

## بررسی اثر رفتارهای مختلف کارسختی بر نمودارهای حد شکل دهی ورق آلومینیوم براساس نظریه مارسینیاک-کوزینسکی

دانشجوی دکتر، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران،  
 soheila\_sojodi@yahoo.com  
 دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران، basti@guilan.ac.ir  
 استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران، falahatgar@guilan.ac.ir  
 دکتر، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران، smm.nassiri@gmail.com

**سهیلا سجودی**  
**علی باستی\***  
**سید رضا فلاحگر**  
**سیده مریم میرفلاح نصیری**

### چکیده

نمودار حد شکل دهی در واقع معیاری برای تعیین شکل پذیری ورق های فلزی، طی فرایندهای مختلف شکل دهی است. نظریه ناپایداری مارسینیاک-کوزینسکی، یکی از پرکاربردترین روش های تحلیلی برای ترسیم نمودارهای حد شکل دهی است. ساختار معادلات در مدل مارسینیاک-کوزینسکی به گونه ای است که، روابط پلاستیک ماده، بر دقت منحنی های پیش بینی شده اثر می گذارد. در این تحقیق، بکارگیری الگوهای ساختاری جدید که ترکیبی از روابط سخت شونده گی سوئیفت و وس هستند، برای تعیین نمودار حد شکل دهی پیشنهاد شده است. پارامترهای ثابت هر یک از روابط کارسختی نیز با در دسترس بودن نمودار تنش- کرنش حاصل از آزمون کشش تک محوره آلیاژ AA5754-O، محاسبه و ارائه می شوند. در نهایت، منحنی های حد شکل دهی برای ورق آلومینیومی با بکارگیری معیار تسلیم Yld2000-2d و استفاده از الگوهای کارسختی مختلف ترسیم می شوند. مقایسه نمودارهای نظری رسم شده با نتایج آزمایشگاهی نشان می دهد که اگرچه قوانین سخت شونده گی کیم-توان، سوئیفت و قوش حد شکل دهی را در حد قابل قبولی پیش بینی می کنند، ولی کرنش های حدی حاصل از رابطه اصلاح شده کیم-توان، مطابقت بهتری با نتایج تجربی دارند. بنابراین می توان مدل اصلاح شده کیم-توان را به عنوان یک مدل کارسختی ایده آل در تعیین حد شکل دهی آلیاژ AA5754-O پیشنهاد داد.

**واژه های کلیدی:** نمودار حد شکل دهی، نظریه ناپایداری مارسینیاک-کوزینسکی، معیار تسلیم Yld2000-2d، الگوهای کارسختی مختلف، رابطه اصلاح شده کیم-توان.

### Investigation on the effect of Strain hardening behavior on forming limit diagrams of aluminum sheet based on the Marciniak-Kuczynski theory

**S. Sojodi**  
**A. Basti**  
**S. R. Falahatgar**  
**S. M. Mirfalah Nasiri**

Faculty of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran  
 Faculty of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran  
 Faculty of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran  
 Faculty of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran

#### Abstract

Forming limit diagram (FLD) is a criterion to determine the formability of metal sheet during various forming processes. The Marciniak-Kuczynski instability theory is one of the most widely used methods to determine the FLD. The plastic behavior of the materials has great influences on the accuracy of the predicted diagrams by the Marciniak-Kuczynski model. In this study, the novel constitutive models which are a combination of the Swift and Voce models are proposed to predict the forming limit diagrams. The constant parameters of each hardening models are calculated by using the stress-strain diagram obtained from uniaxial tension tests. Finally, the forming limit diagrams of the aluminum sheet by employing the Yld2000-2d yield function and different hardening models were plotted. The comparison between the calculated diagrams and the experimental results shows that although the Kim-Tuan, Ghosh and Swift models compute the FLD to an acceptable level, the forming limit diagram predicted by modified Kim-Tuan is in better agreement with experimental results. Therefore, the modified Kim-Tuan relationship and its coefficients are proposed as an ideal hardening model to determine the forming limit diagram of the AA5754-O.

**Keywords:** Forming limit diagram (FLD), Yld2000-2d yield function, Marciniak-Kuczynski instability theory, Different hardening models, Modified Kim-Tuan relationship.

مهم ترین نگرانی طراح فرایند این است که در قطعه کار گلوبی یا چروکیدگی رخ ندهد. برای جلوگیری از این مشکلات، کرنش ها یا تنش های حدی که به گلوبی شدن می انجامد باید دانسته شود. در فرایندهای مختلف شکل دهی، بررسی حد شکل پذیری یک ورق فلزی در مقابل کرنش های مختلف با استفاده از منحنی حد شکل دهی، انجام می گیرد. منحنی های حد شکل دهی به دو صورت تجربی و نظری بدست

#### ۱- مقدمه

شکل دهی ورق های فلزی از جمله فرایندهای مرسوم در تولید محصولات مختلف صنعتی است. شکل پذیری یک ورق توانایی ورق در تغییر شکل های پلاستیکی ایجاد شده بر روی آن، بدون هیچ عیبی می باشد. در همه فرایندهای تولید مربوط به شکل دهی ورق فلزی،

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: basti@guilan.ac.ir

می‌آیند. در روش تجربی ورق را در وضعیت‌های مختلف کرنش گذاری کرده و در لحظه‌ی گلوبی شدن عملیات را متوقف و کرنش‌های حدی را اندازه‌گیری می‌کنند. در روش نظری نیز از روابط پلاستیسیته شامل کارسختی، توابع تسلیم و نظریه ناپایداری برای تعیین حد شکل‌دهی استفاده می‌شود [۱].

منحنی‌های حد شکل‌دهی نخستین بار توسط کیلر و بکهوفن [۲] برای نشان دادن عیوبی همانند گلوبی و شکست در ورق‌های فلزی ارائه و توسط گودوین [۳] توسعه داده شدند. برای تعیین تجربی منحنی حد شکل‌دهی، نمونه‌هایی از ورق فلزی تحت کشش ساده و کشش با سنبه‌ی نیمه کروی در حالت‌های مختلف کرنش صفحه‌ای قرار داده می‌شوند. اما تعداد زیاد این آزمایش‌ها، بسیار پرهزینه و زمانبر است، بنابراین تعیین حد شکل‌دهی به روش نظری و با دقت بالا بسیار ضرورت دارد. از این‌رو تلاش‌های بسیاری برای ارائه یک الگوی ریاضی که قادر به پیش‌بینی درستی از موضعی شدن جریان پلاستیک در فرایندها باشد، صورت گرفته‌است. مارسنیک و کوزینسکی [۴] نظریه ناپایداری خود را با در نظر گرفتن یک عیب هندسی اولیه که باعث گلوبی در قطعه می‌شود، در تعیین نمودار حد شکل‌دهی ارائه دادند که بسیار مورد استفاده قرار گرفت علاوه بر نظریه مارسنیک-کوزینسکی (M-K)، معیارهای دیگری نیز برای تعیین حد شکل‌دهی، توسط پژوهشگران ارائه و مورد بررسی قرار گرفته است [۵]. تحقیقات نشان می‌دهد که خواص مکانیکی ماده، تاثیر زیادی در کیفیت محصول خروجی در فرایندهای مختلف شکل‌دهی دارد، همچنین توصیف دقیق رفتار تنش-کرنش ماده نیز در نتایج مدل‌سازی‌ها بسیار حائز اهمیت است [۷]. محققان زیادی با استفاده از نظریه M-K، تاثیر عوامل مختلفی را از قبیل ضریب ناهمسانگردی، روابط کارسختی، معیار تسلیم و غیره را روی نمودار حد شکل‌دهی بررسی کردند. بوتوک و همکاران [۸] با بکاربردن توابع تسلیم  $Yld_{96}$ ،  $BBC_{2000}$  و هیل ۴۸ برای ورق‌های فلزی اورتوتروپیک در شرایط تنش صفحه‌ای به پیش‌بینی حد شکل‌دهی پرداختند و ثابت کردند که استفاده از تابع تسلیم مناسب برای توصیف رفتار پلاستیک ماده می‌تواند پیش‌بینی حد شکل‌دهی را دقیق‌تر کند. گنجیانی و عاصم پور [۹] در سال ۲۰۰۷ با بکار بردن توابع تسلیم هاسفورد و  $BBC_{2000}$  به پیش‌بینی حد شکل‌دهی ورق فلزی پرداختند و نتیجه گرفتند برای آلیاژ  $AA_{5XXX}$  معیارهای تسلیم  $BBC_{2000}$  و هاسفورد با توان ۸ و برای فولاد AK، معیار تسلیم هاسفورد با درجه ۶ انطباق بهتری با نتایج تجربی دارد. هایبو وانگ و همکاران در سال ۲۰۱۲ با اصلاح رابطه تنش-کرنش سوئیفت، الگوی بهبود یافته‌ای از مدل کارسختی سوئیفت را برای آلیاژ آلومینیوم O- $AA_{5754}$  ارائه دادند و بیان کردند که علاوه بر تابع تسلیم، روابط تنش-کرنش ماده نیز بر حد شکل‌دهی اثر می‌گذارد [۱۰]. در ادامه آنها ثابت کردند که تابع تسلیم  $Yld_{2000-2d}$  معیاری مناسب در پیش‌بینی حد شکل‌دهی برای آلیاژ آلومینیوم O- $AA_{5754}$  می‌باشد [۱۱]. همچنین وانگ و همکاران در تحقیقی کرنش‌های حدی را برای آلیاژ آلومینیوم O- $AA_{5754}$  با استفاده از تابع تسلیم  $Yld_{2000-2d}$  و الگوی کار سختی چابوشه<sup>۱</sup> تعیین و با نتایج آزمایشگاهی تحت

بارگذاری ترکیبی مقایسه کردند [۱۲]. ظهور و همکاران [۱۳] با روش تجربی و تئوری به پیش‌بینی حد شکل‌دهی آلیاژ آلومینیوم O- $AA_{2024}$  با استفاده از توابع تسلیم پیشرفته  $BBC_{2000-16p}$ ،  $BBC_{2000-27p}$ ،  $Yld_{2011-18p}$  و  $Yld_{2004-18p}$  پرداختند. میر فلاح نصیری و همکاران [۱۴] نیز از معیارهای تسلیم مختلف در محاسبه کرنش‌های حدی در حالت تنش صفحه‌ای برای ارزیابی قابلیت پیش‌بینی شکل‌پذیری ورق T3- $AA_{2090}$  استفاده کردند. آنها همچنین با استفاده از معیارهای تسلیم پیشرفته به بررسی اثر تنش نرمال [۱۵] و تنش برشی بین ضخامت بر حد شکل‌دهی ورق H19- $AA_{3104}$  پرداختند و ثابت کردند که معیار تسلیم  $Yld_{2011-18p}$ ، کرنش‌های حدی منطبق‌تری را برای ورق آلومینیوم پیش‌بینی می‌کند [۱۶]. پام و همکاران رابطه کار سختی جدید کیم-توان که حاصل نتایج آزمون کشش تک محوره خودشان بود را ارائه دادند و در آن به تعیین ثابت‌های معادله ساختاری برای آلیاژ O- $AA_{5052}$  پرداختند [۱۷]. سپس بر اساس معیار بهبود یافته نیروی بیشینه<sup>۲</sup> و استفاده از چند الگوی کارسختی رایج و الگوی پیشنهادی کیم-توان خودشان، کرنش‌های حدی را برای ورق O- $AA_{5052}$  و T4- $AA_{6016}$  بدست آوردند و نشان دادند که روابط سخت شونگی روی حد شکل‌دهی آلیاژ اثر می‌گذارد و اینکه الگوی کار سختی کیم-توان نسبت به بقیه الگوها مطابقت بهتری با نتایج تجربی دارد [۱]. آنها همچنین رابطه اصلاح شده کیم-توان را برای ورق خالص تیتانیوم تجاری ارائه دادند که رابطه کامل‌تری نسبت به قبلی است [۱۸]. پام و همکاران همچنین به تعیین ضرایب توابع تسلیم  $Yld_{2k}$ ،  $CPB_{06}$  و  $CB_{04}$  با استفاده از آزمون های کشش تک محوره، تراکم تک محوره، بالچ هیدرولیک و آزمون برشی ساده پرداختند [۱۹]. سپس کیم و همکاران رابطه کارسختی کیم-توان را در مدل‌سازی فرایند HE<sup>۳</sup> برای آلیاژ تیتانیوم مورد استفاده قرار دادند [۲۰]. هو و همکاران [۲۱] با بکاربردن آزمون کشش تک محوره به بررسی رفتار ناهمسانگرد آلیاژ آلومینیوم H111- $AA_{5182}$  پرداختند و ضرایب سه الگوی کارسختی سوئیفت، لودویک و قوش را تعیین کردند. با روابط کارسختی تعیین شده به محاسبه حد شکل‌دهی آلیاژ پرداختند و نشان دادند که حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده حاصل از بکارگیری کارسختی قوش مطابقت بهتری با نتایج آزمون ناکازیمما دارد.

مطالعات پیشین نشان می‌دهد که ارائه معادلات ساختاری جدید، تعیین ضرایب آنها برای آلیاژهای مختلف و استفاده از این روابط در تعیین حد شکل‌دهی آلیاژ مورد نظر، موضوع بحث مقالات بسیاری بوده است و همواره استفاده از روابط ساختاری پیشرفته در تعیین کرنش های حدی با هدف بهبود نتایج نظری و انطباق آن با نتایج تجربی مورد بحث می‌باشد. در این مقاله از معیار تسلیم پیشرفته  $Yld_{2000-2d}$  که معیار پذیرفته شده‌ای برای آلیاژهای آلومینیوم است، استفاده شده است و اثر روابط کارسختی مختلف بر حد شکل‌دهی مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین در این پژوهش، پارامترهای ثابت قوانین کارسختی بکار گرفته شده، برای آلیاژ آلومینیوم O- $AA_{5754}$  بر اساس انطباق

<sup>2</sup> Modified maximum force criterion

<sup>3</sup> hole expansion

<sup>1</sup> Chaboche strain hardening model

انتقال می‌یابند:

$$T = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi \\ -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$[\sigma^a]_{nt} = \begin{bmatrix} \sigma_{nn}^a & \sigma_{nt}^a \\ \sigma_{nt}^a & \sigma_{tt}^a \end{bmatrix} = T[\sigma^a]_{12}T^T \quad (۳)$$

$$[d\varepsilon^a]_{nt} = T[d\varepsilon^a]_{12}T^T \quad (۴)$$

محاسبات در ناحیه شیار به سادگی ناحیه‌ی سالم نخواهد بود. برای تعیین مجهولات باید از معادلات تعادل نیرو، معادله سازگاری و معادله تعادل انرژی استفاده کرد که معادلات تعادل نیرو بصورت زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$\begin{cases} \sigma_{nn}^a t^a = \sigma_{nn}^b t^b \\ \sigma_{nt}^a t^a = \sigma_{nt}^b t^b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{nn}^b = \sigma_{nn}^a / f \\ \sigma_{nt}^b = \sigma_{nt}^a / f \end{cases} \quad (۵)$$

با فرض یکسان بودن کشیدگی در راستای شیار، معادله‌ی سازگاری در این راستا به صورت زیر خواهد بود.

$$d\varepsilon_{tt}^b = d\varepsilon_{tt}^a \quad (۶)$$

و سرانجام معادله‌ی تعادل انرژی به شکل زیر نوشته می‌شود.

$$d\varepsilon_{nn}^b \sigma_{nn}^b + d\varepsilon_{tt}^b \sigma_{tt}^b + d\varepsilon_{nt}^b \sigma_{nt}^b = d\varepsilon^b \bar{\sigma}^b \quad (۷)$$

در رابطه بالا  $\bar{\sigma}^b$  تنش معادل مربوط به شیار بوده و از قانون سخت شوندگی به دست می‌آید. ضریب غیر یکنواختی<sup>۱</sup> در حین تغییر شکل بصورت استفاده از رابطه زیر تغییر می‌کند.

$$f = \frac{t^b}{t^a} = f_0 \exp(\varepsilon_3^b - \varepsilon_3^a) \quad (۸)$$

$\varepsilon_3$  کرنش در راستای ضخامت است و با توجه به قانون تراکم ناپذیری محاسبه می‌شود. علاوه بر آن، با اعمال هر نمو کرنش مقدار زاویه شیار نیز تغییر می‌کند که طبق رابطه زیر در هر مرحله محاسبه می‌شود:

$$\tan(\phi + \Delta\phi) = \frac{1 + d\varepsilon_1^a}{1 + d\varepsilon_2^a} \tan\phi \quad (۹)$$

در نظریه M-K، از روش نیوتن-رافسون برای حل دستگاه معادلات غیرخطی حاصل از معادلات (۵) تا (۷) استفاده می‌شود. در این الگوی باریک شوندگی موضعی زمانی رخ می‌دهد که مقدار کرنش معادل در ناحیه‌ی شیار به بیش از ده برابر کرنش معادل در ناحیه سالم می‌شوند، با کنار هم قرار دادن این مقادیر به ازای هر نسبت تنش  $(1 \leq \alpha \leq 10)$ ، مجموعه‌ای از نقاط بدست می‌آید که کرنش‌های حدی مورد نظر در نمودار حد شکل‌دهی است. این عمل برای زاویه شیارهای مختلف انجام می‌شود و کرنش‌های حدی کوچکتر بعنوان حد نهایی شکل‌دهی تعیین می‌شوند.

## ۲-۲- معادلات ساختاری

از آنجایی که ساختار کریستالی ورق‌های فلزی باعث ناهمسانگردی در خواص مکانیکی ورق می‌شود، این ساختارها نقش برجسته‌ای در تغییر شکل پلاستیک ماده دارند. براساس نظریه M-K، معادلات ساختاری بکار رفته برای توصیف خواص مکانیکی آلیاژ، در پیش‌بینی کرنش‌های حدی بسیار موثر می‌باشند. این معادلات ساختاری که شامل معیار تسلیم و روابط کارسختی مختلف می‌باشند، در ادامه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

روابط مختلف سخت‌شوندگی بر نمودار تنش-کرنش تجربی مرجع [۲۲] تعیین شده است. در نهایت نمودارهای حد شکل‌دهی مبتنی بر کرنش و تنش با بکارگیری الگوهای کارسختی مختلف، برای آلیاژ آلومینیوم AA۵۷۵۴-O ترسیم و با نتایج تجربی حاصل از آزمون ناکازیمما موجود در مرجع [۲۲] مقایسه می‌شوند. نتایج حاصله برای محاسبه‌ی حدود شکل‌پذیری این آلیاژها، با توجه به کاربرد روزافزون ورق‌های آلومینیومی در صنعت، دارای کاربرد فراوانی می‌باشد.

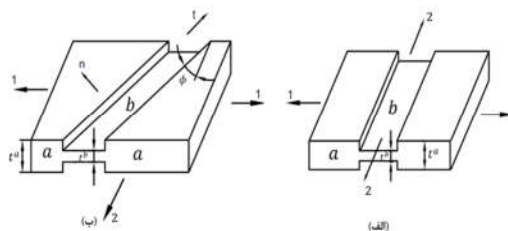
## ۲- مبانی و روش‌ها

### ۲-۱- تئوری ناپایداری مارسینیاک-کوزینسکی (نظریه

(M-K)

این نظریه که در سال ۱۹۶۷ توسط مارسینیاک و کوزینسکی ارائه شد، اولین روش ریاضی در تعیین منحنی حد شکل‌دهی به شیوه تحلیلی است و همچنان در بسیاری از پژوهش‌ها و مقالات مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این نظریه فرض می‌شود که یک شیار اولیه بصورت یک نقص در ورق وجود دارد و به دلیل ضعیف بودن ناحیه شیار، گلوبی شدن از آنجا آغاز می‌شود [۲۳].

در نظریه اصلی M-K همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده، زاویه شیار عمود بر جهت اصلی است  $(\phi = 0)$ . الگوی اصلی M-K که چرخش زاویه شیار را در نظر نمی‌گیرد، فقط می‌تواند سمت راست نمودار حد شکل‌دهی را پیش‌بینی کند. در الگوی اصلاح شده M-K با توجه به شکل ۱، چرخش زاویه شیار  $(\phi)$  مورد بررسی قرار می‌گیرد. بنابراین، این روش قادر به پیش‌بینی کامل نمودار حد شکل‌دهی می‌باشد.



شکل ۱- طرحواره الگوی M-K: الف) الگوی اصلی ب) الگوی اصلاح شده

ناهمگنی هندسی اولیه در روش M-K تحت عنوان نقص اولیه با نماد  $f_0$  و به صورت نسبت ضخامت دو ناحیه، طبق رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود:

$$f_0 = \frac{t_0^b}{t_0^a} \quad (۱)$$

$t_0^a$  ضخامت اولیه‌ی ورق در ناحیه‌ی سالم و همگن  $(a)$  و  $t_0^b$  ضخامت اولیه‌ی ورق در ناحیه‌ی نقص و غیرهمگن  $(b)$  می‌باشد. در روش M-K ابتدا محاسبات در ناحیه همگن صورت می‌پذیرد، به اینصورت که ابتدا یک مقدار کوچک برای نمو کرنش موثر  $d\varepsilon^a$  فرض می‌شود. برای نسبت تنش  $\sigma_1^a = \sigma_2^a / \sigma_1^a$  مشخص، با بکارگیری قانون سخت شوندگی، تابع تسلیم و معادلات سیلان، مولفه‌های تنش و کرنش در ناحیه سالم تعیین می‌شود [۲۴]. سپس با استفاده از ماتریس دوران  $T$  تانسورهای تنش و کرنش در ناحیه سالم به مختصات شیار

<sup>1</sup> Non-Uniformity Coefficient

## ۱-۲-۲ معیار تسلیم Yld2000-2d

مطالعات نشان می‌دهد که تابع تسلیم Yld2000-2d یک معیار مناسب برای توصیف رفتار ناهمسانگرد ورق‌های آلومینیومی در حالت تنش صفحه‌ای می‌باشد [۲۶]. بنابراین در این مطالعه معیار تسلیم Yld2000 جهت پیش‌بینی حدشکل‌دهی آلیاژ AA5754-O مورد استفاده قرار می‌گیرد. روابط مربوط به این تابع تسلیم بصورت زیر بیان می‌شود [۲۲]:

$$|X'_1 - X'_2|^m + |2X''_2 - X''_1|^m + |2X''_1 - X''_2|^m = 2\bar{\sigma}^m \quad (10)$$

در رابطه بالا  $m$  پارامتر ماده است که  $m = 8$  برای مواد با ساختار FCC پیشنهاد می‌شود.  $X'_1, X'_2, X''_1, X''_2$  مقادیر اصلی تانسور تبدیل یافته‌ی  $X'$  و  $X''$  می‌باشند.  $X'$  و  $X''$  طبق روابط زیر بدست می‌آیند:

$$X' = L' \cdot \sigma \quad (11)$$

$$X'' = L'' \cdot \sigma \quad (12)$$

که در رابطه بالا  $L'$  و  $L''$  طبق روابط زیر با هشت ثابت  $\alpha_1$  تا  $\alpha_8$  بیان می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} L'_{11} \\ L'_{12} \\ L'_{21} \\ L'_{22} \\ L'_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 & 0 & 0 \\ -1/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_7 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} L''_{11} \\ L''_{12} \\ L''_{21} \\ L''_{22} \\ L''_{66} \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -2 & 2 & 8 & -2 & 0 \\ 1 & -4 & -4 & 4 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & 1 & 0 \\ -2 & 8 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_8 \end{bmatrix} \quad (14)$$

در روابط (۱۳) و (۱۴)،  $\alpha_1$  تا  $\alpha_8$  ضرایب ناهمسانگردی مربوط به معیار تسلیم Yld2000-2d هستند که مقادیر مربوط به آنها در جدول ۱ آورده شده است.

### جدول ۱- ضرایب ناهمسانگردی معیار تسلیم Yld2000-2d برای آلیاژ

آلومینیوم AA5754-O [۲۲]

$\alpha_1$	۱/۰۲۶۶۴
$\alpha_2$	۰/۹۰۶۶۳
$\alpha_3$	۰/۹۷۳۴۱
$\alpha_4$	۰/۹۸۲۵۶
$\alpha_5$	۱/۰۰۲۵۲
$\alpha_6$	۰/۹۷۳۴۱
$\alpha_7$	۰/۹۶۳۰۴
$\alpha_8$	۱/۰۳۵۹۵

## ۲-۲-۲ روابط کار سختی

رفتار تغییرشکل پلاستیک مواد را به بهترین وجه می‌توان با استفاده از منحنی‌های سیلان توصیف نمود. بدین لحاظ تلاش‌های متعددی صورت گرفته تا با ارائه روابط تجربی مختلف، امکان توصیف ریاضی منحنی سیلان به نحوی مناسب فراهم گردد. روابط ارائه شده جهت بیان رفتار سیلان پلاستیک عموماً تحت عنوان قوانین سخت‌شوندگی نام‌گذاری می‌شوند. در این مقاله جهت بررسی اثر روابط کارسختی بر نمودار حدشکل‌دهی، مدل‌های سخت‌شوندگی سوئیفت، قوش، وس، هاکت-شربی، کیم-توان و اصلاح شده کیم-توان برای

توصیف رفتار پلاستیک ورق مورد استفاده قرار می‌گیرند.

روابط کار سختی سوئیفت و وس دو الگوی متداول برای بیان رفتار تنش-کرنش فلزات می‌باشند. در این مقاله مدل‌های کارسختی قوش، هاکت-شربی، کیم-توان و اصلاح شده کیم-توان، نیز برای تعیین نمودار حدشکل‌دهی پیشنهاد شده است. ضرایب مربوط به همه الگوهای سخت‌شوندگی برای آلیاژ AA5754-O، با استفاده از فرمول‌بندی و فن برازش منحنی<sup>۱</sup> تعیین شده و صحت ضرایب با نتایج تجربی حاصل از آزمون کشش ساده مقاله مرجع [۲۲] مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه روابط و ضرایب مربوط به هر یک از قوانین سخت‌شوندگی آورده شده است.

### الف- رابطه کارسختی سوئیفت

این الگو در عین سادگی، در بیان روابط تنش-کرنش بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد. روابط مربوط به قانون سخت‌شوندگی سوئیفت بصورت زیر بیان می‌شود [۲۷]:

$$\bar{\sigma} = K_S (\bar{\epsilon} + \epsilon_0)^{n_S} \quad (15)$$

$\bar{\sigma}$  تنش موثر،  $\bar{\epsilon}$  کرنش موثر پلاستیک،  $\epsilon_0$  پیش کرنش،  $K_S$  ضریب استحکام و  $n_S$  توان کارسختی در الگوی سوئیفت می‌باشد. پارامترهای رابطه ساختاری سوئیفت برای آلیاژ AA5754-O تعیین و در جدول ۲ آورده شده است.

### جدول ۲- پارامترهای ثابت رابطه کارسختی سوئیفت برای آلیاژ

آلومینیوم AA5754-O

$K_S$ (MPa)	$\epsilon_0$	$n_S$
۴۶۴/۶	۰/۰۰۹۵	۰/۳۰۷۳

### ب- رابطه کارسختی قوش

مدل کارسختی قوش که همچون الگوی سوئیفت یک رابطه توانی است، بصورت زیر بیان می‌شود [۲۱]:

$$\bar{\sigma} = G_1 (\bar{\epsilon} + \epsilon_0)^{G_2} - G_3 \quad (16)$$

$G_1, G_2, G_3$  مقادیر ثابت در رابطه کارسختی قوش می‌باشند که در جدول ۳ آورده شده است.

### جدول ۳- پارامترهای ثابت رابطه کارسختی قوش برای آلیاژ آلومینیوم

AA5754-O

$G_1$	$G_2$	$G_3$	$\epsilon_0$
۵۱۸/۴	۰/۲۶۱۹	۴۸	۰/۰۰۹۵

### پ- رابطه کارسختی وس

این الگوی سخت‌شوندگی بصورت زیر بیان می‌شود [۱۰]:

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 + q_V (1 - \exp(-b_V \bar{\epsilon})) \quad (17)$$

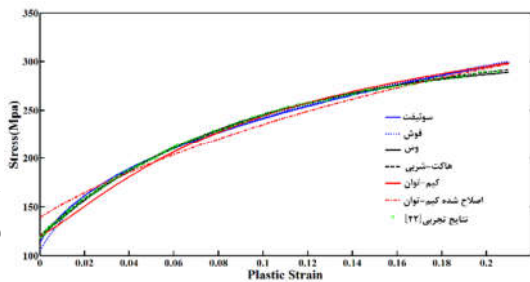
که در آن  $\sigma_0$  مقدار تنش تسلیم در دمای محیط است و  $q_V$  و  $b_V$  ثابت‌های ماده در الگوی وس هستند که مقادیر مربوط به آنها برای آلیاژ AA5754-O در جدول ۴ آورده شده است.

<sup>1</sup> Curve fitting technique

جدول ۷- پارامترهای ثابت رابطه کارسختی اصلاح شده کیم-توان

برای آلیاژ آلومینیوم AA۵۷۵۴-O						
$\sigma_0 (Mpa)$	$\varepsilon_0$	$\varepsilon^*$	$K_{mK}$	$a_{mK}$	$h_{mK}$	$t_{mK}$
۱۱۹/۸۷	۰/۰۰۹۵	۰/۲۳	۳۲۸/۳۸	۱/۴۲۶	۰/۷۷۲۴	۵/۱۱۲

شکل ۲ منحنی سیلان حاصل از روابط تنش-کرنش سوئیفت، قوش، وس، هاکت شربی، کیم-توان و اصلاح شده کیم-توان را نشان می‌دهد. با مقایسه منحنی‌های حاصل از روابط کارسختی مختلف با نتایج آزمایشگاهی حاصل از آزمون کشش ساده آلومینیوم O-AA۵۷۵۴، مطابقت خوبی در نمودارهای تنش-کرنش مشاهده می‌شود و این بیان کننده آن است که همه روابط ساختاری ارائه شده و ضرایب محاسبه شده‌ی آنها، داده‌های تجربی را به شکل قابل قبولی پیش‌بینی می‌کنند.



شکل ۲- نمودار تنش-کرنش حاصل از الگوهای کارسختی مختلف و مقایسه آن با داده‌های تجربی برای آلیاژ AA۵۷۵۴-O

در ادامه این بخش، به بررسی رفتار پساگلوئی<sup>۱</sup> با الگوهای کارسختی مختلف پرداخته می‌شود، به این صورت که معادلات مربوط به روابط کارسختی تا بازه تغییرات کرنش بالاتری رسم می‌شوند، تا رفتار آنها با یکدیگر مقایسه گردند. در شکل ۳ که مقادیر تنش برای کرنش تا ۰/۶ رسم شده است، مشاهده می‌گردد که نمودار تنش-کرنش حاصل از مدل‌های سخت شونددگی سوئیفت و قوش در مقادیر کرنش بالا بر هم منطبق هستند. همچنین دو مدل کیم-توان و اصلاح شده کیم-توان در مقادیر کرنش بالا، با یکدیگر تلاقی دارند و دو تابع سخت شونددگی نمایی وس و هاکت-شربی نیز مقادیر تنش نزدیک به هم را پیش‌بینی می‌کنند. مطابق شکل ۳، مدل سخت شونددگی سوئیفت بالاتر از بقیه نمودارها قرار دارد و معادله کارسختی وس و هاکت-شربی، مقدار تنش را برای مقادیر بالای کرنش، به طور چشم‌گیری کمتر از بقیه الگوها پیش‌بینی می‌کنند. در بخش‌های بعدی مشاهده می‌شود که همین رفتار مدل‌های سخت شونددگی وس و هاکت-شربی باعث اختلاف در کرنش‌های حدی پیش‌بینی شده با آنها، نسبت به بقیه الگوها می‌شود.

<sup>1</sup> Post-necking

جدول ۴- پارامترهای ثابت رابطه کارسختی وس برای آلیاژ آلومینیوم AA۵۷۵۴-O

$\sigma_0 (Mpa)$	$q_V$	$b_V$
۱۱۹/۸۷	۱۸۸	۱۱/۲

### ت- رابطه کارسختی هاکت-شربی

این رابطه که همچون مدل وس یک رابطه نمایی است در زیر آورده شده است [۱]:

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 + H_1(1 - \exp(-H_2 \bar{\varepsilon}^{n_h})) \quad (18)$$

$H_1$ ،  $H_2$  و  $n_h$  مقادیر ثابت در رابطه کارسختی هاکت-شربی می‌باشند که در جدول ۵ آورده شده است.

جدول ۵- پارامترهای ثابت رابطه کارسختی هاکت-شربی برای آلیاژ آلومینیوم AA۵۷۵۴-O

$\sigma_0 (Mpa)$	$H_1$	$H_2$	$n_h$
۱۱۹/۸۷	۲۰۰	۸/۵	۰/۹۳

### پ- رابطه کارسختی کیم-توان

این رابطه ساختاری که ترکیبی از قوانین کارسختی سوئیفت و وس است، بصورت زیر ارائه شده است [۲۸]:

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 + K_K [1 - \exp(-t_K \bar{\varepsilon})](\bar{\varepsilon} + \varepsilon_0)^{h_K} \quad (19)$$

$\sigma_0(T)$  تنش تسلیم در دمای مشخص،  $\bar{\varepsilon}$  کرنش موثر پلاستیک،  $\varepsilon_0$  پیش کرنش،  $K_K$ ،  $t_K$  و  $h_K$  پارامترهای ماده در الگوی ساختاری کیم-توان هستند. ضرایب ثابت در رابطه سخت شونددگی کیم-توان برای آلیاژ AA۵۷۵۴-O بصورت زیر محاسبه می‌شوند [۱].

$$t_K = \frac{5}{\varepsilon^*} \quad (20)$$

$$h_K = \frac{\sigma^*}{\sigma^* - \sigma_0} (\varepsilon^* + \varepsilon_0) \quad (21)$$

$$K_K = \frac{\sigma^* - \sigma_0}{(\varepsilon^* + \varepsilon_0)^{\sigma^* (\varepsilon^* + \varepsilon_0) / (\sigma^* - \sigma_0)}} \quad (22)$$

که در آن  $(\varepsilon^*, \sigma^*)$  مقادیر کرنش و تنش در نقطه بیشینه مقدار نیروی کششی است که با استفاده از روابط بالا پارامترهای مربوط به الگوی کیم-توان برای آلیاژ AA۵۷۵۴-O محاسبه و در جدول ۶ آورده شده است.

جدول ۶- پارامترهای ثابت رابطه کارسختی کیم-توان برای آلیاژ آلومینیوم AA۵۷۵۴-O

$\sigma_0 (Mpa)$	$\varepsilon_0$	$\sigma^*$	$\varepsilon^*$	$t_K$	$h_K$	$K_K$
۱۱۹/۸۷	۰/۰۰۹۵	۳۰۷/۲	۰/۲۳	۲۲/۷۲	۰/۳۸	۳۲۵/۹۶

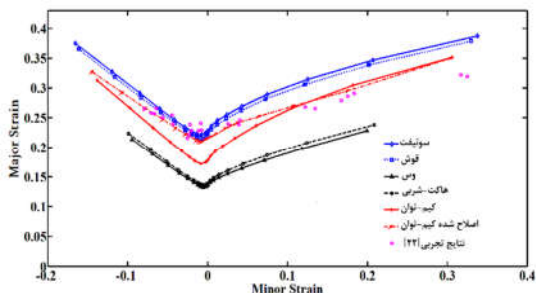
### ت- رابطه کارسختی اصلاح شده کیم-توان

این الگو که اصلاح شده رابطه سخت شونددگی کیم-توان می‌باشد، رابطه مربوط به آن بصورت زیر است [۱۸].

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 + K_{mK} (\bar{\varepsilon} + \varepsilon_0)^{h_{mK}} \left( 1 + \frac{a_{mK}}{1 + \exp(t_{mK}(\bar{\varepsilon} - \varepsilon^*))} \right) \quad (23)$$

$\sigma_0$  تنش تسلیم،  $\bar{\varepsilon}$  کرنش موثر پلاستیک،  $\varepsilon_0$  پیش کرنش،  $K_{mK}$ ،  $a_{mK}$ ،  $t_{mK}$  و  $h_{mK}$  پارامترهای ماده در الگوی اصلاح شده کیم-توان است که مقادیر آن برای آلیاژ AA۵۷۵۴-O در جدول ۷ آورده شده است.

نظریه حد شکل‌دهی ورق آلومینیومی AA۵۷۵۴-O را برای روابط کارسختی مختلف و مقایسه آن با داده‌های تجربی نشان می‌دهد.



شکل ۵- نمودارهای حد شکل‌دهی آلیاژ AA۵۷۵۴-O برای روابط کارسختی مختلف و مقایسه آن با داده‌های تجربی

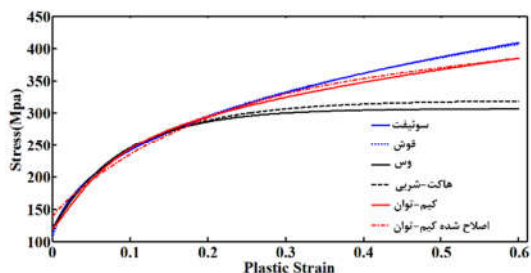
با وجود آنکه نمودارهای تنش-کرنش حاصل از همه الگوهای سخت شوندگی در شکل ۲ بر هم منطبق هستند، ولی منحنی‌های حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده بر اساس آنها با هم اختلاف قابل ملاحظه‌ای دارند. بنابر نمودارهای بدست آمده در شکل ۵، اثر روابط کارسختی مختلف، بر حد شکل‌دهی ورق آلومینیومی بسیار محسوس است. همانطور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، کرنش‌های حدی حاصل از روابط توانی سوئیفت و قوش و همچنین نتایج حاصل از توابع نمای وس و هاگت شربی بسیار به یکدیگر نزدیک هستند. چنین رفتاری در منحنی حد شکل‌دهی ورق بر اساس نتایج حاصل از شکل ۳ نیز قابل پیش‌بینی بود. همچنین مدل‌های سخت شوندگی سوئیفت و وس که به ترتیب در مقادیر کرنش بالا در شکل ۳، بیشترین و کمترین مقادیر تنش سیلان را داشتند، در شکل ۵ نیز بالاترین و پایین‌ترین مقادیر کرنش‌های حدی را پیش‌بینی کردند. بنابراین می‌توان بیان کرد که حد شکل‌دهی ورق بیشتر به رفتار پساگلوئی مدلی سخت شوندگی در نمودار تنش-کرنش بستگی دارد و کمتر وابسته به رفتار پیش از گلوئی آلیاژ است.

در ادامه، در بررسی کمی اثر قوانین کارسختی بر کرنش‌های حدی، مدل‌های کارسختی سوئیفت، وس، کیم-توان و اصلاح شده کیم-توان مورد بررسی قرار می‌گیرند. در این بررسی، ابتدا مقادیر FLD0 (مقدار کرنش حدی در وضعیت کرنش صفحه‌ای) برای الگوهای مختلف در جدول ۸ آورده شده است. مشاهده می‌شود که الگوی سوئیفت بیشترین مقدار و وس کمترین مقدار را برای FLD0 پیش‌بینی کرده است.

جدول ۸- مقادیر FLD0 پیش‌بینی شده براساس روابط کارسختی مختلف و مقدار تجربی آن

اصلاح شده کیم-توان	کیم-توان	وس	سوئیفت	مقدار تجربی
۰/۲۱۰۱	۰/۱۷۲۱	۰/۱۳۲۱	۰/۲۲۱۸	۰/۲۲۹۷

در ادامه، جهت اعتبارسنجی نتایج و بررسی اثر قوانین سخت شوندگی بر حد شکل‌دهی، درصد خطای مقدار کرنش بیشینه ( $\epsilon_1$ ) برای الگوهای کارسختی مختلف محاسبه می‌شود. برای تعیین مقدار

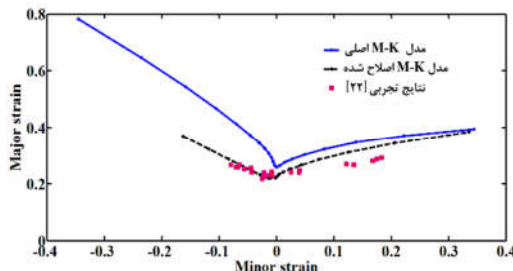


شکل ۳- منحنی تنش-کرنش حاصل از روابط کارسختی مختلف برای آلیاژ AA۵۷۵۴-O برای مقادیر کرنش بالا

### ۳- نتایج

#### ۳-۱- تعیین نمودار حد شکل‌دهی

در این قسمت، نمودار حد شکل‌دهی برای آلیاژ AA۵۷۵۴-O با استفاده از روش M-K اصلی و روش M-K اصلاح شده، رسم می‌شود. در تعیین کرنش‌های حدی، ضریب نقص اولیه  $f_0 = 0/997$  در نظر گرفته می‌شود و از قانون کارسختی سوئیفت، معیار تسلیم  $\sigma_{2d}$  استفاده می‌شود. شکل ۴، نمودارهای حدی را با در نظر گرفتن زاویه شیار، بدون در نظر گرفتن زاویه شیار و مقایسه آن با داده‌های تجربی نشان می‌دهد.



شکل ۴- نمودار حد شکل‌دهی ورق آلومینیوم AA۵۷۵۴-O روش‌های M-K اصلی و اصلاح شده و مقایسه آنها با داده‌های تجربی

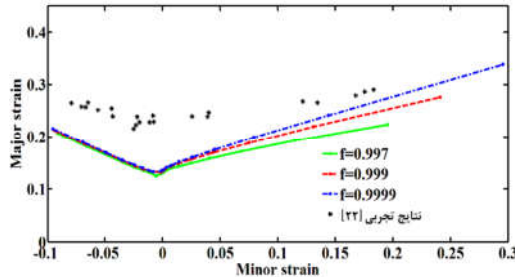
همانطور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، نتایج بدست آمده از روش M-K اصلی و اصلاح شده در سمت راست نمودار حد شکل‌دهی تقریباً بر هم منطبق هستند، ولی در سمت چپ منحنی، کرنش‌های حدی حاصل از ( $\phi_0 \neq 0$ ) پایین‌تر از کرنش‌های حاصل از ( $\phi_0 = 0$ ) است و مطابقت دقیق‌تری با نتایج تجربی دارد. بنابراین روش M-K اصلاح شده، الگویی قابل قبول برای پیش‌بینی حد شکل‌دهی می‌باشد و در قسمت‌های بعدی، محاسبات حد شکل‌دهی و رسم نمودارها براساس روش اصلاح شده M-K است.

#### ۳-۲- تعیین نمودار حد شکل‌دهی با در نظر گرفتن روابط کارسختی مختلف

این بخش با هدف بررسی اثر روابط کارسختی مختلف بر پیش‌بینی حد شکل‌دهی ورق آلومینیوم AA۵۷۵۴-O انجام می‌شود. برای بررسی این اثر از الگوهای کارسختی مختلف همچون سوئیفت، قوش، وس، هاگت-شربی، کیم-توان و اصلاح شده کیم-توان با بکارگیری تابع تسلیم  $\sigma_{2d}$  استفاده شده است. شکل ۵ نمودار

بنابراین رابطه کارسختی اصلاح شده کیم-توان، یک الگوی کارسختی قابل قبول و دقیق در پیش‌بینی حد شکل‌دهی آلیاژ آلومینیوم O-AA5754 به روش M-K است.

مطابق با شکل ۵، نمودار حد شکل‌دهی حاصل از الگوی کارسختی وس پایین تر از حد شکل‌دهی بقیه الگوها و داده‌های تجربی قرار دارد. کرنش‌های حدی حاصل از رابطه کارسختی وس برای ضرایب نقص مختلف در شکل ۶ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که حتی با بالا بردن مقدار ضریب نقص تا ۰/۹۹۹۹ حد شکل‌دهی محاسبه شده بر اساس کارسختی وس پایین تر از داده‌های تجربی می‌باشد.



شکل ۶- نمودارهای حد شکل‌دهی حاصل از الگوی کارسختی وس با ضرایب نقص اولیه مختلف

بنابراین رابطه کارسختی وس قادر به پیش‌بینی حد شکل‌دهی برای آلیاژ آلومینیوم O-AA5754 نمی‌باشد. در بررسی این اختلاف در پیش‌بینی حد شکل‌دهی بین الگوهای وس و هاکت-شربی با الگوهای سخت‌شوندگی دیگر می‌توان رفتار کارسختی آلیاژ در نمودار تنش-کرنش را برای کرنش موثر پلاستیک تا مقدار ۰/۶ مورد ملاحظه قرار داد. در شکل ۳ مشاهده می‌شود که تنش‌های موثر حاصل از الگوهای کارسختی وس و هاکت-شربی در مقادیر کرنش پلاستیک بالا، اختلاف قابل توجهی با بقیه مدل‌های کارسختی دارند.

### ۳-۳- تعیین نمودار حد شکل‌دهی مبتنی بر تنش

پس از محاسبه کرنش‌های حدی با استفاده از رابطه‌ی کارسختی می‌توان تنش موثر را بدست آورد و با مشخص بودن نسبت تنش‌ها و بکارگیری معیار تسلیم در نهایت تنش‌های حدی تعیین می‌گردند. از آنجا که در تعیین کرنش‌های حدی در روش M-K، فرض می‌شود که نسبت کرنش در منطقه‌ی سالم مقدار ثابتی است، نمودار حد شکل‌دهی به مسیر کرنش و تغییر شکل وابسته خواهد بود. در فرایندهای شکل‌دهی پیچیده و چند مرحله‌ای نه تنها نسبت کرنش بلکه راستای آن نیز تغییر می‌کند و فرض ثابت بودن نسبت کرنش در ترسیم منحنی معتبر نخواهد بود. بنابراین وابستگی نمودار حد شکل‌دهی به مسیر کرنش سبب شده تا در فرایندهای چندمرحله‌ای این منحنی کارایی چندانی نداشته باشد. ولی با تبدیل این کرنش‌های حدی به تنش‌های حدی و ترسیم نمودار حد تنش شکل‌دهی، این منحنی دیگر به مسیر کرنش وابسته نبوده و برای هر حالتی از تغییر شکل قابل استفاده می‌باشد. شکل ۷ نمودار حد تنش شکل‌دهی برای آلیاژ آلومینیوم O-AA5754 با استفاده از تابع تسلیم پیشرفته Yd2000 و الگوهای کارسختی ارائه شده در این مقاله را نشان

مطلق درصد خطای کرنش اصلی، از رابطه زیر استفاده می‌شود [۱]:

$$err(\%) = \frac{|\epsilon_1^{cal} - \epsilon_1^{exp}|}{\epsilon_1^{exp}} \times 100 \quad (24)$$

$\epsilon_1^{cal}$  مقادیر کرنش‌های بیشینه محاسبه شده از روابط کارسختی مختلف و  $\epsilon_1^{exp}$  مقدار کرنش حاصل از نتایج آزمایشگاهی مرجع [۲۲] است. با استفاده از رابطه بالا درصد خطا برای نقاط مختلف تعیین می‌شود و سپس میانگین خطای سمت راست، چپ و کل نمودار حد شکل‌دهی برای هر الگوی سخت‌شوندگی محاسبه می‌شود که این مقادیر را می‌توان در جدول ۹ مشاهده نمود. همچنین در این جدول درصد خطای نقطه FLD0 نیز آورده شده است.

جدول ۹- تخمین درصد خطای حد شکل‌دهی‌های تئوری محاسبه شده برای الگوهای کارسختی مختلف آلیاژ O-AA5754

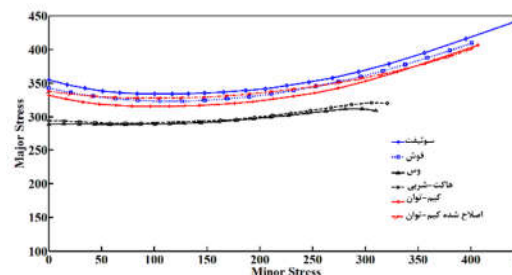
اصلاح شده کیم-توان (%)	وس (%)	کیم-توان (%)	سوئیفت (%)	سمت راست منحنی
۳/۸	۲۷/۴	۷/۵	۱۵/۴	سمت راست منحنی
۴/۴	۳۴/۰	۱۷/۰	۴/۴	سمت چپ منحنی
۴/۲	۳۱/۶	۱۳/۳	۹/۰	کل منحنی
۸/۶	۴۲/۵	۲۵/۱	۳/۴	FLD0

مطابق شکل ۵، همه‌ی الگوهای کارسختی غیر از وس و هاکت-شربی، حد شکل‌دهی ورق آلومینیومی را در حد قابل قبولی پیش‌بینی می‌کنند که در این میان، با مقایسه نمودارهای حاصل از روابط کارسختی مختلف با نتایج تجربی می‌توان بیان کرد که الگوی سوئیفت سمت چپ و الگوی کیم-توان سمت راست منحنی حد شکل‌دهی را بخوبی پیش‌بینی می‌کنند و همپوشانی مناسبی با داده‌های تجربی دارند. رابطه ساختاری سوئیفت در حالیکه سمت چپ منحنی حد شکل‌دهی را با دقت مناسبی پیش‌بینی می‌کند، ولی نمودار در سمت راست بالاتر از مقدار تجربی می‌باشد. براساس مقادیر جدول ۹ نیز چنین ادعایی صحیح است. مقدار میانگین خطا در سمت چپ نمودار، برحسب رابطه کارسختی سوئیفت، ۴/۴٪ و در سمت راست، ۱۵/۴٪ است. در جدول ۹، مقایسه خطای نقطه FLD0 مشاهده می‌شود که مقدار FLD0 پیش‌بینی شده با الگوی سوئیفت، کمترین مقدار خطا را دارد و به مقدار تجربی نزدیکتر است.

مطابق شکل ۵، کرنش‌های حدی پیش‌بینی شده با رابطه کیم-توان برای مقادیر کرنش کمینه ( $\epsilon_2$ ) بالاتر از ۰/۱، مطابقت خوبی با نتایج تجربی دارد، درحالیکه بخش‌های دیگر منحنی بطور چشم‌گیری پایین‌تر از داده‌های آزمایشگاهی است. در این میان، الگوی کارسختی اصلاح شده کیم-توان، کرنش‌های هر دو سمت نمودار حد شکل‌دهی را با دقت قابل قبولی پیش‌بینی می‌کند. این الگو، سمت چپ نمودار را بخوبی کارسختی سوئیفت، با میانگین خطای ۴/۴٪ و سمت راست را حتی بهتر از الگوی کیم-توان پیش‌بینی می‌کند. همچنین مقدار میانگین خطای کل منحنی با بکارگیری رابطه اصلاح شده کیم-توان، مطابق با جدول ۹ از همه کمتر است و مطابقت بهتری با نتایج تجربی دارد. همچنین مقدار خطای نقطه FLD0 نیز در این الگو ۸/۵٪ است.



می‌دهد.



شکل ۷- نمودارهای حد تنش شکل‌دهی آلیاژ AA5754-O برای روابط کارسختی مختلف

نتایج نشان می‌دهد که روابط کارسختی مختلف اثرات متفاوتی را بر حد تنش شکل‌دهی همچون حد کرنش شکل‌دهی دارند و نمودارهای حد تنش شکل‌دهی پیش‌بینی شده برای روابط کارسختی مختلف با هم متفاوت هستند. همانطور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود، تنش‌های حدی ترسیم شده با الگو کارسختی وس و هاکت-شرابی باز هم در سطح پایین‌تری نسبت به حد تنش پیش‌بینی شده توسط بقیه الگوهای ساختاری هستند، که با توجه به اختلاف کرنش‌های حدی وس و هاکت-شرابی نسبت به بقیه الگوها این نتیجه دور از انتظار نیست.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله نمودارهای حد شکل‌دهی ورق AA5754-O با استفاده از تئوری ناپایداری M-K، معیار تسلیم Yld2000-2d و قوانین کارسختی مختلف رسم شده‌اند. کرنش‌های حدی حاصل از بکارگیری روابط کارسختی سوئیفت، قوش، وس، هاکت-شرابی، کیم-توان و اصلاح شده کیم-توان محاسبه و با داده‌های تجربی مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که اثرات کارسختی بر حد شکل‌دهی بسیار محسوس است. بنابراین بکارگیری الگوهای کارسختی جدید و اصلاح شده می‌تواند پیش‌بینی‌های نظریه را به نتایج تجربی نزدیکتر کند. در این پژوهش، چهار الگو کارسختی سوئیفت، قوش، کیم-توان و اصلاح شده کیم-توان با ضرایب تعیین شده با دقت قابل قبولی نمودار حد شکل‌دهی حاصل از نتایج تجربی را پیش‌بینی کردند، در حالیکه روابط کارسختی وس و هاکت-شرابی دقت قابل قبولی را در پیش‌بینی حد شکل‌دهی آلیاژ AA5754-O ارائه نکرده است. همچنین نتایج نشان می‌دهد که بکارگیری مدل سخت شونده اصلاح شده کیم-توان با ضرایب تعیین شده در این تحقیق، در تئوری ناپایداری M-K کرنش‌های حدی بسیار دقیقی را برای آلیاژ AA5754-O پیش‌بینی می‌کند.

#### ۵- نمادها

ضرایب مدل اصلاح‌شده کیم-توان	$a_{mK}, h_{mK}, K_{mK}, t_{mK}$
ضرایب مدل وس	$b_V, q_V$
ضریب ناهمگنی اولیه	$f_0$
ضریب ناهمگنی	$f$

ضرایب مدل قوش	$G_1, G_2, G_3$
ضرایب مدل هاکت-شرابی	$H_1, H_2, n_h$
ضرایب مدل کیم-توان	$h_K, K_K, t_K$
ضرایب مدل سوئیفت	$K_S, n_S$
ضرایب تابع تسلیم Yld2000-2d	$L', L''$
توان تابع تسلیم Yld2000-2d	$m$
تانسور تبدیل یافته تنش انحرافی	$X', X''$
ضخامت اولیه ورق	$t_0$
ماتریس دوران	$T$
نسبت تنش‌ها	$\alpha$
پارامترهای ثابت Yld2000-2d	$\alpha_{1-8}$
کرنش اولیه	$\epsilon_0$
نموکرنش موثر	$d\bar{\epsilon}$
کرنش در راستای ضخامت	$\epsilon_3$
مولفه‌های نمو کرنش اصلی	$d\epsilon_1, d\epsilon_2, d\epsilon_3$
مولفه نموکرنش در مختصات شیار	$d\epsilon_{nm}, d\epsilon_{tt}, d\epsilon_{nt}$
تانسور نمو کرنش در مختصات اصلی	$[d\epsilon]_{12}$
تانسور نمو کرنش در مختصات شیار	$[d\epsilon]_{nt}$
مقدار تنش تسلیم در دمای محیط	$\sigma_0$
تنش موثر	$\bar{\sigma}$
مولفه‌های تنش اصلی	$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$
تنش در راستای شیار	$\sigma_{nn}, \sigma_{tt}, \sigma_{nt}$
تانسور تنش در مختصات اصلی	$[\sigma]_{12}$
تانسور تنش در مختصات ناحیه شیار	$[\sigma]_{nt}$
زاویه راستای اولیه شیار با راستای	$\phi_0$
تنش اصلی بیشینه	

#### ۶- مراجع

- [1] Pham Q. T., Lee B. H., Park K. C., Kim Y. S., Influence of the post-necking prediction of hardening law on the theoretical forming limit curve of aluminum sheets. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 140, pp. 521-36, 2018
- [2] Keeler S.P., Backhofen W.A., Plastic instability and fracture in sheets stretched over rigid punches. *Transactions of American Society of Metals*, Vol. 56, pp. 25-48, 1963.
- [3] Goodwin G. M., Application of strain analysis to sheet metal forming in the press shop. *Society of Automotive Engineers*, pp. 380-7, 1968.
- [4] Marciniak Z., Kuczynski K., Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal. *International journal of mechanical sciences*, Vol. 9, No.9, pp. 609-20, 1967.
- [5] حسین پور گیلو م.، سیدکاشی س.م.ح.، شاهی س.، "اثر معیارهای تسلیم پیشرفته BBC2003، BBC2008 و Yld2004 بر منحنی‌های شکل پذیری با مدل‌های مارسینیاک-کوزینسکی، گلوبی پخشی سوئیفت و گلوبی موضعی هیل"، *مجله مهندسی مکانیک مدرس*، د.۹۹، ش.۹، ص.۱-۱۱، ۱۳۹۵.
- [6] Hu Q., Zhang L., Ouyang Q., Li X., Zhu X., Chen J., Prediction of forming limits for anisotropic materials with nonlinear strain paths by an instability approach. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 103, pp. 143-167, 2018.
- [7] Safari M., Alves de Sousa R., Joudaki J., Recent Advances in the Laser Forming Process: A Review. *Metals*. Vol. 10, No.11, pp. 1472, 2020.



- [۲۳] چلوویان م. و کمی ع. "مطالعه شکل‌پذیری ورق فولادی AISI 304 به کمک مدل M-K و معیار آسیب GTN"، *مجله مهندسی مکانیک تبریز*، د. ۵۰، ش. ۱، ص. ۷۱-۷۹، ۱۳۹۹.
- [24] Ghazanfari A., Soleimani S.S., Keshavarzzadeh M., Habibi M., Assempour A., Hashemi R., Prediction of FLD for sheet metal by considering through-thickness shear stresses. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. Vol. 48(6), pp. 755-72, 2020.
- [25] Da Rocha A.B., Barlat F., Jalinier J.M., Prediction of the forming limit diagrams of anisotropic sheets in linear and non-linear loading. *Materials science and engineering*, Vol. 68, No.2, pp. 151-64, 1985.
- [26] Barlat F., Brem J.C., Yoon J.W., Chung K., Dick R.E., Lege D.J., Pourboghra F., Choi S.H., Chu E., Plane stress yield function for aluminum alloy sheets—part 1: theory. *International Journal of Plasticity*, Vol. 19, No.9, pp. 1297-319, 2003.
- [۲۷] ملاپوری. و حقیقت ح. "تحلیل فرایند کشش ورق ساندویچی متقارن به روش تابع جریان"، *مجله مهندسی مکانیک تبریز*، د. ۴۷، ش. ۲، ص. ۲۸۳-۲۹۳، ۱۳۹۶.
- [28] Kim Y.S., Lee B.H., Yang S.H., Prediction of forming limit curve for pure titanium sheet. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, Vol. 28, pp. 319-327, 2018.
- [8] Butuc M.C., Gracio J.J., Da Rocha A.B., An experimental and theoretical analysis on the application of stress-based forming limit criterion. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 48, No.4, pp. 414-29, 2006.
- [9] Ganjiani M., Assempour A., An improved analytical approach for determination of forming limit diagrams considering the effects of yield functions. *Journal of materials processing technology*, Vol. 182, No.1-3, pp. 598-607, 2007.
- [10] Wang H.B., W.A. Min, Y.U. Yu, Effect of flow stress—strain relation on forming limit of 5754O aluminum alloy. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, Vol. 22, No.10, pp. 2370-8, 2012.
- [11] Wang H., Liu Y., Chen Z., Wan M., Nie H., Investigation of the capabilities of yield functions on describing the deformation behavior of 5754O aluminum alloy sheet under combined loading paths. *Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)*, Vol. 21, No.5, pp. 562-8, 2016.
- [12] Wang H., Yan Y., Han F., Wan M., Experimental and theoretical investigations of the forming limit of 5754O aluminum alloy sheet under different combined loading paths. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 133, pp. 147-66, 2017.
- [۱۳] ظهور م.، شاهی س.، حسین پور گلولو م.، "بررسی تجربی و تئوری تعیین ضرایب معیارهای تسلیم پیشرفته و نمودار حد شکل دهی آلیاژ آلومینیوم ۲۰۲۴"، *مجله مهندسی مکانیک مدرس*، د. ۱۶، ش. ۱، ص. ۱۹۲-۲۰۲، ۱۳۹۵.
- [۱۴] میرفلاح نصیری س.م.، باستی ع.، هاشمی ر.، "تحلیل عددی اثر معیارهای تسلیم پیشرفته بر پیش بینی کرنش ها و تنش های حادی در ورق های آلومینیومی ناهمسانگرد"، *مجله مهندسی مکانیک مدرس*، د. ۱۵، ش. ۸، ص. ۳۹۳-۴۰۱، ۱۳۹۴.
- [15] Mirfalah-Nasiri S.M., Basti A., Hashemi R., Forming limit curves analysis of aluminum alloy considering the through-thickness normal stress, anisotropic yield functions and strain rate. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 117, pp. 93-101, 2016.
- [16] Nasiri S. M., Basti A., Hashemi R., Darvizeh A., Effects of normal and through-thickness shear stresses on the forming limit curves of AA3104-H19 using advanced yield criteria. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 137, pp. 15-23, 2018.
- [17] Pham Q. T., Kim Y. S., Identification of the plastic deformation characteristics of AL5052-O sheet based on the non-associated flow rule. *Metals and Materials International*, Vol. 23, No.2, pp. 254-63, 2017.
- [18] Pham Q. T., Lee M. G., Kim Y. S., Characterization of the isotropic-distortional hardening model and its application to commercially pure titanium sheets. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 160, pp. 90-102, 2019.
- [19] Pham Q. T., Lee M. G., Kim Y. S., Distortional Hardening Behavior and Strength Different Effect of Pure Titanium Grade 1 Sheets: Experimental Observation and Constitutive Modeling. *In IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, Vol. 967, No. 1, p. 012052, 2020.
- [20] Kim J.J., Pham Q. T., Kim Y. S., Thinning prediction of hole-expansion test for DP980 sheet based on a non-associated flow rule. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 191, p.106067, 2021.
- [21] Hou Z., Liu Z., Wan M., Wu X., Yang B., Lu X., An Investigation on Anisotropy Behavior and Forming Limit of 5182-H111 Aluminum Alloy. *Journal of Materials Engineering and Performance*, Vol. 29, No.6, pp. 3745-56, 2020.
- [22] Ma B.L., Wan M., Cai Z.Y., Yuan W.N., Li C., Wu X.D., Liu W., Investigation on the forming limits of 5754-O aluminum alloy sheet with the numerical Marciniak-Kuczynski approach. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 142, pp. 420-31, 2018.