توسعه روابط بیبعد مقاومت هیدرولیکی جریان در آبراهههای کوهستانی با فرم بسترهای مختلف

سحر آهنگر	دانشجوی دکتری، گروه مهندسی آب، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران، szenozi@yahoo.com
محمد همتی*	دانشیار، گروه مهندسی آب، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران، m.hemmati@urmia.ac.ir
مهدی یاسی	دانشیار، گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشگاه تهران، کرج، ایران، m.yasi@ut.ac.ir
الن وول	پروفسور، گروه مهندسی علوم زمین، دانشگاه ایالتی کلرادو، کلرادو، آمریکا، ellen.wohl@colostate.edu

#### چکیدہ

آبراهههای کوهستانی با مواد بستری درشتدانه، شیب تند و عمق جریان کم قابل تشخیص می باشند. در این رودخانهها، اندازهگیری مستقیم دبی یا سرعت جریان، به ویژه در جریانهای بالا، اغلب دشوار است؛ لذا استفاده از روابط مقاومت جریان اجتنابناپذیر خواهد بود. هدف تحقیق حاضر توسعه روابط بی،بعد هندسه هیدرولیک در تخمین دبی، بدون اندازهگیری عمق آب میباشد. در این بررسی، مقاومت هیدرولیکی جریان در سه رودخانه کوهستانی عنصرود، سعیدآباد و لیقوان با فرم بسترهای متنوع بر اساس دادههای اندازه گیری شده، بررسی و تحلیل گردید و معادله جدیدی برای پیش بینی مقاومت هیدرولیکی جریان ارائه گردید. نتایج تحقیق نشان داد که در رودخانههای کوهستانی، استفاده از پارامتر انحراف استاندارد هندسی توزیع ذرات در معادلات بیبعد هندسه هیدرولیک جریان، ضریب همبستگی و دقت معادلات را افزایش میدهد.

**واژههای کلیدی:** ضریب دارسی- ویسباخ، هندسه هیدرولیک، آبراهه کوهستانی، دادههای صحرایی.

## Development of nondimentional Hydraulic Resistance Relationships in mountain streams with different bed-forms

S. Ahangar	Water Engineering Department, Urmia University, Urmia, Iran
M. Hemmati	Water Engineering Department, Urmia University, Urmia, Iran
M. Yasi	Department of Irrigation & Reclamation Engineering, Tehran University, Karaj, Iran
E. Wohl	Department of Geosciences, Colorado State University, Colorado, USA

#### Abstract

Mountain streams are characterized by coarse-bed materials, steep slopes, and low flow depth. In these type of streams, direct measurement of discharges and/or flow velocities is often difficult, particulaly in high flows. Therefore, the use of flow resistance relationships will be inevitable. The present research aims to develop dimensionless relationships of hydraulic geometry in estimating the discharge without measuring the water depth. In this study, flow resistance in three mountain streams, including Ansarood, SaeedAbad and Lighvan with various bed-forms was investigated based on measured data, and a new equation was proposed. The present study results revealed that in the case of mountain rivers, the inclusion of the geometric standard deviation of bed materials in the non-dimensional hydraulic geometry relationships increases the correlation coefficient and the accuracy of the predictive equations.

Keywords: Darcy-Weisbach friction factor, Hydraulic geometry, Mountain stream, Field data.

#### ۱- مقدمه

هیدرولیکی رودخانهها در مناطق کوهستانی با رودخانههای آبرفتی متفاوت است. دانشمندان تحقیقاتی را برای کمیسازی ویژگیهای رودخانههای کوهستانی، از جمله توزیع مکانی دبی، توان جریان، مورفولوژی آبراهه و انتقال رسوب انجام دادهاند [۱، ۳، ۴، ۵ و ۶]. با این حال، هنوز هم كمىسازى مقدار مقاومت هيدروليكى كه بسيار متغير است، چالش برانگیز است؛ زیرا مورفولوژی آبراهه به شدت با اندازه زبری و شرایط هیدرولیکی در رودخانههای کوهستانی همبستگی دارد. مهمترین مساله در تعیین مقاومت جریان، یافتن ارتباط بین تنش برشی و پارامترهای جریان است. عموما از معادله دارسی-ویسباخ بصورت زیر برای تعیین مقاومت در برابر جریان استفاده می شود:

$$\int_{f}^{g} = \frac{V}{u^{*}} \tag{1}$$

که در آن f ضریب دارسی- ویسباخ، V سرعت متوسط جریان در

با توجه به توسعه شهرنشینی و تفریحی در مناطق کوهستانی در سالهای اخیر، رودخانههای کوهستانی توجه مهندسان هیدرولیک را به خود جلب کرده است [۱]. درک خصوصیات و رفتار طبیعی رودخانه ها به منظور اجرای برنامههای نگهداری و اعمال مدیریت درست، امری ضروری است. علم بررسی رفتار جریان آب جزئی از علم مکانیک سیالات و هیدرودینامیک میباشد. رودخانههای کوهستانی معمولاً با جریان متلاطم همراه با سرعت زیاد، بینظمیهای قابل توجه در سطح مقطع و سنگریزهها یا تختهسنگهای بزرگ در بستر رودخانه، یروفیل طولی نامنظم و مقاومت جریان بزرگ و متغیر شناخته می شوند که سطوح بستر منقطع بر روی فرایندهای فیزیکی و بیولوژیکی و همچنین سرعت برشی رودخانه تأثیر میگذارد [۲]. برخی ویژگیهای

<sup>\*</sup> نويسنده مكاتبه كننده، آدرس يست الكترونيكي: m.hemmati@urmia.ac.ir تاریخ دریافت: ۱/۰۴/۲۳

(٢)

هر مقطع عرضی و \*u سرعت برشی در هر مقطع عرضی می باشد. تعیین ضریب f در لولهها آسان بوده ولی در رودخانهها به دلیل پیچیدگی محاسبه تنش برشی، تعیین ضریب f مشکل می باشد.

ضریب مقاومت جریان در طول زمان و بین بازههای مختلف در یک رودخانه متغیر است؛ با این حال، برای محاسبه سرعت جریان بسیار مهم است. در رودخانه آبرفتی، مقاومت جریان ناشی از اصطکاک سطحی بین ذره و جریان میباشد ولی در رودخانه کوهستانی، مقاومت جریان شامل مقاومت ذره، تلفات ناشی از سرریز شدن جریان از روی ذرات و شدت تلاطم جریان میباشد.

برای محاسبه مقاومت جریان از قوانین لگاریتمی اصلاح شده، قوانین عمومی توان و هندسه هیدرولیکی بیبعد و مدلهای لایه زبری بر اساس تنش ناشی از فرم بستر استفاده می کنند [۷]. انتخاب معادله مقاومت جریان مناسب برای مناطق کوهستانی دشوار است و مستلزم مهارت و تجربه کافی با توجه به وضعیت هیدرولیکی و رسوب رودخانه است. بنابراین استخراج معادلات نیمه تجربی در برآورد مقاومت جریان با درک پدیدههای موثر در مقاومت جریان می تواند بسیار مفید باشد. تحقيقات نشان مىدهد كه عملكرد معادلات مقاومت مبتنى بر عمق جریان در رودخانههای کوهستانی ضعیف بوده است [۷]. محققین، برای مناطق كوهستاني، معادلات هندسه هيدروليك بيبعد را پيشنهاد کردهاند که ریکنمن و ریکینگ [۸] سرعت متوسط جریان را به دبی کل Q و آبرله و اسمارت [۹]، کمیتی [۱۰]، فرگوسن، زیممرمن [۱۱]، همتی و وفا [۱۲] و فررو [۱۳]، سرعت متوسط جریان را به دبی واحد عرض q مرتبط میدانند، زیرا تعیین دبی در رودخانههای کوهستانی بسیار آسان تر از اندازه گیری عمق جریان است. صورت عمومی معادلات بدون بعد بصورت معادله (۲) میباشد:

 $V^* = cq^{*m}S^{(1-m)/2}$ 

که در آن  $q^* = q/(gD_s^{3})^{0.5}$   $V^* = V/(gD_s)^{0.5}$  ، V سرعت متوسط جریان،  $D_s$  صدک s توزیع اندازه ذرات و c m ضریب و توان تعیین شده بصورت تجربی هستند. فرگوسن [V] نشان داد که این نوع معادلات، اندازه گیری سرعت جریان در رودخانه های طبیعی را بهتر از سایر معادلات توصیف میکنند. متغیرهای بدون بعد به ویژه در توصیف سایر معادلات توصیف میکنند. متغیرهای بدون بعد به ویژه در توضیح بهتر تغییرات مقاومت جریان در یک مکان موفق بودند. برای توضیح بهتر تغییرات بین مکانهای مختلف، پیشنهاد شد که شیب سطح آب یا شیب آبراهه S به عنوان یک فاکتور دیگر لحاظ شود [۱۰، ۷، ۸، ۱۵]. ریکنمن و ریکینگ [۸] دو متغیر بدون بعد جدید را معرفی نمودند: (۳)

که ۷<sup>\*\*</sup> سرعت بیبعد بصورت ۷<sup>\*.</sup> (gSD<sub>84</sub>)<sup>0.5</sup> و <sup>\*\*</sup> دبی V<sup>\*\*</sup> = ۷/(gSD<sub>84</sub>)<sup>0.5</sup> بیبعد بصورت ۷<sup>\*\*</sup> = q/(gSD<sub>84</sub>)<sup>0.5</sup>

باثرست [۱۶]، زبری را با توجه به عمق نسبی جریان طبقهبندی نموده و زبریهای با مقیاس بزرگ ۲/۱>4/D (که در این دسته عناصر زبری بر سطح آزاد جریان تاثیر میگذارند)، زبریهای با مقیاس متوسط 4>4/D او زبریهای با مقیاس کوچک 4<4/d (که در این دسته جریان توسط تئوری لایه مرزی توصیف میشود)، را تعریف کردند. تأثیر وجود زبری بر مقاومت جریان توسط بسیاری از محققان مانند لاورنس [۱۷] و همتی و وفا [۱۵]، یوچوم و همکاران [۱۸]، افضلیمهر و همکاران [۱۸] و همتی و وفا [۱۵] بررسی شده است.

همانطور که توسط پاگلیارا و شیاواچینی [۲۰] بیان شده است، بیشتر روابط برای رودخانههای با بستر شنی استخراج شدهاند و روابط اندکی برای بیان افزایش مقاومت در برابر جریان به دلیل وجود سنگریزه و تختهسنگ در رودخانههای کوهستانی ارائه شده است. در واقع، مطالعه اثر زبریهای بزرگ به ویژه تختهسنگهای بیرونزده از بستر رودخانه که میتواند به صورت موضعی بر ساختار تلاطم جریان و برآورد عامل اصطکاک تأثیر بگذارد، ضروری است.

در حال حاضر توافقی در مورد بهترین نحوه ارتباط مقاومت جریان با ویژگیهای بستر در رودخانههای شیبدار و کمعمق کوهستانی وجود ندارد که به دلیل ۱- اختلاف نظر در مورد چگونگی تعیین کمیت زبری و ۲- کمبود اندازه گیری ترکیبی دادههای جریان و زبری بصورت صحرایی است؛ علاوه بر این، زبری بستر آبراهه اغلب با استفاده از یک پارامتر منفرد توصیف میشود و هیچ یک از معیارهای زبری ارائه شده تاکنون نمی توانند تغییرات مشاهدهشده سرعت جریان را در بین مقاطع عرضی مختلف به طور کامل توضیح دهند. لذا تحقیق حاضر در نظر دارد به ارزیابی پارامترهای تاثیرگذار بر مقاومت جریان در رودخانههای کوهستانی و توسعه معادلات حاکم بر مقاومت جریان در رودخانههای

## ۲- مواد و روشها

سه رودخانه كوهستاني عنصرود، سعيدآباد و ليقوان كه مطابق شکل ۱ جزو شاخههای رودخانه آجیچای واقع در استان آذربایجانشرقی هستند، برای این مطالعه انتخاب شدند. حوضههای آبریز هر سه رودخانه دارای مورفولوژی متنوعی میباشند. در طول بازه مطالعاتی هر رودخانه، دو مقطع عرضی با مورفولوژی آبشاری، دو مقطع عرضی با مورفولوژی پله-استخری و یک مقطع عرضی با مورفولوژی بستر تخت انتخاب شد. عموما فرم بستر آبشاری در شیبهای تند که مواد بستری آنها در جهت طولی و عرضی بهم ریخته و شامل تخته-سنگ میباشند و جریان غلطان بر روی ذرات و تلاطم ناشی از جریان در اطراف ذرات باعث اتلاف مقدار زیادی از انرژی مکانیکی جریان می-شود، مشاهده می شوند. فرم بستری پله-استخری، توسط پلههای طولی که از تجمع ذرات درشتدانه که بصورت مجزا در عرض آبراهه قرار دارند و استخرهای جداگانه که شامل مواد ریزدانه میباشند، تعریف می شوند که این نوع فرم بستری منجر به جریان بحرانی و فوق بحرانی بر روی پلهها و جریان زیربحرانی در استخرها می شود. فرم بستر تخت، فاقد بارهای رسوبی مجزا بوده و از ویژگیهای آنها نسبت عرض به عمق کم و مقادیر زبری نسبی (نسبت D<sub>90</sub> به عمق) بزرگ میباشد. بازههای با بستر تخت در آبراهههای مستقیم با شیب ملایم مشاهده میشوند. دانهبندی آنها معمولا از ذرات ماسه تا تخته سنگهای کوچک تشکیل شدهاند اما عمدتا دارای دانه بندی شن تا قلوه سنگ میباشند [۲].

ابتدا موقعیت دقیق هر مقطع عرضی با قرار دادن میلهها در دو ساحل رودخانه و طنابکشی مشخص شد. مساحت سطح مقطع A و سایر پارامترهای هیدرولیکی شامل عرض جریان W و شعاع هیدرولیکی R<sub>h</sub> مربوط به دبی معین برای هر مقطع عرضی با نقشهبرداری سطح آب و کف بستر بوسیله دستگاه توتال استیشن و GPS دوفرکانسه



شکل۱- موقعیت جغرافیایی رودخانهها و بازههای مطالعاتی

اندازهگیری شدند. با توجه به اینکه در مناطق کوهستانی، شیب بستر رودخانه و عمق آب به طور قابل توجهی تغییر میکند؛ بدست آوردن شیب دقیق رودخانههای با بستر تختهسنگی و سنگریزهای بسیار مشکل است. بنابراین، شیب بین مقاطع با استفاده از پروفیل طولی اندازهگیری شده بوسیله GPS دوفرکانسه بدست آمد. همچنین سواحل رودخانهها و بستر آنها در طول بازههای انتخاب شده فاقد پوشش بگیاهی یا دارای پوشش گیاهی اندکی بودند و عمق متوسط جریان برابر با شعاع هیدرولیکی درنظر گرفته شد که مطابق تحقیقات باثرست [۲۱] برای رودخانههای کوهستانی فرض درستی است.

در ادامه، با استفاده از روش وولمن [۲۲] و بونته– آبت [۲۳] رودخانه شبکهبندی شده و ذرهای از مصالح بستر که در محل گرهها در شبکهبندی قرار دارند، جمعآوری شده و منحنی توزیع اندازه ذرات بستر در بازههای مطالعاتی تعیین شدند که دامنه قطر D<sub>84</sub> برای فرم بستری آبشاری، ۵۴۵≦ D<sub>84</sub> ≤۵۴۵ میلیمتر، برای فرم بستری پله− استخری، ۲۸۶≤ D<sub>84</sub> ≥۱۷۵ میلیمتر و برای فرم بستری تخت، ۱۷۵≤ D<sub>84</sub> امیلیمتر است. انحراف استاندارد هندسی توزیع اندازه ذرات که  $D_{50}$  و  $D_{84}$  قطری از مواد بستری که ۸۴ و  $\sigma = \log (D_{84}/D_{50})$ درصد مواد بستری (در توزیع اندازه ذرات) از آن ریزتر باشند، برای فرم بستری آبشاری، ۵≤ ۰/۸۱ برای فرم بستری پله⊣ستخری،  $^{\prime}$  ۰/۳۰۷ و برای فرم بستری تخت،  $\sigma \leq ^{\prime}$ ۴۱۲ و برای فرم بستری تخت،  $\sigma \leq ^{\prime}$ ۴۱۲ است. رودخانهها در مناطق کوهستانی شامل تمامی محدودههای اندازه مواد بسترى مىباشند كه اين دامنه وسيع باعث ايجاد واكنش پيچيده بین ذرات در اندازههای مختلف در هنگام فرسایش، انتقال، رسوبگذاری و ایجاد بسترهای ناهمگن مکانی می شوند. شکل ۲ نمونه ای از منحنی توزيع اندازه ذرات بر اساس قطر متوسط ذرات در مورفولوژىهاى مختلف در رودخانه سعیدآباد با روش شبکه و شمارش روش بونته-آبت را نشان میدهد.

در محلهای تعیین شده هر مقطع عرضی، مطابق شکل ۳، اندازه گیری سرعت جریان از کف رودخانه به طرف سطح آزاد جریان با استفاده از

مولینه پروانهای HQFM110E با دقت ۲/۵ درصد انجام شده است. مولینه مورد استفاده، سرعت را فقط در جهت جریان اندازه گیری میکند. همچنین با توجه به اینکه، طول اثر تلاطم ناشی از وجود تختهسنگها با افزایش ابعاد تختهسنگها افزایش مییابد؛ اندازه گیری سرعت جریان در این محلها دقت و مهارت بیشتری را میطلبد. فواصل اندازه گیری سرعت نقطهای در راستای قائم ۲ الی ۳ سانتیمتر فرکانسه را نشان میدهد. مدت زمان اندازه گیری سرعت در هر نقطه برابر ۶۰ ثانیه بود. در هر نقطه، برای کاهش خطاهای احتمالی، سرعت جریان ۳ مرتبه اندازه گیری شده است و درنهایت از میانگین آنها به عنوان سرعت آن نقطه استفاده شده است.

برای برآورد سرعت متوسط هر مقطع از رابطه انتگرالی زیر استفاده شد که در آن y فاصله از بستر و h عمق جریان میباشد:

$$V_{ave} = \frac{1}{h} \int_{0}^{h} V dy \tag{f}$$

علاوه بر آن از روش تزریق نمک، سرعت متوسط جریان محاسبه و کنترل شد [۲۵]. در این مطالعه برای به دست آوردن معادلات بی بعد مقاومت هیدرولیکی جریان از سرعت متوسط جریان استفاده شده است. اندازه گیری ها در فصول مختلف سال انجام شده و وضعیت جریان در طول اندازه گیری ها پایدار می باشد. همچنین دبی جریان از حاصلضرب سطح مقطع و سرعت متوسط جریان در هر مقطع عرضی بدست آمد. محدوده عدد فرود در تحقیق حاضر ۲/۳۳ تا ۱/۳۴ و محدوده استغراق نسبی مواد بستر ( $R/D_{\rm A}$ ) از ۲۵/۰ تا ۲۱/۱ متغیر بود که طبق طبقه بندی باثرست [۱۶]، بازه های مطالعاتی دارای زبری های بزرگ مقیاس می باشند. جدول ۱ نتایج داده های اندازه گیری شده را نشان می دهد.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Grid by Number



شکل۲- منحنی توزیع اندازه مواد بستری در رودخانه سعیدآباد الف- بستر آبشاری ب- بستر پله-استخری ج- بستر تخت



شکل۳- مقطع عرضی شماره یک رودخانه سعیدآباد با نمایش محل اندازهگیری پروفیل سرعت



شکل۴- اندازهگیری پروفیل طولی با استفاده از GPS دوفرکانسه در رودخانه سعیدآباد

نشريا		جدول۱- دادههای اندازهگیری شده مشخصات جریان و هندسه بستر											
4 مهندسی مکانیک	نام رودخانه	دبی (m³/sec)	مساحت (m <sup>2</sup> )	شيب	شعاع هیدرولیکی (m)	سرعت متوسط (m/sec)	D <sub>84</sub> (m)	R/D <sub>84</sub>	Fr	u* (m/sec)	(8/f) <sup>0.5</sup>	σ	مورفولوژی بستر
، دانش		•/١٧٨	•/497	•/١•٣	•/188	۰/۳۸۶	•/774	•/8•8	•/٣•٢	۰/۴۰۹	•/947	•/887	
گاہ ت		۰/۰۶۱	•/188	۰/۱۰۳	•/•94	•/٣۶۶	•/774	•/٣۴۵	٠/٣٨٠	٠/٣٠٩	1/140	•/887	آبشاري
بر بر		٠/٢١٢	۰/۳۰۶	۰/۱۰۳	•/11٣	•/۶٩٣	•/774	•/۴١٢	•/809	٠/٣٣٧	۲/۰۵۴	•/887	
شمار،		•/794	۰/۳۵۰	۰/۱۰۳	٠/١٣٧	•/٧۵۶	•/774	۰/۵۰۱	•/865	•/٣٧٢	۳۳.۰۲	•/887	
ہ۔ ا		•/178	•/۴•۴	•/• 49	•/144	•/441	۰/۱۸۶	•/٧٧٢	٠/٣٧١	•/۲۵۴	١/٣٣	•/۴١٢	
5		۰/۰۶۱	۰/۲۱۶	•/• 49	•/•94	٠/٢٨١	۰/۱۸۶	•/ <b>Δ</b> • <b>λ</b>	•/۲۹۲	۰/۲۰۶	١/٣۶٧	•/417	بله استخدم
( , , ¢		•/515	•/741	•/• 49	•/115	۰/۸۵۵	۰/۱۸۶	۰/۶۰۵	٠/٨١۴	٠/٢٢۵	۳/۸۱۰	•/417	پته استخری
لد ۲۰		•/794	•/۲٩۶	•/• 49	•/140	٠/٨٩٣	۰/۱۸۶	•/YA)	•/٧۴٨	٠/٢۵۵	۳/۵۰۰	•/417	
ا، شە		•/١٧٨	۰/۲۸۵	۰/۰۲۵	•/110	•/878	٠/١٠٩	1/• 57	۰/۵۹۰	•/184	٣/٧۴٨	٠/٣٠۵	
ارہ ۴	سعيدآباد	۰/۰۶۱	•/١٧٨	۰/۰۲۵	۰/۰۸۶	•/٣۴١	٠/١٠٩	٠/٧٩٣	٠/٣٧٠	•/140	۲/۳۵۰	٠/٣٠۵	تخت
, jom		•/515	•/779	۰/۰۲۵	٠/١٣٠	٠/٧۵٩	٠/١٠٩	١/١٩٠	۰/۶۷۳	·/\AY	۴/۲۷۰	٠/٣٠۵	
تان،		•/794	•/٣•٢	۰/۰۲۵	•/١٣٧	•/AVY	٠/١٠٩	1/500	•/YAY	•/187	۴/۸۰۴	٠/٣٠۵	
1.1		•/١٧٨	٠/٢۵٠	•/• ٣	•/1•۴	۰/۷۱۳	·/\Y۵	٠/۵٩٢	•/Y•Y	•/10٣	4/994	۰/۳۶۸	
1.01		۰/۰۶۱	•/744	•/• ٣٣	•/114	•/749	٠/١٧۵	۰/۶۵۳	۰/۲۳۵	•/181	۱/۵۵۰	۰/۳۶۸	الما تخرم
نحه (		•/515	•/749	•/• ٣	٠/١٠٣	٠/٨۵١	٠/١٧۵	۰/۵۹۰	۰/۸۴۵	•/10٣	۵/۵۲۴	۰/۳۶۸	پیداستگری
-112		•/794	•/٣٢•	•/• ٣	٠/١٣٩	۰/۸۲۶	٠/١٧۵	٠/٧٩٢	٠/٧٠٩	•/\YY	4/873	۰/۳۶۸	
175		•/١٧٨	•/۲٩٩	•/•۵۳	·/10Y	۰/۵۹۵	۰/۱۸۳	۰/۸۵۹	٠/۴٧٩	۰/۲۸۵	۲/•٩•	•/٣۴٣	
ا ا		۰/۰۶۱	•/٣٣٢	•/•۵۳	•/179	•/797	۰/۱۸۳	۰/۷۰۴	۰/۲۳۳	۰/۲۵۷	1/+18	۰/۳۴۳	آبغام
وهشو		•/515	۰/۳۳۹	•/•۵۳	٠/١٩٧	•/974	۰/۱۸۳	١/•٧٩	•/449	۰/۳۱۹	۱/۹۵۸	۰/۳۴۳	ابسارى
ی کام		•/794	•/٣٢٣	•/•۵۳	•/\\\	•/A\A	۰/۱۸۳	١/• ٢٧	۰/۶۰۳	۰/۳۱۱	۲/۶۳۰	۰/۳۴۳	
ل – ر		•/144	•/747	•/•۴٢	•/184	۰/۶۰۵	۰/۵۴۵	•/747	۰/۵۲۷	۰/۳۵	τ/Δγλ	•/ <b>A</b> • Y	
r.		•/11٨	٠/٣٧١	•/•۴٢	٠/١٣٩	•/۴۳٨	۰/۵۴۵	•/٢۵۴	۰/۳۷۶	۰/۲۳۸	۱/۸۳۶	•/ <b>A</b> • Y	آبشارى
آهنگر		۰/۰۸۵	•/٢٨٧	•/•۴٢	.•/149	۰/۲۹۸	۰/۵۴۵	•/797	•/749	•/744	١/٢١٩	•/ <b>A</b> • Y	
6 90		•/147	•/٣••	•/• AA	•/•YA	•/۴٨٩	•/١٨٢	•/۴۲٨	۰/۵۵۹	•/78•	۱/۸۸۳	۰/۳۵۲	
كاران		•/118	•/١٣١	•/• AA	•/• ٧٧	•/٩•V	•/١٨٢	•/۴۲۳	1/044	۰/۲۵۸	5/212	۰/۳۵۲	پله-استخری
,		۰/۰۸۵	•/778	•/• AA	٠/١٢٩	٠/٣٧٩	•/١٨٢	• / <b>Y</b> • <b>Y</b>	۰/۳۳۷	•/٣٣۴	1/188	۰/۳۵۲	
		•/147	•/٢•٢	•/• •	۰/۰٧۶	•/774	•/14•	۰/۵۴۰	۰/۸۴۱	•/149	۴/۸۶۶	•/74٣	تخت
	عنصرود	•/118	•/١٩٩	•/• •	•/•9٣	۰/۵۹۷	•/14•	•/884	•/874	•/180	37/811	•/74٣	
		۰/۰۸۵	٠/١٩٢	•/• •	•/\\\Y	•/440	•/14•	۰/۸۳۸	•/410	٠/١٨۵	7/4.4	•/74٣	
		•/147	۰/۲۷۳	۰/۰۳۵	•/•AY	•/۵۳۶	•/774	۰/۳۹۱	٠/۵٧٩	·/1Y۵	٣/•٧١	•/۴۱۱	
		•/11٨	٠/٢٨٣	۰/۰۳۵	•/١٧٢	•/۴١٨	•/774	۰/Y۶۸	٠/٣٢٢	•/240	۱/۲۰۸	•/۴۱۱	پله-استخرى
		۰/۰۸۵	•/٢۵٩	۰/۰۳۵	•/١٧•	•/٣٣•	•/774	۰/۷۶۱	•/۲۵۵	•/744	۱/۳۵۶	•/۴۱۱	
		•/147	•/۳۵۲	•/• ۵V	•/١٨٩	•/۴۱۷	•/٣٣٧	۰/۸۳۵	۰/۳۰۶	•/٣٢۴	١/٢٨۵	۰/۳۷۸	
		•/11٨	•/٣٧٣	•/• ۵Y	·/10Y	•/474	•/777	•/۶٩•	۰/۳۵۰	٠/٢٩۵	1/471	۰/۳۷۸	آبشارى
		۰/۰۸۵	٠/١٩٢	•/• ۵V	۰/۱۳۵	•/440	•/٣٣٧	۰/۵۹۳	•/٣٨٧	•/774	1/857	۰/۳۷۸	
		•/818	•/۵۶۳	•/•۴١	•/14•	۱/•۹۵	۰/۳۱۶	•/۴۴۳	۰/۹۳۴	۰/۲۳۶	4/843	۰/۳۰۹	آرشارم
		1/10.	۰/۸۱۳	•/•۴١	٠/١٩٧	1/414	۰/۳۱۶	•/974	١/• ١٧	٠/٢٨٠	۵/۰۵۵	۰/۳۰۹	ابسارى
		•/818	•/۴٨۴	۰/۰۲۸	•/171	1/773	۰/۲۸۶	•/۴۲۳	1/189	•/١٨١	٧/٠٢٧	۰/۳۰۷	رام-ار
		1/10.	•/Y•A	۰/۰۲۸	۰/۱۶۸	1/820	۰/۲۸۶	۰/۵۸۶	1/787	۰/۲۱۳	٧/۶۲۰	۰/۳۰۷	پیداستگری
	ليقوان	•/818	•/٧۴١	./	•/10Y	۰/۸۳۲	۰/۱۸۶	۰/۸۴۶	•/97•	•/178	۴/۷۳۷	•/741	
		1/10.	•/۶٧•	•/• •	۰/۱۶۸	١/٧١٨	۰/۱۸۶	۰/۹۰۵	1/777	•/١٨٢	9/454	•/741	تحت
		•/818	•/۴٨٢	•/• • • •	۰/۱۳۵	١/٢٧٨	•/771	•/817	1/11.	•/٢••	۶/۳۸۹	۰/۳۵۳	پله-استخری
		1/10.	•/٧١•	•/• • • •	•/188	1/87.	•/771	•/Y۵•	1/771	•/771	٧/٣١۵	۰/۳۵۳	
		•/818	٠/۶٠٢	۰/۰۵۰	•/١٧•	1/070	٠/٢٨٩	•/0AV	•/٧٩۴	•/٢٨٧	۳/۵۶۹	٠/٢٧٩	آشاري
		1/10.	•/٧۶٢	۰/۰۵۰	•/197	1/011	•/٢٨٩	•/884	1/1•1	۰/۳۰۵	4/949	٠/٢٧٩	ابسارى

نشريه مهندس مکانیک دانشگاه تبریز، شماره یبایی ۲۰۱۱، جلد ۵۲، شماره ۴، زم 1 · 1.4.1. صفحه ١١٦-١٢٩ – پژوهشی ي كامل یر آهنگر <u>ا</u>

# ۳- نتایج و بحث ۳-۱- اثر دبی بر مقاومت جریان

به منظور بررسی عوامل موثر بر مقاومت جریان، ابتدا پارامتر دبی مورد بررسی قرار گرفت. نمودار تغییرات مقاومت جریان با دبی با استفاده از دادههای صحرایی مطالعه حاضر، نشاندهنده کاهش مقاومت با افزایش دبی جریان میباشد (شکل ۵–الف). علاوه بر آن نتایج وول و همکاران [۱۴] نیز حاکی از کاهش ضریب دارسی- ویسباخ با افزایش دبی جریان میباشد (شکل ۵–ب). با افزایش دبی، سرعت جریان افزایش مییابد و نقاط جدایی جریان بر روی سطح سنگریزهها و تخته-سنگها کاهش یافته که در نتیجه نیروی پسا و ضریب مقاومت دارسی- ویسباخ کاهش مییابد. در مطالعه حاضر با افزایش دبی به میزان ۵۰ درصد، میزان مقاومت تا ۵۰ درصد کاهش مییابد.

## ۳-۲- اثر شیب بستر بر مقاومت جریان

شکل ۶۰ نمودار تغییرات ضریب مقاومت جریان در برابر شیب کف بستر در مطالعه حاضر میباشد که نشان دهنده آن است که با افزایش شیب بستر، مقدار ضریب دارسی- ویسباخ افزایش مییابد. برای یک دبی ثابت، با افزایش شیب بستر، شعاع هیدرولیکی جریان کاهش یافته و با کاهش شعاع هیدرولیکی، اثر مواد بستری بر روی جریان بیشتر شده و در نتیجه افت انرژی و ضریب دارسی-ویسباخ افزایش مییابد. میبدارترین بازهها که عموما دارای فرم بستری آبشاری و پله-استخری میباشند، شامل ناهمواریهای قابل توجهی از تختهسنگهای بزرگ و یا بارهای میانی هستند که احتمالا سرعت جریان را کاهش میدد. کمترین شیب که به عنوان فرم بستری تخت طبقهبندی میشود؛ مقاومت کمتری در برابر سرریز شدن جریان از روی مواد بستری دارد.

بنابراین به نظر می سد که افزایش مقاومت جریان با افزایش شیب در جریانهای کوهستانی بیشتر از تاثیر نیروی گرانشی بر سرعت جریان است. یافتههای جارت [۲۵] بیانگر آنست که در جریانهای کوهستانی، وارد کردن شیب آبراهه نسبت به وارد کردن استغراق نسبی در معادلات پیش بینی مقاومت جریان کارآمدتر می باشد.

## ۳-۳- اثر استغراق نسبی بر مقاومت جریان

نتایج مربوط به تاثیر استغراق نسبی بر مقدار مقاومت جریان برای شرایط هیدرولیکی معین در مطالعه حاضر و تحقیق وول و همکاران [۱۴] به ترتیب در شکلهای ۲-الف و ۲-ب ارائه شده است. همانطور که در مطالعه وول مشاهده می گردد، با افزایش میزان استغراق نسبی، مقدار مقاومت کاهش مییابد. در این تحقیق که مطابق شکل ۲-الف استغراق نسبی در محدوده 1/25 ≥ 8/D84 ≥ 22/0 میباشد، شرایط زبری بزرگ مقیاس حاکم بوده که قانون لگاریتمی دیوار برای این شرایط معتبر نمیباشد. در این حالت رابطه خاصی بین مقاومت و استغراق نسبی مشهود نمیباشد ولی در بازههای با فرم بستری تخت و استغراق نسبی مقاومت جریان کاهش مییابد. جارت [۲۵] گزارش داد استغراق نسبی پارامتری مناسب برای مقاومت جریان در رودخانه-های کوهستانی نمیباشد.

## ۳-۴- اثر عدد فرود ذره بر مقاومت جریان

همانطور که در شکلهای ۸-الف و ۸-ب ملاحظه می گردد با افزایش عدد فرود ذره، مقدار مقاومت جریان کاهش می یابد. با افزایش سرعت جریان و کاهش اندازه مشخصه ذره، ابعاد ناحیه جداشدگی جریان کاهش و در نتیجه نیروی فشاری و مقاومت در برابر جریان کاهش می-یابد [۲۶]. در مطالعه حاضر با افزایش عدد فرود ذره به میزان ۵۰ درصد، میزان مقاومت تا ۶۰ درصد کاهش می یابد.



شکل ۵- تاثیر دبی جریان بر ضریب مقاومت دارسی-ویسباخ، الف) مطالعه حاضر و ب) مطالعه وول و همکاران [۱۴]





(الف)

0.15

(ب)

0.5

0.4

casecade

step-pool

A Plane

0.1

0.3

شكل ٧- تاثير استغراق نسبى بر ضريب مقاومت دارسى-ويسباخ، الف) مطالعه حاضر و ب) مطالعه وول و همكاران [۱۴]

# **-۵-۳ توسعه روابط مقاومت جریان با استفاده از** متغيرهای بیبعد

برای توصیف بهتر رابطه بین دبی و سرعت جریان و برای به دست آوردن یک معادله سرعت پیشبینی، تحلیل ابعادی انجام شد، با این فرض كه سرعت V[L/T] تابعي از شيب S[L/L] ، دبي واحد عرض q[L/T<sup>2</sup>] ، نیروی گرانشی g[L/T2] و زبری آبراهه[L] میباشد. با فرض جريان كاملاً متلاطم ، ويسكوزيته ناديده گرفته مي شود. مي دانيم

که S و Ds در بین مقاطع عرضی متفاوت اما در هر مقطع عرضی ثابت هستند و فقط q در هر مقطع عرضی متفاوت است. با چهار متغیر (Ds ،v ،q ،gS) و دو بعد (L ،T)، دو گروه بدون بعد مستقل را انتظار داریم. یک جفت گروه بیبعد که V و q را متمایز مینمایند بصورت زیر تعريف مىشوند:

$$q^{**} = \frac{q}{\sqrt{gSDs^3}}$$

$$V^{**} = \frac{V}{\sqrt{gSDs}}$$
( $\Delta$ )

این متغیرهای بیبعد مشابه آنهایی هستند که توسط ریکنمن و ریکینگ [۸] معرفی شدند، که از D،۰ به عنوان شاخص زبری بستر (Ds) استفاده کردند. این متغیرها هم در یک مقطع عرضی و هم در بین مقاطع، تغییرات مقاومت را در نظر می گیرند. همچنین تبدیل دادههای اندازه گیری شده سرعت و دبی به متغیرهای بیبعد سرعت و دبی، بطور قابل توجهی تغییرات مقاومت جریان در بین مقاطع را کاهش میدهد. نتايج تحقيق حاضر نشان داد كه رابطه بين پارامتر بيبعد سرعت و دبي جریان از قانون توانی  $V^{**} = cq^{*m}$  تبعیت میکند که نتایج آن در شکل ۹-الف نشان داده شده است. مقدار m شدت تغییرات سرعت را نشان میدهد.



شکل ۸- تاثیرعدد فرود ذره بر ضریب مقاومت دارسی-ویسباخ، الف) مطالعه حاضر و ب) مطالعه وول و همکاران [۱۴]

شکلهای ۹-ب و ۹-ج رابطه بین پارامتر بیبعد سرعت و دبی جریان را برای مطالعات وول و همکاران [۱۴] و ریکنمن و ریکینگ [۸] را نشان میدهند. باثرست [۲۲] بیان نمود که زیاد بودن مقدار m دلیل بر زیاد بودن مقاومت جريان مىباشد. رابطه بدست آمده بصورت بابر با میباشد. مقدار m میباشد. مقدار V\*\* =  $5.5032q^{**0.7563}$ ۰/۷۵۶ بوده در حالی که برای وول و همکاران [۱۴] و ریکنمن و ریکینگ [۸] به ترتیب برابر با ۰/۵ و ۰/۵۴ میباشد. علت اختلاف، وجود مورفولوژی آبشاری در تحقیق حاضر میباشد.

در این تحقیق برای کاهش تغییرات مقاومت در بین مقاطع، پارامتر انحراف استاندارد هندسی توزیع اندازه ذرات ۵، را در متغیرهای بیبعد سرعت و دبی وارد نموده و گروههای بیبعد فوق بصورت زیر بازنویسی شدند:

$$f^{**}(\sigma) = \frac{q}{\sqrt{g\sigma SD84^3}}$$

$$f^{**}(\sigma) = \frac{V}{\sqrt{g\sigma SD84}}$$
(5)

ارتباط بين دو يارامتر بي بعد (σ) \*\*V و (σ) × A که مشابه حالت قبل، از رابطه توانی تبعیت می کند، با استفاده از دادههای صحرایی تحقیق حاضر به صورت شکل ۱۰-الف می باشد. همانطور که مشاهده می شود، ضریب همبستگی در این حالت افزایش یافته است که نشانگر آنست که در رودخانههای طبیعی که مواد بستری دارای دانهبندی غیریکنواخت هستند، در نظر گرفتن انحراف معیار استاندارد هندسی توزیع اندازه ذرات نتایج خوبی در ارتباط بین دو پارامتر بی بعد (o) \*\*V و (g) \*\* به دنبال خواهد داشت. مقدار m در این حالت برابر با ۰/۸۷۵ بوده که در مقایسه با حالت قبلی (m=۰/۷۵۶) افزایش داشته است. علاوه بر آن برای اثبات این ادعا که استفاده از انحراف استاندارد هندسی توزیع اندازه ذرات می تواند به همبستگی زیاد دادهها و افزایش دقت معادله پیشبینی مقاومت جریان منجر گردد؛ روند مذکور برای دادههای وول و همکاران [۱۴] و ریکنمن و ریکینگ [۸] اعمال شد و نتایج حاکی از آن بود که در این حالت نیز ضریب همبستگی افزایش یافت. مقدار m جديد براى تحقيق حاضر، مطالعه وول و همكاران [1۴] و ريكنمن و ریکینگ [۸] به ترتیب ۰/۸۷۵، ۰/۵۹۴ و ۰/۵۹۴ (برای شرایط بزرگ مقياس) مى باشد كه دليل آن مربوط به تفاوت در نوع فرم بسترى و مقياس استغراق نسبى مىباشد.





شکل ۹- تغییرات پارامتر بیبعد سرعت در مقابل پارامتر بی بعد دبی واحد الف- مطالعه حاضر ب- مطالعه مطالعه وول و همکاران [۱۴ ]و ج-ریکنمن و ریکینگ [۸]



شکل ۱۰- تغییرات پارامتر بیبعد سرعت (σ) (\*\*) V در مقابل پارامتر بی بعد دبی واحد σ) (\*\*) (q^) الف - مطالعه حاضر ب- مطالعه مطالعه وول و همکاران [۱۴] و ج- ریکنمن و ریکینگ [۸]

Society of America Bulletin, Vol. 109, No. 5, pp.596-611, 1997.

- [3] Dey S. and Kumar A., Initiation of Shell Motion on Sand Beds: An Experimental Study. *International Journal of Sediment Research*, Vol. 17, No. 4, pp. 286–297, 2002.
- [4] Sui J., Wang J., He Y., and Krol F., Velocity Profiles and Incipient Motion of Frazil Particles under Ice Cover. *International Journal of Sediment Research*, Vol. 25, No. 1, pp. 39–51, 2010.
- [5] Navaratnam, Ch. U., Aberle, J., Qin, J. and Henry, P., An experimental investigation on the flow resistance over a porous gravel-bed surface and its non-porous counterpart. In 9<sup>th</sup> Conference of River Flow, Lyon, France, 2018.
- [6] Mulugeta, G. K., Lie, W., Xiuping, L. and Zhidan, H., Remote Sensing-Based River Discharge Estimation for a Small River Flowing Over the High Mountain Regions of the Tibetan Plateau. *International Journal of Remote Sensing*, Volume 41, No. 9, pp. 3322-3345, 2020.
- [7] Ferguson, R., Flow Resistance Equations for Gravel- And Boulder-Bed Streams. *Water Resources Research, Vol.* 43, No. 5, pp. 1-12, 2007.
- [8] Rickenmann, D. and Recking, A., Evaluation of Flow Resistance in Gravel-Bed Streams through a Large Field Data Set. *Water Resources Research*, Vol. 47, No. 7, pp. 1-22, 2011.
- [9] Aberle, J. and Smart, G. M., The Influence of Roughness Structure on Flow Resistance on Steep Slopes. J. Hydraul. Res., Vol. 41, No. 3, pp. 259-269, 2003.
- [10] Comiti, F., Mao, L., Wilcox, A., Wohl, E. E., and Lenzi, M. A., Field Derived Relationships for Flow Velocity and Resistance in Step-Pool Streams. *Journal of hydrology*, Vol. 340, No. (1-2), pp.48-62., 2007.
- [11] Zimmermann, A., Flow Resistance in Steep Streams: an Experimental Study. *Water Resources Research*, Vol. 46, No, 9, 2010.

[۱۲] همتی، م.، مصطفی، و.، بررسی اثر شکل ذرات سنگریزه ای بر

ضـریب زبـری مانینـگ در رودخانـه هـای کوهسـتانی. *مجلـه تحقیقـات* 

مهندسی سازههای آبیاری و زهکشی. د. ۱۷، ش. ۶۶، ص ۱۵–۳۰، ۱۳۹۵.

- [13] Ferro V., Evaluating Friction Factor for Gravel Bed Channel with High Boulder Concentration. *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 125, pp. 771–778, 1999.
- [14] David, G.C.L, Wohl, E.E., Yochum, S.E. and Bledsoe, B.P., Controls On At-A-Station Hydraulic Geometry in Steep Headwater Streams, Colorado, USA. *Earth Surf. Processes Landforms*, Vol. 35, No. 15, pp.1820-1837, 2010.

های کوهستانی بر اساس مطالعه آزمایشگاهی. *علوم و مهندسی آبیاری*، د. ۴۰، ش. ۱٫۱، ص ۱۳–۲۵، ۱۳۹۶.

- [16] Bathurst J.C., Flow Resistance Estimation in Mountain Rivers. *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 111, No, 4, pp. 625–643, 1985.
- [17] Lawrence D. S. L., Analytical Derivation of At-A-Station Hydraulic Geometry Relations. *Journal of Hydrology*, Vol. 334, No. 1-2, pp. 17–27, 2007.
- [18] Yochum SE, Bledsoe BP, Wohl E, David GCL., Spatial Characterization of Roughness Elements on High-Gradient Channels of the Fraser Experimental Forest, Colorado, USA. *Water Resources Research*, Vol. 50, No. 7, pp. 6015-6029, 2014.
- [19] Afzalimehr H., Effect of Nonuniformity of Flow on Velocity and Turbulence Intensities over a Cobblebed. *Hydrological Processes: An International Journal*, Vol. 24, No, 3, pp. 331-341, 2010.

### ۴- نتیجهگیری

هدف از این مطالعه، بررسی اثرات دبی، شیب بستر، فرم بستر، استغراق نسبی و عدد فرود ذره بر مقاومت جریان در رودخانههای کوهستانی میباشد. نتایج تحقیق حاضر نشان داد که در رودخانههای کوهستانی با افزایش ۵۰ درصد میزان دبی و استغراق نسبی و عدد فرود ذره، مقاومت جریان تا حدود ۵۰ درصد کاهش مییابد. همچنین با افزایش شیب و تغییر فرم بستری از تخت به پله-استخری و آبشاری، میزان مقاومت در برابر جریان افزایش مییابد که نشانگر اینست که

برخلاف نظر کمیتی [۱۰] و افضلیمهر [۱۹] و مطابق تحقیق همتی و مصطفی [۱۵] شیب بستر یک عامل تاثیرگذار بر مقاومت جریان می-باشد. در این مطالعه نشان داده شد که کاربرد پارامترهای بی بعد هندسه هیدرولیک برای توسعه معادلات مقاومت جریان مناسب رودخانههای کوهستانی می باشد. رابطه بین پارامترهای بی بعد بصورت توانی ۳\*\*e cq \*\* بوده که توان m در این مطالعه در بازه ۱۰۰ >\*\*q ۲ برابر ۲۸۵٬۹۳ می باشد که بیشتر از m مطالعات ریکنمن و ریکینگ [۸] که برابر ۱۹۴۵/ و وول و همکاران [۱۴] که برابر ۲۵۰۵٬۰ می باشد که نشانگر مقاومت جریان بیشتر در رودخانههای مطالعاتی در این تحقیق می باشد. همچنین با توجه به غیریکنواختی توزیع اندازه ذرات در رودخانههای کوهستانی، استفاده از پارامتر انحراف استاندارد همبستگی و توان m را افزایش داد. بطوریکه ضریب m در این تحقیق به ۱۸۷۵٬۰ در تحقیق وول و همکاران [۱۴] به ۱۹۵۳٬۰ و در تحقیق بریکنمن و ریکینگ [۸] به ۱۵۵٬۰ تغییر یافت.

#### ۵- نمادها

- (m) صدک  $^{A}{}^{P}$  توزیع اندازه ذرات D<sub>84</sub>
- (m) صدی ۵۰ توزیع اندازه ذرات (m)
  - Fr عدد فرود
  - Frp عدد فرود ذره
  - f ضریب دارسی- ویسباخ
  - (ms<sup>-1</sup>) سرعت متوسط جريان (V
    - \*u سرعت برشی(ms<sup>-1</sup>)
    - R شعاع هيدروليكي(m)
    - q دبی واحد عرض(m²s<sup>-1</sup>)
      - \*\*V سرعت بىبعد
        - °\* دبی بیبعد
- σ انحراف استاندارد هندسی توزیع اندازه ذرات

# ۶- مراجع

- [1] Dey S., Experimental Study on Incipient Motion of Sediment Particles on Generalized Sloping Fluvial Beds. *International Journal of Sediment Research*, Vol. 16, No. 3, pp. 391–398, 2001.
- [2] Montgomery D.R. and Buffington J.M., Channel-Reach Morphology in Mountain Drainage Basins. *Geological*

- [20] Pagliara S. and Chiavaccini P., Flow Resistance of Rock Chutes with Protruding Boulders. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, Vol. 132, No. 6, pp. 545–552, 2006.
- [21] Bathurst J. C., At-a-site Variation and Minimum Flow Resistance for Mountain Rivers. *Journal of Hydrology*, Vol. 269, No. 1-2, pp. 11–26, 2002.
- [22] Wolman M. G., A Method of Sampling Coarse River-Bed Material. EOS, Transactions American Geophysical Union, Vol. 35, No. 6, pp. 951–956, 1954.
- [23] Bunte, K., and S. R. Abt., Sampling surface and subsurface particle-size distributions in wadable gravel-and cobble-bed transport, hydraulics, and streambed monitoring. General Technical Report. RMRS-GTR-74. Fort Collins, CO: US Department of Agriculture, Forest Service, Rocky Mountain Research Station, 2001.
- [24] Nitsche M., Rickenmann D., Kirchner J.W., Turowski J.M. and Badoux A., Macroroughness and Variations in Reach-Averaged Flow Resistance Iin Steep Mountain Streams. *Water Resources Research*, Vol. 48, No. 12, pp. 1-16, 2012.
- [25] Jarrett R. D., Wading Measurements of Vertical Velocity Profiles. *Journal of Geomorphology*, Vol. 4, No. 3-4, pp. 243–247, 1991.

تـداخا	عـددى اثـر	وحیدی فر س. و کهرم م.، مطالعـه تجربے و	[79]	
	,			

لایههای مرزی در کاهش ضریب اصطکاک. *مجلهٔ مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*، د. ۴۳، ش. ۱، ص ۴۳–۵۲، ۱۳۹۲.