

## بررسی اثر پارامترهای هندسی بر انتقال گرمای همرفتی طبیعی سیال غیر نیوتنی در یک محفظه مربعی با دو مانع دما ثابت

دانشجوی دکتری، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران،  
 mehrdad.kh1993@gmail.com  
 استاد، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران،  
 ghasemi@eng.sku.ac.ir  
 دانشیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران،  
 raisi@eng.sku.ac.ir

**مهرداد خدامرادی چالش تری**  
**بهزاد قاسمی\***  
**افراسیاب رئیسی**

### چکیده

در این تحقیق، انتقال گرمای همرفتی طبیعی درون یک محفظه مربعی پر شده با سیال غیرنیوتنی مدل تابع نمایی، همراه با دو مانع دما ثابت مربعی درون آن، به روش عددی بررسی شده است. موانع در دمای ثابت  $T_h$  و دیواره‌های جانبی محفظه در دمای ثابت  $T_c$  قرار دارند. دیواره‌های افقی محفظه عایق شده‌اند. جریان داخل محفظه، دو بعدی، لایه‌ای، پایا و تراکم‌ناپذیر فرض شده است. معادلات حاکم بر سیال غیرنیوتنی مدل تابع نمایی به روش تفاضل محدود بر مبنای حجم کنترل جبری شده و با استفاده از یک برنامه کامپیوتری به زبان فرترن، بر مبنای الگوریتم SIMPLE، به‌طور همزمان حل شده‌اند. برای اطمینان از صحت نتایج، نتایج بدست آمده از کد کامپیوتری با نتایج مقالات دیگر در زمینه سیالات غیرنیوتنی مقایسه شده است. اثر تغییر اندازه موانع  $0.1 \leq A \leq 0.3$ ، فاصله آن‌ها از یکدیگر  $0.2 \leq D \leq 0.8$  و فاصله موانع از دیواره پایینی محفظه  $0.9 \leq B \leq 0.1$ ، بر میدان‌های جریان و دما و آهنگ انتقال گرما، در شاخص‌های تابع نمایی مختلف ( $0.8 \leq n \leq 1.4$ ) و اعداد رایلی مختلف ( $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ ) مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش اندازه موانع، عدد ناسلت متوسط در شاخص‌های تابع نمایی مختلف افزایش می‌یابد. با کاهش فاصله موانع و قرار دادن آن‌ها در کنار یکدیگر، آهنگ انتقال گرما از محفظه در شاخص‌های تابع نمایی مختلف کاهش می‌یابد. این در حالی است که، با افزایش فاصله موانع و قرار دادن آن‌ها بر روی دیواره‌های عمودی محفظه، آهنگ انتقال گرما در  $n=1$  و  $n=0.8$  کاهش و در  $n=1.4$  افزایش می‌یابد. افزایش عدد رایلی سبب افزایش عدد ناسلت متوسط به ویژه در شاخص‌های تابع نمایی کوچکتر از یک می‌شود.

**واژه‌های کلیدی:** انتقال گرمای همرفتی طبیعی، سیال غیرنیوتنی مدل تابع نمایی، محفظه، مانع، شبیه‌سازی عددی.

### Investigation of the Effect of Geometric Parameters on the Natural Convection Heat Transfer of a Non-Newtonian Fluid in a Square Enclosure with Two Constant Temperature Obstacles

**M. Khodamoradi Chaleshtori**  
**B. Ghasemi**  
**A. raisi**

faculty of engineering, Shahrekord university, Shahrekord, Iran  
 faculty of engineering, Shahrekord university, Shahrekord, Iran  
 faculty of engineering, Shahrekord university, Shahrekord, Iran

#### Abstract

This article presents the results of a numerical study on natural convection heat transfer in a square enclosure filled with a non-Newtonian power-law fluid. Two square obstacles with a constant temperature ( $T_h$ ) are placed inside the enclosure. The horizontal walls of the enclosure are thermally insulated, and the vertical walls are at a constant temperature ( $T_c$ ). The flow inside the enclosure is assumed to be two-dimensional, laminar, steady-state, and incompressible. The governing equations for the power-law fluid flow are solved numerically with a finite volume approach using a computer program in FORTRAN using the SIMPLE algorithm. To ensure the accuracy of the simulation, the computer code results are compared with the results of other researchers. The influence of pertinent parameters such as the Rayleigh number ( $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ ), the power-law index ( $0.8 \leq n \leq 1.4$ ), the size of obstacles ( $0.1 \leq A \leq 0.3$ ), the distance between obstacles ( $0.2 \leq D \leq 0.8$ ) and the obstacles distance from bottom wall of enclosure ( $0.1 \leq B \leq 0.9$ ) on the flow and temperature fields and the heat transfer rate of the enclosure is studied. For different power-law indexes, the results show that the average Nusselt number increases as the size of obstacles increases, and that the average Nusselt number decreases as the distance between obstacles decreases. When the obstacles are placed on the vertical walls, as the distance between the obstacles increases, the heat transfer rate decreases for  $n=1$  and  $n=0.8$  and increases for  $n=1.4$ . For power-law indexes below unity, a significant increase in the average Nusselt number is observed as the Rayleigh number increases.

**Keywords:** Free convection heat transfer, Non-Newtonian power-law fluid, Enclosure, Obstacle, Numerical Simulation.

تناسب خطی، لزجت است. اما در سیالات غیرنیوتنی رابطه بین تنش برشی و شدت برشی، خطی نبوده و ضریب ثابتی مانند لزجت برای توصیف وضعیت تنش برشی معنا نداشته و سیال می‌تواند غلیظتر یا رقیق‌تر شود. بسیاری از سیالات مورد استفاده در صنعت مانند محلول‌ها و پلیمرها و مواد دیگر مانند صابون‌های مایع و لوازم آرایشی،

#### ۱- مقدمه

سیالات به دو دسته کلی نیوتنی و غیرنیوتنی تقسیم‌بندی می‌شوند. اساس این تقسیم‌بندی بر مبنای رابطه بین تنش برشی وارد شده به سیال و شدت برشی (گرنش) ناشی از آن است. در سیالات نیوتنی رابطه بین تنش برشی و شدت برشی، خطی بوده و ثابت این

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: behzadgh@yahoo.com

غذاهایی مانند کره، پنیر، مربا، کچاپ، مایونز، سوپ و ماست، مواد طبیعی مانند ماگما، گدازه، آدامس و عصاره‌ها مانند عصاره وانیل، سیالات بیولوژیکی مانند خون، بزاق و مایع سینوویال (مایع مفصلی)، امولسیون مانند سس مایونز غیرنیوتنی هستند. این سیالات در فعالیت‌های صنعتی بسیاری مورد استفاده قرار می‌گیرند و اطلاع کافی از رفتار آن‌ها بسیار حائز اهمیت است. از طرفی انتقال گرمای همرفتی طبیعی (آزاد) در محفظه‌ها نیز به سبب کاربردهای متعدد مانند سرمایه‌های قطعات الکترونیک، استفاده در صنعت هسته‌ای و مهندسی پلیمر و نفت، از ابتدا بسیار مورد توجه محققان بوده و هست [۱]. از این رو بررسی انتقال گرمای همرفتی طبیعی سیالات غیرنیوتنی در محفظه‌ها دارای اهمیت دوچندان است و نتایج آن می‌تواند بسیار کاربردی و راه‌گشا باشد.

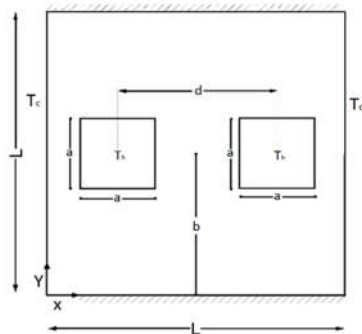
از جمله کارهای در زمینه جابه‌جایی آزاد سیال‌های نیوتنی درون محفظه‌ها، می‌توان به کار داوودی و همکاران [۲] اشاره کرد. در این مقاله جابه‌جایی طبیعی همزمان یک سیال و یک نانوسیال نیوتنی در یک محفظه دو ناحیه‌ای به روش عددی بررسی شده است. اختلاف دمای دو دیواره اصلی عمودی محفظه باعث برقراری جابه‌جایی آزاد در دو ناحیه شده است. نتایج این بررسی نشان می‌دهد که با افزایش عدد گراشوف، گردابه‌های جریان در سیال و نانوسیال تقویت شده و عدد ناسلت افزایش می‌یابد. هولتزمن و همکاران [۳] انتقال گرمای همرفتی طبیعی لایه‌ای سیالات نیوتنی را درون یک محفظه مثلثی که ضلع پایین آن گرم شده و دو ضلع دیگر آن در دمای ثابت قرار دارد، بررسی نمودند. نتایج این بررسی نشان دهنده وجود یک شکاف در یک عدد گراشوف بحرانی برای هر یک از نسبت‌های منطری در نظر گرفته شده است. به طوری که بالاتر از آن عدد گراشوف بحرانی، راه حل‌های متقارن برای تعیین آشفستگی‌ها پایدار نبوده و با وجود تقارن در مسئله جواب نامتقارن حاصل می‌شود. وارل و همکاران [۴] تولید آنتروپی ناشی انتقال گرمای همرفتی طبیعی سیال نیوتنی درون یک محفظه مثلثی را بررسی کردند. نتایج آن‌ها بیانگر افزایش عدد تولید آنتروپی و کاهش عدد بیژن با افزایش عدد رایلی است. سراوانا و کومار [۵] در سال ۲۰۱۴ جابه‌جایی آزاد در یک محفظه مربعی پر شده از هوا با دو منبع گرمایی دما ثابت در مرکز آن و دیواره‌های بالایی و پایینی عایق و تحت شرایط مرزی حرارتی متغیر برای دیواره‌های کناری را بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که بسته به شرایط مرزی حرارتی دیواره‌های جانبی، فاصله دو مانع گرمازا از یکدیگر تأثیر متفاوتی بر روی آهنگ انتقال گرمای کلی دارد. همچنین آن‌ها دریافته‌اند که انتقال گرمای سراسری زمانی مشاهده می‌شود که دو مانع در نزدیکی یکدیگر باشند. امین‌الساداتی و قاسمی [۶] انتقال گرمای همرفتی طبیعی در یک محفظه مثلثی حاوی نانوسیال را، در حالی که یک مانع دما ثابت گرم بر روی ضلع پایینی محفظه قرار داشت، بررسی کردند. دیواره پایینی محفظه عایق شده بود و دیواره‌های جانبی در دمای سرد قرار داشتند. نتایج آن‌ها نشان داد که با افزایش عدد رایلی، عملکرد حرارتی محفظه بهبود می‌یابد.

علاوه بر بررسی‌های فوق که مسایل جابه‌جایی آزاد سیالات نیوتنی در محفظه‌ها را دنبال می‌کرد، محققین زیادی نیز به بررسی مسایل جابه‌جایی آزاد در محفظه‌های حاوی سیالات غیر نیوتنی پرداخته‌اند. فلاح [۷] انتقال گرمای یک سیال غیرنیوتنی مدل تابع نمایی گذرنده از

روی یک سیلندر چرخان را در اعداد رینولدز ۱۰۰ و پرانتل ۲۰ در محدوده شاخص تابع نمایی  $1.8 \geq n \geq 0.4$  با استفاده از شبکه بولتزمن بررسی نمود. نتایج این بررسی نشان می‌دهد که افزایش خواص رقیق شونده برشی سیال سبب افزایش انتقال گرما از سطح سیلندر و افزایش خواص ضخیم شونده برشی آن، سبب کاهش انتقال حرارت از سطح سیلندر می‌گردد. الوی و واسه‌یوآر [۸] از مدل کارنو-یاسودا برای بررسی انتقال گرمای همرفتی درون یک محفظه پر شده با سیال غیرنیوتنی استفاده کردند. بررسی آن‌ها نشان داد که در اعداد رایلی بالا آهنگ انتقال گرما رابطه معکوس با  $n$  دارد و با افزایش آن آهنگ انتقال گرما کاهش و با کاهش آن آهنگ انتقال گرما افزایش می‌یابد. در حالی که در اعداد رایلی پایین تغییرات  $n$  تأثیر زیادی بر آهنگ انتقال گرما ندارد. ازو و چرچیل [۹] جابه‌جایی آزاد سیال غیرنیوتنی درون محفظه مستطیلی با دیواره پایینی در دمای بالا و دیواره بالایی در دمای پایین را با مدل تابع نمایی و مدل الیس بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که رایلی بحرانی با افزایش شاخص تابع نمایی افزایش می‌یابد. لامسادی و همکاران [۱۰] در سال ۲۰۰۶ به بررسی انتقال گرما در یک محفظه مستطیلی پر شده با سیال غیرنیوتنی از نوع تابع نمایی که از اطراف حرارت داده می‌شد پرداختند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که برای سیال غیرنیوتنی داخل محفظه با عدد پرانتل بالا، انتقال گرمای طبیعی با تغییر شاخص تابع نمایی تغییر کرده و با افزایش عدد رایلی افزایش می‌یابد. توران و همکاران [۱۱] در سال ۲۰۱۱، تأثیر تغییر عدد رایلی، عدد پرانتل و شاخص تابع نمایی بر جابه‌جایی آزاد در یک محفظه مربعی پر شده با یک سیال غیرنیوتنی، در حالی که دیواره‌های افقی عایق شده و دیواره‌های عمودی در دو دمای متفاوت قرار داشتند را بررسی کردند. نتایج نشان دهنده افزایش ناسلت متوسط با افزایش عدد رایلی و افزایش عدد ناسلت متوسط با کاهش شاخص تابع نمایی بود. پیشکار و قاسمی [۱۲] جابه‌جایی آزاد سیالات ضخیم شونده غیرنیوتنی مدل تابع نمایی در یک محفظه نامتقارن تحت زوایای تمایل مختلف را به صورت عددی بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که تغییر زاویه تمایل در اعداد رایلی پایین‌تر از  $10^5$  اثر محسوسی بر انتقال گرما نمی‌گذارد. همچنین آن‌ها دریافته‌اند که انتقال گرما توسط سیالات غیرنیوتنی ضخیم شونده علاوه بر سایر پارامترها وابسته به شاخص تابع نمایی ( $n$ ) نیز هست. یانگ و دو [۱۳] در سال ۲۰۱۹ انتقال گرمای سیالات غیرنیوتنی درون محفظه‌های مختلف را با استفاده از مدل‌های تابع نمایی و بینگهام و همچنین روابط تجربی برای بیان لزجت سیالات غیرنیوتنی، مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها دریافته‌اند که استفاده از روابط تجربی برای بیان لزجت سیالات غیرنیوتنی می‌تواند به بهتر شدن کیفیت شبیه‌سازی انتقال گرمای این نوع سیالات درون محفظه‌ها کمک کند. پیشکار و همکاران [۱۴] در سال ۲۰۱۹ به بررسی عددی انتقال گرمای همرفتی طبیعی سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی در یک محفظه مربعی پرداختند. در این بررسی یک شار حرارتی نوسانی از دیواره پایین به محفظه اعمال شده و دیواره‌های جانبی در دمای پایین قرار دارند. همچنین دیواره افقی بالایی محفظه عایق شده است. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که سیالات غیرنیوتنی شبه‌پلاستیک و دیلاتانت به ترتیب، انتقال گرمای بالاتر و پایین‌تری نسبت به سیالات نیوتنی دارند. علاوه بر این‌که، دوره نوسان منبع حرارتی اثر قابل توجهی بر حداکثر دمای جریان درون محفظه دارد. گناگاو و اوزتوپ [۱۵] در سال

## ۲- بیان مسئله

در این تحقیق، انتقال گرمای جابه‌جایی طبیعی سیال غیرنیوتنی مدل تابع نمایی، درون یک محفظه مربعی که دو مانع دما ثابت مربعی درون آن قرار دارد؛ بررسی شده است. مطابق شکل ۱، دیواره‌های عمودی محفظه در دمای پایین  $T_c$  و موانع در دمای بالای  $T_h$  قرار دارند. طول هر یک از دیواره‌های محفظه برابر  $L$  و طول دیواره‌های موانع برابر  $a$  در نظر گرفته شده است. فاصله موانع از دیواره پایین محفظه و فاصله موانع از یکدیگر به ترتیب برابر  $d, b$  فرض شده است. دیواره‌های افقی عایق بوده و انتقال گرما از آن‌ها صورت نمی‌گیرد. به علت اختلاف دمای موانع و دیواره‌های جانبی، جابه‌جایی آزاد درون محفظه ایجاد می‌شود. بجز چگالی سیال که با دما تغییر می‌کند و با استفاده از تقریب بوزینسک مدل می‌شود و لزجت سیال که تابع آهنگ برش است، دیگر خواص سیال ثابت فرض شده‌اند. به دلیل تغییرات لزجت سیال غیرنیوتنی عدد پرانتل مقدار ثابتی نبوده و در این تحقیق از عدد پرانتل اسمی مطابق فرمول (۵) برای عدد پرانتل استفاده شده است و با توجه به این‌که سیالات غیرنیوتنی استفاده شده در صنعت معمولاً دارای عدد پرانتل بزرگ هستند لذا در این تحقیق، عدد پرانتل اسمی ۱۰۰ فرض شده است. ابتدا برای بررسی تغییر ابعاد هندسی عدد رایلی را ثابت و برابر  $10^6$  فرض کرده و سپس اثر تغییر عدد رایلی نیز بررسی خواهد شد. جریان جابه‌جایی آزاد ایجاد شده درون محفظه، دو بعدی، آرام، پایدار، و تراکم ناپذیر در نظر گرفته می‌شود. هدف از این تحقیق بررسی اثرات تغییر اندازه موانع، فاصله موانع از یکدیگر و فاصله موانع از ضلع پایین محفظه و همچنین تغییر عدد رایلی و شاخص تابع نمایی بر آهنگ انتقال گرمای محفظه و میدان‌های جریان و دما است.



شکل ۱- هندسه دو بعدی محفظه همراه با موانع درون آن

## ۳- معادلات حاکم

معادلات کلی حاکم بر جریان سیالات، معادلات بقای جرم، بقای مومنتوم و بقای انرژی هستند؛ که با توجه به فرضیات مسئله حاضر، به صورت زیر بیان می‌شوند [۱۷] :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \right) \quad (2)$$

۲۰۲۰، به مطالعه جابه‌جایی آزاد و اجباری یک سیال غیرنیوتنی مدل تابع نمایی درون یک محفظه نیم دایره با شار ثابت گرمایی روی دیواره منحنی و دیواره افقی دارای حرکت با سرعت ثابت در جهت افقی و دمای پایین پرداختند. این محققین تاثیر شکل موانع مدور، مربع و مثلثی آدیاباتیک را بر آهنگ انتقال گرما بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد محفظه با وجود بلوک مثلثی در مقایسه با بلوک‌های مربعی و دایره‌ای، آهنگ انتقال گرمای بهتری دارد. در سال ۲۰۱۹ ساسمال و همکاران [۱۶] انتقال گرمای سیالات غیرنیوتنی مدل تابع نمایی را درون یک محفظه مربعی با یک سیلندر چرخان هم محور با محفظه، مورد بررسی قرار دادند. نتایج آن‌ها نشان داد که صرف‌نظر از شاخص تابع نمایی و سرعت چرخش سیلندر، عدد ناسلت متوسط وابستگی مثبتی به هر دو عدد گراشف و پرانتل دارد.

رئیس [۱۷] انتقال گرمای همرفتی آزاد درون یک محفظه مربعی پر شده با سیال غیرنیوتنی مدل تابع نمایی را با وجود یک جفت مانع دما ثابت که به صورت افقی بر روی دیواره عمودی محفظه نصب شده بودند؛ بررسی نمود. دیواره سمت چپ به همراه موانع در دمای ثابت و دیواره سمت راست در دمای ثابت قرار داشتند و دیواره‌های افقی عایق شده بودند. نتایج نشان داد که افزایش عدد رایلی خصوصاً در سیالات با شاخص تابع نمایی کوچک‌تر از یک، سبب افزایش چشمگیر انتقال گرما شده و کاهش شاخص تابع نمایی سبب بهبود عملکرد حرارتی محفظه می‌گردد. نتایج همچنین نشان داد که طول مانع‌ها و فاصله آن‌ها از یکدیگر بسته به مقدار عدد رایلی و شاخص تابع نمایی، تاثیرات قابل توجهی بر روی میدان جریان و عملکرد حرارتی محفظه دارد.

همانگونه که اشاره شد عمده سیالات مورد استفاده در صنعت را سیالات غیرنیوتنی تشکیل می‌دهند و از این نوع سیالات در جهت خنک‌سازی قطعات صنعتی و کامپیوتری و یا عایق‌بندی مواد صنعتی و کاهش آهنگ انتقال گرمای آن‌ها با محیط، استفاده می‌شود. لذا مکانیزم انتقال گرمای سیالات غیرنیوتنی و عوامل موثر بر آن، بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در بسیاری از تحقیقات پیشین، معمولاً محفظه پر شده با سیال غیرنیوتنی بدون مانع یا با یک مانع با ابعاد و مکان قرارگیری ثابت، مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین مطالعات گذشته در مورد عوامل موثر بر آهنگ انتقال گرمای سیالات غیرنیوتنی بیشتر معطوف به تغییر پارامترهای مربوط به سیال، مانند شاخص تابع نمایی بوده است. اما در تحقیق حاضر علاوه بر بررسی اثر شاخص تابع نمایی به عنوان یکی از اساسی‌ترین عوامل موثر بر آهنگ انتقال گرمای سیالات غیر نیوتنی، تغییر اندازه و مکان قرارگیری دو مانع درون محفظه مورد بررسی قرار گرفته است. زیرا در بسیاری از موارد امکان تغییر در پارامترهای مربوط به سیال غیرنیوتنی وجود نداشته و تنها راه افزایش یا کاهش آهنگ انتقال گرما، تغییر ابعاد هندسی است. دو مانع موجود در محفظه می‌توانند مدلی از دو قطعه کامپیوتری باشند که به منظور خنک‌سازی و با توجه به کمبود فضا هر دو درون یک محفظه پر شده با سیال غیرنیوتنی قرار داده شده‌اند. این مسیله همچنین می‌تواند مدلی از دو قطعه صنعتی با دمای بالا باشند که برای کاهش آهنگ انتقال گرما با محیط و کاهش هزینه‌ها، هر دو درون یک محفظه پر شده با سیال غیرنیوتنی قرار داده شده‌اند. لذا به نظر می‌رسد بررسی آهنگ انتقال گرمای چنین محفظه‌ای می‌تواند حائز اهمیت باشد.

$$\left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \right) + g\beta(T - T_c) \quad (3)$$

$$\rho c_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

برای سیالات غیرنیوتنی مدل تابع نمایی، تانسور تنش به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\tau_{ij} = \mu_a \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

در فرمول (۵) لزجت ظاهری سیال غیرنیوتنی بوده و در مختصات دکارتی دو بعدی به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\mu_a = K \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}} \quad (6)$$

در فرمول (۶) n شاخص تابع نمایی و K ضریب سازگاری است. برای سیالات شبه پلاستیک<sup>۱</sup> n > 1، برای سیالات دیلاتانت<sup>۲</sup> n < 1 و برای سیالات نیوتنی n = 1 است.

### ۳-۱- شرایط مرزی

از جمله شرایط مرزی هیدرودینامیکی حاکم بر مسئله می‌توان به شرط عدم لغزش و عدم نفوذ برای تمامی دیواره‌های محفظه و موانع، و برای شرایط مرزی گرمایی نیز می‌توان به دمای T<sub>c</sub> برای دیواره‌های جانبی محفظه، دمای T<sub>h</sub> برای موانع و عایق بودن دیواره‌های افقی محفظه اشاره کرد. بنابر این:

$$u, v)_{x=0, x=L} = 0, \quad u, v)_{y=0, y=L} = 0 \quad (7)$$

$$T)_{x=0, x=L} = T_c, \quad \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0, y=L} = 0, \quad T)_{obstacle} = T_h$$

### ۳-۲- بی‌بعدسازی معادلات حاکم و شرایط مرزی

برای دست‌یابی به شکل بی‌بعد معادلات بقای جرم، بقای مومنتوم، بقای انرژی و شرایط مرزی حاکم بر مسئله، از پارامترهای بی‌بعد ارائه شده در فرمول (۸) استفاده شده کرده و داریم:

$$\theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, \quad U = \frac{uL}{\alpha}, \quad V = \frac{vL}{\alpha}, \quad P = \frac{p}{\rho \left( \frac{\alpha}{L} \right)^2} \quad (8)$$

$$Ra = \frac{g\beta L^3 \Delta T L^{2n+1}}{\alpha^n k / \rho}, \quad Pr = \frac{kL^{2n-2}}{\rho \alpha^{2n}}, \quad \alpha = \frac{k}{\rho c_p}, \quad \Delta T = T_h - T_c$$

در نتیجه معادلات بی‌بعد عبارتند از:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (9)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial X} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left( \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{2\mu_a^*}{k} \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{\mu_a^*}{k} \left( \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right) \right) \quad (10)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left( \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\mu_a^*}{k} \left( \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{2\mu_a^*}{k} \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right) \quad (11)$$

+Ra Prθ

$$\left( U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) = \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (12)$$

در فرمول‌های (۱۰) و (۱۱) لزجت ظاهری بی‌بعد است که با استفاده از پارامترهای بی‌بعد به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\mu_a^* = K \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Y} \right)^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}} \quad (12)$$

همچنین شکل بی‌بعد شرایط مرزی هیدرودینامیکی و دمایی ارائه شده در فرمول (۷) به صورت زیر است.

$$U, V)_{x=0, x=1} = 0, \quad U, V)_{y=0, y=1} = 0, \quad \theta)_{x=0, x=1} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0, y=1} = 0, \quad \theta)_{obstacle} = 1$$

عدد ناسلت موضعی روی دیوار، به عنوان معیاری برای انتقال گرما به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$Nu = \frac{hL}{k} \quad (14)$$

در رابطه (۱۵) h ضریب انتقال گرمای همرفتی است و به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$h = \frac{q''}{(T_h - T_c)} = \frac{-k \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)}{(T_h - T_c)} \quad (15)$$

با استفاده از پارامترهای بی‌بعد و ساده‌سازی، قدر مطلق عدد ناسلت موضعی روی دیواره‌های سرد محفظه به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$Nu = \left| -\left( \frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=0,1} \right| \quad (16)$$

و با انتگرال‌گیری از ناسلت موضعی، اندازه ناسلت متوسط روی دیواره‌های سرد محفظه به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$Nu_m = \left| -\int_0^1 \left( \frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=0,1} dY \right| \quad (17)$$

### ۴- روش حل عددی

برای حل مسئله به روش عددی، ابتدا لازم است تا معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسئله، به معادلات جبری تبدیل شوند. برای این منظور معادلات بی‌بعد (۹) تا (۱۲) به روش حجم کنترل، گسسته‌سازی شده و جملات با استفاده از روش قاعده-توانی تقریب زده شده‌اند. همچنین معادله (۱۳) نیز با استفاده از روش تقریب تفاضل مرکزی بر مبنای بسط تیلور، جبری شده است. میدان حل با استفاده از شبکه دکارتی یکنواخت جابه‌جا شده شبکه‌بندی شده است. معادلات جبری با استفاده از یک کد کامپیوتری به زبان برنامه نویسی فرترن که بر مبنای الگوریتم SIMPLE نوشته شده است، به طور هم‌زمان حل شده‌اند. چون الگوریتم حل بر مبنای روش تکرار استوار است؛ به همین جهت از معیار هم‌گرایی بر مبنای سنجش قانون بقای جرم در تمامی حجم کنترل‌های دامنه حل استفاده شده است. بر این اساس، حل

<sup>۱</sup> Pseudo plastic

<sup>۲</sup> Dilatant

شبکه یکنواخت  $60 \times 60$  استفاده شده است.

عددی زمانی همگرا می‌شود که مقدار تفاضل دبی ورودی و خروجی برای تمامی حجم کنترل‌های دامنه حل از عدد  $10^{-5}$  کوچک‌تر باشد در این صورت سرعت‌های بدست آمده روی مرزهای حجم کنترل، قانون بقای جرم را ارضا کرده و نیازی به تکرار بیشتر نیست.

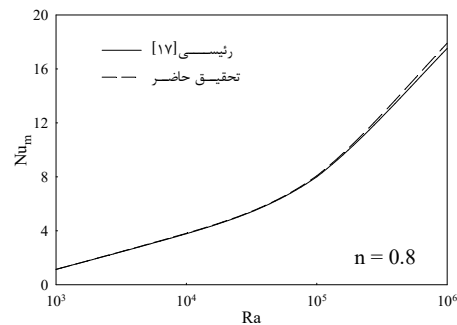
### ۵- اعتبارسنجی و استقلال حل از تعداد نقاط شبکه

برای بررسی صحت نتایج بدست آمده از کد کامپیوتری، برخی از کارهای انجام شده توسط دیگران، به وسیله کد کامپیوتری حاضر، شبیه‌سازی شده است و نتایج بدست آمده از کد کامپیوتری با نتایج آن‌ها مقایسه شده است. برای نمونه، نتایج حاصل از کد کامپیوتری برای یک محفظه مربعی با دیواره‌های جانبی در دمای متفاوت و دیواره‌های افقی عایق و پر شده با سیال غیرنیوتنی مدل تابع نمای، با نتایج مرجع [۱۱] در جدول ۱ مقایسه شده است. همچنین نتایج حاصل از کد کامپیوتری برای یک محفظه مربعی با دیواره‌های جانبی در دمای متفاوت و دیواره‌های افقی عایق و پر شده با سیال غیرنیوتنی مدل تابع نمای که دو مانع دما ثابت بر روی دیواره گرم محفظه قرار دارد، با نتایج مرجع [۱۷] مقایسه شده و نتایج در شکل ۲ ارائه شده است. تطابق خوب نتایج نشان دهنده صحت کد کامپیوتری است.

برای اطمینان از عدم وابستگی نتایج حاصل از حل عددی به تعداد نقاط شبکه، بررسی استقلال حل از تعداد نقاط شبکه برای هر سه مقدار شاخص تابع نمای  $n = 0.8, 1, 1.4$ ،  $Ra = 10^5$ ،  $A = \frac{a}{L} = 0.2$  و  $B = \frac{b}{L} = 0.5$  و  $D = \frac{d}{L} = 0.5$  و فاصله برابر موانع از

جدول ۱- اعتبارسنجی برنامه حاضر با نتایج مرجع [۱۱] ( $Ra = 10^5$ )

$Nu_m$	n=0.8	n=1	n=1.4
توران و همکاران [۱۱]	۱۲/۹۸	۴/۷۲	۱/۳۵
تحقیق حاضر	۱۲/۰۲	۴/۷۵	۱/۳۴
درصد خطا	۰/۳٪	۰/۶٪	۰/۷٪



شکل ۲- اعتبارسنجی برنامه حاضر با نتایج مرجع [۱۷]

خط مرکزی  $X=0.5$ ، در شبکه‌هایی با تعداد نقاط مختلف، انجام شده است. مقادیر ناسلت‌های متوسط و بیشترین مقدار تابع جریان ( $\Psi_{max}$ ) بر حسب تعداد نقاط شبکه، به ترتیب در جداول ۲ و ۳ ارائه شده‌اند. با توجه به این جداول مشاهده می‌شود که برای شبکه با تعداد نقاط بیشتر از  $60 \times 60$  تغییر قابل ملاحظه‌ای در مقادیر ناسلت متوسط و بیشترین مقدار تابع جریان اتفاق نمی‌افتد. بنابراین برای حل عددی از

جدول ۲- تاثیر تعداد نقاط شبکه بر روی ناسلت متوسط دیواره سرد

$$(D=0.5 \text{ و } B=0.5 \text{ و } A=0.2, Ra=10^5)$$

	$20 \times 20$	$40 \times 40$	$60 \times 60$	$80 \times 80$
n=0.8	۸/۱۴	۷/۵۹	۷/۵۳	۷/۵۱
n=1	۶/۳۰	۵/۹۹	۵/۸۷	۵/۸۴
n=1.4	۴/۲۱	۴/۱۲	۴/۰۹	۴/۰۸

جدول ۳- تاثیر تعداد نقاط شبکه بر روی بیشترین مقدار تابع جریان

$$(D=0.5 \text{ و } B=0.5 \text{ و } A=0.2, Ra=10^5)$$

	$20 \times 20$	$40 \times 40$	$60 \times 60$	$80 \times 80$
n=0.8	۱۲/۹	۱۲/۳	۱۲/۱	۱۲
n=1	۶/۵	۶/۲	۶	۶
n=1.4	۱/۹	۱/۷	۱/۶	۱/۶

### ۶- بحث و نتایج

نتایج این تحقیق در قالب اثر تغییر اندازه موانع  $0.1 \leq A \leq 0.3$ ، تغییر فاصله موانع از یکدیگر  $0.2 \leq D \leq 0.8$  و تغییر فاصله موانع از دیواره پایینی محفظه  $0.1 \leq B \leq 0.9$  در سه شاخص تابع نمای  $n = 0.8, 1, 1.4$  و به ازای  $Pr = 100$ ،  $Ra = 10^5$  بر روی میدان‌های جریان و دما و آهنگ انتقال گرما در قسمت‌های ۱-۶ الی ۳-۶ ارائه شده است. سپس در قسمت ۴-۶ اثر تغییرات عدد رایلی و شاخص نمای بر آهنگ انتقال گرما بررسی شده است. گفتنی است که، فاصله دو مانع از خط مرکزی عمودی محفظه ( $X=0.5$ ) همواره با هم برابر است.

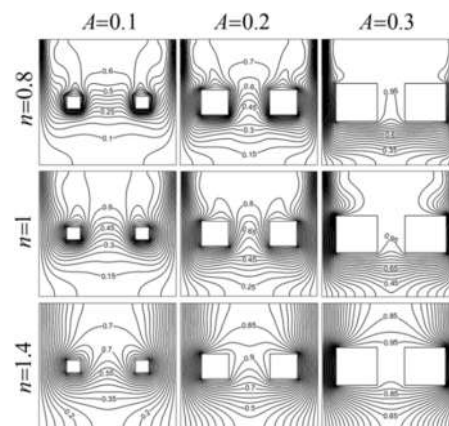
#### ۶-۱- اثر تغییر اندازه موانع

در این قسمت فاصله موانع از یکدیگر و فاصله موانع از دیواره پایینی محفظه ثابت و به ترتیب برابر  $D=0.5, B=0.5$  در نظر گرفته شده است. در شکل ۳ خطوط هم‌دما برای سه اندازه متفاوت موانع  $A = 0.1, 0.2, 0.3$  در سه شاخص تابع نمای  $n = 0.8, 1, 1.4$  رسم شده است. در هر سه شاخص تابع نمای با افزایش اندازه موانع تراکم خطوط در کنار دیواره‌های سرد بیشتر شده است. این امر می‌تواند باعث افزایش انتقال گرما گردد. در شاخص تابع نمای پایین‌تر به دلیل لزجت پایین‌تر و به طبع آن، سرعت بیشتر سیال، جابه‌جایی طبیعی تقویت شده و خطوط هم‌دما بیشتر به صورت افقی درآمده‌اند. همچنین تراکم خطوط بیشتر در قسمت فوقانی دیواره‌های سرد مشاهده می‌شود. با افزایش شاخص تابع نمای، جابه‌جایی تضعیف شده و تراکم خطوط در قسمت مرکزی دیواره‌های سرد بیشتر می‌شود.

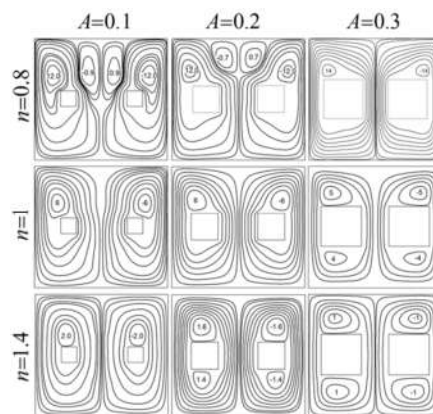
در شکل ۴ خطوط جریان در سه شاخص تابع نمای  $n = 0.8, 1, 1.4$  برای سه اندازه متفاوت موانع  $A = 0.1, 0.2, 0.3$  رسم

شده است. در تمامی موارد یک گردابه ساعت‌گرد حول مانع سمت راست و یک گردابه پادساعت‌گرد حول مانع سمت چپ تشکیل شده است. اعداد نوشته شده در مرکز گردابه‌ها بیانگر بیشترین مقدار تابع جریان ( $\psi_{max}$ ) هستند. در شاخص تابع نمایی یک و کوچک‌تر از یک، علاوه بر گردابه‌های ایجاد شده حول موانع، دو گردابه کوچک‌تر در نزدیکی گردابه‌های بزرگ‌تر تشکیل شده، که جهت گردش خلاف جهت گردش گردابه‌های بزرگ‌تر دارند. با افزایش اندازه موانع، افزایش قدرت گردش گردابه‌ها در  $n=0.8$  و کاهش قدرت گردش آن‌ها در  $n=1, 1.4$  مشاهده می‌شود. در شاخص‌های تابع نمایی  $n=0.8, 1$  لزجت ظاهری سیال کم و قدرت گردابه‌ها زیاد است. در این حالت گردابه‌ها به راحتی اطراف موانع شکل می‌گیرند. به همین خاطر تغییرات  $\psi_{max}$  نسبت به افزایش اندازه موانع محسوس نیست. اما با افزایش شاخص تابع نمایی لزجت ظاهری سیال افزایش یافته و گردابه‌ها به سختی اطراف موانع تشکیل می‌شوند. لذا در این حالت تغییر  $\psi_{max}$  چشم‌گیرتر است. با افزایش شاخص تابع نمایی به دلیل افزایش لزجت سیال، قدرت گردابه‌ها در تمامی اندازه‌های موانع کاهش می‌یابد.

برای بررسی بهتر خطوط جریان، در شکل‌های ۵ الف و ب تغییرات سرعت بی‌بعد در طول مقطع میانی محفظه ( $Y=0.5$ ) در دو اندازه مختلف موانع و شاخص‌های تابع نمایی متفاوت رسم شده است. در



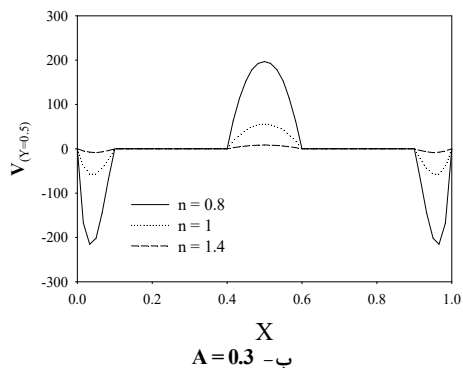
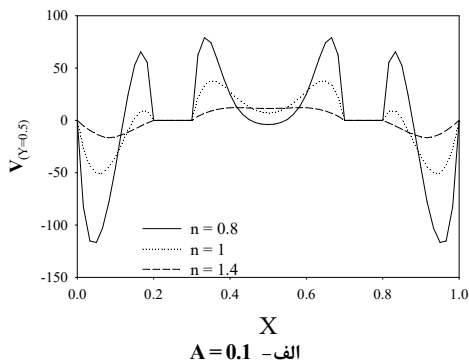
شکل ۲ - خطوط هم‌دما برای اندازه متفاوت موانع در شاخص‌های تابع نمایی مختلف ( $B=0.5, D=0.5$ )



هر دو اندازه موانع، با افزایش شاخص تابع نمایی و افزایش لزجت ظاهری سیال غیرنیوتنی، کاهش تغییرات سرعت و کاهش مقدار ماکزیمم سرعت قابل مشاهده است. این امر با توجه به خطوط جریان رسم شده در شکل ۴ ناشی از کاهش قدرت گردابه‌های چرخشی است. همچنین با توجه به خطوط جریان، مشخص است که وجود گردابه‌های کوچک‌تر، در شاخص‌های تابع نمایی پایین‌تر و اندازه کوچک‌تر موانع، سبب ایجاد نوسانات سرعت در قسمت میانی محفظه و فاصله بین موانع و دیواره‌های جانبی شده است؛ که با افزایش اندازه موانع یا افزایش شاخص تابع نمایی، گردابه‌های کوچک‌تر تضعیف شده و نوسانات سرعت نیز از بین می‌روند.

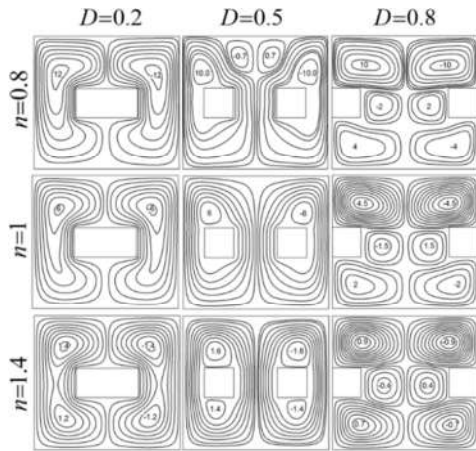
در جدول ۴ مقادیر ناسلت متوسط بدست آمده روی دیواره سرد برای اندازه‌های متفاوت موانع در شاخص‌های تابع نمایی مختلف آورده شده است. با توجه به این جدول مشخص است که با افزایش اندازه موانع، در هر سه شاخص تابع نمایی، مقدار ناسلت متوسط افزایش یافته است. این موضوع به خاطر افزایش سطح تماس سیال و موانع اتفاق می‌افتد. در شاخص‌های تابع نمایی کوچک‌تر به سبب لزجت پایین‌تر، سرعت سیال بیشتر بوده و به راحتی در اطراف موانع گردش می‌کند؛ لذا انتقال گرما بین موانع و سیال بهتر صورت می‌پذیرد. به همین دلیل مقدار عدد ناسلت متوسط در شاخص‌های تابع نمایی کوچک‌تر، چشم‌گیرتر است.

شکل ۴ - خطوط جریان برای اندازه متفاوت موانع در شاخص‌های تابع نمایی مختلف ( $B=0.5, D=0.5$ )



شکل ۵ - تغییرات سرعت بی‌بعد در مقطع میانی محفظه  $Y=0.5$   
الف -  $A=0.1$  ب -  $A=0.2$  ( $B=0.5, D=0.5$ )

شکل ۶- خطوط هم‌دما برای فاصله متفاوت موانع از یکدیگر در شاخص‌های تابع نمایی مختلف ( $A = 0.2, B = 0.5$ )



شکل ۷- خطوط جریان برای فاصله متفاوت موانع از یکدیگر در شاخص‌های تابع نمایی مختلف ( $A = 0.2, B = 0.5$ )

با توجه به جدول ۵ که نشان دهنده مقادیر ناسلت متوسط برای فاصله متفاوت موانع از یکدیگر در شاخص‌های تابع نمایی متفاوت است، در شاخص‌های تابع نمایی  $n=0.8$  و  $n=1$  بیشترین میزان عدد ناسلت متوسط زمانی است که دو مانع از یکدیگر و دیواره‌های جانبی فاصله داشته باشند. زیرا با چسبیدن موانع به دیواره‌های سرد دمای قسمتی از دیواره که با مانع در تماس است، با دمای مانع برابر شده و در این حالت انتقال گرما بین مانع و دیواره صورت نمی‌گیرد. همچنین با چسبیدن موانع به یکدیگر یا چسبیدن موانع به دیواره‌های جانبی، سطح تماس سیال و موانع کم شده و انتقال گرمای همرفتی طبیعی کاهش می‌یابد. از طرفی با نزدیک شدن موانع به دیواره‌های سرد، انتقال گرمای رسانشی بین اضلاع دیگر مانع و دیواره افزایش می‌یابد. در  $D=0.8$  و شاخص‌های تابع نمایی  $n=0.8$  و  $n=1$  که سیال لزجت کمتری داشته و انتقال گرمای همرفتی طبیعی سهم بیشتری از انتقال گرما را به نسبت انتقال گرمای رسانشی بر عهده دارد؛ مجموع این عوامل سبب کاهش عدد ناسلت متوسط می‌شود. اما در شاخص تابع نمایی  $n=1.4$  سهم انتقال گرمای رسانشی بیشتر بوده و این عوامل سبب افزایش عدد ناسلت متوسط می‌شوند.

جدول ۵- تغییرات ناسلت متوسط بر حسب تغییر فاصله موانع از یکدیگر در سه شاخص تابع نمایی  $n = 0.8, 1, 1.4$  ( $A = 0.2, B = 0.5$ )

	$n=0.8$	$n=1$	$n=1.4$
$D=0.2$	۵/۶۸	۳/۹۱	۲/۴۵
$D=0.5$	۷/۵۳	۵/۸۷	۴/۰۹
$D=0.8$	۶/۴۹	۵/۳۱	۴/۵۰

### ۳-۶- اثر تغییر فاصله موانع از دیواره پایین محفظه

در این قسمت اثر تغییر فاصله موانع از دیواره پایینی محفظه بر میدان جریان و دما و آهنگ انتقال گرما از محفظه بررسی می‌شود.

جدول ۴- مقادیر ناسلت متوسط روی دیواره سرد برای اندازه مختلف موانع در شاخص‌های تابع نمایی متفاوت ( $B = 0.5, D = 0.5$ )

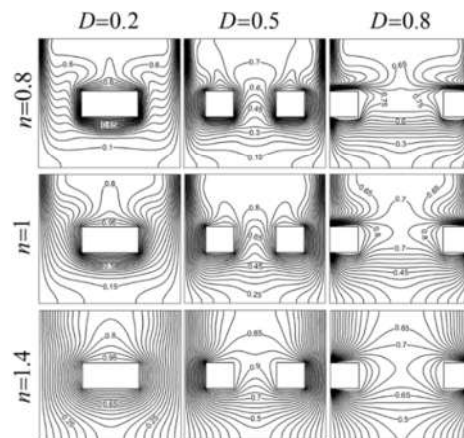
	$A=0.1$	$A=0.2$	$A=0.3$
$n=0.8$	۵/۶۷	۷/۵۳	۱۱/۹۲
$n=1$	۳/۹۳	۵/۸۷	۷/۸۴
$n=1.4$	۲/۸۷	۴/۰۹	۵/۹۷

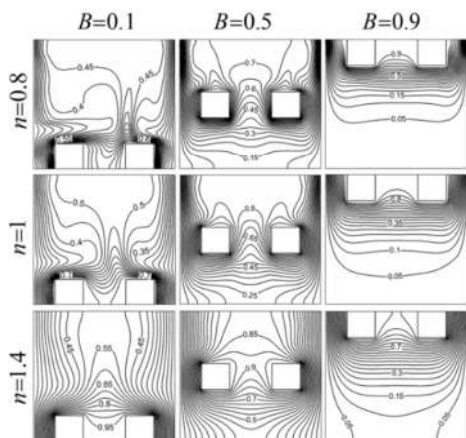
### ۲-۶- اثر تغییر فاصله موانع از یکدیگر

در این قسمت اثر تغییر فاصله موانع بر میدان جریان و دما در حالی بررسی می‌شود که اندازه موانع و فاصله آن‌ها از دیواره پایینی محفظه ثابت و برابر  $A=0.2, B=0.5$  در نظر گرفته شده است. در حالتی که موانع بر روی دیواره‌های جانبی محفظه قرار می‌گیرند، دمای قسمتی از دیواره‌ها که موانع بر روی آن قرار دارند با دمای موانع برابر می‌شود.

در شکل ۶ خطوط هم‌دما برای سه فاصله متفاوت موانع از یکدیگر  $D=0.2, 0.5, 0.8$  در سه شاخص تابع نمایی  $n=0.8, 1, 1.4$  رسم شده است. در هر سه موقعیت قرارگیری موانع با افزایش شاخص تابع نمایی، خطوط هم‌دما بیشتر به صورت موازی با دیواره‌های سرد درآمدند زیرا لزجت سیال با افزایش شاخص تابع نمایی افزایش یافته و جابه‌جایی آزاد تضعیف می‌شود؛ در این حالت، رسانش مکانیزم غالب انتقال گرما است. بیشترین تراکم خطوط هم‌دما در کنار دیواره‌های سرد در  $D=0.5$  اتفاق می‌افتد. زیرا در این حالت به نسبت زمانی که موانع بر روی دیواره‌های سرد قرار گرفته‌اند یا به یکدیگر چسبیده‌اند، سطح تماس سیال با موانع بیشتر است و انتقال گرما بین موانع و سیال بهتر صورت می‌گیرد. در این حالت در شاخص‌های تابع نمایی کوچک‌تر به علت لزجت پایین‌تر سیال غیرنیوتنی، نیروی شناوری تقویت شده و تراکم خطوط هم‌دما در قسمت فوقانی دیواره‌های سرد واقع می‌شود.

شکل ۷ نشان دهنده خطوط جریان برای فواصل متفاوت موانع از یکدیگر در شاخص‌های تابع نمایی مختلف است. مشخص است که تغییر فاصله موانع تاثیر محسوسی بر  $|w|_{\max}$  ندارد. تنها با افزایش فاصله موانع گردابه‌های بیشتری در محفظه شکل می‌گیرد.





شکل ۹- خطوط جریان برای فاصله متفاوت موانع از دیواره پایینی محفظه در شاخص‌های تابع نمایی  $n = 0.8, 1, 1.4$  ( $A = 0.2, D = 0.5$ )

در جدول ۶ مقادیر ناسلت متوسط روی دو دیواره سرد جانبی در شاخص‌های تابع نمایی  $n = 0.8, 1, 1.4$  برای  $B = 0.1, 0.5, 0.9$  آورده شده است. با توجه به شکل‌های ۸ و ۹ و عدم تقارن خطوط جریان و هم‌دما در شاخص‌های تابع نمایی یک و کوچک‌تر از یک عدم برابری ناسلت‌ها متوسط بدست آمده روی دو دیواره سرد جانبی قابل انتظار است. اما نکته دیگر، کاهش قابل توجه ناسلت متوسط با چسبیدن موانع به دیواره‌های بالایی و پایینی نسبت به زمانی است که موانع از دیواره‌ها فاصله دارند، است. این موضوع ناشی از کاهش سطح تماس سیال و موانع و در نتیجه کاهش انتقال گرمای همرفتی بین سیال و موانع است. کاهش عدد ناسلت متوسط در هنگام چسبیدن موانع به دیواره بالایی به نسبت قرار گرفتن موانع روی دیواره پایینی، بیشتر است.

#### ۴-۶- تغییرات عدد رایلی

تغییرات عدد رایلی و شاخص تابع نمایی، دو عامل مهم در انتقال گرمای سیالات غیرنیوتنی هستند و گرچه در این تحقیق عمده تمرکز بر تغییرات ابعاد هندسی و تاثیرات آن‌ها بر انتقال گرمای این سیالات

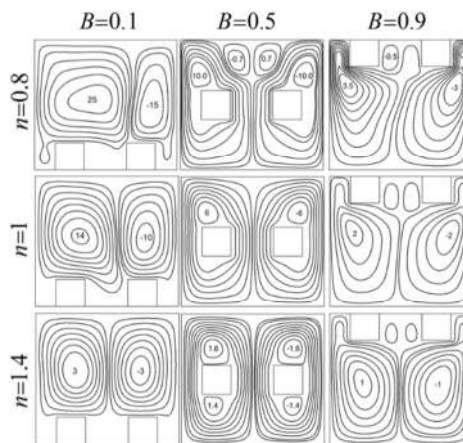
جدول ۶- مقادیر ناسلت متوسط روی دیواره سرد برای فاصله مختلف موانع از دیواره پایینی محفظه در شاخص‌های تابع نمایی متفاوت

		$(A = 0.2, D = 0.5)$		
		B=0.1	B=0.5	B=0.9
X=0	n=0.8	۴/۸۳	۷/۵۳	۳/۷۵
	n=1	۴/۰۱	۵/۸۷	۳
	n=1.4	۳/۱۳	۴/۰۹	۲/۷۴
X=1	n=0.8	۵/۰۲	۷/۵۳	۳/۴۵
	n=1	۴/۱۶	۵/۸۷	۲/۹۱
	n=1.4	۳/۱۳	۴/۰۹	۲/۷۴

بوده است، اما به منظور کامل شدن بحث اثر تغییر عدد رایلی در شاخص‌های تابع نمایی مختلف بر انتقال گرما از محفظه نیز در یک حالت هندسی ( $A = 0.2, B = 0.5, D = 0.5$ ) بررسی می‌شود. در جدول ۷ تغییرات ناسلت متوسط روی دیواره سرد محفظه با

بررسی می‌شود. در اینجا اندازه موانع و فاصله موانع از یکدیگر ثابت به ترتیب برابر  $A = 0.2, D = 0.5$  فرض شده است.

در شکل‌های ۸ و ۹ خطوط هم‌دما و خطوط جریان برای  $B = 0.1, 0.5, 0.9$  در شاخص‌های تابع نمایی  $n = 0.8, 1, 1.4$  رسم شده است. با چسبیدن موانع روی دیواره‌های عایق، به خصوص دیواره پایین، عدم تقارن خطوط هم‌دما و خطوط جریان نسبت به خط مرکزی محفظه در  $X = 0.5$ ، به ویژه در شاخص‌های تابع نمایی کوچک‌تر، به چشم می‌خورد. در این حالت گردابه‌های ایجاد شده در سمت چپ محفظه نسبت به گردابه ایجاد شده در سمت راست از قدرت بیشتری برخوردارند. این عدم تقارن در خطوط جریان و هم‌دما در حالی اتفاق می‌افتد که تمامی شرایط مرزی هیدرودینامیکی و دمایی مسئله و مکان قرارگیری موانع نسبت به خط مرکزی عمودی محفظه، کاملاً متقارن است. به نظر نویسندگان، این عدم تقارن نتایج می‌تواند ناشی از نزدیک بودن عدد رایلی جریان نسبت به عدد رایلی بحرانی جریان در محفظه با توجه به هندسه داخلی آن باشد. این امر سبب می‌شود که بی‌ثباتی در جواب‌ها ایجاد شده و جواب نامتقارن حاصل شود. چنین عدم تقارنی در مسایل متقارن توسط برخی از محققین دیگر نیز گزارش شده است [۴، ۶]. با افزایش شاخص تابع نمایی عدم تقارن خطوط جریان و هم‌دما کاهش یافته و در نهایت از بین می‌رود. این موضوع می‌تواند نشانه تاثیرپذیری عدد رایلی بحرانی محفظه از شاخص تابع نمایی سیال غیرنیوتنی باشد.



شکل ۸- خطوط هم‌دما برای فاصله متفاوت موانع از دیواره پایینی محفظه در شاخص‌های تابع نمایی  $n = 0.8, 1, 1.4$  ( $A = 0.2, D = 0.5$ )



شود. درصد کاهش عدد ناسلت متوسط در شاخص تابع نمایی  $n=1.4$  به نسبت شاخص تابع نمایی  $n=0.8$  و همچنین در زمان قرار دادن موانع روی ضلع بالایی به نسبت زمانی که موانع روی ضلع پایینی محافظه قرار می‌گیرند بیشتر است.

۴- با قرار دادن موانع روی ضلع پایینی و بالایی محافظه در شاخص تابع نمایی کم عدم تقارن در خطوط جریان و هم‌دما نسبت به خط مرکزی و عدم برابری عدد ناسلت متوسط روی دو دیواره جانبی محافظه به وجود می‌آید. این در حال است که هندسه مسئله و شرایط مرزی سرعت و دمایی درون محافظه کاملاً متقارن بوده است. این عدم تقارن نتایج می‌تواند ناشی از نزدیک شدن عدد رایلی به عدد رایلی بحرانی جریان در محافظه باشد. با افزایش شاخص تابع نمایی این عدم تقارن از بین رفته که نشان دهنده تاثیرپذیری عدد رایلی بحرانی از شاخص تابع نمایی سیال غیرنیوتنی است.

۵- تغییرات ناسلت متوسط روی دیواره‌های سرد محافظه در اعداد رایلی متفاوت نشان می‌دهد که در اعداد رایلی بالاتر و شاخص‌های تابع نمایی پایین‌تر، بیشترین میزان انتقال گرما از محافظه صورت می‌گیرد.

## ۸- مراجع

- [1] Jahanbakhshi A., Ahmadi Nadooshan A., Numerical study of non-Newtonian fluid convection by power law model in a square enclosure with central heating source, Modares Mechanical Engineering Journal, Vol. 17, No. 11, pp. 343-352, 2018 (in Persian).
- [2] Davoodi M., Ghasemi B., Reisi A., Conjugate conduction and natural convection heat transfer in a cavity filled with nanofluid and purefluid which separated with an obstacle, Tabriz Mechanical Engineering Journal, Vol. 51, No. 94, pp. 87-96, 2021 (in Persian).
- [3] Holtzman G.A., Hill R.W., Ball K.S., Laminar natural convection in isosceles triangular enclosures heated from below and symmetrically cooled from above, Journal of Heat Transfer, Vol.122 (3), pp. 485-491, 2000.
- [4] Varol Y., Oztop H.F., Koca A., Entropy production due to free convection in partially heated isosceles triangular enclosures, Applied Thermal Engineering, Vol. 28, pp. 1502-1513, 2008.
- [5] Saravanan S., Vidhya Kumar A.R., Natural convection in square cavity with heat generating baffles, Applied Mathematics and Computation, Vol. 244, pp.1-9, 2014.
- [6] Aminossadati S.M., Ghasemi B., Natural convection of water-CuO Nano fluid in a cavity with two pairs of heat source-sink, International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 38, pp. 672-678, 2011.
- [7] Fallah K., Simulation of Non-Newtonian Flow and Heat Transfer over a Rotating Circular Cylinder using Lattice Boltzmann Method, Journal of Mechanical Engineering, Vol.48, No. 2, pp. 209-218, 2018.
- [8] Alloui Z., Vasseur P., Natural convection of Carreau-Yasuda Non Newtonian fluids in vertical cavity heated from the sides, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 84, pp. 912-924, 2015.
- [9] Ozoe H., Churchill S.W., Hydrodynamic stability and natural convection in Ostwald-de Waele and Ellis fluids, the development of numerical solution, AIChE Journal, Vol. 18, pp. 1196-1207, 1972.
- [10] Lamsaadi M., Naimi M., Hasnaoui M., Natural convection heat transfer in shallow horizontal rectangular enclosures uniformly heated from the side and filled with non-Newtonian power law fluids, Energy conversion and Management, Vol. 47, No. 15, pp. 2535-2551, 2006.
- [11] Turan O., Sachdeva A., Chakraborty N., Poole R. J., Laminar natural convection of power-law fluids in square enclosure with differentially heated side walls subjected to

تغییر شاخص تابع نمایی در اعداد رایلی مختلف آورده شده است. مشخص است که در اعداد رایلی پایین‌تر، تغییرات شاخص تابع نمایی تاثیر چندانی بر آهنگ انتقال حرارت از محافظه ندارد؛ زیرا لزجت سیالات غیرنیوتنی تابع آهنگ برش سیال است و در این حالت به سبب پایین بودن آهنگ برش سیال، تغییر شاخص تابع نمایی تاثیری بر لزجت سیال ندارد. با افزایش عدد رایلی، آهنگ برش سیال افزایش یافته و تاثیر تغییرات شاخص تابع نمایی بر لزجت سیال افزایش می‌یابد. در این حالت با کاهش شاخص تابع نمایی، لزجت سیال کاهش یافته و جابه‌جایی درون محافظه تقویت می‌شود. این عامل سبب افزایش چشمگیر انتقال گرمای محافظه در اعداد رایلی بالا و شاخص‌های تابع نمایی پایین می‌گردد. با افزایش شاخص تابع نمایی، لزجت سیال افزایش یافته و جابه‌جایی تضعیف می‌شود و لذا آهنگ انتقال گرما از محافظه و ناسلت متوسط روی دیواره سرد کاهش می‌یابد.

جدول ۷- عدد ناسلت متوسط در اعداد رایلی و شاخص‌های تابع نمایی مختلف ( $A = 0.2, B = 0.5, D = 0.5$ )

	n=0.8	n=0.9	n=1	n=1.2	n=1.4
Ra = 10 <sup>3</sup>	۳/۷۵	۳/۷۴	۳/۷۴	۳/۷۴	۳/۷۴
Ra = 10 <sup>4</sup>	۴/۸۲	۴/۳۰	۳/۹۹	۳/۷۹	۳/۷۵
Ra = 10 <sup>5</sup>	۷/۵۳	۶/۵۸	۵/۸۷	۴/۷۴	۴/۰۹
Ra = 10 <sup>6</sup>	۱۳/۴۱	۱۰/۸۲	۸/۷۵	۶/۵۶	۵/۵۴

## ۷- نتیجه‌گیری

در این تحقیق جابه‌جایی آزاد سیال غیرنیوتنی مدل تابع نمایی در یک محافظه مربعی با دو مانع دما ثابت مربعی درون آن به روش عددی بررسی شد. اثر تغییر اندازه موانع، فاصله موانع از یکدیگر، فاصله موانع از دیواره پایین محافظه و تغییر عدد رایلی و شاخص تابع نمایی بر آهنگ انتقال گرمای محافظه و میدان جریان و دما مورد مطالعه قرار گرفت. بر اساس نتایج بدست آمده می‌توان موارد زیر را جمع بندی کرد:

۱- افزایش اندازه موانع در شاخص تابع نمایی  $n=1.4$  سبب تضعیف جابه‌جایی آزاد و تقویت انتقال گرمای رسانشی و در شاخص‌های تابع نمایی  $n=1$  و  $n=0.8$  سبب تقویت جابه‌جایی آزاد درون محافظه می‌شود و در هر سه شاخص تابع نمایی عدد ناسلت متوسط را افزایش می‌دهد. افزایش عدد ناسلت متوسط در  $n=0.8$  چشم‌گیرتر است.

۲- تغییر فاصله موانع و قرار دادن آن‌ها در کنار یکدیگر در هر سه شاخص تابع نمایی، به سبب کاهش سطح تماس سیال و موانع و به طبع آن تضعیف جابه‌جایی آزاد درون محافظه، باعث کاهش عدد ناسلت متوسط می‌شود. همچنین به علت بیشتر بودن سهم جابه‌جایی در انتقال گرما در شاخص تابع نمایی  $n=0.8$ ، چسباندن موانع به دیواره‌های جانبی سبب کاهش عدد ناسلت متوسط و به علت بیشتر بودن سهم رسانش در انتقال گرما در شاخص تابع نمایی  $n=1.4$ ، این کار سبب افزایش مختصر عدد ناسلت متوسط می‌شود.

۳- قرار دادن موانع بر روی دو ضلع افقی محافظه، در هر سه شاخص تابع نمایی سبب کاهش چشمگیر انتقال گرما از محافظه می‌

- constant temperatures, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 166, pp. 1049–1063, 2011.
- [12] Pishkar, I. Ghasemi B., Numerical Investigation of Free Convection of Non-Newtonian Thickening Power Law Fluids in an Asymmetrical Enclosure under Various Inclinations, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 2, pp. 115-126, 2018 (in Persian).
- [13] Yang L., Du K., A comprehensive review on the natural, forced, and mixed convection of non Newtonian fluids (Nano fluids) inside different cavities, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 140, No. 10, pp. 2033-2054, 2020.
- [14] Pishkar I., Ghasemi B., Raisi A., Aminossadati S.M., Numerical study of unsteady natural convection heat transfer of Newtonian and non-Newtonian fluids in a square enclosure under oscillating heat flux, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 138, No. 2, pp. 1697-1710, 2019.
- [15] Gangawane K. M., Oztop H. F., Mixed convection in the semi-circular lid-driven cavity with heated curved wall subjugated to constant heat flux for non-Newtonian power-law fluids, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol.28, No. 5, pp. 1225-1240, 2020.
- [16] Sasmal C., Gupta A.K., Chhabra R.P., Natural convection heat transfer in a power-law fluid from a heated rotating cylinder in a square duct, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 129, pp. 975-976, 2019.
- [17] Raisi A., The influence of pair constant temperature baffles on power-law fluids natural convection in square enclosure, *Modares Mechanical Engineering Journal*, Vol. 15, No. 11, pp. 215-224, 2017 (in Persian).