

شناسایی سیستم و تخمین پارامترهای هواپیما در حضور نویز با استفاده از روش حداقل مربعات

حجت طائی* استادیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی مکانیک، ایران، taei@mut.ac.ir
رضا غلامیان دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی مکانیک، ایران، reza.gholamian1377@gmail.com
علی فتاحی دکتری مهندسی برق، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی مکانیک، ایران، ali.fattahy@gmail.com

چکیده

شناسایی سیستم به منظور استخراج مدل دینامیکی و ریاضی یک سیستم به کمک داده‌های آزمایش به کار برده می‌شود. چنانچه سیستم مورد بررسی هواپیما باشد، این فرایند شناسایی سیستم هواپیما نام می‌گیرد که از آن، جهت تخمین مشتقات کنترل و پایداری هواپیما استفاده می‌شود. روش حداقل مربعات یکی از روش‌های مورد استفاده در حوزه زمان و فرکانس جهت تخمین پارامترهای هواپیما است. در این مقاله شناسایی سیستم و تخمین ضرایب آیرودینامیکی هواپیمای F-16 با استفاده از روش حداقل مربعات و رویکرد خطای معادله انجام می‌گردد. از این رو تمرکز اصلی بر روی فرمول‌بندی مدل آیرودینامیکی برای تخمین ضرایب مجهول و ناشناخته با استفاده از روش حداقل مربعات است. در این راستا شبیه‌سازی شش درجه آزادی غیرخطی هواپیمای F-16 انجام شده و با استفاده از نتایج آن، شناسایی سیستم و تخمین تابع تبدیل کانال عرضی-سمتی و سپس، تخمین ضرایب نیرو و ممان‌های آیرودینامیکی کانال عرضی-سمتی هواپیما با استفاده از رگرسیون حداقل مربعات انجام شده و نتایج آن تحلیل می‌گردد. یافته‌های بدست آمده نشان می‌دهد که مدل‌سازی و تخمین ضرایب صورت گرفته تطابق بسیار خوبی با داده‌های مدل شبیه‌سازی داشته و می‌تواند برای مطالعات بعدی از جمله اهداف کنترلی مناسب باشد.

واژه‌های کلیدی: شناسایی سیستم، تخمین پارامتر، شبیه‌سازی، حداقل مربعات، خطای معادله، هواپیمای F-16.

Aircraft System Identification and Parameter Estimation in the Presence of Noise using Least-Square Method

H. Taei

Department of Mechanical Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Iran

R. Gholamian

Malek Ashtar University of Technology, Department of Mechanical Engineering, Iran

A. Fattahy

Malek Ashtar University of Technology, Department of Mechanical Engineering, Iran

Abstract

System Identification is used to derive the dynamic and mathematical model of a system using experimental data. If the case study system is an aircraft, this process is called aircraft system identification, which is used to estimate the stability and control derivatives of the aircraft. The least squares method is one of the methods used in the field of time and frequency to estimate the parameters of the aircraft. In this paper, system identification and estimation of F-16 aerodynamic coefficients are performed using the least squares method and the equation error approach. Hence the main focus is on the formulation of the aerodynamic model for estimating unknown coefficients using the least squares method. In this regard, nonlinear 6-DOF of the F-16 aircraft was simulated and using its results, system identification and estimation of transfer function, force coefficients and aerodynamic moments of the aircraft lateral-directional channel using regression of least squares and the results are analyzed. The results show that the modeling and estimation of the coefficients is compatible with the experimental data and can be suitable for further studies, including control objectives.

Keywords: System Identification, Parameter Estimation, Simulation, Least Squares, Equation Error, F-16 Aircraft.

و فرکانس تقسیم‌بندی کرد. در این پژوهش، شناسایی تابع تبدیل و تخمین ضرایب آیرودینامیکی سیستم با استفاده از روش حداقل مربعات که یک روش پارامتری محسوب می‌شود انجام خواهد شد. ساخت مدل ریاضی و تخمین بهینه پارامترها توسط آزمایش، شناسایی پارامتری سیستم نامیده می‌شود. در بدست آوردن توصیف پارامتری سیستم، دانش اولیه از سیستم و هرگونه اغتشاشی که به آن وارد می‌شود، ضرورت دارد [۲].

علیرغم توانایی بالای ابزارهای محاسباتی از قبیل AVL، CFD، Tomado، AAA، Digital Dotcom در تحلیل‌های آیرودینامیکی و به طور ویژه مشتقات استاتیکی، نقصان جدی آن‌ها در استخراج مشتقات کنترل و پایداری از یک سو و از سوی دیگر اهمیت این مشتقات در شکل‌دهی به آیرودینامیک هواگرد به ویژه در رفتارهای با مانور بالا،

۱- مقدمه

یکی از مهم‌ترین فعالیت‌ها در توسعه یک سیستم جدید یا ارتقای یک سیستم موجود، مدل‌سازی و شبیه‌سازی آن است. با داشتن یک مدل دقیق و شبیه‌سازی مناسب، می‌توان عملکرد سیستم‌های پیچیده را شناسایی و پیش‌بینی نمود. علی‌رغم مدل‌سازی راحت بسیاری از سیستم‌های هوافضایی، تعیین دقیق پارامترهای مدل نیازمند بررسی است [۱]. تقسیم‌بندی روش‌های شناسایی سیستم را می‌توان بصورت خطی و غیرخطی، پارامتری^۱ و غیرپارامتری^۲ و شناسایی در حوزه زمان

¹ Parametric

² Non-parametric

به‌کارگیری روش‌های مبتنی بر شناسایی سیستم را در تحلیل دینامیک پرواز بسیاری از پرنده‌ها اجتناب ناپذیر می‌نماید. با توجه به اینکه هواپیمای F-16 در محور طولی دارای ناپایداری استاتیکی است و لاجرم حصول داده‌های پرواز مستلزم پایداری و ایجاد حلقه بسته کنترلی می‌باشد. بر همین اساس لزوم توجه به این نکته خود باعث پیچیدگی فرایند شناسایی سیستم می‌گردد. بنابراین در این مقاله تمرکز بر شناسایی سیستم کانال عرضی-سمتی هواپیما می‌باشد.

این مقاله بدنبال شناسایی پارامترهای سیستم بوده و بایستی در نظر گرفته شود که کاربرد شناسایی سیستم گاهی به عنوان مسئله معکوس‌سازی نیز شناخته می‌شود. دینامیک هواپیما با استفاده از معادلات حرکت که شامل پارامترهای مجهول است مدل می‌شود. برای تعیین این پارامترها باید با استفاده از یک مانور و تست مناسب، سیستم و مدل توسط ورودی‌های مناسب تحریک شوند و ورودی‌ها و خروجی‌ها در سیستم واقعی و مدل اندازه‌گیری شوند. در نتیجه براساس تطبیق پاسخ سیستم واقعی و پاسخ مدل اندازه‌گیری شده و یا پاسخ داده‌های مدل شبیه‌سازی، پارامترهای موردنظر بدست می‌آیند. در صورت عدم انطباق مناسب، مدل اصلاح شده و عملیات شناسایی سیستم دوباره انجام می‌گردد. بنابراین استفاده از بهترین مدل بجای مدل اصلی سیستم و یافتن بهترین تخمین برای پارامترهای ناشناخته هدف این کار می‌باشد [۲].

روش‌های نظری مدلسازی وسایل پرنده بسیار وابسته و محدود به داده‌های آیرودینامیکی هستند. کاربرد روش‌های تونل باد یا برنامه‌های کامپیوتری دینامیک سیالات محاسباتی^۱ برای تعیین نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی به اندازه کافی دقیق نبوده و راه‌حل ممکن انجام آزمایش‌های پروازی و تعیین ضرائب آیرودینامیکی با استفاده از روش‌های تخمین پارامتر مانند روش‌های رگرسیون مهندسی از جمله حداقل مربعات، مارکوف، بیز و حداکثر شباهت^۲ و یا فیلترها از قبیل فیلتر وینر و فیلتر کالمن می‌باشد [۳].

در شکل ۱ روندنمای شناسایی سیستم که به ترتیب بیانگر موارد ذیل است آورده شده است.

- طراحی آزمایش برای طراحی سیگنال ورودی مناسب (تحریک تمام مدهای رفتاری سیستم)
- داده برداری از ورودی و خروجی‌ها
- پردازش داده (فیلتر کردن نویز اندازه‌گیری سنسور یا ورودی)
- انتخاب ساختار مدل (خطی، غیرخطی، متغیر، نامتغیر با زمان)
- تخمین پارامترها (تخمین پارامترهای مدل انتخابی)
- در اعتبارسنجی تخمین‌ها ممکن است مدل انتخاب شده برای سیستم مناسب نباشد که در این قسمت مشخص می‌شود. اعتبارسنجی روند شناسایی سیستم با گرفتن خروجی و داده از سیستم که مورد تحریک ورودی‌های مناسب قرار گرفته است، انجام می‌شود. در مرحله اعتبارسنجی، با اعمال ورودی دیگر به سیستم،

چنانچه خروجی مدل که تحت تحریک همان ورودی قرار گرفته با خروجی اندازه‌گیری شده یکسان باشد، صحت فرایند شناسایی سیستم مورد تایید قرار می‌گیرد.

- در صورت یکسان نبودن خروجی اندازه‌گیری شده و خروجی مدل، مرحله تخمین پارامتر یا ساختار مدل و یا مرحله طراحی آزمایش و داده‌برداری تکرار می‌شود. موفقیت کاربرد شناسایی سیستم در بخش پایداری و کنترل هواپیما نمود پیدا می‌کند و مواردی اعم از شناخت سیستم، اندازه‌گیری دقیق پارامترها، استفاده از ورودی‌ها و تحریک مناسب به آن کمک می‌کند. در بدست آوردن مدل ریاضی بایستی اهداف مشخص تحلیل و طراحی مورد توجه قرار گیرد. یعنی اینکه در یک رده از مدل‌های ریاضی باید مدلی را انتخاب کرد که از نظر اهداف داده شده، دینامیک سیستم را به نحو مطلوبی توصیف کرده و کمترین تعداد پارامترها را داشته باشد. همچنین باید چنان باشد که پارامترها به صورت یکتا از داده‌های رؤیت شده تعیین گردند [۲].



شکل ۱- روندنمای شناسایی سیستم [۴]

یکی از روش‌های مدلسازی دینامیکی، روش شناسایی سیستم می‌باشد که در آن از داده‌های اندازه‌گیری شده استفاده می‌شود، بطوری که بتوان دینامیک وسیله پرنده را شناسایی و مدل ریاضی آن را بدست آورد. شناسایی سیستم، فرایند استخراج مدل ریاضی سیستم براساس اندازه‌گیری ورودی‌های کنترلی و خروجی‌های سیستم است و در صورتی که سیستم مورد بررسی هواپیما باشد، این فرایند شناسایی سیستم هواپیما نام دارد [۵].

در مرجع [۶] محمد و تیان به تخمین پارامتر آیرودینامیکی با استفاده از مدل ریاضی هلیکوپتر میکرو کواکسیال از داده‌های پرواز پرداخته‌اند. مدل ریاضی این هلیکوپتر براساس حالات و پارامترهای مدل با استفاده از تکنیک‌های تخمین پارامتر تخمین زده می‌شود. از آنجایی که داده‌های پرواز معمولاً با نویز دچار خرابی می‌شوند، فیلتر کالمن به دنبال روش حداقل مربعات برای تخمین وضعیت و پارامتر در مدل ریاضی هلیکوپتر میکرو کواکسیال استفاده می‌شود و روش TLS نتایج ثابتی را در مقایسه با روش LS معمولی ارائه می‌دهد.

آبرو در مرجع [۷] با بهره‌گیری از روش خطای خروجی به تخمین مشتقات کنترل و پایداری برای تولید پایگاه داده آیرودینامیک تا

¹ Computational fluid dynamics

² Maximum-Likelihood

محدود (FIR^۶) با استفاده از رویکرد حداقل مربعات منظم شده پرداخته است که الگوریتم و ایده‌ها توسط شبیه‌سازی مونت کارلو بر روی یک پایگاه داده بزرگ از سیستم‌های آزمایشی مورد تایید قرار گرفت. کین در مرجع [۱۳] به بررسی رگرسیون حداقل مربعات بازگشتی (PLS^۷) برای شناسایی سیستم آنالین و دور زدن مشکل بدشرطی^۸ برای حذف همبستگی با طرح فضای متغیر اصلی به فضای پنهان متعام پرداخته است.

شناسایی سیستم پاسخ ضربه محدود با به حداقل رساندن مربع خطای بین خروجی سیستم اندازه‌گیری شده و تخمینی از خروجی سیستم FIR انجام می‌شود، مجموعه‌ای از معادلات نرمال حداقل مربعات برای حل ضرایب سیستم FIR به دست می‌آید، که در مرجع [۱۴] بدان اشاره شده است.

در مرجع [۱۵] کلین برای تجزیه و تحلیل و مدل‌سازی خطی از روش خطای معادله در حوزه فرکانس استفاده نموده است.

در مرجع [۱۶] کلین از مرکز تحقیقاتی لانگلی ناسا با استفاده از روش خطای معادله و خطای خروجی به تخمین پارامترهای هواپیما از داده‌های پرواز پرداخت. روش خطای خروجی شامل تکنیک تخمین حداکثر شباهت^۹ است. کلین همچنین با استفاده از روش حداکثر شباهت برای تخمین مشتقات کنترل و پایداری از داده‌های پرواز در حوزه فرکانس پرداخت [۱۷].

در مرجع [۱۸] مورلی از مرکز تحقیقات لانگلی ناسا شناسایی مدل‌های سیستم معادل مرتبه پایین از داده‌های مدل شبیه‌سازی پرواز پرداخته است. همچنین مورلی روشی برای تخمین زمان واقعی^{۱۰} پارامترها در یک مدل فضای حالت دینامیک خطی مورد مطالعه قرار داده است. خطای معادله در حوزه فرکانس با تبدیل فوریه بازگشتی برای تجزیه و تحلیل داده‌های زمان واقعی بر روی هواپیمای F-18 HARV برای اینکه این روش مدل دقیقی تولید می‌کند استفاده شد. روش تخمین پارامتر، زمان واقعی نیازمندی‌های محاسباتی کمی دارد و می‌تواند در زمان واقعی روی هواپیما پیاده‌سازی شود.

در مرجع [۱۹] انتخاب مدل مناسب آیرودینامیکی و تخمین مشتقات کنترل و پایداری با استفاده از روش حداقل مربعات برای توصیف رفتار آیرودینامیکی هواپیما در زاویه‌حمله بالا بیان گردیده که پارامترهای تخمین‌زده شده برحسب انحرافات استاندارد ارائه شده است. مرجع [۲۰] به ارائه مدل‌های تمایز کسری^{۱۱} در مورد شناسایی سیستم می‌پردازد. این آموزش با برخی جنبه‌های کلی در بازنمایی زمان و حوزه فرکانس، شبیه‌سازی حوزه زمان و پایداری مدل‌های کسری شروع شده و روش‌های شناسایی سیستم با استفاده از روش FD و هر دو مدل خطای معادله و خروجی مبتنی بر خطا ارائه شده‌اند.

جنبه‌های عملی مختلف رویکرد خطای معادله برای تخمین پارامتر هواپیما توسط مورلی در مرجع [۲۱] مورد بررسی قرار گرفت. تجزیه و تحلیل بر اساس داده‌های پرواز شبیه‌سازی شده از یک شبیه‌سازی

تخمین تورش^۱ حسگر در بازسازی مسیر پرواز پرداخت. با این حال، محدودیت‌های قابل توجه روش خطای خروجی این است که نیاز به تغییرات موقتی برای برنامه‌های کاربردی در سیستم‌های ناپایدار دارد و این یک روش تکراری است که به حدس اولیه حساس است. همچنین تخمین را به‌عنوان یک مشکل هم‌مجموعه‌سازی مجدد فرموله کرد، رویکردی که در سایر رشته‌ها رایج است اما به ندرت در شناسایی سیستم وسیله نقلیه پرواز استفاده می‌شود. هر دو فرمول از نظر داشتن راه حل یکسان برابر هستند، اما بر اساس هم‌سازی می‌توان بدون تغییر یا از دست‌دادن کارایی برای سیستم‌های ناپایدار نمونه‌هایی با داده‌های آزمایش پرواز شبیه‌سازی شده و واقعی نیز نشان می‌دهند که هم‌گرایی به بهینه حتی با حدس‌های اولیه ضعیف به دست می‌آید.

طائفی در مرجع [۸] به شناسایی پارامترهای مدل خطی سیستم‌های مبتنی بر پرتاب براساس داده‌های واقعی آزمایش پرواز پرداخته است. برای مقایسه پارامترهای تخمین‌زده شده با پارامترهای بدست آمده توسط دو رویکرد شناسایی بر اساس داده‌های ثبت‌شده از شبیه‌سازی حرکت شش درجه آزادی و خطی‌سازی معادلات حرکت از طریق نظریه اغتشاشات کوچک به عنوان یک روش تحلیلی، روش فیلتر کالمن تحت ساختار مدل اتورگرسیو با ورودی برونی^۲ برای تخمین پارامترهای دینامیکی بهره گرفته شده است.

مهمت در مرجع [۹] با استفاده از روش‌های تخمین پارامتر به ایجاد مدل‌های ریاضی و تخمین ضرایب آیرودینامیکی براساس روش حداقل مربعات (LS) برای هواپیما پرداخته می‌شود. علاوه بر این، جدول خطای مربع انتگرال (ISE) برای مشاهده تقریب روش LS به داده‌های واقعی استخراج شده است. این جدول همچنین برای توابع تبدیل و پارامترهای آیرودینامیکی ایجاد شده است. بنابراین، میزان خطای روش نیز قابل مشاهده است.

ورما در مرجع [۱۰] به بررسی و مطالعه یک پرواز از شرایط حالت پایدار تا استال و بازیابی آن به پرواز اولیه در هوای آرام براساس مدل آیرودینامیکی و تخمین ضرایب مدل مجهول و مشتقات کنترل و پایداری براساس روش حداقل مربعات پرداخته شده است. دقت آماری پارامترهای برآورد شده بر حسب انحرافات استاندارد ارائه شده است. در نهایت، اعتبار سنجی با مقایسه داده‌های اندازه‌گیری شده با داده‌های شبیه‌سازی شده از مدل‌های مختلف ارائه شده است.

برولس در مرجع [۱۱] به بررسی چگونگی استفاده از تکنیک حداقل مربعات قابل تفکیک^۳ (Pereyra و Golub) در شناسایی سیستم‌های خطی و غیرخطی بر اساس فرمول‌بندی خطای پیش‌بینی پرداخته است. کلاس‌های مدلی که در آن در نظر گرفته می‌شوند، مدل خطای خروجی^۴ و مدل نوآوری^۵ در حالت خطی و سیستم وینر در حالت غیرخطی هستند.

تیانشی در مرجع [۱۲] به بررسی پیاده‌سازی الگوریتم‌هایی برای حل مسئله تخمین دارای پارامترهای بالا با مدل‌های پاسخ ضربه

⁶ Finite impulse response

⁷ Partial least squares

⁸ Ill-conditioned

⁹ Maximum-likelihood

¹⁰ Real-time

¹¹ Fractional differentiation

¹ Bias

² Exogenous

³ Separable

⁴ Output-error

⁵ Innovations

غیرخطی هواپیما با توالی‌های نوبز واقعی به پاسخ‌های محاسبه شده هواپیما اضافه شده است. این رویکرد مسائل مربوط به تکنیک‌ها و نتایج تخمین پارامتر را آشکار می‌کند، زیرا مقادیر پارامتر واقعی برای داده‌های شبیه‌سازی شناخته شده است. موضوعات مورد مطالعه شامل تمایز سری‌های زمانی دارای نوبز، تخمین پارامتر حداکثر احتمال، تورش در تخمین پارامترهای خطای معادله، محاسبه دقیق مرزهای خطای پارامتر تخمین زده شده، مقایسه تخمین پارامترهای خطای معادله با تخمین پارامتر خروجی خطا، تجزیه و تحلیل داده‌های حاصل از مانورهای متعدد، و روش‌های حوزه فرکانس می‌باشد.

در این مقاله ابتدا معادلات حرکت ارائه و شبیه‌سازی هواپیما انجام می‌شود. سپس با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری شده به شناسایی تابع تبدیل کانال طولی و عرضی-سمتی هواپیما پرداخته خواهد شد و پس از آن با استفاده از تکنیک خطای معادله^۱ تخمین پارامترها شامل ضرائب نیرو و گشتاور آیرودینامیکی هواپیما مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در جدول ۱ مشخصات جرمی و هندسی هواپیمای F-16 آورده شده است. یکی از نوآوری‌های انجام‌شده کمیته‌سازی خطای استاندارد جهت تطبیق مدل اندازه‌گیری شده و شبیه‌سازی شده می‌باشد.

جدول ۱- مشخصات جرمی و هندسی هواپیما F-16 [۲۲]

پارامتر	مقدار	واحد
وزن (W)	۲۰۵۰۰	lbs
دهانه بال (b)	30	ft
سطح مقطع بال (S)	۳۰۰	ft ²
وتر متوسط آیرودینامیکی (\bar{c})	۱۱/۳۲	ft
ممان اینرسی رول (I_x)	9496	slug-ft ²
ممان اینرسی پیچ (I_y)	۵۵۸۱۴	slug-ft ²
ممان اینرسی یابو (I_z)	63100	slug-ft ²
ممان اینرسی ضربی (I_{xz})	۹۸۲	slug-ft ²
موقعیت مرکز ثقل مرجع (X_{cgR})	0/35 \bar{c}	ft

۲- شبیه‌سازی هواپیما

۲-۱- توصیف هواپیما F-16

هواپیمای F-16 یک هواپیمای تک‌سرنشین چندمنظوره^۲ با بال‌های ادغام‌شده در بدنه^۳ و پلتفرم بال دلتا و سوئیپ لبه حمله ۴۰ درجه است. نیروی پیشران این جنگنده توسط یک موتور توربوفن F110-GE-100 شرکت جنرال الکتریک یا موتور F1000-PW-220

دارای پس‌سوز^۴ تولید می‌شود. شکل ۲ تصویر جنگنده F-16 را نشان می‌دهد. مشخصات ابعادی و جرمی هواپیمای F-16 نیز در جدول ۱ آورده شده است [۲۱].

همانطور که در شکل ۲ نشان داده شده است، هواپیمای F-16 توسط سطوح کنترلی، دسته‌گاز δ_{th} ، شپهر δ_a ، بالابر δ_e ، و سکان عمودی δ_r کنترل می‌شود. تغییرات دسته‌گاز در محدوده $0 \leq \delta_{th} \leq 1$ ، تغییرات بالابر در محدوده $-21.5 \leq \delta_e \leq 21.5$ درجه، و تغییرات سکان عمودی، نیز در محدوده $-30 \leq \delta_r \leq 30$ درجه قرار دارد [۲۲].

داده‌های ضرائب نیروها و ممان‌های آیرودینامیکی بی‌بعد^۵ هواپیما نیز از داده‌های تست تونل‌باد استاتیک سرعت پائین و تست تونل‌باد اعمال نیروی دینامیکی که مدل مقیاس ۱۶ درصد هواپیمای F-16 واقعی هستند استخراج می‌شود [۲۳].

پایگاه داده آیرودینامیکی با در نظر گرفتن اثرات زمینی، ارباه فرود بسته، و بدون بمب و حامل خارجی اعمال می‌شود. داده‌های آیرودینامیکی استاتیکی جدول‌بندی شده، تابعی از مقدار زاویه حمله α در محدوده $-10 \leq \alpha \leq 45$ درجه و زاویه لغزش جانبی β در محدوده $-30 \leq \beta \leq 30$ درجه قرار دارند. داده‌های آیرودینامیکی استفاده شده جهت انجام شبیه‌سازی در محدوده زاویه حمله مشخص شده و زاویه لغزش جانبی صفر قرار دارند. وابستگی ضرائب بی‌بعد α با وابستگی‌های q به دلیل نحوه جمع‌آوری داده‌ها در تونل باد گنجانده شده است [۲۱].

مدل موتور نیز براساس داده‌های تست زمینی با گرفتن معادلات نیروی پیشران به‌عنوان تابعی از ارتفاع، عدد ماخ و زاویه اهرم رانش^۶ جدول‌بندی شده است. سطح توان موتور از موقعیت دسته‌گاز با در نظر گرفتن دینامیک تاخیر مرتبه یک برای پاسخ موتور محاسبه می‌شود. شبیه‌سازی معادلات حرکت شش درجه‌آزادی غیرخطی هواپیمای F-16 با استفاده از نرم‌افزار MATLAB انجام شده است [۲۱].

۲-۲- معادلات حرکت و شبیه‌سازی هواپیما

هواپیما به صورت یک جسم صلب با چگالی وزنی ثابت و به صورت متقارن حول صفحه OXZ دستگاه مختصات بدنی در نظر گرفته می‌شود. نیروی پیشران در مدلسازی تنها در جهت محور X دستگاه مختصات بدنی لحاظ شده است. هواپیما در یک شرایط اتمسفر ثابت و پرواز در ارتفاع کمتر از ۵۰ هزار فوت با سرعت مادون‌صوت فرض شده است. در شبیه‌سازی هواپیما، انحنای زمین نادیده گرفته شده و فرض بر این است که زمین در فضای اینرسی ثابت قرار دارد، بنابراین محورهای زمین به عنوان محورهای اینرسی در نظر گرفته می‌شوند. هم‌چنین جهت انجام شبیه‌سازی، میدان جاذبه یکنواخت می‌باشد.

معادلات حرکت شش درجه‌آزادی غیرخطی انتقالی و چرخشی هواپیما با صرف‌نظر نمودن از اجزای داخلی هواپیما، اغتشاشات سازه‌ای و تلاطم^۷ سوخت مدل‌سازی شده است. فرایند شبیه‌سازی در ارتفاع

⁴ Afterburning

⁵ Non-dimensional

⁶ PLA

⁷ Sloshing

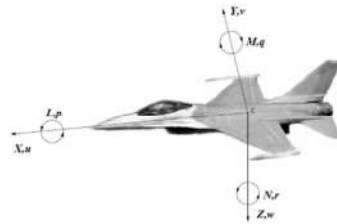
¹ Equation-error

² Multirole

³ Blended wing/ body

رابطه (۱) وضعیت هواپیما در دستگاه مختصات اینرسی را بیان می‌کند. رابطه (۲)، معادلات نیروی هواپیما در دستگاه مختصات بدنی، شامل نیروهای آیرودینامیکی، نیروی پیشرانش و نیروهای جاذبه می‌باشد. همچنین در رابطه (۲)، مقادیر U, V, W سرعت در راستای محورهای X, Y, Z دستگاه مختصات بدنی تعریف شده است. رابطه (۳)، روابط حاکم بر دینامیک چرخش هواپیما که در آن p, q, r به ترتیب نرخ غلت، فراز، سمت در مختصات بدنی هواپیما هستند، را تشریح می‌کند. پارامترهای I_x, I_y, I_z ممان‌های اینرسی اصلی و I_{xz} ممان اینرسی ضربی بوده، و ضرایب C_l, C_m, C_n سهم ممان‌های آیرودینامیکی در معادلات چرخشی حرکت هواپیما می‌باشند.

۱۵ هزار فوتی و سرعت $500 ft/sec$ با اعمال اغتشاش سطوح کنترلی انجام می‌شود. نیروها و ممان‌های آیرودینامیکی هواپیمای F-16 در شکل ۲ نشان داده شده است [۲۳].



شکل ۲- نیروها و ممان‌های آیرودینامیکی هواپیمای F-16 [۲۳]

۳- روش حداقل مربعات^۱ خطا

روش حداقل مربعات به عنوان یکی از روش‌های مشترک، برون خط^۲ و قابل استفاده در دو حوزه زمان و فرکانس شناخته می‌شود. روش LS تخمین پارامتر مجموع خطاهای پیش‌بینی مجذور بین مدل پیش‌بینی و داده‌های خروجی را به حداقل می‌رساند. روش IV^3 یک تغییر جزئی از روش LS است که توانایی خنثی کردن اثرات یک کلاس کلی‌تر از سیگنال‌های نویز را دارد که در صورت استفاده از روش LS، تخمین پارامتر دارای تورش می‌شود. در این روش، پیش زمینه آماری مربوط به تورش و وردایی برای تشکیل فرم ساده LS زمانی که پیش‌بینی‌کننده مستقل از نویز باشد، به طور عمیق پوشش داده می‌شود. روش حداقل مربعات به همراه روش متغیر ابزاری (IV) از رایج‌ترین روش‌ها برای حل طیف وسیعی از مسائل تخمینی هستند که در کاربردهای متعدد مانند مدلسازی یک پدیده خاص با استفاده از یک مدل ریاضی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در روش حداقل مربعات دو معیار کلی شامل نبود تورش تخمین به معنای عدم وجود خطای آفست و تورش ثابت در حالت ماندگار و وجود کمترین وردایی خطا که در فرایند تخمین پارامتر بایستی بصورت مداوم و در هر لحظه بررسی شود، از اهمیت زیادی برخوردار است.

روش حداقل مربعات همچنین به عنوان بهترین تخمین‌گر بدون تورش خطی می‌باشد که کمترین ماتریس هم‌وردایی را نسبت به سایر تخمین‌گرهای خطی بدون تورش دارد [۴].

روش حداقل مربعات می‌تواند به آسانی در هواپیماهای ناپایدار اعمال شود؛ زیرا رفتار ورودی-خروجی را فقط از داده‌های اندازه‌گیری شده مشخص می‌کند و شامل یکپارچه سازی معادلات حالت نمی‌شود. روش حداقل مربعات بدلیل ماهیت عددی در معادلات غیرخطی نیز کاربرد دارد و می‌توان از آن استفاده نمود، بنابراین معادله خروجی رگرسیون حداقل مربعات در رابطه (۶) آورده شده است [۱۵]:

$$Y = X\theta + \varepsilon \quad (6)$$

همچنین بردار پارامترهای ناشناخته به صورت ذیل تعریف می‌گردد:

$$\theta = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (7)$$

معادلات سینماتیک چرخشی، که نرخ زوایای اوپلر را به نرخ‌های زاویه‌ای دستگاه مختصات بدنی مرتبط می‌سازد در رابطه (۱) تعیین می‌گردد. رابطه (۱)، معادلات حالت غیرخطی برای زوایای اوپلر ϕ, θ, ψ ، به ترتیب زوایای اوپلر رول، پیچ، یاو هستند و باید به شکلی مناسب برای انتگرال‌گیری عددی تعریف شوند [۲۱].

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= p + \tan \theta (q \sin \phi + r \cos \phi) \\ \dot{\theta} &= q \cos \phi - r \sin \phi \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= (q \sin \phi + r \cos \phi) \sec \theta \\ \dot{u} &= rv - qw - g \sin \theta + \frac{\bar{q} S C_x + T}{m} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\dot{v} = pw - ru + g \cos \theta \sin \phi + \frac{\bar{q} S C_y}{m}$$

$$\dot{w} = qu - pv + g \cos \theta \cos \phi + \frac{\bar{q} S C_z}{m}$$

روابط ممان‌های آیرودینامیکی به صورت فضای حالت با ثابت‌های ممان اینرسی دستگاه بدنی برابر است با [۲۱]:

$$\begin{aligned} \dot{p} &= (c_1 r + c_2 p - c_4 h_{eng}) q + \bar{q} S b (c_3 C_l + c_4 C_n) \\ \dot{q} &= (c_5 p + c_7 h_{eng}) r - c_6 (p^2 - r^2) + \bar{q} S \bar{c} c_7 C_m \\ \dot{r} &= (c_8 p - c_2 r - c_9 h_{eng}) q + \bar{q} S b (c_4 C_l + c_9 C_n) \end{aligned} \quad (3)$$

در رابطه (۳)، h_{eng} اندازه بردار مومنتم زاویه‌ای برای چرخش جرم موتور در راستای مثبت محور X دستگاه بدنی است و به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۱]:

$$h_{eng} = [h_{eng} \quad 0 \quad 0]^T = [I_p \Omega_p \quad 0 \quad 0] \quad (4)$$

همچنین ضرایب استفاده شده در رابطه (۳)، به صورت ذیل بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{(I_x - I_z)I_z - I_{xz}^2}{I_x I_z - I_{xz}^2} & c_2 &= \frac{(I_x - I_y + I_z)I_{xz}}{I_x I_z - I_{xz}^2} & c_3 &= \frac{I_z}{I_x I_z - I_{xz}^2} \\ c_4 &= \frac{I_{xz}}{I_x I_z - I_{xz}^2} & c_5 &= \frac{I_z - I_x}{I_y} & c_6 &= \frac{I_{xz}}{I_y} \\ c_7 &= \frac{1}{I_y} & c_8 &= \frac{(I_x - I_y)I_z - I_{xz}^2}{I_x I_z - I_{xz}^2} & c_9 &= \frac{I_x}{I_x I_z - I_{xz}^2} \end{aligned} \quad (5)$$

¹ Least-Squares

² Offline

³ Instrumental Variable

بسط سری توان چند متغیره محدود برای متغیر وابسته بر حسب متغیرهای مستقل است. مشتقات جزئی مدل های شناسایی شده را می توان برای جمع آوری مدل های متغیر پارامتر خطی معتبر جهانی استفاده کرد.

طبق اصل حداقل مربعات، بردار خطا براساس تابع هزینه زیر کمینه می شود:

$$J = \frac{1}{2} \varepsilon^T \varepsilon \quad (8)$$

با جایگذاری رابطه (۸) در رابطه (۶)، تابع هزینه به صورت زیر بیان خواهد شد:

$$J = \frac{1}{2} (Y - X\theta)^T (Y - X\theta) \quad (9)$$

ماتریس هموردایی پارامترهای تخمین زده شده به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$P = E((\hat{\theta} - \theta)(\hat{\theta} - \theta)^T) = \sigma^2 (X^T X)^{-1} \quad (10)$$

در رابطه (۱۰)، σ^2 و ردایی خطای برازش است که از خطاهای باقی مانده محاسبه می شود:

$$\sigma^2 = \frac{v^T v}{N - m} \quad (11)$$

که N تعداد داده ها و m تعداد پارامترهای ناشناخته و v خطای باقی مانده بین پاسخ های اندازه گیری شده و تخمین زده شده به صورت زیر بیان می گردد:

$$v = Y - X\hat{\theta} \quad (12)$$

متغیرهای مستقل با پارامترهای ناشناخته متناظرشان برای مدل سازی متغیر وابسته به گونه ای انتخاب می شوند که میانگین مربع خطا (MSE) در رابطه (۷) بیان می شود:

$$MSE = \frac{(Y - X\theta)^T (Y - X\theta)}{N} \quad (13)$$

روش خطای معادله جهت شناسایی و تخمین پارامترهای هواپیما مبتنی بر رابطه میان ضرائب نیرو و ممان آیرودینامیکی بدون بعد، حالت هواپیما و ورودی های آن برای ایجاد رگرسیون خطی استفاده می گردد. مقادیر مدل از یک مدل فرضی برای هر نیرو یا ضریب گشتاور بر حسب حالت ها و کنترل های هواپیما اندازه گیری شده محاسبه می شوند. اگرچه شکل مدل ها می تواند متفاوت باشد، ساختارهای مدل خطی معمولی ضرائب نیروها و ممان های آیرودینامیکی کانال عرضی-سمتی ممکن است به شرح زیر محاسبه می گردد [۲۱]:

$$C_n(i) = C_{n_0} + C_{n_\beta} \beta(i) + C_{n_p} \frac{b}{2V_0} p(i) + C_{n_r} \frac{b}{2V_0} r(i) + C_{n_{\delta_a}} \delta_a(i) + C_{n_{\delta_r}} \delta_r(i) + v_n(i) \quad (14)$$

$$C_l(i) = C_{l_0} + C_{l_\beta} \beta(i) + C_{l_p} \frac{b}{2V_0} p(i) + C_{l_r} \frac{b}{2V_0} r(i) + C_{l_{\delta_a}} \delta_a(i) + C_{l_{\delta_r}} \delta_r(i) + v_n(i) \quad (15)$$

$$C_Y(i) = C_{Y_0} + C_{Y_\beta} \beta(i) + C_{Y_{\delta_r}} \delta_r(i) + v_n(i) \quad (16)$$

ضرائب نیروها و ممان های بی بعد با جایگزینی مقادیر اندازه گیری

در روابط فوق، Y بردار خروجی اندازه گیری شده سیستم، X ماتریس محوری که از ورودی ها تشکیل شده است که به رگرسیون شناخته می شود، ε بردار خطای معادله و θ بردار پارامترهای ناشناخته در روش حداقل مربعات می باشد. در رابطه (۷) ماتریس $X^T X$ که ماتریس اطلاعات داده است که به ماتریس رگرسیون نیز شناخته می شود.

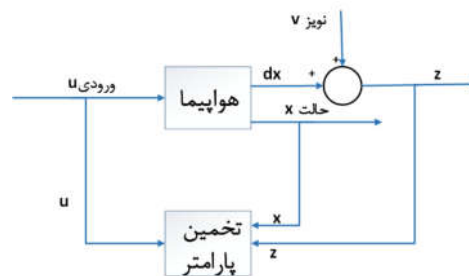
۱-۳- روش خطای معادله

روش خطای معادله یکی از اولین تکنیک های تحلیلی است که برای تخمین پارامترهای مدل دینامیکی هواپیما از داده های پرواز استفاده می شود. در دهه های ۱۹۶۰ و ۱۹۷۰، ظهور رایانه های آنالوگ و دیجیتال، همراه با پیشرفت های نظری مختلف و موفقیت های عملی متعدد، روش خطای معادله را به یک روش تبدیل کرد [۱۶].

روش حداقل مربعات استاندارد به طور گسترده ای برای تخمین پارامتر هواپیما مورد استفاده قرار گرفته است. با این حال، پیشرفت های تحلیلی اخیر و مشکلات ویژه در مدل سازی دینامیکی هواپیما، عمومیت و سودمندی رویکرد خطای معادله را برجسته کرده است.

تغییر دیگری از روش تخمین پارامتر حداکثر شباهت^۱ با این فرض به دست می آید که (۱) مدل دینامیکی به صورت فضای حالت خطی با نویز فرآیند است، (۲) پارامترهای مدلی که باید تخمین زده شوند، مشتقات دارای بعد پایداری و کنترل هستند، و (۳) همه ی حالت ها و ورودی ها بدون خطا اندازه گیری می شوند.

روش خطای معادله، در رایج ترین شکل خود تخمین پارامترهای آیرودینامیکی را محاسبه می کند که مجموع اختلاف مجذور بین مقادیر ضرائب بی بعد نیروها و گشتاورهای تعیین شده از داده های پرواز اندازه گیری شده و مقادیر مدل مربوطه را به حداقل می رساند. ضرائب نیروها و ممان های بی بعد با استفاده از روابط (۱-۳) محاسبه می شود.



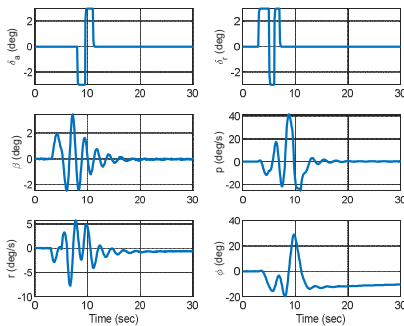
شکل ۳- بلوک دیاگرام تخمین پارامتر با استفاده از خطای معادله

مقادیر مدل از یک مدل فرضی برای هر نیرو یا ضریب گشتاور بر حسب حالت ها و کنترل های هواپیما اندازه گیری شده محاسبه می شود. در شکل ۳ بلوک دیاگرام تخمین پارامتر با استفاده از خطای معادله آورده شده است.

تکنیک مدل سازی پارامتری غیرخطی از توابع مدل سازی متعامد چند متغیره تولید شده از داده ها برای تعیین ساختار مدل غیرخطی استفاده می کند، سپس هر تابع مدل سازی حفظ شده را به یک چند جمله ای چند متغیره معمولی گسترش می دهد. فرم مدل نهایی یک

^۱ Maximum-likelihood

هواپیما شامل سه پارامتر نیرویی C_x, C_y, C_z و سه پارامتر گشتاوری C_l, C_m, C_n را انجام داد. خروجی‌های اندازه‌گیری شده که معادلات آن در بخش ۲ آورده شده، دارای نویز سفید با وردایی ۰/۱ و نرخ نمونه‌برداری ۰/۱ ثانیه هستند. در این بخش به شناسایی ضرائب نیرو و ممان آیرودینامیکی کانال عرضی-سمتی پرداخته شده است. ورودی کنترلی ایلرون از نوع دابلت و ورودی کنترلی سکان عمودی از نوع ۳-۲-۱ می‌باشد، که در شکل ۴ آورده شده است.



شکل ۴- پارامترهای ورودی و خروجی شناسایی سیستم

با توجه به شناسایی کانال عرضی سمتی هواپیما، شناسایی و تخمین پارامترهای C_y, C_l, C_n که به ترتیب ضریب ممان یاء، ضریب ممان رول و ضریب نیروی جانبی هستند، بررسی خواهند شد. بردار رگرسور جهت شناسایی سیستم کانال عرضی-سمتی از داده‌های تاریخچه زمانی که در شکل ۴ نشان داده شده است به صورت ذیل تشکیل گردیده است:

$$X = [\beta \quad p \quad r \quad \delta_r \quad \delta_y] \quad (24)$$

۴-۱- شناسایی مدل تابع تبدیل کانال عرضی-سمتی

در فرایند شناسایی سیستم می‌توان از داده‌های تاریخچه زمانی هواپیما یک معادله حلقه بسته که نمایش خوبی از داده‌های اندازه‌گیری شده داشته باشد، استخراج نمود که فرم کلی تابع تبدیل در رابطه ۲۵ آورده شده است.

$$T(s) = \frac{(b_0 s^m + b_1 s^{(m-1)} + \dots + b_m) e^{(-\tau_{\text{lag}} s)}}{(s^n + a_1 s^{(n-1)} + \dots + a_n)} \quad (25)$$

مدل تابع تبدیل یکی از انواع مدل‌های پارامتری است، زیرا از مجموعه محدودی از کمیت‌های خاص، یا پارامترها که در این حالت ضرایب صورت و مخرج تابع تبدیل هستند تشکیل شده است.

در این بخش با استفاده از روش حداقل مربعات که در بخش ۳ شرح داده شد، شناسایی تابع تبدیل کانال عرضی-سمتی هواپیما با استفاده از روش IV حداقل مربعات انجام می‌شود.

با استفاده از نتایج شبیه‌سازی که در بخش ۲ انجام گرفته است، توابع تبدیل کانال عرضی سمتی هواپیما شناسایی و پایداری آن مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت. نمودار مدل اندازه‌گیری شده و مدل تخمین‌زده شده در شکل ۵ نشان داده شده است. با توجه به شکل ۴،

شده و شناخته شده و یا داده‌های شتاب زاویه‌ای در سمت راست روابط (۱۶-۱۴) به صورت زیر بازنویسی می‌گردد [۲۱].

$$C_n = \frac{1}{qSb} [I_z \dot{r} - I_{xz}(\dot{p} - qr) + (I_y - I_x)pq + I_p \Omega_p q] \quad (17)$$

$$C_l = \frac{1}{qSb} [I_x \dot{p} - I_{xz}(pq + \dot{r}) + (I_z - I_y)qr] \quad (18)$$

$$C_y = \frac{ma_y}{qS} \quad (19)$$

برای هریک از روابط (۱۴) الی (۱۶)، جایگذاری مقادیر ضرائب نیرو یا ممان محاسبه شده از معادلات (۱۷) الی (۱۹) در سمت چپ آن، همراه با حالت‌ها و ورودی‌های کنترلی اندازه‌گیری شده متناظر در سمت راست، منجر به یک مجموعه معادلات فرامعین برای پارامترهای ناشناخته آیرودینامیکی می‌شود. این مشکل با استفاده از روش حداقل مربعات قابل حل است.

پارامترهای پرواز در سمت راست روابط فوق، شامل زاویه لغزش جانبی β ، سرعت زاویه‌ای رول p ، سرعت زاویه‌ای یاء r ، ورودی ایلرون δ_r ، ورودی سکان عمودی δ_y و v_n که معادل خطا و نویز سیستم است. به عنوان مثال، برای تخمین پارامترهای ممان یاء شامل پارامترهای $C_{n_p}, C_{n_r}, C_{n_{\delta_r}}, C_{n_{\delta_y}}, C_{n_{\beta}}, C_{n_p}, C_{n_r}, C_{n_{\delta_r}}, C_{n_{\delta_y}}, C_{n_{\beta}}$ و سایر مشتقات آیرودینامیکی، با فرض اندازه‌گیری دقیق پارامترهای پرواز و کمیت‌های ورودی و خطی‌سازی آن، رگرسیون تخمین زده می‌شود.

تشکیل مسئله حداقل مربعات برای ضریب C_n که در فرایند شناسایی سیستم تخمین پارامتر مورد استفاده قرار گرفته به شرح ذیل می‌باشد [۱۵]:

$$Y = [C_n(1) \quad C_n(2) \quad \dots \quad C_n(N)]^T \quad (20)$$

$$\theta = [C_{n_p} \quad C_{n_r} \quad C_{n_{\delta_r}} \quad C_{n_{\delta_y}} \quad C_{n_{\beta}} \quad C_{n_{\beta}}]^T \quad (21)$$

$$X = [\beta \quad p \quad r \quad \delta_r \quad \delta_y \quad 1] \quad (22)$$

$$v = [v(1) \quad v(2) \quad \dots \quad v(N)]^T \quad (23)$$

که در روابط فوق، مقادیر پارامترهای بردار $N \times 1$ خروجی اندازه‌گیری شده از رابطه ۱۷، بردار 6×1 پارامترهای خروجی، بردار $N \times 6$ ماتریس ورودی‌ها، و بردار $N \times 1$ خطای معادله است.

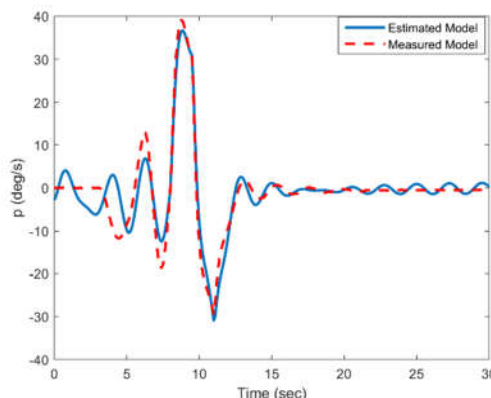
تشکیل مسئله حداقل مربعات برای سایر نیروها و ممان‌های آیرودینامیکی نیز همانند معادلات (۲۰) الی (۲۳) انجام می‌شود.

۴- شناسایی و تخمین پارامترهای کانال عرضی-سمتی

با استفاده از معادلات غیرخطی هواپیما که در بخش ۲ اشاره شد، می‌توان تخمین پارامترهای آیرودینامیکی و مجهولات آیرودینامیکی

ورودی‌های شناسایی مدل تابع تبدیل کانال عرضی-سمتی سطوح کنترلی شهر و سکان عمودی هستند.

جهت تخمین مدل تابع تبدیل با استفاده از روش حداقل مربعات و تکنیک IV که در بخش ۳ توضیح داده شد، با استفاده از خروجی ممان رول و ورودی ایلرون انجام گرفته است. مدل خروجی حاصل از مدل تابع تبدیل و مدل اندازه‌گیری شده در شکل ۵ را می‌توان بررسی نمود. هم‌چنین نمودار دوره‌نگار نیز در شکل ۶ آورده شده است.



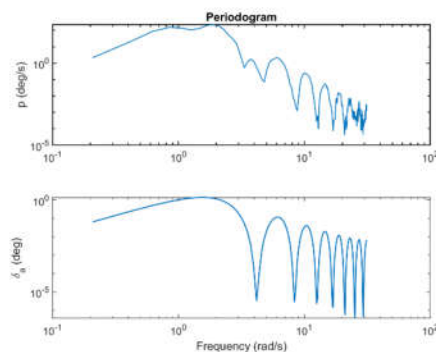
شکل ۵- داده‌های اندازه‌گیری شده و داده‌های مدل تابع تبدیل

مدل تابع تبدیل تخمین‌زده از روش حداقل مربعات در روابط (۲۶) الی (۲۸) آورده شده است.

$$\begin{aligned} Num(s) = & -1.276s^7 - 26.02s^6 - 35.61s^5 - 441.3s^4 \\ & -272.6s^3 - 1840s^2 - 418s - 67.44 \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} Den(s) = & s^7 + 2.683s^6 + 17.85s^5 + 39.45s^4 \\ & + 80.83s^3 + 145.2s^2 + 22.61s - 67.44s + 2.414 \end{aligned} \quad (27)$$

$$T(s) = \frac{Num(s)}{Den(s)} \quad (28)$$



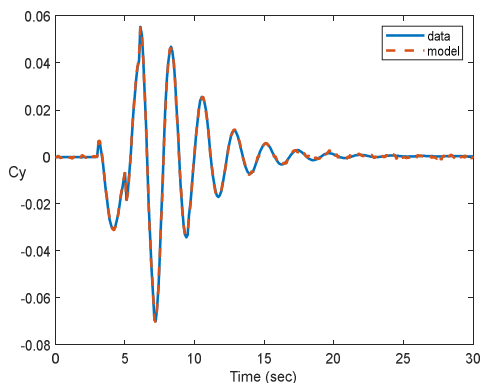
شکل ۶- نمودار پریودوگرام

۲-۴- تخمین ضریب C_Y

پس از استخراج مدل تابع تبدیل سیستم، جهت مشاهده رفتار داده‌های شبیه‌سازی و داده‌های حاصل از شناسایی سیستم، بررسی رفتار زمانی تغییرات پارامترها برحسب ورودی یکسان مورد ارزیابی قرار

می‌گیرد. بر همین اساس با استفاده از روابط حداقل مربعات و بردار رگرسور که در رابطه (۲۴) آورده شد، در این قسمت به شناسایی و تخمین پارامتر ضریب آیرودینامیکی نیروی جانبی پرداخته خواهد شد. تشکیل مسئله حداقل مربعات برای ضریب C_Y مانند معادلات (۲۰) تا (۳۰) انجام می‌شود. جمله تورش برای بردار رگرسور مقدار ثابت یک فرض شده است. نمودار مقادیر تشکیل‌دهنده ماتریس ورودی‌ها، شامل ورودی‌های سطوح کنترلی و خروجی‌های مدل دینامیکی هواپیما در شکل ۴ نشان داده شده است.

با استفاده از رگرسیون حداقل مربعات، تخمین ضریب نیروی جانبی و مقایسه آن با داده‌های اندازه‌گیری‌شده از داده‌های مدل شبیه‌سازی در شکل ۷ آورده شده است.



شکل ۷- نمودار خروجی اندازه‌گیری شده و مدل تخمین ضریب C_Y

پارامترهای تخمین‌زده شده، بردار خطای استاندارد تخمین و درصد خطای این تخمین پارامتر نیز در جدول ۲ آورده شده است. پارامترهای تخمین زده شده در جدول ۲، ضرائب چند جمله‌ای رابطه ۱۶ هستند که در معادلات (۲۰) تا (۲۳) نحوه تشکیل آن شرح داده شد.

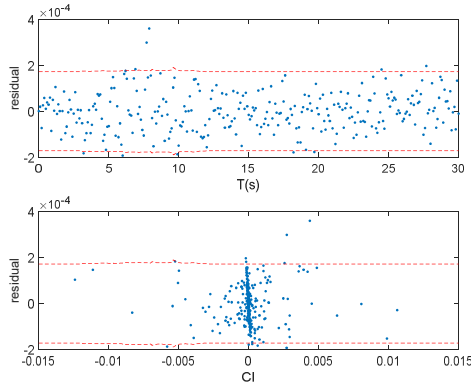
جدول ۲- پارامترهای تخمین‌زده شده ضریب C_Y

پارامتر	مقدار تخمین‌زده‌شده	خطای استاندارد	درصد خطا
P (1)	$-1/998 \times 10^{-10}$	$5/012 \times 5-10$	۰/۳
P (2)	$2/924 \times 5-10$	$5/871 \times 6-10$	۲۰/۱
P (3)	$5/115 \times 4-10$	$2/258 \times 5-10$	۴/۴
P (4)	$9/287 \times 4-10$	$6/056 \times 5-10$	۶/۵
P (5)	$2/864 \times 3-10$	$4/153 \times 5-10$	۱/۵
P (6)	$-1/101 \times 6-10$	$3/689 \times 5-10$	۳۳۵/۹

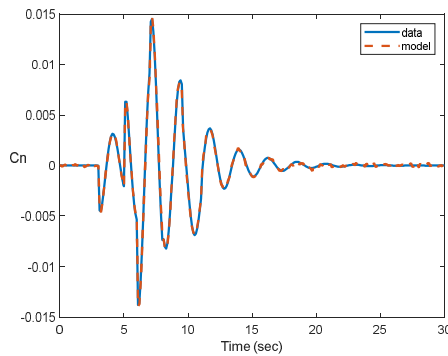
نمودار باقی‌مانده^۱ عبارت است از باقی‌مانده بین خروجی پیش‌بینی شده و تخمین‌زده شده یک مرحله‌ای از مدل و خروجی اندازه‌گیری شده از مجموعه داده‌های اعتبارسنجی است. بنابراین، باقی‌مانده بخشی از داده‌های اعتبارسنجی را نشان می‌دهد که توسط مدل توضیح داده نشده است. شکل ۸ آنالیز باقی‌مانده ضریب C_Y را نشان می‌دهد.

¹ Residual

ممان یاو پرداخته خواهد شد. تشکیل مسئله حداقل مربعات ضریب ممان یاو در معادلات (۲۰) تا (۲۳) نشان داده شد. پس از تشکیل معادله حداقل مربعات و رگرسیون خطی حداقل مربعات، نمودار بردار خروجی مدل و خروجی اندازه‌گیری شده به صورت زیر خواهد بود.



شکل ۱۰- آنالیز باقی‌مانده ضریب C_1



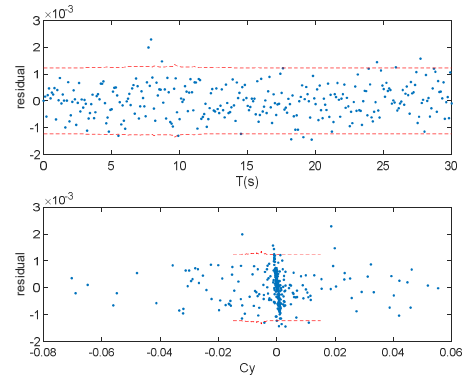
شکل ۱۱- نمودار خروجی اندازه‌گیری شده و مدل تخمین ضریب C_n

جدول ۴- پارامترهای تخمین‌زده شده ضریب C_n

پارامتر	مقدار تخمین‌زده شده	خطای استاندارد	درصد خطا
P (1)	$4/152 \times 10^{-1}$	$1/0.29 \times 10^{-1}$	۰/۲
P (2)	$-3/0.36 \times 10^{-1}$	$1/20.5 \times 10^{-1}$	۳۹/۷
P (3)	$-2/146 \times 10^{-1}$	$4/636 \times 10^{-1}$	۲/۲
P (4)	$6/917 \times 10^{-1}$	$1/243 \times 10^{-1}$	۱/۸
P (5)	$-1/731 \times 10^{-1}$	$8/524 \times 10^{-1}$	۰/۵
P (6)	$-7/422 \times 10^{-1}$	$7/574 \times 10^{-1}$	۱۰۱۹/۱۰

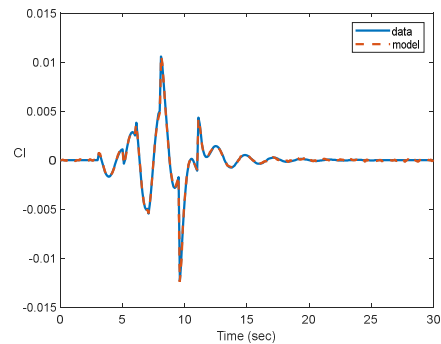
۴-۳- تخمین ضریب C_1

این قسمت به شناسایی و تخمین ضریب ممان رول پرداخته خواهد شد. تشکیل مسئله حداقل مربعات برای ضریب C_1 مانند معادلات (۲۰) تا (۲۳) انجام می‌شود. پس از تشکیل معادله حداقل مربعات و رگرسیون خطی حداقل مربعات، نمودار بردار خروجی مدل خطای معادله و خروجی اندازه‌گیری شده ممان رول در شکل ۹ نشان داده شده است.



شکل ۸- آنالیز باقی‌مانده ضریب C_y

پارامترهای تخمین‌زده شده، بردار خطای استاندارد تخمین و درصد خطای تخمین پارامتر CI در جدول ۳ آورده شده است و شکل ۱۰ آنالیز باقی‌مانده ضریب CI را نشان می‌دهد.



شکل ۹- نمودار خروجی اندازه‌گیری شده و مدل تخمین ضریب C_1

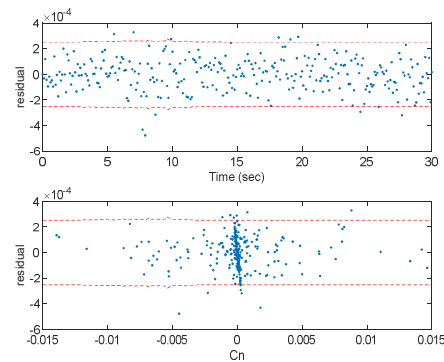
جدول ۳- پارامترهای تخمین‌زده شده ضریب C_1

پارامتر	مقدار تخمین‌زده شده	خطای استاندارد	درصد خطا
P (1)	$-2/257 \times 10^{-1}$	$7/0.07 \times 10^{-1}$	۰/۳
P (2)	$-2/183 \times 10^{-1}$	$8/20.8 \times 10^{-1}$	۰/۴
P (3)	$5/765 \times 10^{-1}$	$3/158 \times 10^{-1}$	۵/۵
P (4)	$-2/535 \times 10^{-1}$	$8/467 \times 10^{-1}$	۰/۳
P (5)	$3/610 \times 10^{-1}$	$5/80.6 \times 10^{-1}$	۱/۶
P (6)	$-2/815 \times 10^{-1}$	$5/158 \times 10^{-1}$	۱۸۳۲/۶

۴-۴- تخمین ضریب C_n

این قسمت به شناسایی و تخمین پارامتر ضریب آیرودینامیکی

- [6] Muhammad, H., H. P. Thien, and T. Mulyanto. Total least squares estimation of aerodynamic parameter of micro coaxial helicopter from flight data. *Int. J. Basic Appl. Sci*, 2012.
- [7] Dutra, Dimas A. Collocation-based output-error method for aircraft system identification. *AIAA Aviation 2019 Forum*, 2019.
- [8] Tayefi, Morteza, Jafar Roshanian, and Ali Ghaffari. On estimation of vehicle linear model parameters. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 2009.
- [9] Şahin, Mehmet, and Muammer Kalyon. "Estimating dominant parameters of aircraft linear dynamical model via least square method. *İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 2021.
- [10] Verma, Hari Om, and N. K. Peyada. Quasi Steady Stall Modelling of Aircraft Using Least-Square Method. *International Journal of Aerospace System Engineering*, 2020.
- [11] Bruls, Johan, et al. Linear and non-linear system identification using separable least-squares. *European Journal of Control* 5.1, 1999.
- [12] Chen, Tianshi, and Lennart Ljung. Implementation of algorithms for tuning parameters in regularized least squares problems in system identification. *Automatica*, 2013.
- [13] Qin, S. Joe. Partial least squares regression for recursive system identification. *Proceedings of 32nd IEEE Conference on Decision and Control*. IEEE, 1993.
- [14] Marple, S. Efficient least squares FIR system identification. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing* 29.1. 1981.
- [15] Morelli, E. A., and Klein, V., *Aircraft System Identification: Theory and Practice*, 2nd ed., Sunflyte Enterprises, Williamsburg, VA, Dec. 2016.
- [16] Klein, V. Aircraft Parameter Estimation in Frequency Domain, *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, AIAA Paper 1978-1344, Aug. 1978.
- [17] Klein, Vladislav. Maximum likelihood method for estimating airplane stability and control parameters from flight data in frequency domain, 1980.
- [18] Morelli, Eugene A. Low-order equivalent system identification for the Tu-۱۴۴LL supersonic transport aircraft. *Journal of guidance, control, and dynamics* 2003.
- [19] Verma, Hari Om, and N. K. Peyada. Quasi Steady Stall Modelling of Aircraft Using Least-Square Method. *International Journal of Aerospace System Engineering*, 2020.
- [20] Malti, Rachid, et al. Tutorial on system identification using fractional differentiation models. *IFAC Proceedings Volumes* 39.1, 2006.
- [21] Morelli, Eugene. Practical aspects of the equation-error method for aircraft parameter estimation. *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit*, 2006.
- [22] Morelli, Eugene A, and Jared A. Grauer. Practical aspects of frequency-domain approaches for aircraft system identification. *Journal of Aircraft* 57.2, 2020.
- [23] Russell R S. Non-linear F-16 simulation using Simulink and Matlab[J]. University of Minnesota, Tech. paper, 2003.



شکل ۱۲- آنالیز باقی مانده ضریب C_n

۵- نتیجه گیری

در این مقاله از روش حداقل مربعات و تکنیک خطای معادله برای شناسایی سیستم و تخمین پارامترهای کانال عرضی-سمتی هواپیما استفاده گردید. از این روش می‌توان برای تخمین ضرائب آیرودینامیکی هواپیما در مانورهای مختلف و براساس آزمایش‌های مختلف طراحی شده بهره برد. همچنین می‌توان سایر پارامترهای آیرودینامیکی و مشتقات کنترل و پایداری را با فرمول‌بندی مناسب و براساس ورودی‌ها با تشکیل روش‌های مختلف اعم از مسئله حداقل مربعات شناسایی و تخمین زد. در این روش نیازی به خطی‌سازی معادلات نیست و می‌توان از دینامیک غیرخطی و ناپایدار هواپیما با استفاده از حلقه بسته کنترلی نیز استفاده کرد. جهت افزایش دقت و تخمین مناسب پارامترها در فرایند تخمین پارامتر از کمینه‌سازی خطای استاندارد استفاده شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که مدل‌سازی‌های صورت گرفته تطابق خوبی با داده‌های مدل شبیه‌سازی داشته و برای مطالعات بعدی از جمله اهداف کنترلی مناسب می‌باشد.

۶- مراجع

- [۱] مرتضوی م.، مرتضوی م.، شناسایی مدل دینامیکی هواپیما با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی، فصلنامه دانش و فناوری هوا فضا، دوره ۱، شماره ۲- شماره پیاپی ۲، صفحه ۱۵-۲۳، ۱۳۹۱.
- [۲] عبدالملکی ع و کریمیان س، بررسی دینامیک پرواز طولی یک ریزپهپاد بال ثابت با استفاده از دو روش فیلترکالمن توسعه یافته و مهندسی حداقل مربعات معمولی با توجه به مدل تجربی و مقایسه نتایج، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ۱۳۹۸.
- [۳] رادمنش ع، آیتی ر، نعمتی ج، شناسایی سیستم غیرخطی هواپیمای توربوپراپ با استفاده از شبکه های عصبی، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ۱۳۹۳.
- [4] Nelles, Oliver. *Nonlinear dynamic system identification*. Nonlinear System Identification. Springer, Berlin, Heidelberg, 2001.
- [5] Raptis, Ioannis A., and Kimon P. Valavanis. *Linear and nonlinear control of small-scale unmanned helicopters*. Vol. 1. New York: Springer, 2011.