

تعیین بسامد ساختمان‌های بلند هرمی با سیستم لوله در لوله و لوله دسته‌بندی شده به روش تحلیلی

محمد بابایی^۱، یعقوب محمدی^{۲*}، امین قنادی اصل^۲

^۱ دانشجوی دکتری، دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی عمران، دانشگاه محقق اردبیلی

^۲ دانشیار دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی عمران، دانشگاه محقق اردبیلی

دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۲۰، بازنگری: ۱۴۰۰/۱۰/۲، پذیرش: ۱۴۰۰/۱۱/۳، نشر آنلاین: ۱۴۰۰/۱۱/۳

چکیده

سیستم لوله‌ای یکی از سیستم‌های سازه‌ای مناسب برای برج‌ها و ساختمان‌هایی با ارتفاع بالاست که خود دارای انواع مختلفی می‌باشد. هدف از این مطالعه به‌دست آوردن یکی از ویژگی‌های مهم دینامیکی یعنی بسامد طبیعی (ω) برای تعدادی از ساختمان‌های بلند با سیستم لوله‌ای، لوله‌ای هرمی است که یک روش تقریبی بوده و فرمول‌های مربوطه جدید با استفاده از روش پیشنهادی و معادله‌های دیفرانسیل محاسبه بسامد طبیعی ساختمان‌های بلند هرمی با سیستم لوله در لوله و لوله دسته‌بندی شده و سازه لوله‌ای هرمی انجام می‌شود. به این منظور، تعداد ۱۲ مدل با ۲ سیستم سازه‌ای لوله در لوله و لوله دسته‌بندی شده و با ۳ زاویه هرمی صفر، ۱/۲۳ و ۲/۴۵ درجه (انحراف از امتداد قائم) مورد بررسی قرار گرفته و مدل‌ها به دو صورت عددی و روش تحلیلی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته شدند. نتایج این مطالعه حاکی از آن است که با استفاده از روش تحلیلی معادلات دیفرانسیل بسامد طبیعی، به درستی محاسبه می‌شود و انطباق خوبی با نتایج عددی دارد، سازگاری بهتری با سازه‌های بدون زاویه هرمی و با ارتفاع بیشتر دارد و مقدار خطای محاسباتی حاصله بسیار کم می‌باشد. همچنین در این روش تحلیلی، کم‌ترین خطا برای سیستم‌های لوله‌ای دسته‌بندی شده و بیشترین خطا برای سیستم لوله در لوله به‌دست آورده شد.

کلیدواژه‌ها: بسامد طبیعی، سختی خمشی متغیر، ساختمان لوله‌ای هرمی، تیر طره‌ای هرمی.

۱- مقدمه

شیب‌دار و هرمی باریک شونده به سمت بالا شمایی معماریانه داشته و نمادی از ادغام سازه با معماری به حساب می‌آید.

با طراحی ساختمان بلند و باریک می‌توان رانش جانبی را ۱۰ تا ۵۰ درصد کاهش داد (Schuler, ۱۹۷۷). باریک شدن ساختمان در ارتفاعات بالاتر می‌تواند به فرم‌های زیر باشد:

- ۱- کاهش تدریجی، مخروطی و هرمی
- ۲- شکست و عقب‌نشینی (Ali و Moon, ۲۰۰۷؛ Scott و Hamilton, ۲۰۰۵).

در ساختمان‌های لوله‌ای روش‌های تقریبی تحلیلی ارائه شده راه‌حلی مناسب برای مرحله طراحی اولیه محسوب می‌شود. بسیاری از محققان با استفاده از رویکردهای مختلف، ارتعاش آزاد سازه‌های بلند را بررسی کرده‌اند. یک رابطه برای محاسبه بسامد-های طبیعی سازه‌های لوله‌ای در ساختمان‌های بلند به‌طور

تخمین بسامد طبیعی ساختمان‌های بلند برای ارزیابی پاسخ ساختمان به دلیل باد یا زلزله بسیار مهم می‌باشد. یکی از پارامترهای مهم در ساختمان‌های باریک شونده هرمی محاسبه بسامد طبیعی ارتعاشی سازه (ω) می‌باشد که در این مطالعه نیز روابط و روش جدید جهت محاسبه ارائه می‌شود و با محاسبات عددی مقایسه می‌گردد.

سیستم سازه هرمی که با افزایش ارتفاع باریک‌تر می‌شود، با کم کردن سطح پلان سطح بادگیر در طبقه‌های بالایی ساختمان کاهش یافته و در نتیجه اثر شدت باد به ساختمان و به دنبال آن فشار باد اضافی نیز کاهش می‌یابد. اهمیت دادن به رأس آیرودینامیکی^۱ در بخش بالای ارتفاع ساختمان بلندمرتبه نقش مهمی در طراحی سازه و معماری بازی می‌کند و ساختمان با فرم

1. Aerodynamic

* نویسنده مسئول؛ شماره تماس: ۰۹۱۴۴۵۱۸۷۳۱

آدرس ایمیل: mohamad.babaei@uma.ac.ir (م. بابایی)، yaghoubm@uma.ac.ir (ی. محمدی)، aghannadiasl@uma.ac.ir (ا. قنادی اصل).

سیستم امکان ساخت ساختمان‌های با ارتفاع بیشتر را به‌وجود می‌آورد.

سیستم لوله دسته‌بندی‌شده: سیستم لوله دسته‌بندی‌شده می‌تواند به‌عنوان مجموعه‌ای شامل دو یا چند لوله باشد که به‌هم وصل شده‌اند و برای ایجاد یک لوله چند سلولی استفاده می‌گردند. این سیستم امکان ارتفاعات تا ۱۱۰ طبقه و مساحت بزرگ را فراهم می‌کند. در این سیستم، شبکه‌های داخلی باعث کاهش لنگی برشی در بال‌های تیر می‌شوند. از این رو ستون‌های آن‌ها یکنواخت-تر از سازه‌های تک لوله‌ای تحت تنش هستند و در سختی جانبی بیشترین نقش را دارد (Khan, ۱۹۸۵; Khan و Amin, ۱۹۷۳).

محاسبه بسامد ارتعاشی و تحلیل ارتعاش آزاد نقش مهمی در طراحی سازه‌های ساختمان‌های بلند مخصوصاً در مورد بسامد اول دارد. اگرچه تجزیه و تحلیل ارتعاش آزاد سیستم لوله‌ای و دیوار برشی به‌طور گسترده‌ای در چند دهه گذشته مورد بررسی قرار گرفته است. با این حال، تحقیقاتی در مورد بسامدهای ارتعاشی سازه‌های بلند هرمی با معادلات دیفرانسیل انجام نگرفته است یا تحقیقات کمی وجود دارد و تحقیقات مدونی در زمینه محاسبه بسامد ارتعاشی سیستم‌های لوله‌ای با سازه هرمی شکل با خصوصیات سختی و جرم متغیر هرمی در ارتفاع وجود ندارد. اکثر مطالعات برای سازه‌های نود درجه لوله‌ای انجام گرفته است. بنابراین ضروری است، برای پر کردن خلأ، در این مطالعه، یک روش تحلیلی ساده برای محاسبه بسامدهای طبیعی سیستم ترکیبی لوله‌ای هرمی ارائه شده است. روش ارائه‌شده در این تحقیق یک دید روشن از تحلیل ارتعاش آزاد سازه بلند هرمی ارائه می‌کند. تنها در این تحقیق فرمول‌ها و روابط مربوط به تغییر مقطع به‌صورت هرمی و اعمال شرایط مرزی بررسی و ارائه شده است. سادگی و دقت بالای روش ارائه‌شده در این تحقیق موجب شد که در تحلیل تقریبی و مراحل مقدماتی طراحی یک سازه بلند قابل استفاده باشد. علاوه بر این، جهت بررسی میزان تأثیر پارامترهای مختلف سازه‌ای بر مشخصات استاتیکی و دینامیکی یک سازه بلند، استفاده از روش‌های تحلیلی راحت‌تر و سراسرتر باشد. با توجه به زمان اندک مورد نیاز جهت مدل‌سازی و محاسبات در روش ارائه‌شده، این روش در تحلیل تقریبی سازه مفید واقع شده است. تنها یک‌بار معادله حاکم بر ارتعاش سیستم پیوسته حل شده است.

۲- تخمین رفتار سازه‌های لوله‌ای مانند تیر طره

در این قسمت سازه‌های با سیستم لوله‌ای، لوله در لوله و لوله دسته‌بندی‌شده با یک تیر طره‌ای معادل جایگزین می‌شوند که این تیر سختی خمشی، برشی و جرم متغیر در امتداد ارتفاع دارد. همچنین وزن سازه توسط نیروی محوری متغیر اعمال می‌شود. پارامترهای الاستیک تیر طره‌ای معادل که شامل مدول

مستقیم از معادلات دیفرانسیل مرتبه چهارم به‌دست می‌آید (Wang, ۱۹۹۶).

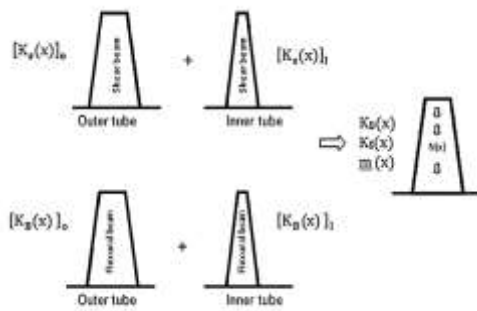
Lee یک راه‌حل تقریبی برای آنالیز ارتعاش آزاد ساختمان‌های بلند لوله در لوله ارائه داده است (Lee, ۲۰۰۷; Lee و Bang, ۲۰۰۸; Lee و Tovar, ۲۰۱۴). یک مدل تحلیلی برای آنالیز دینامیکی ساختمان‌های بلند با یک سیستم سازه‌ای قاب دیوار برشی توسط Park و همکارانش (۲۰۱۴) پیشنهاد شده است. Mohammadnejad (۲۰۱۵) معادلات دیفرانسیل حاکم را به معادلات انتگرالی شکل ضعیف مربوطه تبدیل کرده است. مدل-سازی ساختمان بلند توسط یک تیر با سختی متغیر و جرم تحت تأثیر نیروی محوری متغیر ناشی از وزن سازه می‌تواند شرایط واقعی را برای یک تحلیل دقیق سازه‌ای فراهم کند. اولین بسامد طبیعی ساختمان‌های بلند با سیستم ترکیبی از لوله قاب‌بندی شده، هسته برشی، خرپایی کمربندی تحت نیروی محوری توسط Kamgar و Rahgozar (۲۰۱۵) محاسبه شده است. یک روش تحلیلی مبتنی بر اصول انرژی برای محاسبه بسامدهای طبیعی توسط سیستم‌های لوله‌دار، هسته برشی و مجهز به خرپاهای کمربندی توسط Malekinejad و Rahgozar (۲۰۱۸) و (۲۰۱۴) و Jahanshahia و Rahgozar (۲۰۱۲) ارائه شده است. تجزیه و تحلیل ارتعاش آزاد و با استفاده از روش DQM، معادله دیفرانسیل حاکم برای ارتعاش آزاد همراه با دیواره‌های برشی حل شده است (Bozdogan, ۲۰۰۹ و ۲۰۱۳).

بسامدهای طبیعی سازه‌های بلند را می‌توان با استفاده از معادلات انتگرال ضعیف شده محاسبه کرد. معادلات انتگرال فرم ضعیف برای تجزیه و تحلیل ارتعاش آزاد تیرهای غیرمنشوری ارائه شده است. در این روش معادلات دیفرانسیل حاکم را به معادلات انتگرالی شکل ضعیف آن تبدیل شده است.

Safafri و همکاران (۲۰۱۲) و Mohammadnejad و همکاران (۲۰۱۴). یک راه‌حل جدید و ساده برای تعیین بسامدهای طبیعی سازه‌های لوله‌ای با دیوار، لوله در لوله ارائه شده است. جدید بودن راه‌حل ارائه‌شده در فرآیند محاسبات تحلیلی بسیار ساده‌تر و بسیار کوتاه‌تر است. تأثیر وزن سازه بر بسامدهای طبیعی آن با استفاده از نیروی محوری متغیر در نظر گرفته شده است.

معادله دیفرانسیل جزئی حاکم با ضرایب متغیر به‌منظور محاسبه بسامدهای طبیعی حل شده که توسط Mohammadnejad و Haji Kazemi (۲۰۱۸) ارائه شده است. در این سیستم سازه‌ای کل سازه به‌صورت یک تیر طره یا یک ستون قوطی توخالی که از زمین کنسول شده است، رفتار می‌کند.

سیستم لوله در لوله: این سیستم نوعی از لوله قاب‌دار است که از یک لوله داخلی و لوله بیرونی تشکیل شده است. لوله‌های بیرونی و داخلی با هم عمل می‌کنند تا در برابر بارهای ثقیل و بارهای جانبی در ساختمان‌ها مقاومت کنند. استفاده از این



شکل ۲- مدل سازی سازه بلند: الف) سیستم لوله در لوله و لوله دسته بندی شده هرمی با تیر خمشی و برشی معادل، ب) تیر معادل کل سازه با سختی برشی، خمشی و جرم متغیر در ارتفاع بر اثر نیروی محوری متغیر

برای حل معادله دیفرانسیل حاکم بر ارتعاش آزاد یک تیر با سختی و جرم متغیر تکنیک‌های تحلیلی مختلفی ارائه شده است؛ اما در اینجا، تکنیک ارائه شده توسط Mohammadnejad و Haji Kazemi (۲۰۱۸) ارائه شده است که برای سازه‌های هرمی رابطه‌های جدیدی را به دست آورده می‌شود و با سایر روش‌ها مقایسه می‌گردد. معادله دیفرانسیل فرم ضعیف حاکم بر رفتار تیر با سختی و جرم متغیر که در معرض بارگذاری متغیر q و بار محوری متغیر N قرار دارد، به صورت زیر نوشته می‌شود که Mohammadnejad و Haji Kazemi (۲۰۱۸) ارائه شده است:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[k_B(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} W(x, t) \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[k_s(x) \frac{\partial}{\partial x} W(x, t) \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[n(x) \frac{\partial}{\partial x} W(x, t) \right] + m(x) \frac{\partial^2}{\partial t^2} W(x, t) + q(x, t) = 0 \quad (6)$$

امتداد محور x ها در امتداد طول ارتفاع ساختمان است. شرایط مرزی برای معادلات به صورت زیر اعمال می‌گردد. در تکیه‌گاه مقدار تغییر مکان برابر صفر می‌باشد:

$$x = 0 \quad w(x, t) = 0 \quad (7)$$

مقدار دوران در تکیه‌گاه برابر صفر می‌باشد.

$$x = 0 \quad \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

مقدار نیروی برشی در انتهای تیر برابر صفر می‌باشد.

الاستیسیته^۲ و مدول برشی تیر می‌شوند، مطابق معادلات (۱) و (۲) به دست می‌آیند و توسط Mohammadnejad و Haji Kazemi (۲۰۱۸) و Wang و همکاران (۲۰۱۹) ارائه شده‌اند.

$$E = E_m \quad (1)$$

$$G = \frac{h}{s t} \frac{1}{\frac{\Delta_b}{Q} + \frac{\Delta_s}{Q}} \quad (2)$$

در این دو معادله E_m مدول الاستیسیته مصالح مصرفی، h ارتفاع ستون، H ارتفاع سازه، s فاصله افقی مرکز به مرکز ستون‌ها از یکدیگر، Q بار وارد بر سازه، t ضخامت دیواره‌های تیر طره‌ای معادل، Δ_b و Δ_s به ترتیب تغییر شکل برشی و خمشی سازه بر اثر نیروی Q است. که پارامترهای $\frac{\Delta_b}{Q}$ و $\frac{\Delta_s}{Q}$ را می‌توان از معادلات (۳) و (۴) به دست آورد:

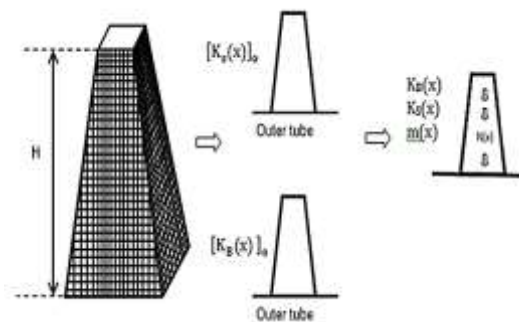
$$\frac{\Delta_b}{Q} = \frac{(h - H_b)^3}{12 E_m I_c} + \left(\frac{h}{d} \right)^2 \frac{(d - H_c)^2}{12 E_m I_b} \quad (3)$$

$$\frac{\Delta_s}{Q} = \frac{(h - H_b)}{G_m A_{sc}} + \left(\frac{h}{d} \right)^2 \frac{(d - H_c)}{G_m A_{sb}} \quad (4)$$

همچنین پارامتر t هم بر اساس رابطه (۵) به دست می‌آید:

$$t = \frac{A_{sc}}{S} \quad (5)$$

در شکل‌های (۱) و (۲) تیر معادل به صورت تصویری نشان داده شده‌اند.



شکل ۱- مدل سازی سازه بلند: الف) سیستم لوله‌ای هرمی، ب) تیر خمشی و برشی معادل، ج) تیر معادل کل سازه با سختی برشی، خمشی و جرم متغیر در ارتفاع بر اثر نیروی محوری

$$\int_0^1 h_1(\xi, s)M(s)ds + \int_0^1 h_2(\xi, s)M(s)ds + K_B(\xi)M(\xi) = 0 \quad (13)$$

$$M = \frac{d^2\omega}{d\xi^2}, \omega(\xi) = \int_0^\xi (\xi - s)M(s)ds$$

$$h_1(\xi, s) = \int_0^s [\beta^2 K_s(s) + \gamma^2 N(s)]ds - \int_0^\xi (\beta^2 K_s(s) + \gamma^2 N(s))ds - \frac{\alpha^2}{6}(\xi - s)^3 \quad (14)$$

$$h_2(\xi, s) = \frac{\alpha^2}{2}(1-s)^2(\xi-1) - h_1(1, s) \quad (15)$$

برای به دست آوردن جواب از معادله‌های (۱۳) تا (۱۵) به جای تابع $M(\xi)$ یک سری توانی قرار داد. این سری توانی در معادله (۱۶) آمده است.

$$M(\xi) = \sum_{r=0}^R C_r \xi^r \quad (16)$$

در معادله (۱۲)، C_r ثابت ناشناخته می‌باشد و بایستی تعیین شود و r یک عدد مثبت می‌باشد که تعیین کننده دقت محاسبات است. با قرار دادن معادله (۱۶) در معادله (۱۳) یک سیستم معادلات جبری خطی به دست می‌آید که قابل حل است.

در ابتدا این معادلات برای سیستم‌های لوله‌ای هرمی به دست آورده می‌شود. به این منظور ابتدا پارامترهای ضخامت تیر معادل، مدول الاستیسیته و مدول برشی از معادلات (۱) تا (۵) به دست می‌آیند. به دلیل این که این پارامترها وابسته به مشخصات تیرها و ستون‌ها می‌باشند، لذا برای هر یک از مدل‌ها متفاوت هستند. بار مؤثر سازه و کف هر طبقه در محاسبات با q نشان داده شده است. همچنین بار معادل سازه پیرامونی هم که با q' نشان داده می‌شود. برای محاسبه تابع جرم برحسب x باید مجموع بار وارد بر کف و بار سازه‌های پیرامونی محاسبه گردند. به دلیل این که ارتفاع هر طبقه ۳ متر است، مجموع به دست آمده تقسیم بر ۳ شده و نیز به دلیل این که بارهای وارده برحسب واحد وزن هستند، بایستی بر g تقسیم شوند تا به واحد جرم تبدیل شوند. معادله (۱۷) و (۱۸) جرم سازه را برحسب x (ارتفاع) نشان می‌دهد.

$$m(x) = \frac{q(a - 2x \tan\theta)^2 + 4q'(a - 2x \tan\theta)}{3g} \quad (17)$$

$$x = 0 \rightarrow m_0 = \frac{qa^2 + 4q'a}{3g} \quad (18)$$

$$x = H \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(EI_0(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right) - GA_0(x) \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

مقدار لنگر خمشی در انتهای تیر برابر صفر می‌باشد.

$$x = H \quad EI_0(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (10)$$

که در این معادله $W(x, t)$ جابه‌جایی معکوس، $m(x)$ جرم در واحد ارتفاع، $k_B(x)$ سختی خمشی، $k_s(x)$ سختی جانبی برشی، $n(x)$ نیروی محوری و $q(x, t)$ توزیع جانبی بار می‌باشند. در حالت نوسان آزاد $q(x, t)$ برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. با فرض نوسان هارمونیک $W(x, t) = \omega(x)e^{i\Omega t}$ است که $\omega(x)$ تابع شکل مود است و Ω بسامد طبیعی سازه است. با قرار دادن این مقادیر و مقادیر معادله (۷) در معادله (۶)، معادله (۸) به دست می‌آید.

$$\xi = \frac{x}{H}, 0 \leq \xi \leq 1, k_B(\xi) = EI_0 K_B(\xi) \quad (11)$$

$$k_s(\xi) = GA_0 K_s(\xi)$$

$$n(\xi) = N_0 N(\xi)$$

$$m(\xi) = m_0 m(\xi)$$

$$\beta^2 = \frac{GA_0 H^2}{EI_0}, \alpha^2 = \frac{m_0 \Omega^2 H^4}{EI_0}, \gamma^2 = \frac{N_0 H^2}{EI_0}$$

$$\frac{d^2}{d\xi^2} \left[K_B(\xi) \frac{d^2}{d\xi^2} \omega(\xi) \right] - \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\beta^2 K_s(\xi) \frac{d}{d\xi} \omega(\xi) \right] - \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\gamma^2 N(\xi) \frac{d}{d\xi} \omega(\xi) \right] - \alpha^2 \omega(\xi) = 0 \quad (12)$$

برای یافتن بسامد طبیعی از معادله (۱۲) می‌توان از طرفین معادله چهار بار انتگرال گیری کرد. با دو بار انتگرال گیری نیز می‌توان معادله (۱۲) را حل کرد؛ و در اینجا نیز فرمول بندی و معادلات جدید این روش برای لوله‌های هرمی آورده می‌شوند.

معادله (۱۳) حاصل دو بار انتگرال گیری از طرفین معادله (۱۲) است که با اعمال شرایط مرزی ثابت‌های انتگرال نیز به دست آمده و در آن گنجانده شده‌اند. S متغیر بدون بعد طول می‌باشد که مابین ۰ و ξ قرار دارد.

برای به دست آوردن نیروی محوری در تیر معادل، به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$N(x) = \int_x^H g m(x) dx$$

$$= x^2 \left(\frac{4q' \tan \theta}{3} + \frac{2aq \tan \theta}{3} \right) - H^2 \left(\frac{4q' \tan \theta}{3} + \frac{2aq \tan \theta}{3} \right) + H \left(\frac{qa^2}{3} + \frac{4q'a}{3} \right) - x \left(\frac{qa^2}{3} + \frac{4q'a}{3} \right) + \frac{4H^3 q \tan \theta^2}{9} - \frac{4x^3 q \tan \theta^2}{9}$$

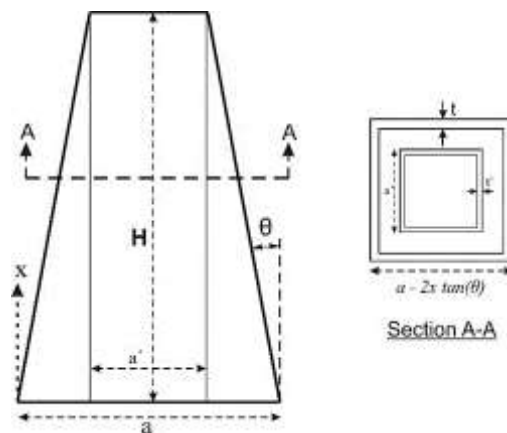
(۱۹)

$$x = 0 \rightarrow N_0 = \frac{4Haq'}{3} - \frac{4H^2 q' \tan \theta}{3} + \frac{4H^3 q \tan(\theta)^2}{9} + \frac{Ha^2 q}{3} - \frac{2H^2 aq \tan \theta}{3}$$

(۲۰)

۲-۱- معادلات سیستم لوله در لوله

با توجه به شکل (۳) می‌توان گشتاور دوم سطح و همچنین مساحت سطح مقطع تیر معادل را برای سیستم سازه‌ای لوله در لوله به دست آورد.



شکل ۳- تیر طره‌ای معادل، با زاویه هرمی و سطح مقطع قوطی شکل برای سیستم لوله در لوله

$$I(x) = \frac{(a - 2x \tan \theta)^4}{12}$$

(۲۱)

$$-\frac{(a - 2x \tan \theta - 2t)^4}{12} + \frac{2t'a'^3}{3} + \frac{2t'a'^3}{3}$$

$$x = 0 \rightarrow I_0 = \frac{2ta^3}{3} + \frac{2t'a'^3}{3}$$

با استفاده از پارامترهای $I(x)$ و I_0 که در بالا به دست آمده‌اند، می‌توان معادلات (۲۲) برای سختی خمشی را بازنویسی کرد.

$$k_B(x) = EI(x) = E \frac{2t(a - 2x \tan \theta)^3}{3} + \frac{2t'a'^3}{3} = EI_0 \left(1 - \frac{8tx^3 \tan(\theta)^3 - 12atx^2 \tan(\theta)^2 - 6a^2tx \tan \theta}{ta^3 + t'a'^3} \right)$$

(۲۲)

سطح مقطع تیر طره‌ای معادل نیز همانند لنگر دوم سطح تابعی از x است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A(x) = (a - 2x \tan \theta)^2 - (a - 2x \tan \theta - 2t)^2 + a'^2 - (a' - 2t')^2,$$

(۲۳)

$$x = 0 \rightarrow A_0 = (a)^2 - (a - 2t)^2 + a'^2 - (a' - 2t')^2$$

با استفاده از پارامترهای $A(x)$ و A_0 که در بالا به دست آمده‌اند، می‌توان معادلات (۲۴) برای سختی برشی را بازنویسی کرد.

$$k_s(x) = GA(x) = G \left((a - 2x \tan \theta)^2 - (a - 2x \tan \theta - 2t)^2 + a'^2 - (a' - 2t')^2 \right)$$

$$= GA_0 \left(1 - \frac{2tx \tan \theta}{-t^2 + at - t'^2 + a't'} \right)$$

(۲۴)

با قرار دادن مقدار $x = \xi H$ از معادله (۲۴) معادله فوق به عنوان تابعی از پارامتر ξ ، معادله (۲۵) به صورت زیر در می‌آید:

$$k_s(\xi) = GA_0 K_s(\xi) = GA_0 \left(1 - \frac{2t\xi H \tan \theta}{-t^2 + at - t'^2 + a't'} \right)$$

(۲۵)

۲-۲- معادلات سیستم لوله دسته‌بندی شده

با توجه به شکل (۴) می‌توان گشتاور دوم سطح و همچنین مساحت سطح مقطع تیر معادل را برای سیستم سازه‌ای لوله دسته‌بندی شده به دست آورد:

$$I(x) = \frac{(a - 2x \tan \theta)^4}{12} - \frac{(a - 2x \tan \theta - 2t)^4}{12} + \frac{2t'a'^3}{3} + \frac{t(a - 2x \tan \theta)^3}{12} + \frac{(a - 2x \tan \theta)t^3}{12}$$

طبقات و مساحت متغیر می‌باشند، هر طبقه مقدار جرم متغیری دارد.

۳-۱- مدل‌سازی با عددی

در این تحقیق به دلیل این‌که تنها جنبه پژوهشی دارد، نکات اجرایی در انتخاب پروفیل‌ها در نظر گرفته نشده است و تنها معیار انتخاب پروفیل‌ها برآورده کردن شرایط موجود در مبحث نهم و دهم مقررات ملی ساختمان است. براین اساس، تمام پروفیل‌های استفاده‌شده در تیرها، ستون‌ها و مهاربندها از نوع قوطی مربعی در نظر گرفته شده‌اند. که ابعاد آن‌ها از ۵۰ تا ۶۰ سانتی‌متر طول ضلع و ۵ تا ۱۰ سانتی‌متر ضخامت ورق مدل‌سازی اعضای تیر و ستون به صورت المان‌های خطی در نرم‌افزار صورت می‌گیرد. همچنین مدل کلی سازه به صورت سه‌بعدی در محیط نرم‌افزار انجام می‌گیرد. به جهت انتخاب پروفیل برای هر عضو از امکان بهینه‌سازی مقاطع موجود در نرم‌افزار ETABS استفاده می‌شود و مسائل اجرایی در نظر گرفته نمی‌شود.

در هر مدل‌سازی عددی به کنترل صحت نتایج نرم‌افزاری احتیاج است تا از عملکرد آن نرم‌افزار اطمینان حاصل گردد. در این مقاله، جهت مدل‌سازی عددی از نرم‌افزار ETABS استفاده شده است. مدل انتخابی یک سازه لوله‌ای ۴۰ طبقه سازه بتونی با لوله هسته مرکزی دیوار برشی در کل ارتفاع است که لوله محیطی و مرکزی توسط مهاربند بازویی به یکدیگر متصل شده‌اند. در این مدل علاوه بر خرپای مهاربندی بازویی، از خرپای کمربندی نیز استفاده شده است و هر دو خرپا در طبقه دهم به سازه متصل شده‌اند. مدل مذکور از مقاله کامگار انتخاب و در شکل (۵) نشان داده شده است.

ایشان در مقاله خود یک روش ریاضی ساده جهت انجام آنالیز ارتعاش آزاد سیستم‌های لوله‌ای ترکیبی با دیوار برشی و خرپاهای کمربندی و بازویی ارائه داده‌اند. فرکانس طبیعی به‌دست‌آمده از روش ریاضی برابر ۱/۸۵۵ و فرکانس طبیعی مدل ساخته‌شده در ETABS نیز برابر ۱/۹۴۰۸ به‌دست‌آمده است. این فرکانس یک اختلاف ۴/۶ درصدی با روش Kamgar و Saadatpur دارد. در ابتدا، هندسه سازه و محل قرارگیری تیرها و ستون‌ها در محیط نرم‌افزار ETABS مشخص می‌شوند که در شکل‌های (۶) و (۷) برای هر دو مدل با زاویه هرمی ۰ و ۲/۴۵ درجه آمده است.

$$x = 0 \rightarrow I_0 = \frac{2ta^3}{3} + \frac{ta^3}{12} + \frac{a^3t}{12} \quad (26)$$

با استفاده از پارامترهای $I(x)$ و I_0 که در بالا به‌دست‌آمده‌اند، می‌توان معادلات (۱۲) برای سختی خمشی را بازنویسی کرد.

$$k_B(x) = EI(x) = E \left(\frac{2t(a - 2x \tan\theta)^3}{3} + \frac{t(a - 2x \tan\theta)^3}{12} + \frac{(a - 2x \tan\theta)t^3}{12} \right) \quad (27)$$

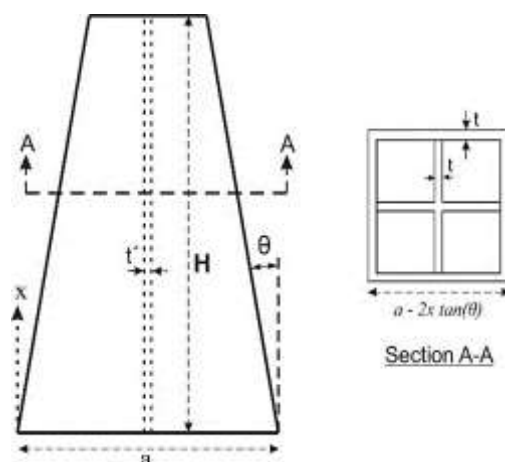
سطح مقطع تیر طره‌ای معادل نیز همانند لنگر دوم سطح تابعی از x است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A(x) = (a - 2x \tan\theta)^2 - (a - 2x \tan\theta - 2t)^2 + 2t(a - 2x \tan\theta) \quad (28)$$

$$x = 0 \rightarrow A_0 = (a)^2 - (a - 2t)^2 + 2at$$

$$k_S(x) = GA(x) = G \left((a - 2x \tan\theta)^2 - (a - 2x \tan\theta - 2t)^2 + 2t(a - 2x \tan\theta) \right) \quad (29)$$

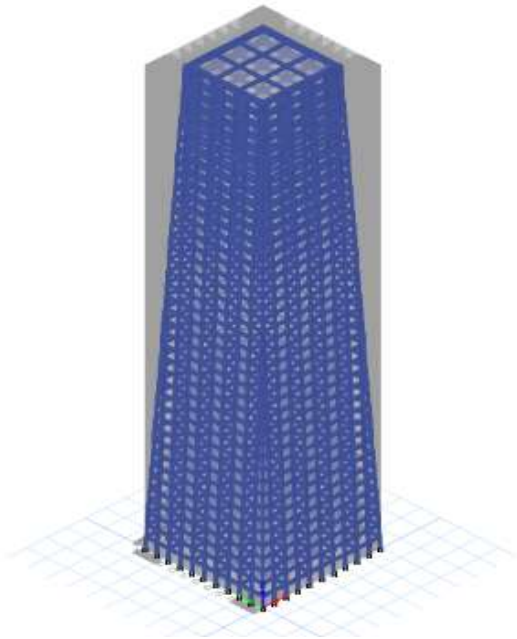
$$= GA_0 \left(1 - \frac{6x \tan\theta}{3a - 2t} \right)$$



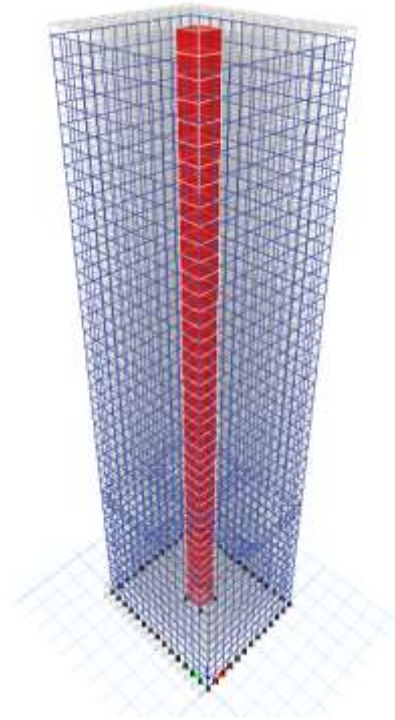
شکل ۴- تیر طره‌ای معادل، با زاویه هرمی و سطح مقطع قوطی شکل برای سیستم لوله دسته‌بندی شده

۳- صحت‌سنجی و راستی آزمایی: تحلیل با روش عددی و روش تحلیلی

برای صحت‌سنجی بسامد طبیعی دو مدل سیستم لوله‌ای ساده به ارتفاع ۱۲۰ متر یا ۴۰ طبقه و با زوایای هرمی ۰ و ۲/۴۵ درجه با استفاده از روش تحلیلی و مدل‌سازی در نرم‌افزار به‌دست آورده شده و مقایسه می‌شوند. طبق استاندارد ۲۸۰۰، کل بار مرده (شامل وزن قطعات سازه‌ای و دیافراگم) جرم هر طبقه را تشکیل می‌دهند. با توجه به این‌که مساحت طبقات متغیر است، برای محاسبه جرم طبقات باید میزان بار سازه در واحد سطح در مساحت آن طبقه ضرب شود. که با توجه به این‌که محیط پیرامونی



شکل ۷- مدل سیستم لوله‌ای ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۲/۴۵ درجه

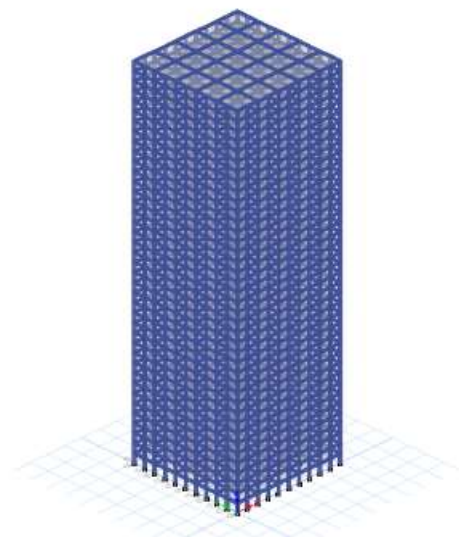


شکل ۵- نمای سه بعدی مدل انتخابی ساخته شده در ETABS

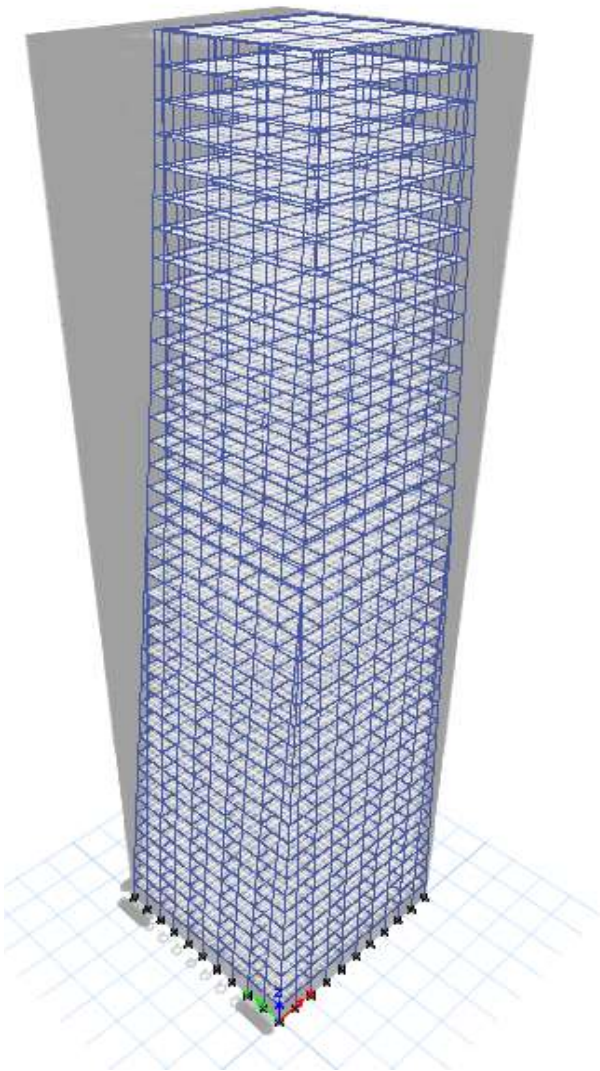
پس از طراحی و انتخاب پروفیل‌ها توسط نرم‌افزار، مقطع قوطی شکل به ارتفاع ۵۰۰ میلی‌متر و ضخامت جدار ۵۰ میلی‌متر به‌عنوان تیر و ستون در قاب‌های پیرامونی که تشکیل سیستم لوله‌ای را می‌دهند، به‌عنوان مقطع اعضا در نظر گرفته شد. پس از قطعی شدن مقاطع المان‌ها، تحلیل مودال بر روی مدل‌ها انجام می‌شود. نتایج حاصل از تحلیل نشان داد که مدل با زاویه هرمی صفر بسامد طبیعی برابر با ۲/۰۴ رادیان بر ثانیه دارد و مدل با زاویه هرمی ۲/۴۵ درجه بسامد طبیعی برابر با ۲/۵۲ رادیان بر ثانیه دارد.

۳-۲- توضیحات مدل شکل ارتعاش اول

با بررسی شکل مود اول و مقایسه در روش المان محدود با روش ریاضی (محیط پیوسته) برای سازه با سیستم لوله‌ای ۴۰ طبقه با زاویه هرمی صفر درجه با توجه به شکل (۸) و (۹) نتیجه می‌گیریم که شکل دو مود ارتعاشی با یکدیگر تطابق دارند و با افزایش زاویه هرمی، شکل مود اول ارتعاش سیستم لوله‌ای ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۲/۴۵ درجه و مقایسه با روش المان محدود با روش ریاضی (محیط پیوسته) و شکل (۱۰) و (۱۱) مود اول نیز نتیجه می‌گیریم که این دو مود ارتعاشی با یکدیگر تطابق دارند.



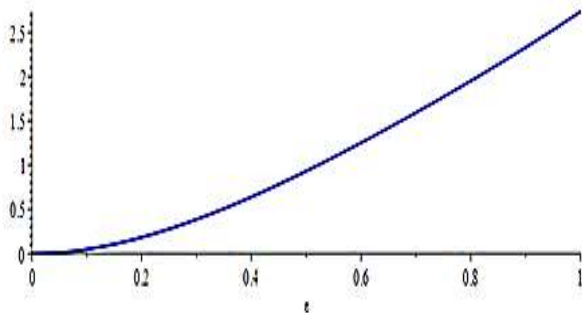
شکل ۶- مدل سیستم لوله‌ای ۴۰ طبقه با زاویه هرمی صفر درجه



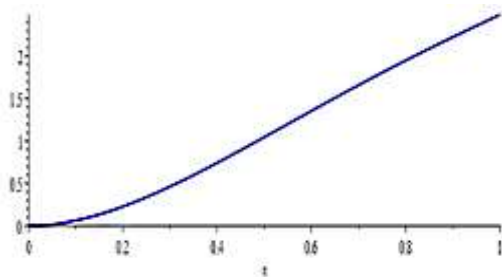
شکل ۸- مود اول ارتعاش سیستم لوله‌ای ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۰ درجه المان محدود

این موضوع نشان می‌دهند کاربرد روش این تحقیق (محیط پیوسته) برای شکل مود اول، مورد تأیید می‌باشد که در شکل‌های (۸) تا (۱۱) کاملاً مشخص است.

شکل ۱۰- شکل مود اول ارتعاش سیستم لوله‌ای ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۲/۴۵ درجه روش عددی



شکل ۱۱- شکل مود اول طبیعی ارتعاش سیستم لوله‌ای ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۲/۴۵ درجه روش تحلیلی



شکل ۹- شکل مود اول ارتعاش سیستم لوله‌ای ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۰ درجه روش تحلیلی

۳-۳- مدل سازی با معادلات دیفرانسیل

برای بررسی صحت مدل سازی های انجام گرفته یکبار هم با استفاده از روش تحلیلی بسامد طبیعی مدل ها مورد محاسبه قرار می گیرند. با کمک گرفتن از روش پیشنهادی Mohammadnejad و Haji Kazemi (۲۰۱۸) ارائه شده در معادلات (۱) تا (۲۵) در قسمت بالا برای سیستم لوله ای هرمی را به دست آورده شدند. در ابتدا باید خصوصیات تیر طره معادل را به دست آورد. با توجه به مقطعی که برای تیرها و ستون های سازه فلزی در نظر گرفته شده است، یعنی مقطع قوطی شکل مربعی به ارتفاع ۵۰۰ میلی متر و ضخامت جدار ۵۰ میلی متر، می توان ضخامت جدار و مدول الاستیسته و برشی تیر طره معادل را با توجه به معادلات (۱) تا (۵) به صورت زیر در معادله (۳۰) محاسبه شدند:

$$\begin{aligned} t &= 30\text{mm} \\ E &= E_m = 2 \times 10^5 \text{MPa} \\ G &= 1.174 \times 10^5 \text{MPa} \end{aligned} \quad (30)$$

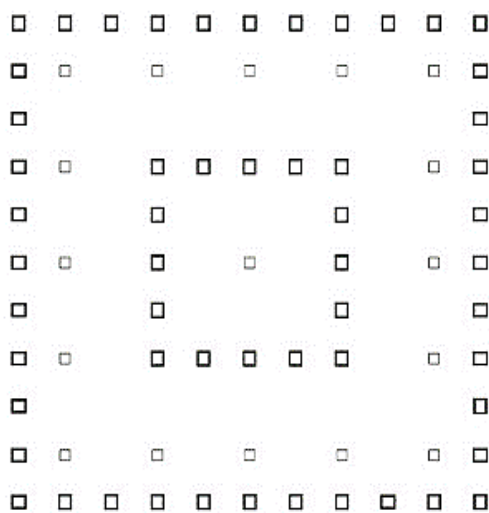
با استفاده از این پارامترها و جایگذاری آن ها در روابط بالا بسامد طبیعی را برای سیستم ها می توان به دست آورد. بر این اساس بسامد اصلی محاسبه شده برای سیستم لوله ای ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۲/۴۵ درجه و با استفاده از دقت $R=1$ در معادله (۲۰) و با استفاده از نرم افزار MATLAB، برابر ۲/۴۸۸۴ رادیان بر ثانیه است که در شکل (۷) نشان داده شده است. همچنین بسامد طبیعی محاسبه شده برای زاویه هرمی صفر درجه برابر ۲/۰۲۹ رادیان بر ثانیه است.

بدین منظور، دو سیستم سازه ای لوله ای شامل لوله در لوله و لوله دسته بندی شده در نظر گرفته می شود. و برای هر یک از این سیستم ها ۳ مدل با ۳ زاویه هرمی ۰، ۱/۲۳ و ۲/۴۵ درجه با انحراف از امتداد قائم (تا نزدیکی لوله عمودی داخلی) در نظر گرفته می شود. بنابراین مطالعه شامل بررسی ۱۲ مدل است. همچنین تعداد طبقات در سیستم های سازه ای همسان ثابت فرض می شود. به این منظور مدل های با سیستم لوله ای، لوله ای لوله در لوله و لوله دسته بندی شده ۴۰ و ۷۰ طبقه در نظر گرفته می شوند. طول دهانه ها بر روی قاب های لوله در تراز همکف تا بالا ۳ متر در نظر گرفته می شوند.

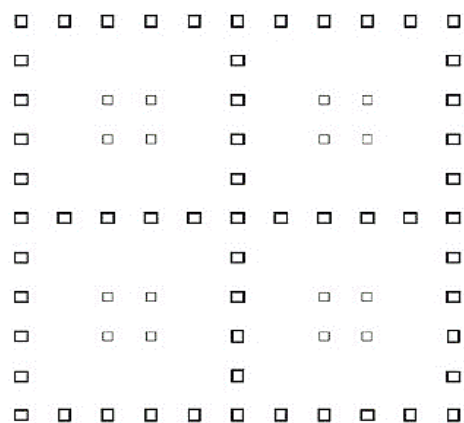
۴- روش تحقیق

متغیرهای این مطالعه زاویه هرمی ساختمان و نوع سیستم لوله ای است. برای بررسی این متغیرها نیاز است که در سیستم های سازه ای لوله ای مختلف زاویه هرمی را تغییر داد و نتایج حاصل را مورد بررسی قرار داد.

پارامتر جرم طبقات، یکی از پارامترهای تأثیرگذار در بسامد طبیعی سازه است. اما به دلیل وجود زاویه هرمی متغیر، مساحت طبقات در ارتفاع مدل های مختلف یکی نیست، در نتیجه جرم طبقات در مدل ها برابر نخواهند بود. به جهت این که اثرات شکل پلان و همچنین نامنظمی در سازه در نتایج تحقیق تأثیر نداشته باشند، پلان تمام مدل ها به صورت کاملاً منظم در نظر گرفته می شود. معادلات حاکم بر سیستم های مورد مطالعه استخراج می شود برای حل معادله دیفرانسیل حاکم بر ارتعاش آزاد یک تیر با سختی و جرم متغیر با روش سری های توانی ریاضی انجام می شود برای سازه های هرمی و پله ای فرمول های جدیدی به دست آورده شده و با استفاده روش سری توانی به حل مسئله پرداخته شده است در مسیر مطالعه بسامد ارتعاش آزاد را مورد بررسی قرار خواهیم داد و برای سیستم های مورد مطالعه از نتایج سایر مقالات برای مقایسه استفاده می کنیم. کل تحقیق با در نظر گرفتن و متمرکز شدن بر مبنای تئوری اوپلر- برنولی انجام می شود.



شکل ۱۲- پلان سیستم لوله در لوله



شکل ۱۳- پلان سیستم لوله دسته بندی شده (تمام پلان ها در تراز همکف هستند)

۵- نتایج بحث

پروفیل قوطی 50×50 سانتی‌متر با ضخامت جدار ۵ سانتی‌متر استفاده شده است، پارامترها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$t = \frac{90000}{3000} = 30 \text{ mm} \quad (31)$$

$$E_m = E = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$$

$$G = 1.174 \times 10^4 \text{ MPa}$$

همچنین برای مدل‌های با ۵۵ و ۷۰ طبقه که از پروفیل 60×60 سانتی‌متر با ضخامت جدار ۱۰ سانتی‌متر استفاده شده است، پارامترهای فوق به صورت زیر به دست می‌آید:

$$t = \frac{200000}{3000} = 66.667 \text{ mm} \quad (32)$$

$$E_m = E = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$$

$$G = 1.535 \times 10^4 \text{ MPa}$$

۵-۳- نتایج روش تحلیلی برای سیستم سازه‌ای لوله‌ای
با در نظر گرفتن پارامترهای محاسبه شده در معادلات (۳۱) و (۳۲) و با استفاده از نرم‌افزار MATLAB و با در نظر گرفتن $R=1$ در معادله (۱۶) و جایگذاری پارامترهای هندسی ارتفاع (۱۲۰ و ۲۱۰ متر)، طول ضلع (۳۰ متر)، زاویه انحراف (۰، ۱/۲۳ و ۲/۴۵ درجه) و همچنین معادلات (۱) تا (۳۰)، که در بخش قبل محاسبه گردید، می‌توان برای ۱۲ مدل با سیستم‌های سازه‌ای، ۱۲ بسامد طبیعی به دست آورد که در جدول (۲) آورده شده است.

در این بخش، نتایج حاصل از مدل‌سازی عددی و همچنین روش تحلیلی برای بسامد طبیعی همه مدل‌ها آورده می‌شود و با هم مقایسه می‌گردند. که مقاطع در جدول (۱) آورده شده است.

جدول ۱- مقاطع تیر و ستون استفاده شده در مدل‌ها

سیستم	۴۰ طبقه	۷۰ طبقه
لوله در لوله	قوطی 50×50 با ضخامت ورق قوطی 60×60 با ضخامت ورق ۵ سانتی‌متر	قوطی 60×60 با ضخامت ورق ۱۰ سانتی‌متر
لوله دسته‌بندی	قوطی 50×50 با ضخامت ورق ۵ سانتی‌متر	قوطی 60×60 با ضخامت ورق ۱۰ سانتی‌متر

۵-۲- تحلیل اولیه مدل‌ها

برای امکان مقایسه بهتر، در مدل‌های دارای یک سیستم و تعداد طبقات برابر که زوایای هرمی مختلفی دارند از یک نوع مقطع برای تیر و ستون‌ها استفاده شده است. لازم به ذکر است که در روش تحلیلی ارائه شده این مطالعه مقطع تیرها و ستون‌ها نیز یکی در نظر گرفته شده است.

ابتدا باید پارامترهای لازم محاسبه شوند. مطابق روابط معادله (۳) تا (۵)، برای استفاده از این روش نیاز به محاسبه ضخامت معادل جداره لوله (t)، مدول الاستیسیته و مدول برشی در تیر معادل (E و G) است که با قرار دادن مقادیر جدول (۱) در آن‌ها به دست می‌آیند. براین اساس، برای مدل‌های ۴۰ طبقه که از

جدول ۲- بسامد طبیعی محاسبه شده با روش تحلیلی در مدل‌هایی با سیستم لوله در لوله و لوله دسته‌بندی شده

درجه و نوع سیستم	صفر درجه	۱/۲۳ درجه	۲/۴۵ درجه
۴۰ طبقه لوله در لوله	۲/۱۸۳	۲/۴۸۹	۳/۱۰۹
۷۰ طبقه لوله در لوله	۱/۵۷۲	۲/۰۱۰	۲/۷۸۱
۴۰ طبقه لوله دسته‌بندی شده	۳/۱۱۹	۳/۱۵۱	۳/۳۱۲
۷۰ طبقه لوله دسته‌بندی شده	۲/۰۰۳	۲/۲۱۱	۲/۸۹۰

جدول ۳- بسامد طبیعی محاسبه شده با روش عددی در مدل‌هایی با سیستم لوله در لوله و لوله دسته‌بندی شده

درجه و نوع سیستم	صفر درجه	۱/۲۳ درجه	۲/۴۵ درجه
۴۰ طبقه لوله در لوله	۲/۲۱۰	۲/۵۹۶	۳/۰۷۱
۷۰ طبقه لوله در لوله	۱/۵۴۹	۲/۰۸۲	۲/۷۴۸
۴۰ طبقه لوله دسته‌بندی شده	۳/۴۳۳	۴/۱۶۵	۳/۲۲۵
۷۰ طبقه لوله دسته‌بندی شده	۱/۶۱۳	۲/۰۲۳	۲/۸۴۷

جدول ۴- مشخصات جرم کلی و سختی سازه‌ها

سیستم	I_0 (m ⁴)	E (kN/m ²)	EI_0 (kN.m ²)	L (m)	A_0 (m ²)	G (kN/m ²)	GA_0 (kN)	M_0 (ton/m)
لوله در لوله ۴۰ طبقه	۵۷۲/۶۸۴	2×10^{11}	$1/14537 \times 10^{14}$	۱۲۰	۵/۰۳۲۸	$1/17 \times 10^{10}$	$5/91 \times 10^{10}$	۳۶۳
۷۰ طبقه لوله در لوله	۱۲۶۷/۵۵۹	2×10^{11}	$2/53512 \times 10^{14}$	۲۱۰	۱۱/۱۶۴۵	$1/54 \times 10^{10}$	$1/71 \times 10^{11}$	۴۵۳/۴۸۴۸
۴۰ طبقه لوله دسته‌بندی	۶۰۵/۸۸۲	2×10^{11}	$1/21176 \times 10^{14}$	۱۲۰	۵/۳۹۶۴	$1/17 \times 10^{10}$	$6/34 \times 10^{10}$	۳۷۰
۷۰ طبقه لوله دسته‌بندی	۱۳۴۲/۰۳۱	2×10^{11}	$2/68406 \times 10^{14}$	۲۱۰	۱۱/۹۸۳	$1/54 \times 10^{10}$	$1/84 \times 10^{11}$	۴۶۷/۶۵۶۵

۴-۵- محاسبه دقت روش تحلیلی

سیستم لوله در لوله از بقیه بیشتر است. روش تحلیلی برای سیستم لوله دسته‌بندی شده مقدار بسامد بیشتری نسبت واقعیت به دست می‌دهد. این مقدار برای سیستم‌های لوله در لوله، کم‌تر یا بیشتر بودن جواب‌ها نسبت به واقعیت مشخص نیست. نتایج جدول (۵) نشان می‌دهد سیستم‌های سازه‌ای لوله‌ای، لوله دسته‌بندی شده و لوله در لوله به ترتیب دارای سازگاری بیشتری با روش تحلیلی هستند.

به جهت پی بردن به دقت روش تحلیلی و سازگاری این روش با انواع سیستم‌های لوله‌ای و همچنین زوایای هرمی مختلف باید نتایج حاصل از این روش با روش عددی مورد مقایسه قرار گیرند. به این جهت برای پی بردن به تأثیر متغیرهای سیستم سازه‌ای، ارتفاع سازه و زاویه هرمی بر دقت روش تحلیلی ارائه شده هر کدام از متغیرها به صورت جداگانه مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۵-۶- دقت روش تحلیلی بر حسب ارتفاع سازه

به این منظور، اختلاف بسامدهای به دست آمده هم‌تراز از هر دو روش تحلیلی و مدل‌سازی عددی به دست آمده و به ترتیب تعداد طبقات تفکیک می‌شوند. سپس میانگین و انحراف معیار اختلاف پاسخ‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد. در جدول (۶) بسامد طبیعی به دست آمده از هر دو روش بر حسب تعداد طبقات مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

۵-۵- دقت روش تحلیلی بر حسب سیستم سازه‌ای

بدین منظور اختلاف بسامدهای به دست آمده هم‌تراز از هر دو روش تحلیلی و مدل‌سازی عددی به دست آمده و به ترتیب سیستم سازه‌ای تفکیک می‌شوند. سپس میانگین و انحراف معیار اختلاف پاسخ‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرند. در جدول (۵) بسامد طبیعی به دست آمده از هر دو روش بر حسب سیستم سازه‌ای مورد بررسی قرار گرفته است. با دقت در جدول (۵) و مقایسه انحراف معیار خطاها می‌توان دریافت که پراکندگی خطاها برای

جدول ۵- بسامد طبیعی به دست آمده از روش تحلیلی و عددی بر حسب سیستم لوله در لوله و لوله دسته‌بندی شده

سیستم	روش	بسامد ارتعاشی	انحراف معیار خطاها	میانگین خطاها
لوله در لوله	عددی	۲/۰۷۱	۲/۷۴۸	۲/۰۸۲
	تحلیلی	۳/۱۰۹	۲/۷۸۱	۲/۰۱
	خطا	-۱/۰۳۸	-۱/۰۳۳	-۱/۰۷۲
لوله‌ای دسته‌بندی شده	عددی	۳/۲۲۵	۲/۸۴۷	۲/۰۲۳
	تحلیلی	۳/۳۱۲	۲/۸۹	۲/۲۱۱
	خطا	-۱/۰۸۷	-۱/۰۴۳	-۱/۱۸۸

جدول ۶- بسامد طبیعی به دست آمده از روش تحلیلی و عددی بر حسب تعداد طبقات

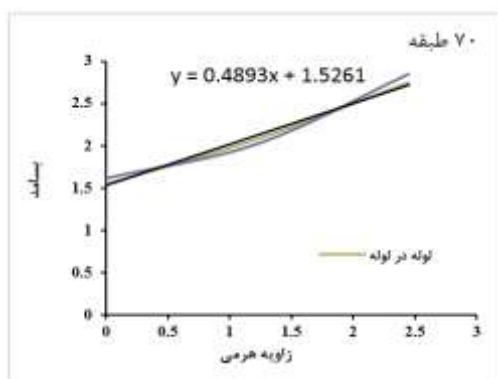
۴۰ طبقه		۷۰ طبقه	
عددی	تحلیلی	خطا	خطا
۲/۲۱	۲/۱۸۳	-۱/۰۲۳	-۱/۰۲۳
۴/۱۶۵	۲/۴۸۹	۱/۶۷۶	۱/۵۷۲
۲/۰۷۱	۳/۱۰۹	-۱/۰۳۸	۲/۰۱
۳/۳۴۳	۳/۱۱۹	۱/۶۱۳	۲/۰۸۲
۴/۱۶۵	۳/۱۵۱	۱/۰۱۴	۲/۷۴۸
۳/۲۲۵	۳/۳۱۲	-۱/۰۸۷	۲/۷۸۱
انحراف معیار	۰/۸۵۸۶۲	انحراف معیار	۲/۰۰۳
متوسط خطا	۰/۱۲۵۵	متوسط خطا	۲/۲۱۱

جدول ۷- بسامد طبیعی به دست آمده از روش تحلیلی و عددی بر حسب زاویه هرمی

صفر درجه			۱/۲۳ درجه			۲/۴۵ درجه		
عددی	تحلیلی	خطا	عددی	تحلیلی	خطا	عددی	تحلیلی	خطا
۲/۲۱	۲/۱۸۳	۰/۰۲۷	۴/۱۶۵	۲/۴۸۹	۱/۶۷۶	۲/۰۷۱	۳/۱۰۹	-۱/۰۳۸
۳/۳۴۳	۳/۱۱۹	۰/۲۲۴	۴/۱۶۵	۳/۱۵۱	۱/۰۱۴	۳/۲۲۵	۳/۳۱۲	-۰/۰۸۷
۱/۵۴۹	۱/۵۷۲	-۰/۰۲۳	۲/۰۸۲	۲/۰۱	۰/۰۷۲	۲/۷۴۸	۲/۷۸۱	-۰/۰۳۳
۱/۶۱۳	۲/۰۰۳	-۰/۳۹	۲/۰۲۳	۲/۲۱۱	-۰/۱۸۸	۲/۸۴۷	۲/۸۹	-۰/۰۴۳
انحراف معیار		۰/۲۲۱۹۰	انحراف معیار		۰/۷۴۵۲۰	انحراف معیار		۰/۴۲۶۴۲۴
متوسط خطا		۰/۰۰۲	متوسط خطا		۰/۵۴۳	متوسط خطا		-۰/۰۶۵

۹-۵- رابطه بین بسامد طبیعی و زاویه هرمی

برای به دست آوردن رابطه بین بسامد طبیعی و زاویه هرمی باید بسامد طبیعی در تک تک سیستم‌های سازه‌ای و همچنین در تعداد طبقات به صورت جداگانه مورد بررسی قرار گیرند. به این منظور مطابق شکل (۱۰)، نمودار بسامد بر حسب زاویه هرمی به تفکیک سیستم سازه‌ای و تعداد طبقات به دست آمده است.



شکل ۱۰- نمودار بسامد زاویه‌ای بر حسب زاویه هرمی برای سیستم‌های سازه‌ای مختلف

با دقت در شکل (۱۰) و جدول‌ها می‌توان دید که برای مدل‌های ۴۰ طبقه بسامد طبیعی روند افزایشی خود را در زاویه ۲/۴۵ از دست داده است. به عبارت دیگر، زاویه صفر درجه دارای کمترین بسامد و زاویه ۱/۲۳ دارای بیشترین بسامد طبیعی هستند. دلیل کاهش بسامد طبیعی در زاویه هرمی ۲/۴۵ را می‌توان در کاهش تعداد ستون‌ها و المان‌های سخت در ارتفاع سازه دانست. اما این روند در سازه‌های با ۷۰ طبقه کاملاً صعودی است.

۵-۱۰- رابطه بین بسامد طبیعی و نوع سیستم سازه‌ای

به این منظور میانگین بسامدهای طبیعی برای زوایای هرمی مختلف محاسبه شده‌اند و به تفکیک تعداد طبقات مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. می‌توان مشاهده کرد که برای مدل‌های ۴۰ طبقه، سیستم لوله دسته‌بندی شده بیشترین بسامد را دارند و بعد از آن به ترتیب سیستم لوله در لوله قرار دارند.

با دقت در جدول (۶) و مقایسه انحراف معیار خطاها می‌توان دریافت که پراکندگی خطاها برای تعداد طبقات ۷۰ کم‌تر از تعداد طبقات ۴۰ است. همچنین با مقایسه میانگین خطاها می‌توان دریافت که روش تحلیلی برای تعداد طبقات ۷۰ مقدار بسامد بیشتری نسبت واقعیت به دست می‌دهد. این مقدار برای تعداد طبقات ۴۰ مقدار کم‌تری از واقعیت است. روش تحلیلی، بیشترین سازگاری را با تعداد طبقات بیشتر دارد. به عبارت دیگر، هرچه تعداد طبقات بیشتر باشد، دقت روش تحلیلی بیشتر خواهد بود.

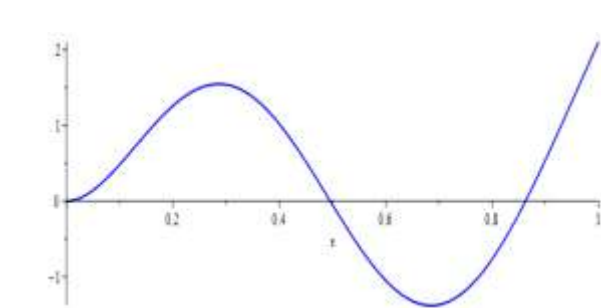
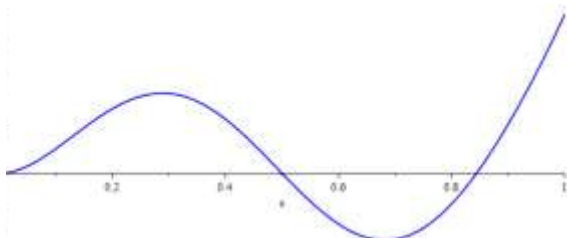
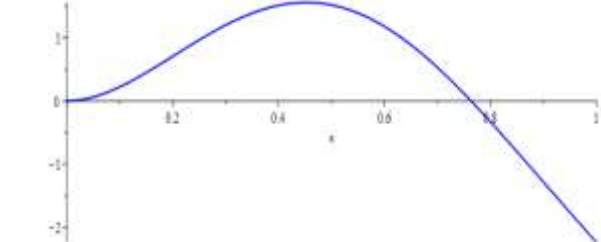
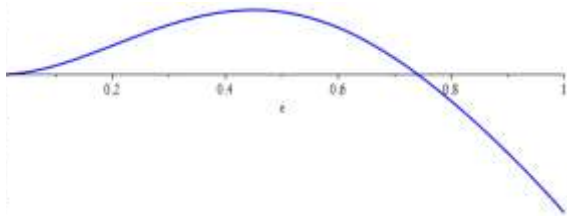
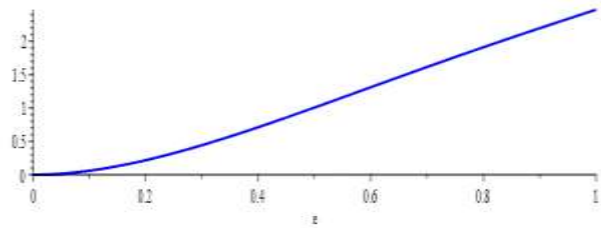
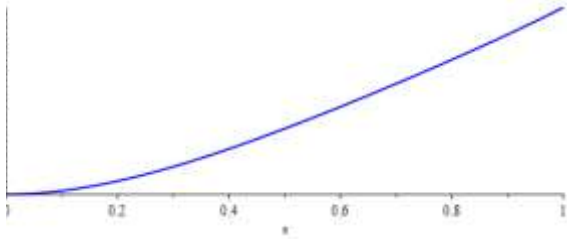
۵-۷- دقت روش تحلیلی بر حسب زاویه هرمی

بدین منظور، اختلاف بسامدهای به دست آمده هم‌تراز از هر دو روش تحلیلی و مدل‌سازی عددی به دست آورده شده و به ترتیب زاویه هرمی تفکیک می‌شوند. سپس میانگین و انحراف معیار اختلاف پاسخ‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرند. در جدول (۷) بسامد طبیعی به دست آمده از هر دو روش بر حسب زاویه هرمی مورد بررسی قرار گرفته است. با دقت در جدول (۷) و مقایسه انحراف معیار خطاها می‌توان دریافت که پراکندگی خطاها برای زاویه هرمی صفر درجه کم‌تر از زوایای دیگر است. همچنین با مقایسه میانگین خطاها می‌توان مشاهده کرد که روش تحلیلی برای زاویه هرمی ۱/۲۳ درجه مقدار بسامد کم‌تری نسبت به واقعیت به دست می‌دهد و همچنین برای زاویه هرمی ۲/۴۵ درجه مقدار بیشتری نسبت به واقعیت نشان می‌دهد.

نتایج جدول (۷) نشان می‌دهد که روش تحلیلی، بیشترین سازگاری را با زاویه هرمی صفر درجه دارد و برای سایر زوایای روند دقیق مشخصی ندارد. دلیل خطای روش تحلیلی در زوایای ۱/۲۳ و ۲/۴۵ به دلیل کاهش تعداد ستون‌ها در ارتفاع است که تغییر ناگهانی در سختی سازه ایجاد می‌کند اما در روش تحلیلی کاهش سختی به صورت تدریجی در نظر گرفته شده است.

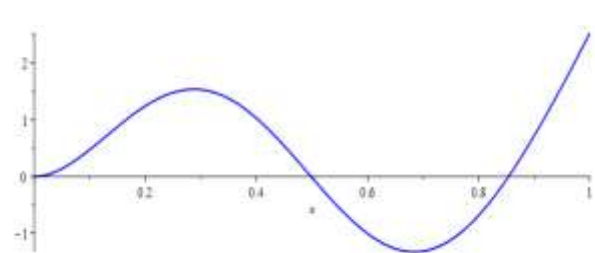
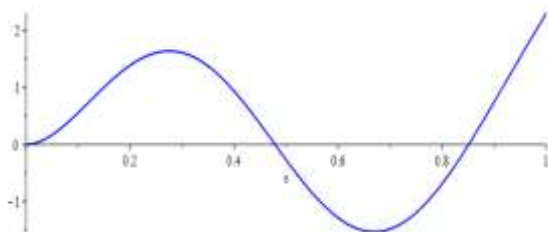
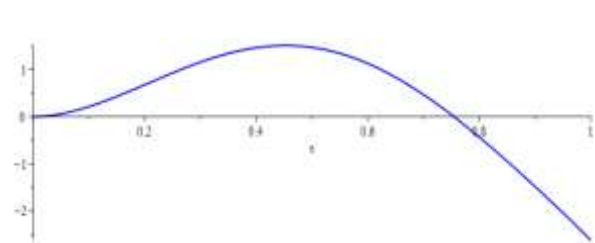
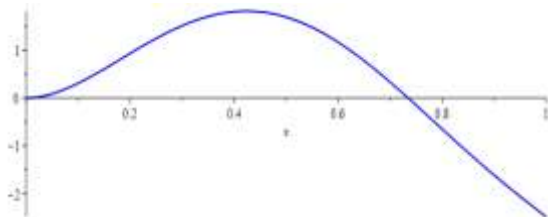
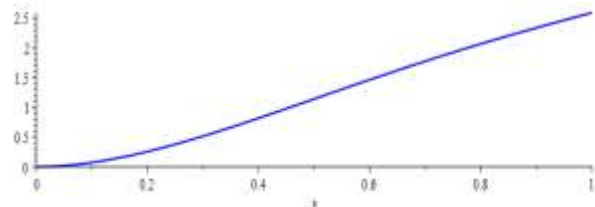
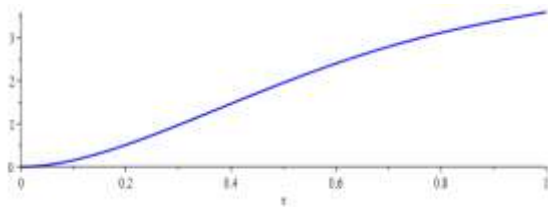
۵-۸- به دست آوردن روابط بین متغیرها

رابطه متغیر ارتفاع سازه با بسامد طبیعی مشخص است و در شرایطی که ابعاد پروفیل تیرها و ستون‌ها ثابت باشند، هر چه ارتفاع سازه بیشتر شود، بسامد طبیعی کاهش می‌یابد.



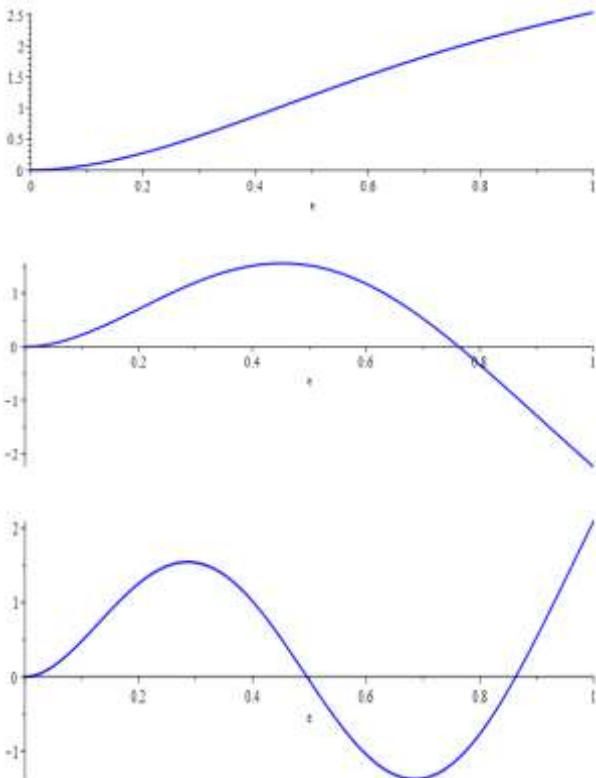
شکل ۱۲- شکل مود اول، دوم و سوم ارتعاش سیستم لوله در لوله ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۲/۴۵ درجه روش تحلیلی

شکل ۱۱- شکل مود اول، دوم و سوم ارتعاش سیستم لوله در لوله ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۰ درجه روش تحلیلی

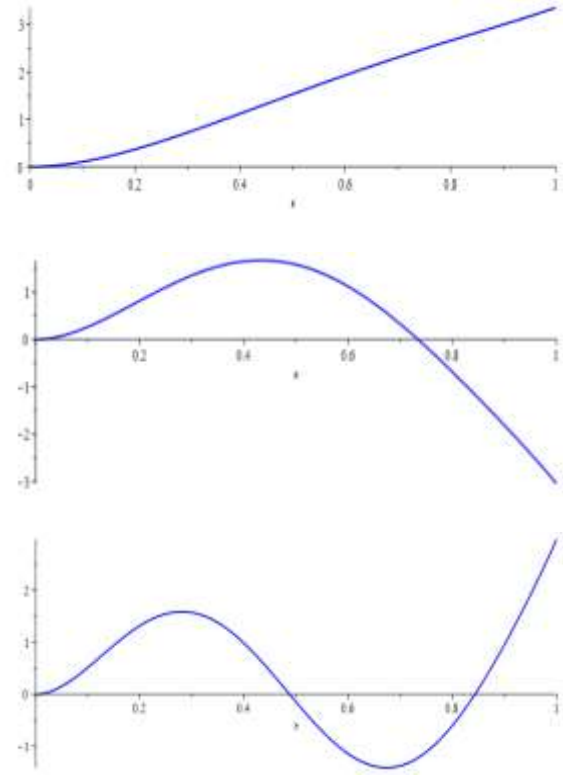


شکل ۱۳- شکل مود اول، دوم و سوم ارتعاش سیستم لوله در لوله ۷۰ طبقه با زاویه هرمی ۰ درجه روش تحلیلی

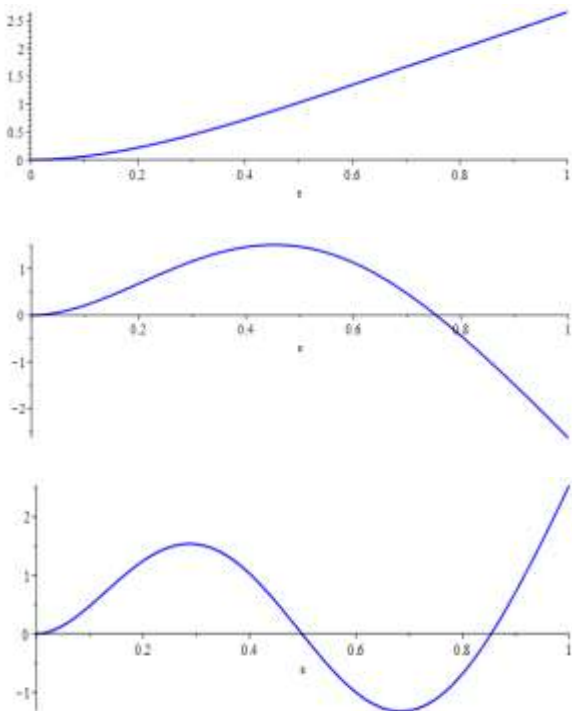
شکل ۱۱- شکل مود اول، دوم و سوم ارتعاش سیستم لوله در لوله ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۱/۲۳ درجه روش تحلیلی



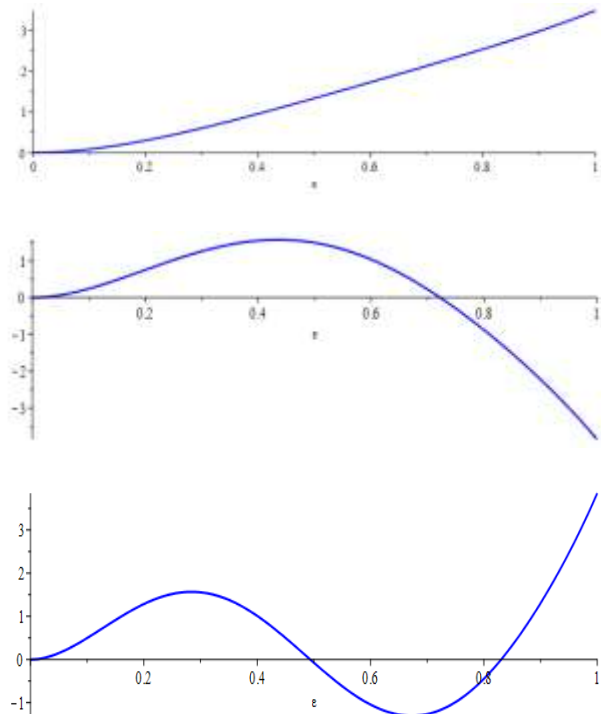
شکل ۱۶- شکل مود اول، دوم و سوم ارتعاش سیستم لوله‌ای دسته‌بندی شده ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۰ درجه روش تحلیلی



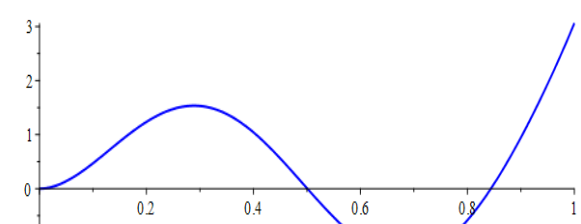
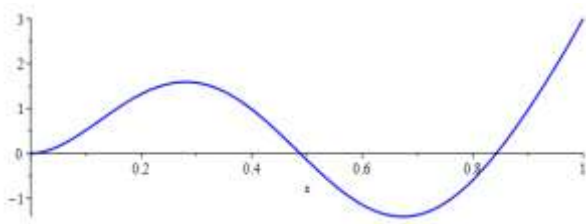
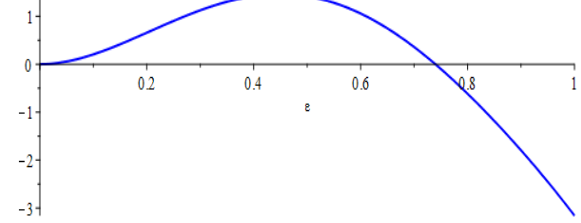
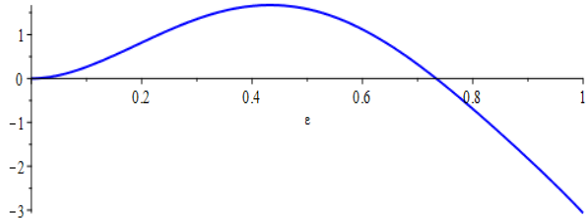
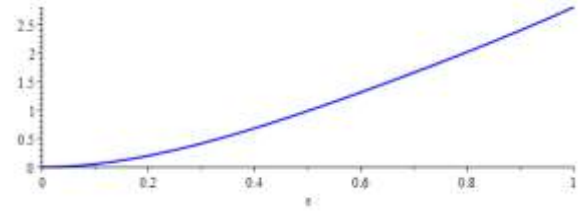
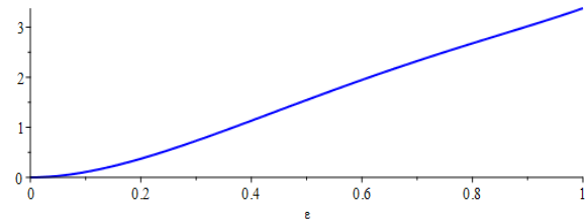
شکل ۱۴- شکل مود اول، دوم و سوم ارتعاش سیستم لوله در لوله ۷۰ طبقه با زاویه هرمی ۱/۲۳ درجه روش تحلیلی



شکل ۱۷- شکل مود اول، دوم و سوم ارتعاش سیستم لوله‌ای دسته‌بندی شده ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۱/۲۳ درجه روش تحلیلی

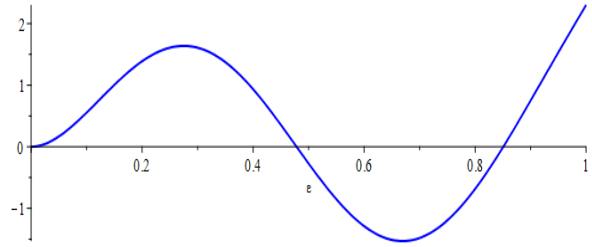
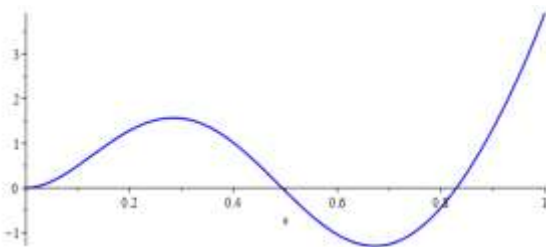
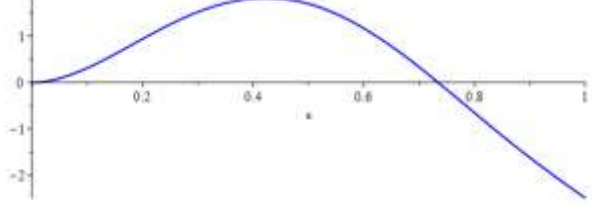
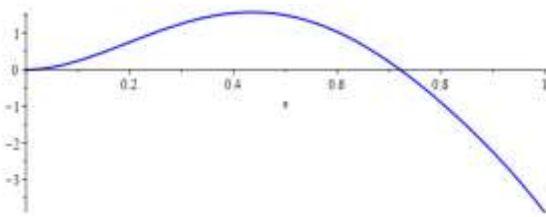
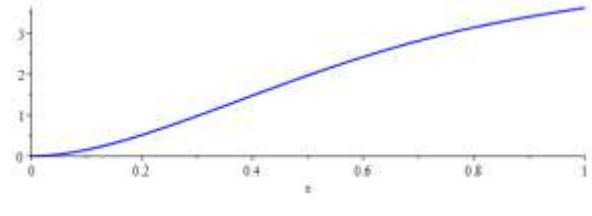
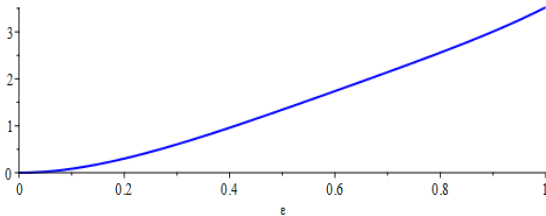


شکل ۱۵- شکل مود اول، دوم و سوم ارتعاش سیستم لوله در لوله ۷۰ طبقه با زاویه هرمی ۲/۴۵ درجه روش تحلیلی



شکل ۲۰- شکل مود اول، دوم و سوم ارتعاش سیستم لوله‌ای دسته‌بندی شده ۷۰ طبقه با زاویه هرمی ۱/۲۳ درجه روش تحلیلی

شکل ۱۸- شکل مود اول، دوم و سوم ارتعاش سیستم لوله‌ای دسته‌بندی شده ۴۰ طبقه با زاویه هرمی ۲/۴۵ درجه روش تحلیلی



شکل ۲۱- شکل مود اول، دوم و سوم ارتعاش سیستم لوله‌ای دسته‌بندی شده ۷۰ طبقه با زاویه هرمی ۲/۴۵ درجه روش تحلیلی

شکل ۱۹- شکل مود اول، دوم و سوم ارتعاش سیستم لوله‌ای دسته‌بندی شده ۷۰ طبقه با زاویه هرمی ۰ درجه روش تحلیلی

- 2018, 27 (15), p.e1515. DOI.org/10.1002/tal.1515.
- Ali M, Moon K, "Structural development tall buildings: current trends and future prospects", *Architecture Science Review*, 2007, 50 (3), 205-223. DOI.org/10.3763/asre.2007.5027.
- Bozdogan KB, "An approximate method for static and dynamic analysis of symmetric wall-frame buildings", *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 2009, 18 (3), 279-290. DOI.org/10.1002/tal.409.
- Bozdogan KB, "Free vibration analysis of asymmetric shear wall-frame buildings using modified finite element transfer matrix method", *Structural Engineering and Mechanics*, 2013, 46 (1), 1-17. DOI.org/10.12989/sem.2013.46.1.001.
- Davari SM, Malekinejad M, Rahgozar R, "Static analysis of tall buildings based on Timoshenko beam theory", *International Journal of Advanced Structural Engineering*, 2019, 11 (4), 455-461. DOI.org/10.1007/s40091-019-00245-7.
- Fekrazadeh S, Khaji N, "An analytical method for crack detection of Timoshenko beams with multiple open cracks using a test mass", *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 2017, 21 (1), 24-41. DOI.org/10.1080/19648189.2015.1090929.
- Huang Y, Li XF, "A new approach for free vibration of axially functionally graded beams with non-uniform cross-section", *Journal of Sound Vibration*, 2010, 329 (11), 2291-2303. DOI.org/10.1016/j.jsv.2009.12.029.
- Jahanshahia MR, Rahgozar R, "Free vibration analysis of combined system with variable cross section in tall buildings", *Structural Engineering and Mechanics*, 2012, 42 (5), 715-728. DOI.org/10.12989/sem.2012.42.5.715.
- Kamgar R, Rahgozar R, Tavakoli R, "Seismic performance of outrigger-braced system based on finite element and component-mode synthesis methods", *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, 2020, 44 (4), 1125-1133. DOI.org/10.1007/s40996-019-00299-3.
- Kamgar R, Rahgozar R, "Determination of optimum location for flexible outrigger systems in non-uniform tall buildings using energy method", *International Journal of Optimization Civil Engineering*, 2015, 5 (4), 433-444. <http://ijoce.iust.ac.ir/article-1-226-en.html>.
- Kamgar R, Rahgozar R, Tavakoli R, "The best location of belt truss system in tall buildings using multiple criteria subjected to blast loading", *Civil Engineering Journal*, 2018, 4 (6), 1338-1353. DOI.org/10.28991/cej-0309177.
- Kamgar R, Rahgozar P, "Reducing static roof displacement and axial forces of columns in tall buildings based on obtaining the best locations for multi-rigid belt truss outrigger systems", *Asian Journal of Civil Engineering*, 2019, 20 (6), 759-768. DOI.org/10.1007/s42107-019-00142-0.
- Kamgar R, Rahgozar R, Tavakoli R, "Seismic performance of outrigger-braced system based on finite element and component-mode synthesis methods", *Iranian Journal of Science and*

برای مدل‌های با تعداد طبقات ۷۰ نیز آن به‌ترتیب سیستم لوله در لوله و لوله دسته‌بندی شده هستند. شکل مدهای ارتعاشی اول، دوم و سوم برای همه مدل‌ها به‌صورت زیر محاسبه شده‌اند.

۶- نتیجه‌گیری کلی

نتایج حاصل از مدل‌سازی‌های عددی و همچنین نتایج روش تحلیلی آورده شد و سپس این نتایج با هم مقایسه گردید و خطاهای روش تحلیلی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. همچنین روابط بین متغیرهای تحقیق نیز بررسی شد و رابطه مابین آن‌ها به‌دست آمد. حال جمع‌بندی کلی از مطالعه حاضر و همچنین نتیجه‌گیری نهایی از آن ارائه می‌شود. یکی از ویژگی‌های مهم دینامیکی ساختمان‌های بلند هرمی بسامد ارتعاشی آن‌هاست. هیچ ضوابط طبقه‌بندی مناسبی برای کلاس جدید ساختمان‌های بلند لوله‌ای، لوله‌ای هرمی در آیین‌نامه‌های استاندارد وجود ندارد و یا ذکر نشده است. در پژوهش حاضر با هدف ایجاد روشی ساده برای آنالیز ارتعاش آزاد ساختمان‌های بلند و محاسبه بسامد با کمک برنامه‌نویسی MATLAB که برای حل آسان مسائل پیچیده و تهیه راه‌حل‌های ساده در طراحی به‌منظور تسهیل بهره‌وری محاسباتی در طرح اولیه به‌کار می‌رود، از روش‌های تقریبی آنالیز می‌توان برای محاسبه استفاده نمود. روش تحلیلی انطباق خوبی با نتایج مدل‌سازی عددی دارد و استفاده از بسامد طبیعی به‌دست‌آمده از این روش مورد تأیید قرار می‌گیرد.

تحقیق نشان‌دهنده دقت قابل قبول روش تحلیلی ارائه شده می‌باشد که برای سیستم لوله دسته‌بندی شده و لوله در لوله، دقت و تطابق خوبی دارد که نشان‌دهنده دقت روش تحلیلی ارائه شده می‌باشد و بیشترین سازگاری را با تعداد طبقات بالاتر دارد. به عبارت دیگر، هرچه تعداد طبقات بیشتر باشد دقت روش ارائه شده نیز بیشتر خواهد بود. روش تحلیلی، برای سازه‌های بدون زاویه هرمی خطای خیلی کمی ارائه می‌دهد و تطابق بیشتری با روش تحلیلی دارند و استفاده از این روش برای سازه‌های با زاویه هرمی، مقداری کمی خطا وارد محاسبات می‌کند. جهت یافتن رابطه بین متغیرها، مطالعه بالا نشان می‌دهد که در شرایطی که سختی سازه ثابت بماند، هرچه زاویه هرمی یک سازه بیشتر باشد، بسامد طبیعی نیز بیشتر می‌شود. از سوی دیگر افزایش زاویه هرمی به‌معنای کم شدن تعداد المان‌های سخت‌کننده مانند ستون‌هاست که موجب کاهش سختی سازه و کاهش بسامد طبیعی می‌شود و بایستی در نظر گرفته شود.

۷- مراجع

- Alavi A, Rahgozar P, Rahgozar R, "Minimum-weight design of high-rise structures subjected to flexural vibration at a desired natural frequency", *The Structural Design of Tall and Special Buildings*,

- Mohammadnejad M, Kazemi HHA, "New and simple analytical approach to determining the natural frequencies of framed tube structures", *Structural Engineering and Mechanics*, 2018, 65 (1), 111-120. DOI.org/10.12989/sem.2018.65.1.000
- Mohammadnejad M, Haji Kazemi H, "A new and simple analytical approach to determining the natural frequencies of framed tube structures. *Structural Engineering and Mechanics*, 2018, 65 (1), 111-120. DOI.org/10.12989/sem.2018.65.1.111
- Park YK, Kim HS, Lee DG, "Efficient structural analysis of wall-frame structures", *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 2014, 23, 740-59. DOI.org/10.1002/tal.1078
- Rahgozar R, "Determination of optimum location for flexible outrigger systems in tall buildings with constant cross section consisting of framed tube, shear core, belt truss and outrigger system using energy method", *International Journal of Steel Structural*, 2017, 17 (1), 1-8. DOI.org/10.1007/s13296-014-0172-8.
- Ramezani M, Mohammadzadeh MR, Shojaee S, "A new approach for free vibration analysis of no uniform tall building structures with axial force effects", *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 2019, 28 (5), e1591. DOI.org/10.1002/tal.1591.
- Safari H, Mohammadnejad M, Bagheripour MH, "Free vibration analysis of no prismatic beams under variable axial forces", *Structural Engineering and Mechanics an International Journal*, 2012, 43 (5), 561-582. DOI.org/10.12989/sem.2012.43.5.561.
- Wang Q, "Sturm-Liouville Equation for Free Vibration of a Tube-in-Tube Tall Building", *Journal of Sound and Vibration*, 1996, 191 (9), 349-355. DOI.org/10.1006/jsvi.1996.0126.
- Schueller W, "High Rise Building Structures", John Wiley & Sons, New York, The United States, 1977.
- Scott D, Hamilton N, Ko E, "Structural Design Challenges for tall buildings", *Structure Magazine*, 2005, 2, 20-23.
- Xiong C, Niu Y, Wang Z, Yuan L, "Dynamic monitoring of a super high-rise structure based on GNSS-RTK technique combining CEEMDAN and wavelet threshold analysis", *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 2019, DOI.org/10.1080/19648189.2019.1608471.
- Technology, *Transactions of Civil Engineering*, 2019, 1 (1), 1-9. DOI.org/10.1007/s40996-019-00299-3
- Khan FR, Amin NR, "Analysis and Design of Fame Tube Structures for Tall Concrete Buildings", *Structural Engineering*, 1973, 51 (3), 85-92.
- Khan FR, "Tubular Structures for Tall Buildings, *Handbook of Concrete Engineering*", Van Nostrand Reinhold, 1985, NY, 399-410. DOI.org/10.1007/978-1-4757-0857-8_11.
- Kuang JS, Ng SC, "Coupled vibration of tall buildings structures", *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 2004, 13, 291-303. DOI.org/10.1002/tal.253.
- Kwan AKH, "Simple method for approximate analysis of framed tube structures", *Journal of Structure Engineering ASCE*, 1994, 120 (4), 1221-1239. DOI.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1994)120:4(1221).
- Lee WH, "Free Vibration Analysis for Tube-in Tube Tall Buildings", *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 303, 287-304. DOI.org/10.1016/j.jsv.2007.01.023.
- Lee S, Tovar A, "Outrigger placement in tall buildings using topology optimization", *Journal of Engineering Structures*, 2014, 74, 122-129. DOI.org/10.1016/j.engstruct.2014.05.019.
- Malekinejad, M, Rahgozar R, "A simple analytic method for computing the natural frequencies and mode shapes of tall buildings", *Journal of Applied Mathematical Modelling*, 2012, 36, 3419-3432. DOI.org/10.1016/j.apm.2011.10.018
- Malekinejad M, Rahgozar R, "An analytical model for dynamic response analysis of tubular tall buildings", *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 2014, 23, 67-80. DOI.org/10.1002/tal.1039.
- Mohammadnejad M, Safari H, Bagheripour MH, "An analytical approach to vibration analysis of beams with variable properties", *Arabian Journal for Science and Engineering*, 2014, 39, 2561-2572. DOI.org/10.1007/s13369-013-0898-1.
- Mohammadnejad M, "A new analytical approach for determination of flexural, axial and torsional natural frequencies of beams", *Structural Engineering and Mechanics an International Journal*, 2015, 55, 655-674. DOI.org/10.12989/sem.2015.55.3.655.

EXTENDED ABSTRACT

Determining the Frequency of Pyramidal Buildings with Tube-In-Tube and Bundled Tube Structures by Analytical Method

Mohammad Babaei, Yaghoub Mohammadi^{*}, Amin Ghannadiazl

Faculty of Engineering, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran

Received: 10 March 2020; **Review:** 23 December 2021; **Accepted:** 23 January 2022

Keywords:

Natural frequency; Variable flexural stiffness; Pyramid tube building; Pyramidal beam.

1. Introduction

The research on tall buildings has been increased due to the demands of suitable spaces. The use of pyramidal architecture in tall structures has several benefits including the ability to lighten the adjacent buildings and prevention from the closure of the view in urban spaces. However, the seismic behavior of pyramidal tube structures requires a closer examination of their design and probable behavior under lateral loads. One of the most important parameters in the pyramidal tapered buildings is the calculation of natural frequency of the vibrating structures (ω). In this study we have proposed new equations and methods for the mentioned calculations which has been compared with software calculations. Many researchers have calculated the free vibration of structures using different methods. One formula to obtain the natural frequency of tube structures is obtained from the fourth-order differential equation (Wang, 1996). An approximate solution in order to analyze the free vibration of tall tube-in-tube buildings have been proposed by different researchers (Lee, 2007; Lee and Bang, 2008; Lee and Tovar, 2014). The modeling of tall building using a beam with varying stiffness and mass subject to the variable axial force caused by simple weight was presented by Mohammadnejad (2015). Free vibration analysis using differential equation has been evaluated by Bozdogan (2009) and Bozdogan (2013). The first natural frequency of tall buildings with a system combined of framed tube, shear core, and belt truss has been calculated under axial force (Kamgar and Rahgozar, 2014; 2015; 2018). A new and simple method of determining the natural frequency of tube structures with tube-in-tube wall has been presented. The novelty of this method refers to the mathematical computation process which is much simpler and shorter. The effect of structure's weight on the natural frequency of structure has been considered by variable axial force. Tall building is modeled by a beam with variable stiffness and mass along the height of the building. Therefore, the partial differential equation with variable coefficients is used which have been presented by Mohammadnejad and Haji-Kazemi (2018). Furthermore, there is no regular research on the vibrational frequency calculation of pyramidal tube systems, especially by mathematical methods, or a small number of studies have been done most of which have been done on 90-degree structures with tube systems.

2. Methodology: weak form of differential equations

The governing equation for free beam vibration with variable hardness and mass is a partial differential equation with variable coefficients. Mohammadnejad and Haji-Kazemi (2018) have evaluated and analyzed mathematically the tubular structures. In this study, we have assumed the tubular structures behave like a cantilever beam and the bending and shear hardness parameters of equivalent beams are obtained from the structural stiffness matrix. Then, using this assumption, the governing differential equation is written as a weak form. The weak form of the differential equation is obtained by repeated integration of the initial equation. The

* Corresponding Author

E-mail addresses: yaghoubm@uma.ac.ir (Yaghoub Mohammadi), mohammad.babaei@uma.ac.ir (Mohammad Babaei), aghannadiazl@uma.ac.ir (Amin Ghannadiazl).

integration goes on to obtain the differential equation in terms of integrals which uses a simpler solution than previous research to solve the differential equation. In this method, instead of four integration times, the two sides of the equation are integrated twice and finally, the natural frequency of the structure is estimated using a series. The comparison of results obtained from the calculations based on proposed method in this study with the results of finite element analysis shows the high accuracy of this method in the estimation of the natural frequency of structures. We obtain new formulas and equations for pyramidal structures and compare them with other methods. The weak solution of differential equations instead of the original equation has multiple uses.

3. Results and discussion

The variables used in this study are the pyramidal angle of the building and the type of tubular system. In order to investigate these variables, it is necessary to change the pyramidal angle in different tubular structural systems and the results should be assessed. For this purpose, two tubular structural systems are considered, including tube-in-tube and bundled tubes. For each of these systems, 3 models with 3 pyramidal angles of 0, 1.23 and 2.45 degrees with vertical deviation are considered. The number of floors in the same structural systems is also assumed to be constant. For this purpose, models with pipes and tubes of 40 and 70 stories are considered. The lengths of the openings on the tube frames are 3 meters above the ground level. In order to avoid the effects of plan shape as well as irregularities in the structure on the results of the research, the layout of all models is considered to be perfectly regular. In this section the results of numerical modeling as well as the results of mathematical method are presented and these results were compared and the mathematical method errors were analyzed. Also, the relationships between the research variables, including the pyramidal angle of the structural height and the type of structural system were investigated and their relationship was obtained.

Considering to the presented tables and Fig. 1, and comparing to the standard deviation of the errors we can find that the distribution of errors for the number of 70 stories is less than the number of 40 stories. Also, by comparing the mean errors we can find that the mathematical method for the number of 70 stories gives more frequency value than reality. The obtained values for the number of 40 stories are less than reality. The results of the tables and the obtained show that the mathematical method is most compatible with the number of stories.

4. Conclusions

One of the most important dynamic properties of tall buildings is vibrating frequency. There are no suitable classification criteria for the new class of tall tubular and tubular pyramidal buildings in the standard guidelines or it has not been mentioned properly. The present work aims to develop a simple method for the analysis of free vibration of tall buildings and calculate the frequency using differential equations used for easy solution and simple design solutions to facilitate computational efficiency in the initial design. The approximate methods of analysis can be used for calculations. The presented analytical method is in good agreement with the finite element modeling results and the use of natural frequency obtained by this method has been confirmed. The evaluations show the acceptable accuracy of the proposed mathematical method for the bundled tubular and the tube-in-tube systems. They also show the accuracy of the proposed mathematical method, even though, if the number of stories were more, the accuracy of the obtained results would be considerable. In other words, the proposed method is more compatible with a greater number of stories. The investigations have shown that the presented analytical method gives negligible error for structures without pyramidal angles which are more consistent with the presented mathematical method whereas, applying this method for pyramidal angle structures entails some error in the calculation. In order to find out the relationship between the variables, this study shows that the higher the pyramidal angle of the structure, the higher the natural frequency of the structure. But on the other hand, increasing the pyramidal angle means reducing the number of hardening elements such as beams, which reduces the structural stiffness and reduces the natural frequency that must be taken into account.

5. References

- Bozdogan KB, "An approximate method for static and dynamic analysis of symmetric wall-frame buildings", *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 2009, 18 (3), 279-290.
- Bozdogan KB, "Free vibration analysis of asymmetric shear wall-frame buildings using modified finite element transfer matrix method", *Structural Engineering and Mechanics*, 2013, 46 (1), 1-17.

- Kamgar R, Rahgozar R, Tavakoli R, "The best location of belt truss system in tall buildings using multiple criteria subjected to blast loading", *Civil Engineering Journal*, 2018, 4 (6), 1338-1353.
- Kamgar R, Rahgozar R, Tavakoli R, "Seismic performance of outrigger-braced system based on finite element and component-mode synthesis methods", *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, 2019, 1 (1), 1-9.
- Kwan AKH, "Simple method for approximate analysis of framed tube structures", *Journal of Structure Engineering ASCE*, 1994, 120 (4), 1221-1239.
- Lee WH, "Free Vibration Analysis for Tube-in Tube Tall Buildings", *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 303, 287-304.
- Lee S, Tovar A, "Outrigger placement in tall buildings using topology optimization", *Journal of Engineering Structures*, 2014, 74, 122-129.
- Malekinejad M, Rahgozar R, "An analytical model for dynamic response analysis of tubular tall buildings", *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 2014, 23, 67-80.
- Mohammadnejad M, Safari H, Bagheripour MH, "An analytical approach to vibration analysis of beams with variable properties", *Arabian Journal for Science and Engineering*, 2014, 39, 2561-2572.
- Mohammadnejad M, "A new analytical approach for determination of flexural, axial and torsional natural frequencies of beams", *Structural Engineering and Mechanics an International Journal*, 2015, 55, 655-74.
- Mohammadnejad M, Haji Kazemi H, "A new and simple analytical approach to determining the natural frequencies of framed tube structures. *Structural Engineering and Mechanics*, 2018, 65 (1), 111-120.
- Wang Q, "Sturm-Liouville Equation for Free Vibration of a Tube-in-Tube Tall Building", *Journal of Sound and Vibration*, 1996, 191 (9), 349-355.