدز برشی نره^۵ است. پس از محاسبه‌ی u^* ، v_c با دو فرمول زیر، در دامنه‌های مختلف R حساب می‌شود:

$$v_c = 2.5 u^* \ln \left(\frac{73.5 y_1}{d_{50} \{ R[2.85 - 0.58 \ln(R) + 0.002R] + \frac{111}{R} - 6 \}} \right) \quad [۲۲]$$

برای $5 \leq R \leq 70$

$$v_c = 2.5 u^* \ln \left(\frac{2.21 y_1}{d_{50}} \right) \quad [۲۳]$$

برای $R > 70$

۴. معادله‌ی HEC-۱۸ (یا CSU اصلاح شده) (۲۰۱۶)

در این معادله که بر اساس تحقیقات اداره‌ی راه آمریکا^۶ ارائه شده است، سعی شده است تا فیزیک پدیده‌ی آب‌شستگی موضعی پیرامون پایه پل بیشتر نمود داشته باشد (گویو و همکاران ۲۰۱۲). نسخه‌های مختلف معادله‌ی HEC-۱۸ یا معادله‌ی CSU در طول چند دهه اصلاح شده و در حال حاضر یکی از معادله‌هایی است که برای تخمین عمق تعادلی آب‌شستگی پیرامون پایه‌های ساده در شرایط آب‌شستگی آب زلال توسط اداره‌ی راه آمریکا توصیه

$$\frac{z}{w^*} = f_1 \left[2.2 \left(\frac{\bar{v}_1 - 1}{v_c} - 1 \right) + 2.5 f_3 \left(\frac{v_{lp} - \bar{v}_1}{v_c} \frac{v_{lp}}{v_c} - 1 \right) \right] \quad [۱۱]$$

$$1 \leq \frac{\bar{v}_1}{v_c} \leq \frac{v_{lp}}{v_c} \quad \text{در دامنه‌ی}$$

$$\frac{z}{w^*} = 2.2 f_1 \quad \frac{\bar{v}_1}{v_c} > \frac{v_{lp}}{v_c} \quad \text{در دامنه‌ی} \quad [۱۲]$$

در معادله‌های بالا، توابع f_1 ، f_2 و f_3 به ترتیب به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$f_1 = \tanh \left[\left(\frac{y_1}{w^*} \right)^{0.4} \right] \quad [۱۳]$$

$$f_2 = \left\{ 1 - 1.2 \left[\ln \left(\frac{\bar{v}_1}{v_c} \right) \right]^2 \right\} \quad [۱۴]$$

$$f_3 = \left[\frac{\left(\frac{w^*}{d_{50}} \right)}{0.4 \left(\frac{w^*}{d_{50}} \right)^{1.2} + 10.6 \left(\frac{w^*}{d_{50}} \right)^{-0.13}} \right] \quad [۱۵]$$

در رابطه‌های ۱۰ تا ۱۵ متغیرهای z ، \bar{v}_1 ، y_1 و d_{50} در بخش‌های قبل تعریف شده‌اند. w^* عرض مؤثر پایه^۱، v_c سرعت بحرانی رسوبات^۲ به ازای d_{50} و v_{lp1} و v_{lp2} سرعت‌های تعریف شده برای محاسبه‌ی سرعت حداکثر در شرایط بستر زنده^۳ هستند و به صورت زیر حساب می‌شوند:

$$v_{lp1} = 5v_c \quad [۱۶]$$

$$v_{lp2} = 0.6 \sqrt{g y_1} \quad [۱۷]$$

$$v_{lp} = \begin{cases} v_{lp1} & v_{lp1} \geq v_{lp2} \\ v_{lp2} & v_{lp1} < v_{lp2} \end{cases} \quad \text{برای} \quad [۱۸]$$

عرض مؤثر پایه (w^*) با رابطه‌ی زیر تعیین می‌شود:

4. Friction velocity
5. Grain shear Reynolds number
6. Federal Highway Administration (FHWA)

1. Effective pier width
2. Sediment critical velocity
3. Live-bed peak velocity

که در آن، \bar{v}_1 سرعت نزدیک شونده^۷ (m s^{-1}) یا d_{50} قطر میانه ذرات^۸ (ft یا m)، S_g سنگینی ویژه رسوب^۹ (بدون بعد)، و g شتاب گرانش (ft s^{-2} یا m s^{-2}) است. ضریب دانه‌بندی رسوب که گاهی *انحراف از معیار استاندارد هندسی*^{۱۰} (σ_g) نیز تعبیر می‌شود، شاخصی برای تعیین غیریکنواختی^{۱۱} ترکیب رسوبات است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma_g = \frac{d_{84}}{d_{50}} = \frac{d_{50}}{d_{16}} = \left(\frac{d_{84}}{d_{16}} \right)^{0.5} \quad [۲۶]$$

که در آن، d_{84} و d_{16} اندازه‌هایی هستند که به ترتیب ۸۴ و ۱۶ درصد رسوبات قطر ریزتری از آن‌ها دارند. برای یک توزیع دانه‌بندی مفروض، اگر $\sigma_g \leq 1/4$ آن‌گاه رسوبات یکنواخت و در غیر این صورت رسوبات غیریکنواخت هستند (دی و سرکار ۲۰۰۶).

خصوصیات فیزیکی ورودی که برای آنالیز خطا انتخاب شده‌اند، عبارتند از: سرعت متوسط عمقی جریان (v_1)، عمق جریان (y_1)، و قطر میانه‌ی ذرات رسوب (d_{50}). عرض/قطر پایه پل (w) عاملی در معادله‌ها است که فرض شده است مقدار دقیق آن مشخص است و جزء عوامل مورد بررسی قرار نمی‌گیرد. در این تحقیق عرض/قطر مُعرف پایه پل ثابت و برابر با ۱ m در نظر گرفته شده است. چگالی آب (ρ) و چگالی رسوب (ρ_s) نیز متغیرهایی هستند که ممکن است منبع بروز خطا در محاسبات عمق آب‌شستگی پایه پل‌ها باشند، ولی در حساسیت‌سنجی معادله‌های برآورد عمق آب‌شستگی موضعی پایه پل‌ها جزء خصوصیات فیزیکی مورد بررسی نیستند. از آنجایی‌که چگالی آب و رسوب مقادیر مشخصی دارند، بنابراین در این تحقیق در تمام محاسبات، برای چگالی آب

شده است. این معادله برای محاسبه‌ی آب‌شستگی موضعی پیرامون پایه‌های دایره‌ای با مواد بستر درشت‌دانه^۱ ($d_{50} \geq 2 \text{ mm}$ و $d_{95} \geq 20 \text{ mm}$) و ضریب دانه‌بندی رسوب $\sigma \geq 1/5$ مناسب است (شن و همکاران ۲۰۱۶). برای استخراج این معادله از ۱۸۴ داده‌ی آزمایشگاهی مربوط به *دانشگاه ایالتی کلرادو*^۲، ۲۰ داده‌ی آزمایشگاهی مرکز تحقیقات اداره‌ی راه آمریکا، و ۵۲۹ داده‌ی میدانی *سازمان زمین‌شناسی آمریکا*^۳ استفاده شده است که در مجموع ۶۹۴ داده‌ی آزمایشگاهی و میدانی را شامل می‌شود (شن و همکاران ۲۰۱۶) و معادله‌ی پیش‌فرض برای محاسبه‌ی عمق آب‌شستگی پایه پل‌ها در نرم‌افزار HEC-RAS می‌باشد (برونر ۲۰۱۶). جدیدترین نسخه‌ی معادله‌ی HEC-۱۸ به صورت زیر بیان می‌شود (شن و همکاران ۲۰۱۶):

$$\frac{z}{w^{0.62} y_1^{0.38}} = 1.1 K_1 K_2 \left[\tanh \left(\frac{H^2}{1.97 \sigma^{1.5}} \right) \right] \quad [۲۴]$$

که در آن، z عمق آب‌شستگی موضعی پایه پل (m) یا y_1 عمق جریان نزدیک‌شونده (ft یا m)، w قطر پایه (ft یا m)، K_1 ضریب تصحیح مربوط به شکل دماغه‌ی پایه (بدون بعد)، K_2 ضریب تصحیح مربوط به زاویه‌ی حمله جریان (بدون بعد)، H عدد هاگر^۴ یا عدد فرود چگال نره^۵ (بدون بعد)، و σ ضریب دانه‌بندی رسوب^۶ (d_{84}/d_{50}) (بدون بعد) است. عدد هاگر توسط اولیویتو و هاگر (۲۰۰۲)، (۲۰۰۵) معرفی شده است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H = \frac{\bar{v}_1}{\sqrt{g(S_g - 1)d_{50}}} \quad [۲۵]$$

7. Approach velocity
8. Median grain size
9. Specific gravity of the sediment
10. Geometric standard deviation
11. Nonuniformity

1. Coarse bed materials
2. Colorado State University (CSU)
3. U.S. Geological Survey (USGS)
4. Hager number
5. Particle densimetric Froud number
6. Sediment gradation coefficient

برای تحلیل نتایج محاسبات، چهار کمیت خروجی در نظر گرفته شده است: ۱- عمق آب‌شستگی موضعی پایه پل که بر مبنای مقادیر متوسط عوامل فیزیکی ورودی محاسبه می‌شود ($Z_{mp} = Z(\bar{v}_1, \bar{y}_1, \bar{d}_{50})$)، ۲- عمق آب‌شستگی پایه پل در هر بار شبیه‌سازی با روش مونت‌کارلو ($Z_i = Z(v_{1i}, y_{1i}, d_{50i})$; $i = 1, \dots, N$)، تعداد محاسبات در هر شبیه‌سازی برابر با ۱۰۰۰۰ ($N = 10000$) می‌باشد، ۳- میانگین عمق آب‌شستگی پایه پل محاسبه شده در هر بار شبیه‌سازی ($Z_m = \bar{Z}_i$)، و ۴- انحراف از معیار استاندارد عمق آب‌شستگی پایه پل (σ_z)، آنالیز خطا با استفاده از شاخص r که به صورت نسبت بین کمیت‌های چهارم و اول تعریف می‌شود، صورت می‌گیرد (پینتو و همکاران ۲۰۰۶):

$$r = \frac{\sigma_z}{Z_{mp}} \quad [27]$$

چنانچه مقادیر r کمتر از ۱ باشند، قابل قبول، بین ۱ تا ۱۰ زیاد، و بزرگتر از ۱۰ غیرقابل قبول تلقی می‌شوند (پینتو و همکاران ۲۰۰۶). چولگی^۱ (s) نیز به عنوان معیار عدم تقارن استفاده می‌شود (پینتو و همکاران ۲۰۰۶):

$$s = \frac{\sum_{i=1}^N (Z_i - Z_m)^3}{(N - 1) \sigma_z^3} \quad [28]$$

چولگی بیانگر میزان عدم تقارن توزیع احتمال داده‌ها حول میانگین‌شان است. چولگی می‌تواند مثبت یا منفی باشد. در چولگی مثبت، دُم منحنی توزیع احتمال به سمت راست کشیده می‌شود که اصطلاحاً به آن چوله به راست می‌گویند. بالعکس در چولگی منفی، دُم سمت چپ طولانی‌تر از سمت راست است که این حالت را چوله به چپ می‌نامند. در این تحقیق، چولگی معیاری است که نشان می‌دهد آیا برآوردهای دست‌بالای یک خصوصیت فیزیکی در اندازه‌گیری‌ها، موجب کاهش خطای محاسبات عمق آب‌شستگی پایه پل می‌شود یا برآوردهای دست‌پایین آن.

و رسوب، به ترتیب مقادیر ثابت $\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}$ و $\rho_s = 2650 \text{ kg m}^{-3}$ (ذرات کوارتز) در نظر گرفته شده است. ضریب دانه‌بندی رسوبات (σ) نیز در تمام تحقیق ثابت و برابر با ۲ فرض شده است.

برای هر یک از متغیرهای ورودی، یک دامنه‌ی تغییرات معمول و نیز یک مقدار مرجع در نظر گرفته شده است (جدول ۲). مقادیر مرجع متغیرها و خصوصیات فیزیکی زمانی استفاده می‌شوند که آن خصوصیات در طول محاسبات عددی، ثابت نگه داشته می‌شوند.

جدول ۲- دامنه‌ی مقادیر تیپ و مرجع متغیرهای ورودی.

مشخصه‌ی فیزیکی	مقادیر تیپ	مقدار مرجع
y_1 (m)	۰/۵، ۱/۰، ۱/۰، ۲/۰	۲/۰
v_1 (m s^{-1})	۰/۵، ۱/۰، ۱/۵، ۲/۰، ۳/۰، ۴/۰	۲/۰
d_{50} (mm)	۰/۲، ۰/۵، ۱/۰، ۱/۵، ۲/۰، ۳/۰	۱/۵

در این تحقیق، تأثیر وجود خطا در هر یک از خصوصیات ورودی به‌طور مجزا ارزیابی شده است. به این ترتیب که در هر شبیه‌سازی، تغییرات یک خصوصیت که دارای توزیعی یکنواخت است بررسی می‌شود، در حالی‌که سایر عوامل در مقادیر مرجع خود ثابت نگه داشته می‌شوند. ضریب تغییرات α برای خصوصیات فیزیکی مختلف متفاوت است. برای v_1 و y_1 ضریب α بین ۰/۱ تا ۰/۲ تغییر می‌کند که بر پایه خطاهای طبیعی و معمول این دو مشخصه در شرایط واقعی است. برای مثال، با بررسی داده‌های سرعت مشخص می‌شود که خطایی در حدود ۲۰ درصد (یعنی $\alpha = 0/2$) در سرعت معمول است (فورتونیتو و همکاران ۲۰۰۲). در خصوص عمق جریان، در عمق‌های بیشتر از ۶ متر، بین ۰/۱ متر تا ۰/۱۵ متر و در عمق‌های کمتر از ۶ متر می‌تواند بیش از ۰/۲۵ متر باشد (پینتو و همکاران ۲۰۰۶). در خصوص سایر خصوصیات نیز، دامنه‌ی α بر مبنای دامنه‌ی تغییرات معمول این عوامل در شرایط واقعی تعیین می‌شود.

در رابطه‌ی بالا، z_m عمق آب‌شستگی موضعی اندازه‌گیری شده (m یا ft)، و $z_{cal.}$ عمق آب‌شستگی موضعی محاسبه شده (m یا ft) با معادله‌های تجربی مورد بررسی است.

$$RRMSE = \sqrt{\left[\sum \left(\frac{z_{cal.} - z_m}{z_m} \right)^2 \right] / (n - 1)} \quad [30]$$

که در آن، n تعداد مشاهدات است. در این تحقیق، در مجموع از ۲۲۱ داده‌ی آزمایشگاهی در شرایط آب‌شستگی آب زلال و بستر زنده استفاده شد. منابع و تعداد هر یک از این داده‌ها در جدول ۳ مشخص شده است. دامنه‌ی تغییرات داده‌های مورد استفاده، در قالب پارامترهای بدون بعد در جدول ۴ ارائه شده است. متغیرهای موجود در جدول ۴ در بخش‌های قبل معرفی شده‌اند.

بر این مبنا، اگر چولگی مثبت باشد، به منظور کاهش خطا، بهتر است از مقادیر دست‌پایین عامل فیزیکی مورد نظر به جای مقادیر دست‌بالای آن استفاده شود. برعکس، چنانچه چولگی منفی باشد، مقادیر دست‌بالا در اندازه‌گیری‌های آن خصوصیت فیزیکی، به جای مقادیر دست‌پایین، موجب کاهش خطا خواهند شد. پس از حساسیت‌سنجی، در مرحله‌ی بعد به منظور سهولت در مقایسه‌ی تخمین‌های حاصل از معادله‌های تجربی با داده‌های آزمایشگاهی، از شاخص‌های خطای نسبی^۱ (RE) و ریشه‌ی میانگین مربعات خطای نسبی^۲ ($RRMSE$) استفاده شد:

$$RE = \frac{z_{cal.} - z_m}{z_m} \quad [29]$$

جدول ۳- منابع مربوط به داده‌های آزمایشگاهی مورد استفاده در تحقیق حاضر.

تعداد داده‌ها		منبع داده‌ها
آب‌شستگی بستر زنده	آب‌شستگی آب زلال	
۱۶۴	۴	چیو (۱۹۸۴)
۲	۱۲	شفرد و همکاران (۲۰۰۴)
۲۰	۳	شفرد و میلر (۲۰۰۶)
-	۱۶	آکسوی و همکاران (۲۰۱۷)
۱۸۶	۳۵	مجموع داده‌ها

جدول ۴- دامنه‌ی داده‌های آزمایشگاهی مورد استفاده در تحقیق حاضر.

Fr_1	v_1/v_c	w/d_{50}	y_1/w
۰/۰۷ - ۱/۴۱	۰/۴۵ - ۶/۱	۱۰ - ۴۱۵۵	۰/۱۹ - ۱۱/۱۴

در تمام شبیه‌سازی‌ها، عوامل ورودی معادله‌ها، به جزء عمق جریان (y_1)، یکی یکی بررسی می‌شود و شاخص‌های خطا در عمق‌های مختلف جریان برای آن‌ها ارزیابی می‌شود. در مرحله‌ای که عمق جریان، خود متغیر مورد بررسی است، محاسبات حساسیت‌سنجی به ازای مشخصه‌ی دیگر جریان، یعنی سرعت (v_1) انجام می‌شود.

نتایج و بحث

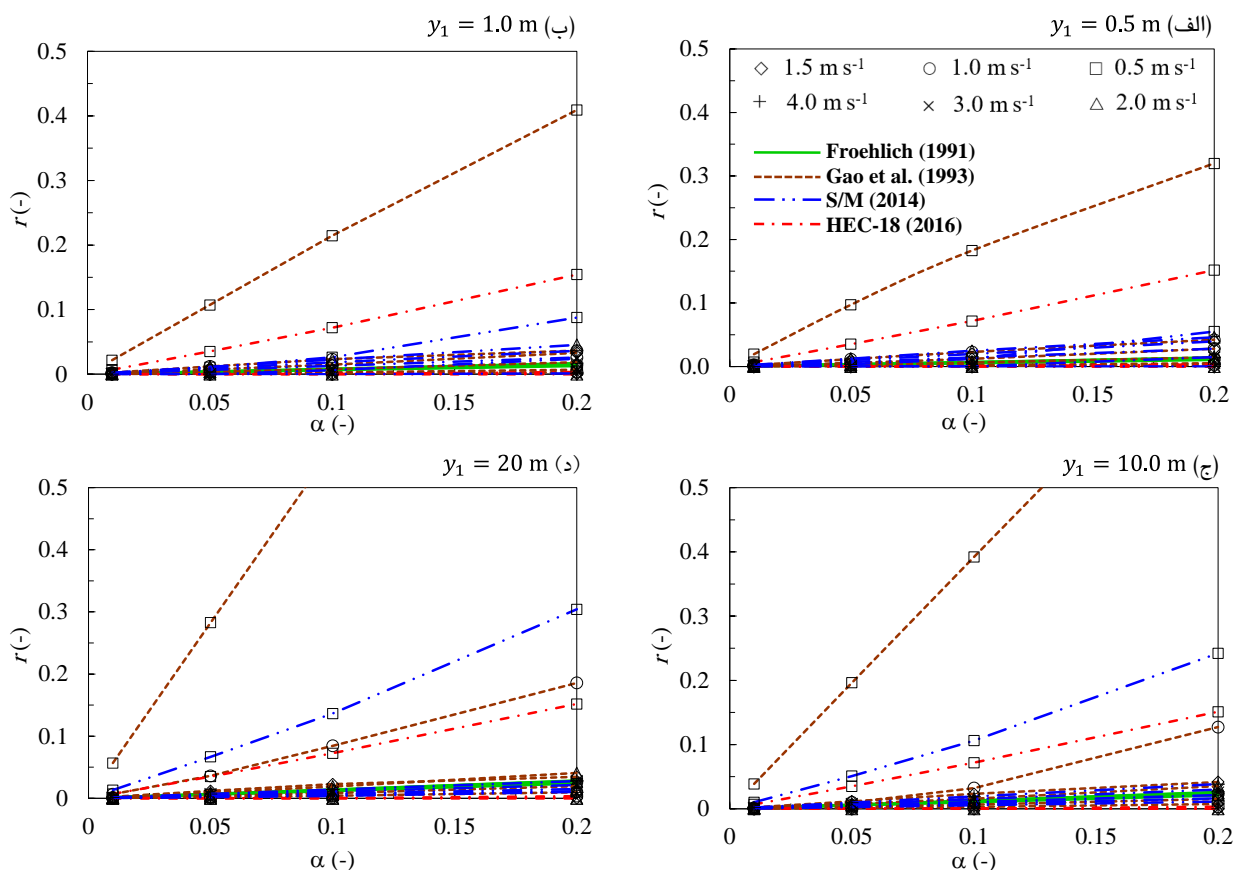
در این بخش معادله‌های تجربی برآورد عمق آب‌شستگی پایه پل‌ها نسبت به خطای موجود در مشخصه‌های فیزیکی ورودی به‌طور جداگانه حساسیت‌سنجی شده‌اند. به این ترتیب که هر بار یکی از مشخصه‌ها متغیر فرض شده، در حالی که سایر متغیرها در مقادیر معرف خود (طبق جدول ۲) ثابت باقی می‌مانند.

می‌شود که در سرعت $\bar{v}_1 = 0.5 \text{ m s}^{-1}$ با افزایش عمق جریان حساسیت معادله‌ها افزایش می‌یابد و با افزایش سرعت جریان از حساسیت معادله‌ها کاسته می‌شود. در مقایسه‌ی نسبی معادله‌ها می‌توان گفت که با افزایش ضریب تغییرات α ، در دو عمق ۱ m، $y_1 = 0.5$ ، در سرعت $\bar{v}_1 = 0.5 \text{ m s}^{-1}$ دو معادله‌ی گائو و همکاران و HEC-18 حساسیت بیشتری را نسبت به دو معادله‌ی دیگر نشان می‌دهند. در عمق‌های ۲۰ m، $y_1 = 1.0$ در سرعت‌های S/M، $\bar{v}_1 = 0.5$ ، ۱ m $\bar{v}_1 = 0.5$ نیز معادله‌های گائو و همکاران، HEC-18 و معادله‌ی فروهلیچ در تمام سرعت‌ها و عمق‌های جریان مورد بررسی بر هم منطبق هستند.

حساسیت‌سنجی نسبت به سرعت جریان (\bar{v}_1)

در مرحله‌ی محاسبات حساسیت‌سنجی، ابتدا خطای ناشی از اندازه‌گیری‌های سرعت جریان بر عمق آب‌شستگی موضعی پایه پل‌ها، در معادله‌های فروهلیچ، گائو و همکاران، S/M و HEC-18 بررسی شده است. این بررسی در چهار عمق جریان ($y_1 = 0.5, 1, 10, 20 \text{ m}$) انجام شده است (شکل ۲).

با توجه به شکل ۲، هر چهار معادله‌ی مورد بررسی، حساسیت کمی نسبت به خطای موجود در داده‌های سرعت نشان می‌دهند و به ازای تمام سرعت‌ها و عمق‌های جریان مورد بررسی، مقادیر r به طور کامل در محدوده‌ی قابل قبول قرار دارند. در شکل ۲ مشاهده

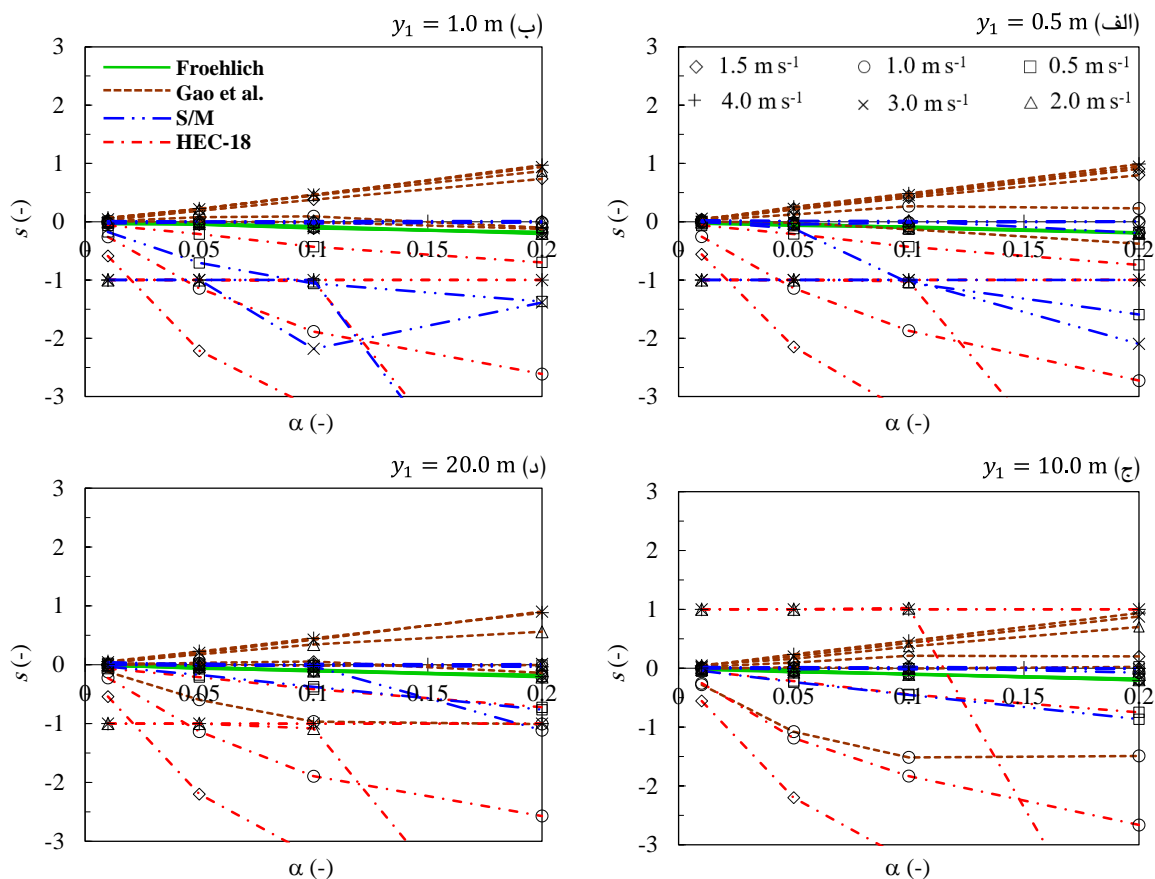


شکل ۲- حساسیت معادله‌های فروهلیچ، گائو و همکاران، S/M و HEC-18 نسبت به تغییرات سرعت جریان،

به ازای: (الف) $y_1 = 0.5 \text{ m}$ ، (ب) $y_1 = 1.0 \text{ m}$ ، (ج) $y_1 = 10.0 \text{ m}$ و (د) $y_1 = 20.0 \text{ m}$

بیشتر حالتها (به جز سرعت $\bar{v}_1 = 1 \text{ m s}^{-1}$ در عمقهای $y_1 = 10, 20 \text{ m}$) مقادیر چولگی s مثبت به دست آمده است، یعنی مقادیر دست بالای سرعت، در مقایسه با مقادیر دست پایین آن، سبب بروز خطای بیشتری در محاسبه عمق آبشستگی می شوند و در صورت استفاده از این معادله بهتر است از مقادیر دست پایین سرعت استفاده شود. برای دو معادله S/M و $HEC-18$ نیز مقادیر چولگی عمدتاً منفی هستند. بنابراین هنگام به کار بردن آن ها، استفاده از اندازه گیری های دست بالای سرعت، در مقایسه با مقادیر دست پایین آن، موجب کاهش خطا و حصول نتایج دقیق تر در محاسبه عمق آبشستگی پایه پل ها می شود.

در شکل ۳ چولگی چهار معادله ی برآورد عمق آبشستگی موضعی اطراف پایه پل ها، برای مقادیر مختلف سرعت و عمق جریان، به ازای مقادیر ضریب تغییرات $\alpha \leq 0.2$ رسم شده است. در این شکل نیز نمودارهای مربوط به معادله ی فروهلیچ در تمام سرعت ها و عمق های مورد بررسی بر هم منطبق هستند. بر اساس این نمودارها، معادله ی فروهلیچ در تمام حالت ها چولگی منفی کمی را نشان می دهد، به این معنی که در صورت استفاده از مقادیر دست پایین سرعت، عمق آبشستگی محاسبه شده اندکی کمتر از مقادیر واقعی خواهند بود. بنابراین در این معادله بهتر است از مقادیر دست بالای سرعت استفاده شود. در معادله ی گائو و همکاران، در



شکل ۳- مقادیر چولگی مربوط به تغییرات سرعت جریان برای معادله های فروهلیچ، گائو و همکاران، S/M و $HEC-18$.

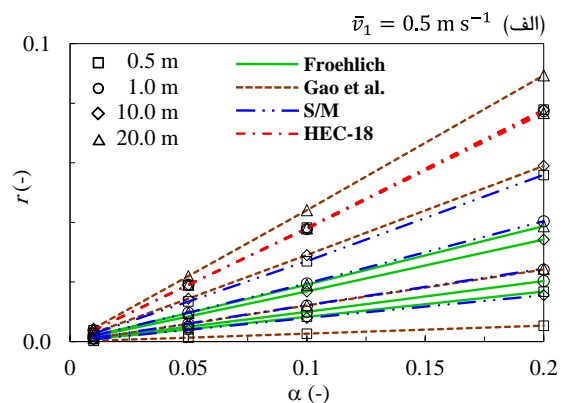
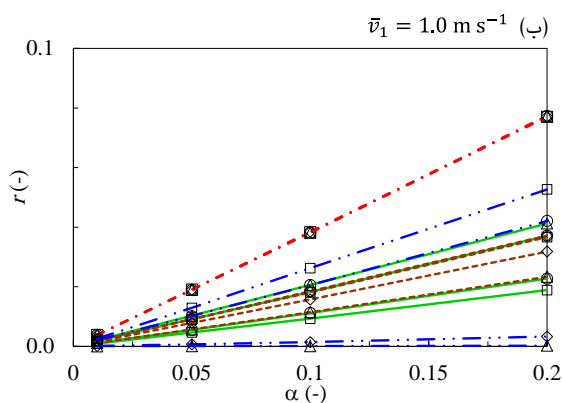
به ازای: (الف) $y_1 = 0.5 \text{ m}$ (ب) $y_1 = 1.0 \text{ m}$ (ج) $y_1 = 10.0 \text{ m}$ و (د) $y_1 = 20.0 \text{ m}$.

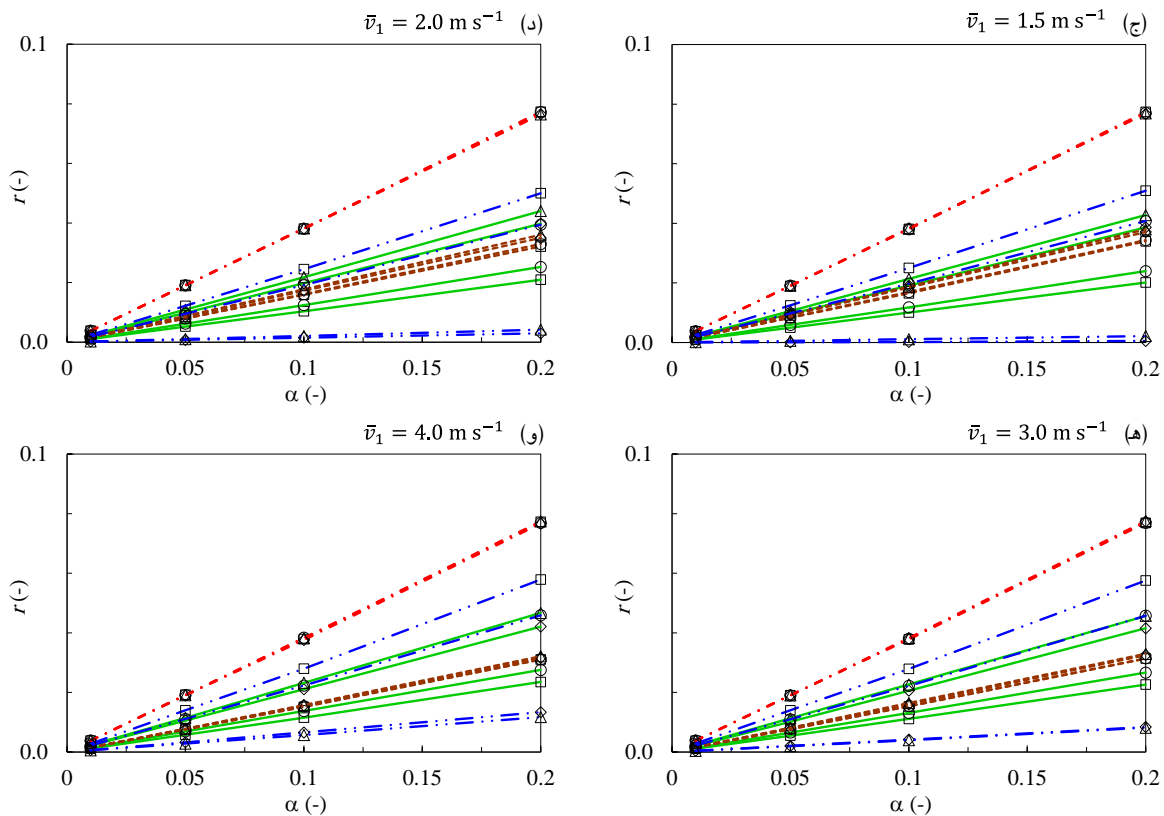
هر سرعت جریانی با افزایش عمق جریان، مقدار r افزایش یافته است (شکل‌های ۴ الف تا و).

در معادله‌ی گائو و همکاران مشاهده می‌شود در سرعت $\bar{v}_1 = 0.5 \text{ m s}^{-1}$ ، با افزایش عمق جریان، مقادیر r افزایش یافته است (شکل ۴ الف). با افزایش سرعت جریان، مقدار r در عمق‌های کم ($y_1 = 0.5, 1 \text{ m}$) افزایش، و در عمق‌های زیاد ($y_1 = 10, 20 \text{ m}$) کاهش می‌یابد (شکل‌های ۴ ب تا ه). در نتیجه‌ی این همگرایی، سرانجام در سرعت $\bar{v}_1 = 4 \text{ m s}^{-1}$ (شکل ۴ و) نمودارهای مربوط به این معادله در هر چهار عمق جریان مورد بررسی بر هم منطبق می‌شوند. در معادله‌ی HEC-18 مقادیر r در تمام عمق‌ها و سرعت‌های جریان مورد بررسی مشابه و منطبق بر هم هستند (شکل ۴ الف تا و). در معادله‌ی S/M در هر سرعت جریان، با افزایش عمق جریان، مقدار r کاهش می‌یابد. در مقایسه‌ی نسبی معادله‌ها مشخص شده است که در بیشتر سرعت‌های مورد بررسی، حساسیت معادله‌ی HEC-18 بیشتر از سه معادله‌ی دیگر بوده است و در عمق‌های جریان زیاد حساسیت معادله‌ی S/M کمتر از سایر معادله‌ها است.

حساسیت‌سنجی نسبت به عمق جریان بالادست (y_1)

حساسیت‌سنجی معادله‌های برآورد عمق آب‌شستگی موضعی پایه پل‌ها نسبت به تغییرات عمق جریان بالادست، به ازای مقادیر مختلف سرعت جریان انجام شده است. با توجه به شکل ۴، در تمام معادله‌های مورد بررسی (به جز معادله‌ی S/M در $20, 10 \text{ m}$ و در سرعت‌های $1, 1/5, 2 \text{ m s}^{-1}$) با افزایش ضریب تغییرات α افزایش یافته است، در عین حال مقادیر r کاملاً در محدوده‌ی قابل قبول قرار دارند. در نتیجه، خطاهای معمول در اندازه‌گیری عمق جریان تأثیر چندانی را در برآورد عمق آب‌شستگی پایه پل با استفاده از این معادله‌ها ایجاد نمی‌کند. در بررسی روند تغییرات هر یک از معادله‌ها نتایج زیر حاصل شده است: در نمودارهای مربوط به معادله‌ی فروهلیچ مقدار r بیشتر از 0.4 نبوده است و کاملاً در محدوده‌ی قابل قبول قرار دارند. نمودارهای مربوط به این معادله در چهار عمق جریان در تمام سرعت‌های مورد بررسی مشابه هم هستند. از طرفی در

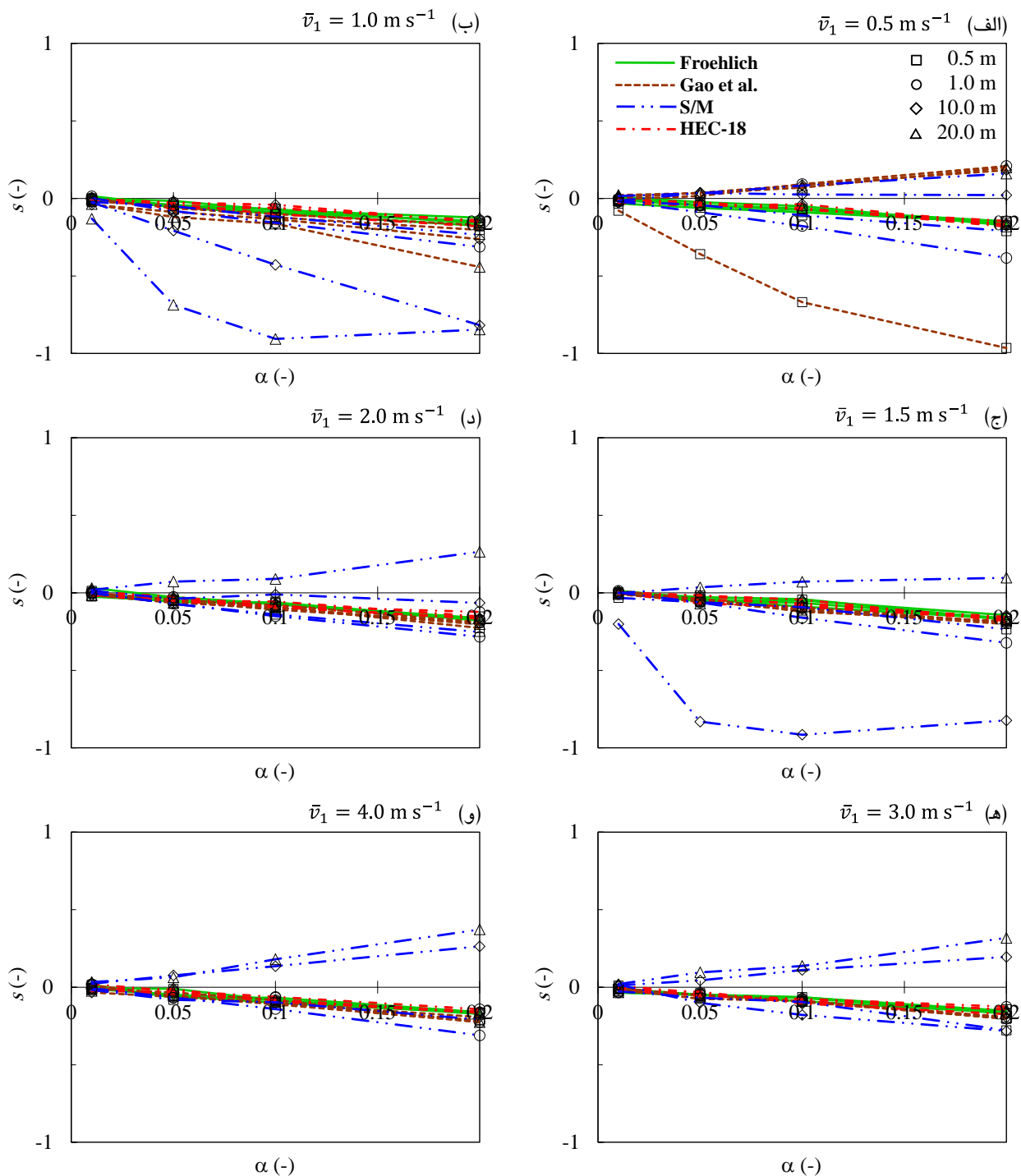




شکل ۴- حساسیت معادله های فروهلیچ، گائو و همکاران، S/M و HEC-۱۸ نسبت به تغییرات عمق جریان، به ازای: (الف) $\bar{v}_1 = 0.5 \text{ m s}^{-1}$ ، (ب) $\bar{v}_1 = 1.0 \text{ m s}^{-1}$ ، (ج) $\bar{v}_1 = 1.5 \text{ m s}^{-1}$ ، (د) $\bar{v}_1 = 2.0 \text{ m s}^{-1}$ ، (ه) $\bar{v}_1 = 3.0 \text{ m s}^{-1}$ و (و) $\bar{v}_1 = 4.0 \text{ m s}^{-1}$.

در معادله ی گائو و همکاران نیز به جز در سرعت $\bar{v}_1 = 0.5 \text{ m s}^{-1}$ (در عمق های $y_1 = 1, 10, 20 \text{ m}$) در سایر سرعت های مورد بررسی چولگی منفی به دست آمده است (شکل ۵ الف). در معادله ی S/M فقط در سرعت $\bar{v}_1 = 1 \text{ m s}^{-1}$ ، در تمام عمق های مورد بررسی مقدار چولگی منفی بوده است (شکل ۵ ب). در سایر سرعت های مورد بررسی، در عمق های زیاد $y_1 = 10 \text{ m}$ یا $y_1 = 20 \text{ m}$ (یا هر دو عمق) مقدار چولگی مثبت به دست آمده است.

در شکل ۵، نمودارهای چولگی معادله های فروهلیچ، گائو و همکاران، S/M و HEC-۱۸ برای تغییرات عمق جریان نشان داده شده است. چولگی مربوط به دو معادله ی فروهلیچ و HEC-۱۸ در تمام سرعت ها و عمق های جریان مورد بررسی منفی است. یعنی هنگام استفاده از این معادله ها، اندازه گیری های دست بالای عمق جریان بر مقادیر دست پایین این مشخصه ی هیدرولیکی ارجحیت دارد.



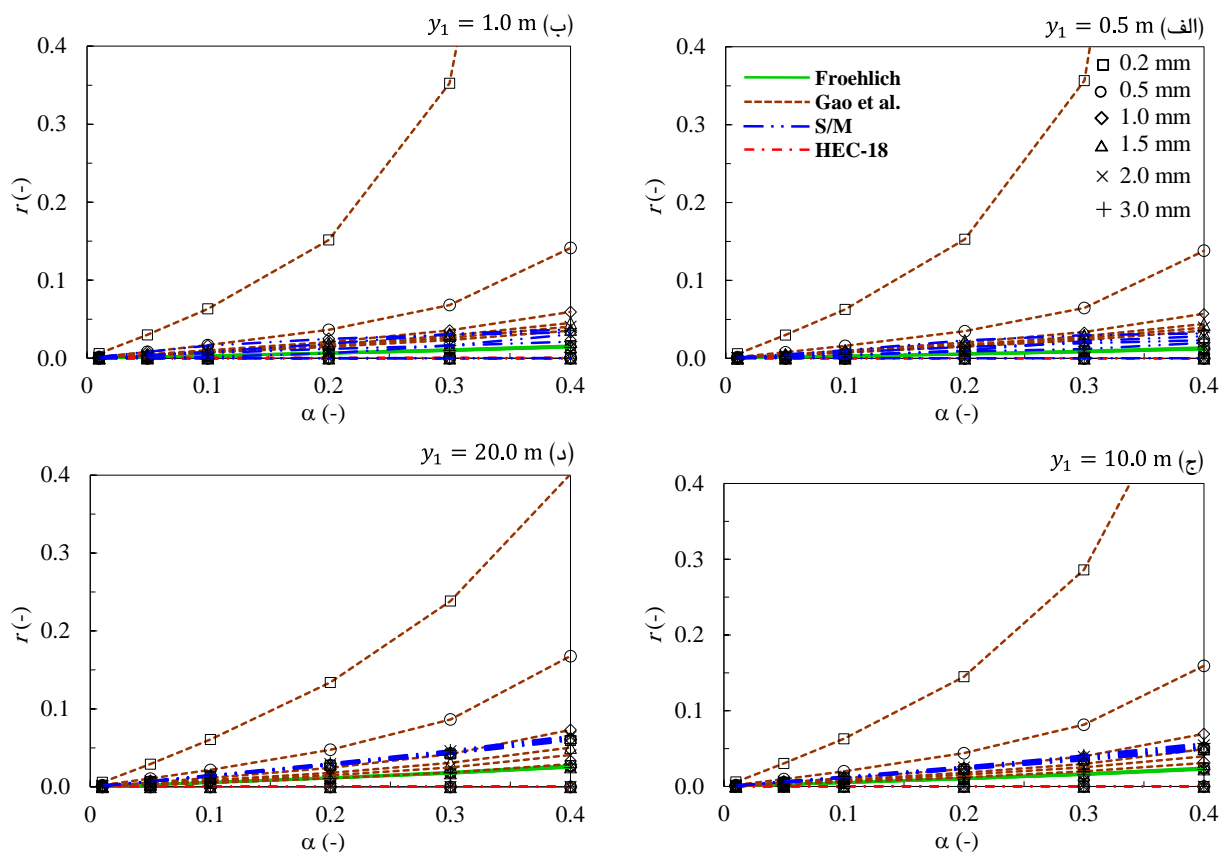
شکل ۵- مقادیر چولگی مربوط به تغییرات عمق جریان برای معادله‌های فروهلیچ، گائو و همکاران، S/M و HEC-۱۸، به ازای: (الف) $\bar{v}_1 = 0.5 \text{ m s}^{-1}$ ، (ب) $\bar{v}_1 = 1.0 \text{ m s}^{-1}$ ، (ج) $\bar{v}_1 = 1.5 \text{ m s}^{-1}$ ، (د) $\bar{v}_1 = 2.0 \text{ m s}^{-1}$ ، (ه) $\bar{v}_1 = 3.0 \text{ m s}^{-1}$ و (و) $\bar{v}_1 = 4.0 \text{ m s}^{-1}$ ، به

در اندازه‌گیری قطر ذرات رسوب نشان می‌دهد. این بررسی به ازای چهار عمق جریان $20, 10, 1, 0.5 \text{ m}$ و شش قطر رسوب $3, 2, 1.5, 1, 0.5, 0.2 \text{ mm}$

حساسیت‌سنجی نسبت به اندازه‌ی رسوبات (d_{50}) شکل ۶ حساسیت‌سنجی معادله‌های فروهلیچ، گائو و همکاران، S/M و HEC-۱۸ را نسبت به خطاهای موجود

دیگر دارا می باشد. از آنجایی که معادله ی HEC-18 برای محاسبه ی عمق آب شستگی در بستری با رسوبات درشتدانه ارائه شده است، برای این معادله حساسیت سنجی به ازای $d_{50} = 4, 6, 8, 10$ mm نیز انجام شد که در تمام موارد، مقادیر r بسیار کم و در محدوده ی قابل قبول قرار داشتند (به منظور کاهش تعداد شکل ها، نمودارهای مربوطه نشان داده نشده اند). نمودارهای مربوط به معادله ی S/M نیز به تدریج با افزایش عمق جریان، همگرا شده و در عمق $y_1 = 20$ m تقریباً بر هم منطبق می شوند (شکل ۶ د). بنابراین از بین چهار معادله ی مورد مطالعه، معادله ی HEC-18 کمترین حساسیت و معادله ی گائو و همکاران بیشترین حساسیت را نسبت به تغییرات اندازه ی رسوبات نشان می دهند.

انجام شده است. با توجه به این شکل، در هر چهار عمق مورد بررسی، مقادیر r در محدوده ی قابل قبول قرار دارند. نمودارهای معادله ی فروهلیچ در چهار عمق مورد بررسی بر هم منطبق هستند و با افزایش عمق جریان، افزایش کمی در مقدار r صورت می گیرد (شکل های ۶ الف تا ۶ د). در معادله ی گائو و همکاران در هر عمق جریان، با افزایش اندازه ی رسوب، مقدار r کاهش یافته است. در این معادله، بزرگترین مقادیر r در $d_{50} = 0.2$ mm، به ازای $\alpha = 0.4$ ، حاصل شده اند که در چهار عمق مورد بررسی به ترتیب $1/30, 1/15, 1/85$ و 0.40 می باشند. در معادله ی HEC-18، تمام نمودارهای مربوط به شش اندازه ی رسوب در چهار عمق بررسی شده بر هم منطبق هستند و در این معادله، r کمترین مقادیر را نسبت به سه معادله ی

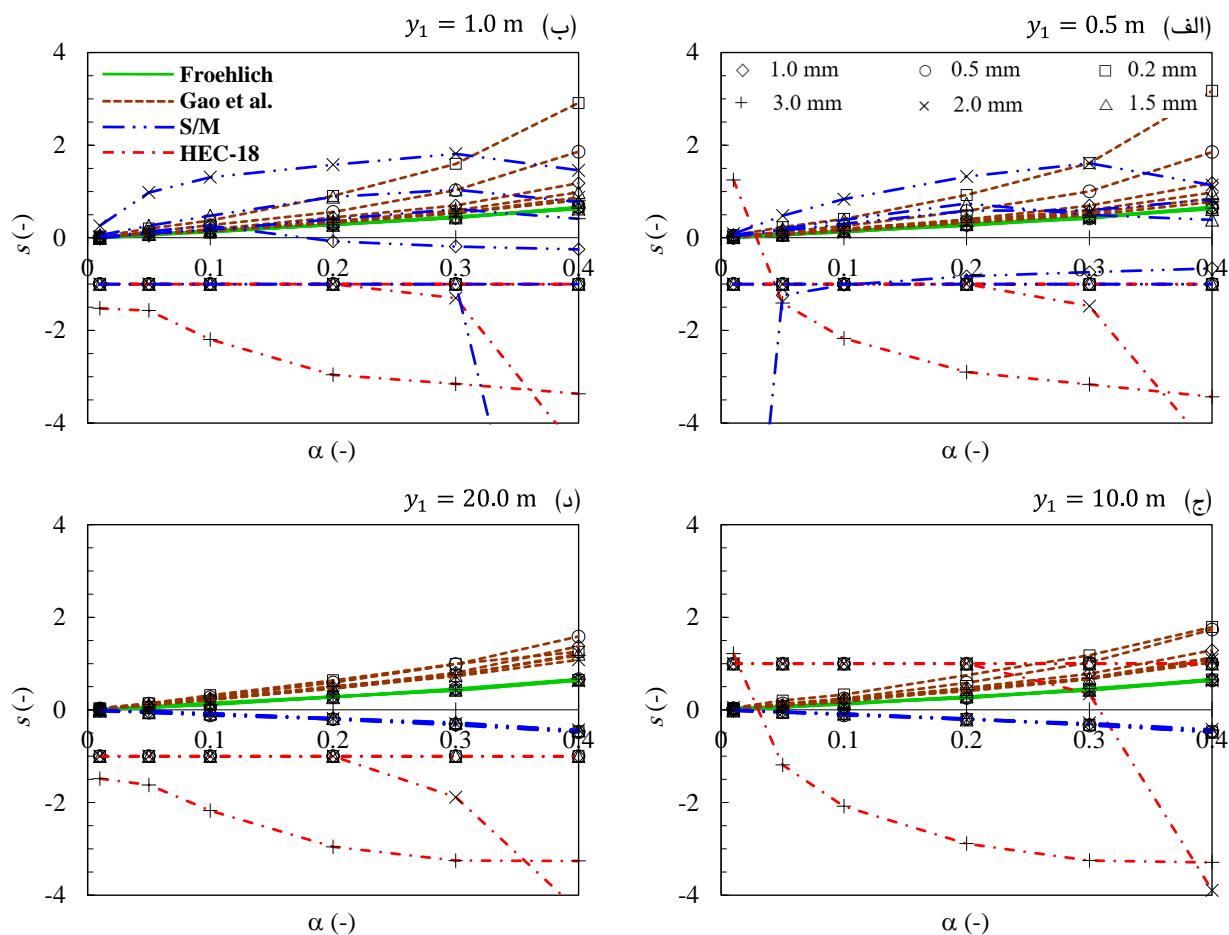


شکل ۶- حساسیت معادله های فروهلیچ، گائو و همکاران، S/M و HEC-18 نسبت به تغییرات اندازه ی رسوب،

به ازای: (الف) $y_1 = 0.5$ m، (ب) $y_1 = 1.0$ m، (ج) $y_1 = 10.0$ m و (د) $y_1 = 20.0$ m

معادله‌ی HEC-18، در بیشتر حالت‌های مورد بررسی مشترک (شکل‌های ۷ الف، ب، د) و نیز در ارزیابی تکمیلی (به ازای $10 \text{ mm} \leq d_{50} \leq 8 \text{ mm}$) مقدار چولگی منفی به دست آمد (نمودارهای مربوطه نشان داده نشده‌اند). چولگی معادله‌ی S/M در عمق‌های بزرگتر ($y_1 = 10, 20 \text{ m}$) منفی هستند (شکل ۷ ج، د) و در عمق‌های کمتر ($y_1 = 0.5, 1 \text{ m}$) به ازای $d_{50} = 1/5, 2, 3 \text{ mm}$ مثبت و برای اندازه‌های کوچکتر $d_{50} = 0.2, 0.5, 1 \text{ mm}$ منفی به دست آمده‌اند.

شکل ۷ نمودارهای چولگی معادله‌های فروهلیچ، گائو و همکاران، S/M و HEC-18 را به ازای تغییرات اندازه‌ی رسوبات نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، در دو معادله‌ی فروهلیچ و گائو و همکاران مقدار s در تمام حالت‌های بررسی شده، مثبت است (شکل‌های ۷ الف تا د). در نتیجه در صورت استفاده از معادله‌های مذکور، استفاده از مقادیر دست‌پایین اندازه‌ی رسوبات موجب کاهش خطا در محاسبه‌ی عمق آب‌شستگی پایه پل می‌شود. در



شکل ۷- مقادیر چولگی مربوط به تغییرات اندازه‌ی رسوب برای معادله‌های فروهلیچ، گائو و همکاران، S/M و HEC-18.

به ازای: (الف) $y_1 = 0.5 \text{ m}$ (ب) $y_1 = 1.0 \text{ m}$ (ج) $y_1 = 10.0 \text{ m}$ (د) $y_1 = 20.0 \text{ m}$

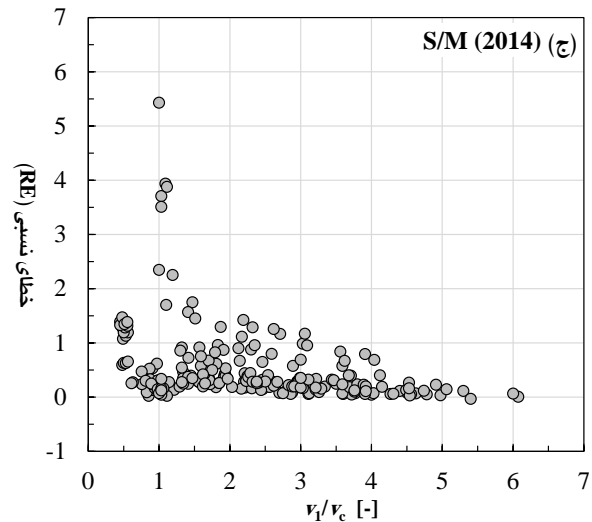
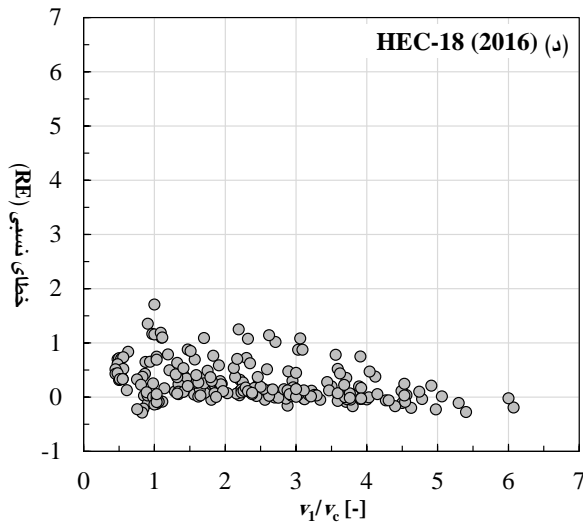
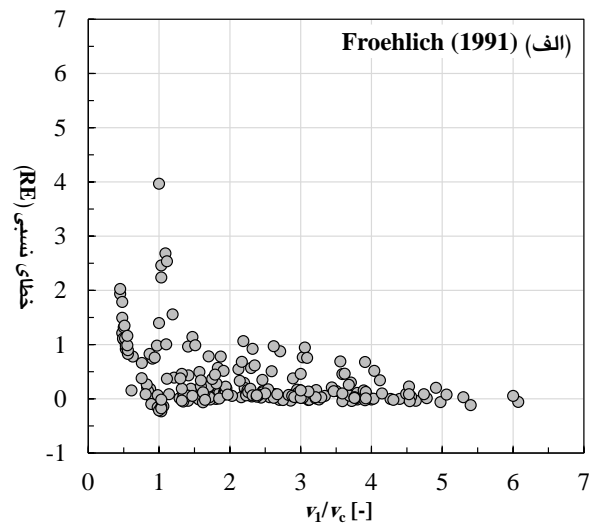
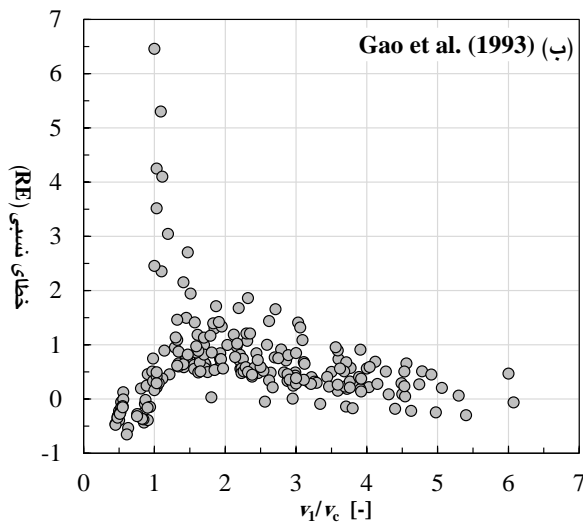
۸ د) و بیشترین خطاها نیز مربوط به معادله‌ی گائو و همکاران است (شکل ۸ ب). در جدول ۵ نیز مقادیر معیار خطای $RRMSE$ مربوط به معادله‌ها ارائه شده است. با توجه به این جدول نیز کمترین و بیشترین مقدار $RRMSE$

در شکل ۸، نمودارهای خطای نسبی (RE) در مقابل پارامتری بعد سرعت جریان به سرعت بحرانی رسوبات (v_1/v_c) رسم شده است. با توجه به شکل ۸، کمترین خطاهای مشاهده شده مربوط به معادله‌ی HEC-18 (شکل

به ترتیب مربوط به معادله های HEC-18 و گائو و همکاران است.

جدول ۵- مقادیر $RRMSE$ محاسبه شده برای معادله های مورد بررسی در تحقیق حاضر.

	HEC-18 (۲۰۱۶)	S/M (۲۰۱۴)	گائو و همکاران (۱۹۹۳)	فروهلچ (۱۹۹۱)
$RRMSE$	۰/۴۳	۰/۸۷	۱/۰۷	۰/۶۶



شکل ۸- خطای نسبی معادله های تجربی نسبت به تغییرات انتقال بار بستر:

(الف معادله ی فروهلچ، ب) معادله ی گائو و همکاران، ج) معادله ی S/M، و د) معادله ی HEC-18.

نتیجه گیری کلی

آب شستگی آب زلال و بستر زنده حساسیت سنجی شدند. معادله های بررسی شده شامل: فروهلچ (۱۹۹۱)، گائو و همکاران (۱۹۹۳)، S/M (۲۰۱۴) و HEC-18 (۲۰۱۶) بودند. در این مطالعه میزان حساسیت معادله های مذکور نسبت

در این تحقیق، چهار معادله ی پرکاربرد برآورد عمق آب شستگی موضعی پیرامون پایه های استوانه ای پلها در بسترهایی با رسوبات غیرچسبنده در شرایط

گائو و همکاران به ازای قطرهای ۰/۲ mm و ۰/۵ mm که در آن‌ها مقدار r (در ضریب تغییرات $\alpha = ۰/۴$) به ترتیب به ۱/۳ و ۰/۱۷ رسید، در سایر حالت‌ها مقدار r کمتر از ۰/۰۷ بود. از بین چهار معادله‌ی بررسی شده، معادله‌ی گائو و همکاران بیشترین و معادله‌ی HEC-۱۸ کمترین حساسیت را نسبت به تغییرات اندازه‌ی رسوبات داشته‌اند. همچنین از بین سه متغیر مورد بررسی، خطاهای موجود در اندازه‌گیری‌های عمق جریان کمترین تأثیرگذاری و خطاهای موجود در داده‌های سرعت جریان بیشترین تأثیر را داشته است.

ذکر این نکته ضروری است که هدف تحقیق حاضر صرفاً حساسیت‌سنجی معادله‌های تجربی نسبت به پارامترهای موجود در این معادله‌ها بوده است و نه مقایسه‌ی معادله‌ها برای پیش‌بینی میزان دقت محاسبه‌ی عمق آب‌شستگی اطراف پایه پل‌ها. بر این اساس توصیه می‌شود در صورت عدم اطمینان از دقت پارامترها، از روابطی که بیشترین حساسیت را به آن پارامترها دارند استفاده نشود. از نظر معیار عدم تقارن، چولگی مربوط به تغییرات مشخصه‌های جریان و رسوب برای چهار معادله‌ی مورد بررسی، هم مقادیری مثبت و هم مقادیری منفی داشت که حسب شرایط باید به ترتیب از مقادیر دست‌پایین و دست‌بالای داده‌های ورودی استفاده شود تا محاسبات عمق آب‌شستگی موضعی پایه پل خطای کمتری داشته باشد.

به خطاهای معمول در اندازه‌گیری‌های مشخصه‌های جریان و رسوب که متغیرهای ورودی این معادله‌ها هستند، با استفاده از روش عددی مونت‌کارلو ارزیابی شد. به منظور تحلیل نتایج محاسبات حساسیت‌سنجی، چهار کمیت خروجی، شامل: z_m ، z_i ، z_{mp} و σ_z تعریف شد. آنالیز خطا نیز با استفاده از شاخص r که نسبت بین کمیت‌های چهارم و اول است صورت گرفت. پس از انجام حساسیت‌سنجی، عملکرد معادله‌ها با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی بررسی و مقایسه شد.

در بررسی میزان تأثیرپذیری معادله‌ها نسبت به تغییرات سرعت جریان، مشخص شد که به جز در سرعت $۰/۵ \text{ m s}^{-1}$ ، در سایر سرعت‌ها، معادله‌ها حساسیت بسیار کمی ($r \leq ۰/۳$) را نسبت به تغییرات سرعت جریان دارند. در مقایسه‌ی نسبی معادله‌ها، دو معادله‌ی گائو و همکاران و HEC-۱۸ به ترتیب بیشترین و کمترین حساسیت را نسبت به معادله‌های دیگر نشان دادند.

در حساسیت‌سنجی معادله‌ها نسبت به عمق جریان مشخص شد که چهار معادله‌ی مورد بررسی حساسیت بسیار کمی را نسبت به این عامل دارند به‌گونه‌ای که در تمام عمق‌های جریان بررسی شده، مقدار r کمتر از ۰/۱ بود. مقایسه‌ی نسبی بین معادله‌ها نشان داد که در بیشتر عمق‌های مورد بررسی، معادله‌های HEC-۱۸ و S/M به ترتیب بیشترین و کمترین تأثیرپذیری را دارند. در بررسی تأثیر اندازه‌ی ذرات رسوب، مقادیر r کم و در محدوده‌ی قابل قبول بودند. مقدار r به جز در معادله‌ی

منابع مورد استفاده

- Aksoy AO, Bombar G, Arkis T and Guney MS, 2017. Study of the time-dependent clear water scour around circular bridge piers. *Journal of Hydrology and Hydrodynamics*, 65(1): 26-34.
- Brunner GW, 2016. HEC-RAS, River Analysis System Hydraulic Reference Manual, Version 5.0.
- Chiew YM, 1984. Local scour at bridge piers. PhD Thesis, Department of Civil Engineering, Auckland University, Auckland, New Zealand.
- Day S and Sarkar A, 2006. Scour downstream of an apron due to submerged horizontal jets. *Journal of Hydraulic Engineering*, 132(3): 246-257.
- Fernandez R and Garcia MH, 2017. Input-variable sensitivity assessment for sediment transport relations. *Water Resources Research*, 53: 8105-8119.
- Fortunato AB, Oliveira A and Alves ET, 2002. Circulation and salinity intrusion in the Guadiana Estuary. *Thalassas* 18(2): 43-65.

- Froehlich DC, 1991. Analysis of onsite measurements of scour at piers. Proceedings of the ASCE National Hydraulic Engineering Conference, Colorado Springs, CO.
- Gao D, Posada GL and Nordin CF, 1993. Pier scour equations used in the People's Republic of China. FHWA-SA-93-076, Federal Highway Administration, Washington, DC.
- Guo J, Suaznzbar O, Shan H and Shen J, 2012. Pier scour in clear-water conditions with non-uniform bed materials. P.66, Report No. FHWA-HRT-12-022, Federal Highway Administration, McLean, VA.
- Hamill L, 1999. Bridge Hydraulics, USA and Canada, Routledge 29 West 35th Street, New York, NY 10001.
- Johnson PA, Clopper PE, Zevenbergen LW and Lagasse PF, 2015. Quantifying uncertainty and reliability in bridge scour estimations. *Journal of Hydraulic Engineering*, 141(7): 4015013.
- Kabiri Samani AR, Mahinparvar N and Salamatian A, 2018. Reliability analysis of scouring around the bridge abutments. *Sharif Journal of Civil Engineering*, 34.2(3.2): 23-31. (In Persian with English Abstract)
- Kim HS, Chen HC and Briaud JL, 2022. Numerical simulation of scour hole backfilling in unidirectional flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 148(7): 04022013
- Lagasse PF, Clopper PE, Zevenbergen LW and Girard LG, 2007. Countermeasures to protect bridge piers from scour, National Cooperative Highway Research Program (NCHRP Report 593), Washington DC.
- Li J, Tao J and Yu X, 2015. Streamlining of bridge pier as a scour countermeasure: A feasibility study. Pp. 319-329. Proceedings of International Foundations Congress and Equipment Expo, Reston, VA.
- Li J, Zhang B, Shen C, Fu X and Li W, 2021. Experimental study on local scour depth around monopile foundation in combined waves and current. MDPI, *Sustainability*13, 13614.
- Lin C, Han J, Bennett C and Parsons RL, 2014. Case history analysis of bridge failures due to scour. International Symposium of Climate Effects on Pavement and Geotechnical Infrastructure, Fairbanks, Alaska, US.
- Martín-Vide JP, Fael CMS, Núñez-González F, Ferrer-Boix C, Santos CAV, Prats-Puntí A and Chavarrias V, 2022. A large bridge pier in an alluvial channel: local scour versus morphological effects and the role of physical models. *Journal of Hydraulic Engineering*, 148(8): 05022001.
- Melville BM, 1997. Pier and abutment scour: Integrated approach. *Journal of Hydraulic Engineering*, 123(2): 125-136.
- Olivito G and Hager WH, 2002. Temporal Evolution of Clear-Water Pier and Abutment Scour. *Journal of Hydraulic Engineering*, 128(9): 811-820.
- Olivito G and Hager WH, 2005. Further Results to Time-Dependent Local Scour at Bridge Elements. *Journal of Hydraulic Engineering*, 131(2): 97-105.
- Pinto L, Fortunato A and Freire P, 2006. Sensitivity analysis of non-cohesive sediment transport formulae. ScienceDirect, *Continental Shelf Research*, 26: 1826-1839.
- Ranjbar Zahedani M, Keshavarzi A and Khabbaz H, 2017. Control of local scour at vicinity of bridge piers using flow diversion structure. Proceedings of the 37th IAHR World Congress, Kuala Lumpur, Malaysia.
- Shafie Bajestan M, 2015. Basic theory and practice of hydraulics of sediment transport (2nd ed.), Shahid Chamran University Press, Ahvaz. (In Persian)
- Shan H, Kilgore R, Shen J and Kerenyi K, 2016. Updating HEC-18 pier scour equations for non-cohesive soils. P.32, Report No. FHWA-HRT-16-045, Federal Highway Administration, McLean, VA.
- Sharp JA and McAlpin TO, 2022. Case study: experimental investigation into the feasibility of pier nose extensions to reduce local scour around bridge piers. *Journal of Hydraulic Engineering*, 148(1): 05021010
- Sheppard DM, Melville B and Demir H, 2014. Evaluation of existing equations for local scour at bridge piers. *Journal of Hydraulic Engineering*, 132(7): 635-642.
- Sheppard DM and Miller W, 2006. Live-bed local pier scour experiments. *Journal of Hydraulic Engineering*, 132(7): 635-642.
- Sheppard DM, Odeh M and Glasser T, 2004. Large scale clear-water local scour experiments. *Journal of Hydraulic Engineering*, 130(10): 975-963.
- Shields A, 1936. Anwendung der Aehnlichkeitsmechanik und der turbulenz forschung auf die geschiebebewegung. Mitt. Preuss. Vesuchanstalt Wasserbau Schiffbau, Berlin (In German).
- Singh NB, Devi TT and Kumar B, 2022. The local scour around bridge piers – a review of remedial techniques. *ISH Journal of Hydraulic Engineering*, 28(sup 1): 527-540.
- Wu P, Balachandar R and Ramamurthy A, 2018. Effects of splitter plate on reducing local scour around bridge pier. *River Research Application* 1-9.

Yu P and Zhu L, 2020. Numerical simulation of local scour around bridge piers using novel inlet turbulent boundary conditions. *Journal of Ocean Engineering* 218, 108166.