

کنترل زیربهبینه سیستم‌های سوئیچ‌شونده خطی نامعین

مریم بلوچ زاده^۱، دانشجو دکتری مهندسی برق، علی کریم پور^۲، دانشیار، ناصر پریز^۳، استاد

۱- دانشکده مهندسی برق - دانشگاه فردوسی مشهد - مشهد - ایران - maryam.baluchzadeh@mail.um.ac.ir

۲- دانشکده مهندسی برق - دانشگاه فردوسی مشهد - مشهد - ایران - karimpor@um.ac.ir

۳- دانشکده مهندسی برق - دانشگاه فردوسی مشهد - مشهد - ایران - n-pariz@um.ac.ir

چکیده: در این مقاله کنترل زیربهبینه ای برای کلاسی از سیستم سوئیچ‌شونده خطی نامعین که شامل اغتشاش خارجی، عدم قطعیت پارامتری و جمله غیرخطی نامعلوم محدود با مرتبه ۲ و یا بالاتر ناشی از خطای مدل‌سازی است، ارائه می‌شود. سیگنال سوئیچ و ورودی کنترل، به‌منظور مینیمم‌سازی تابع هزینه طراحی می‌شوند. روش برنامه‌ریزی پویا به‌منظور کنترل زیربهبینه سیستم‌های سوئیچ‌شونده معین به‌صورت مؤثری استفاده شده است. به‌کارگیری روش برنامه‌ریزی پویا برای سیستم سوئیچ‌شونده نامعین مشکلاتی در پی دارد. در این مقاله برای غلبه بر این مشکلات، یک روش مناسب معرفی می‌شود. اساس کار به جبران نامعینی‌های سیستم سوئیچ‌شونده خطی نامعین به‌وسیله کنترل‌کننده تأخیر زمانی مقاوم می‌پردازد. سپس با روش برنامه‌ریزی پویا سیگنال‌های کنترل و کلیدزنی طراحی می‌شوند. به‌عنوان مثال کاربردی، روش کنترل پیشنهادی را به‌منظور کنترل سیستم جرم، فنر و دمپر به‌کار می‌بریم. کارایی روش پیشنهادی با انجام بحثی پیرامون محدودبودن حالت‌ها و نتایج شبیه‌سازی بررسی می‌شود.

واژه‌های کلیدی: کنترل زیربهبینه، سیستم سوئیچ‌شونده خطی نامعین، برنامه‌ریزی پویا، کنترل تأخیر زمانی مقاوم، سیستم جرم- فنر- دمپر.

Sub-Optimal Control of Uncertain Linear Switching Systems

M. Baluchzadeh, PhD Candidate¹, A. Karimpour, Associate professor², N. Pariz, professor³

1- Department of Electrical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran,
Email: Maryam.baluchzadeh@mail.um.ac.ir

2- Department of Electrical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran, Email: karimpor@um.ac.ir

3- Department of Electrical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran, Email: n-pariz@um.ac.ir

Abstract: In this paper, a sub-optimal control for a class of uncertain linear switching systems is presented that it includes external disturbance, parametric uncertainty and bounded uncertain nonlinear term with order 2 or higher due to modeling error. Switching signal and control input are designed to minimize a given cost function. Dynamic programming has been efficiently applied to certain switching systems as an optimal control strategy. There are difficulties to apply dynamic programming to uncertainty switching systems. To overcome the problems, this paper presents an appropriate method. The uncertainties of uncertain linear switching systems are compensated by robust time-delay controller. Then Switching signal and control input are design by using dynamic programming. As one practical example, we apply the proposed control approach to control of Mass-spring-damper system. The Stability analysis and simulation verify effectiveness of the proposed control approach.

Keywords: Sub-optimal control, uncertain linear switching system, dynamic programming, robust time-delay control, mass-spring-damper system.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۶/۰۷/۰۵

تاریخ اصلاح مقاله:

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۹/۰۴

نام نویسنده مسئول: علی کریم پور

نشانی نویسنده مسئول: ایران - مشهد - دانشگاه فردوسی مشهد - دانشکده مهندسی - گروه برق.

۱- مقدمه

سیستم سوئیچ‌شونده شامل چندین زیرسیستم پیوسته یا گسسته و قانون کلیدزنی است که زیرسیستم فعال توسط این قانون تعیین می‌گردد. محدوده وسیعی از مسائل عملی مانند سیستم‌های بیولوژیکی، کنترل ترافیک هوایی، سیستم‌های کنترل شبکه و سیستم‌های قدرت به صورت سیستم‌های سوئیچ‌شونده مدل می‌شوند [۱-۳].

با توجه به اهمیت بررسی سیستم‌های سوئیچ‌شونده در زمینه‌های نظری و کاربردهای مهندسی، توجه بسیاری از محققان در زمینه آنالیز پایداری و طراحی کنترل سیستم‌های مذکور جلب شده است [۴-۸].

اکثر مقالات در زمینه سیستم‌های سوئیچ‌شونده بدون ورودی خارجی تمرکز می‌کنند، به عنوان مثال مقالات [۹-۱۰] با استفاده از الگوریتم کاهش گرادیان تنها به طراحی زمان‌های کلیدزنی به منظور کنترل بهینه سیستم‌های سوئیچ‌شونده بدون ورودی خارجی پرداخته‌اند. در مقاله [۱۱] بر اساس اصل بهینگی بلمن به طراحی سیگنال کلیدزنی شامل زمان و دنباله مد کلیدزنی به منظور کنترل بهینه سیستم سوئیچ‌شونده غیرخطی با زیرسیستم‌های بدون ورودی خارجی پرداخته شده است. کنترل بهینه سیستم سوئیچ‌شونده با ورودی خارجی با استفاده از کنترل بهینه در جهه دو خطی گسسته، الگوریتم برنامه‌ریزی پویا تقریبی و رهیافت نامساوی ماتریسی خطی در مراجع [۱۲]، [۱۳] و [۱۴] ارائه شده است.

در برخی مقالات که در زمینه کنترل بهینه سیستم‌های سوئیچ‌شونده ارائه شده است، سیستم سوئیچ‌شونده را به صورت ترکیبی از زیرسیستم‌های خطی در نظر می‌گیرند [۱۶-۱۴] و در بعضی دیگر از مقالات سیستم سوئیچ‌شونده به صورت ترکیبی از زیرسیستم‌های غیرخطی است [۲۴-۱۷].

در بسیاری از تحقیقات انجام‌گرفته سیگنال کلیدزنی را از قبل معلوم فرض می‌کنند و اهداف کنترلی را با این فرض دنبال می‌کنند و در تعدادی دیگر از جمله مقاله [۲۵] تنها متغیر طراحی زمان کلیدزنی است و سیستم سوئیچ‌شونده در نظر گرفته شده تنها دارای دو زیرسیستم است که در آن تنها یک کلیدزنی مجاز است و متغیر طراحی زمان کلیدزنی است. همان‌طور که روشن است استفاده از تمامی پارامترهای طراحی شامل زمان کلیدزنی، دنباله مد کلیدزنی و ورودی خارجی صرف‌نظر از پیچیده شدن مسئله، کمک شایانی به منظور دستیابی به حداقل مقدار تابع هزینه می‌کند.

در اکثر مقالات مذکور هدف طراحی سیگنال سوئیچ جهت دستیابی به پایداری و کنترل بهینه سیستم سوئیچ‌شونده معین بوده است. در تعداد کمی از مقالات از جمله مقالات [۲۵] و [۲۶] نامعینی به ترتیب به صورت اغتشاش خارجی و عدم قطعیت پارامتری در نظر گرفته شده است.

در صورتی که به منظور کنترل بهینه سیستم‌های سوئیچ‌شونده در کاربردهای عملی، نیاز است که سیستم سوئیچ‌شونده در حضور اغتشاش

خارجی، عدم قطعیت پارامتری و جمله غیرخطی نامعلوم محدود با مرتبه ۲ و یا بالاتر ناشی از خطای مدل‌سازی در نظر گرفته شود.

همچنین در بسیاری از تحقیقات انجام‌گرفته برخلاف بحث پایداری سیستم‌های سوئیچ‌شونده، توجه کمی به عملکرد مطلوب از لحاظ در نظر گرفتن زمان ماندگاری در این سیستم‌ها، شده است. در اکثر آن‌ها به دلیل نداشتن قوانینی برای اعمال زمان ماندگاری، سیستم سوئیچ‌شونده از نظر عملی کاربرد نامطلوبی دارد. حداقل زمان بدون کلیدزنی و یا ثابت ماندن زیرسیستم فعال را زمان ماندگاری می‌نامند.

لازم به ذکر است که در این مقاله سیستم سوئیچ‌شونده به صورت گسسته در نظر گرفته شده است، بنابراین در این مقاله حداقل زمان ماندگاری برابر با پیوند نمونه‌برداری است. همچنین با استفاده از پارامترهای طراحی شامل زمان کلیدزنی، دنباله مد کلیدزنی و ورودی خارجی به کنترل زیربهینه سیستم سوئیچ‌شونده خطی نامعین با ورودی خارجی در حضور اغتشاش خارجی، عدم قطعیت پارامتری و جمله غیرخطی نامعلوم محدود با مرتبه ۲ و یا بالاتر ناشی از خطای مدل‌سازی، می‌پردازد. بدین ترتیب در این مقاله رنج وسیعی از نامعینی‌ها در نظر گرفته می‌شود.

ما به دنبال طراحی کنترل زیربهینه سیستم‌های سوئیچ‌شونده خطی نامعین با ورودی خارجی هستیم. به منظور رسیدن به این هدف روش برنامه‌ریزی پویا را به سیستم‌های سوئیچ‌شونده خطی بسط می‌دهیم. شایان‌ذکر است از آنجاکه روش برنامه‌ریزی پویا بر اساس مدل است، در این راه ابتدا سیستم سوئیچ‌شونده به صورت سیستم‌های سوئیچ‌شونده خطی نامعین با ورودی خارجی مدل می‌شود. اغتشاش خارجی، عدم قطعیت پارامتری و جمله غیرخطی نامعلوم محدود با مرتبه ۲ و یا بالاتر ناشی از خطای مدل‌سازی به عنوان کل نامعینی در مدل در نظر گرفته می‌شود. سپس نامعینی آن جبران می‌شود تا بتوان از توسعه روش برنامه‌ریزی پویا به منظور کنترل زیربهینه سیستم سوئیچ‌شونده، استفاده کرد.

ساختار مقاله به این ترتیب سازمان‌دهی شده است. در بخش دوم مدل‌سازی سیستم سوئیچ‌شونده خطی نامعین با ورودی خارجی بررسی شده است. در بخش سوم طراحی کنترل‌کننده زیربهینه سیستم سوئیچ‌شونده خطی نامعین با ورودی خارجی شامل کنترل‌کننده تأخیر زمانی مقاوم و برنامه‌ریزی پویا، ارائه شده است. در بخش چهارم آنالیز پایداری و در بخش پنجم نتایج شبیه‌سازی ارائه شده است. نهایتاً در بخش ششم به نتیجه‌گیری مقاله پرداخته شده است.

۲- مدل‌سازی سیستم سوئیچ‌شونده

معادله دیفرانسیل سیستم سوئیچ‌شونده خطی نامعین با ورودی خارجی به صورت زیر را در نظر بگیرید:

$$\frac{d^n x}{dt^n} = a_{i,n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + a_{i,n-2} \frac{d^{n-2} x}{dt^{n-2}} + \dots + a_{i,0} x + f_i(x, \frac{dx}{dt}, \dots, \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}}) + b_i u + d \quad (1)$$

مدل پیشنهاد شده (۶) سیستم سوئیچ شونده پیوسته خطی نامعین با ورودی خارجی است. یک مدل گسسته با استفاده از (۶) و دوره نمونه برداری σ که ثابت مثبت کوچک است، به صورت جایگزینی $k\sigma$ در t برای $k=1,2,\dots$ و تقریب زدن $\dot{\mathbf{x}}$ به صورت

$$\mathbf{x}_{k+1} = \hat{\mathbf{A}}_{i,k} \mathbf{x}_k + \hat{\mathbf{b}}_{i,k} u_k + \mathbf{g}_k \varphi_{i,k} \quad (۸)$$

که $\hat{\mathbf{A}}_{i,k} = \mathbf{I} + \sigma \hat{\mathbf{A}}_i$ ، $\hat{\mathbf{b}}_{i,k} = \sigma \hat{\mathbf{b}}_i$ ، $u_k = u(\sigma k)$ ، $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}(k\sigma)$ ، $\mathbf{g}_k = \sigma \mathbf{g}$ ماتریس واحد است.

۳- طراحی کنترل زیربهمینه سیستم سوئیچ شونده خطی نامعین با ورودی خارجی

در این بخش کنترل بهمینه سیستم‌های سوئیچ شونده خطی نامعین با ورودی خارجی، شامل کنترل کننده تأخیر زمانی مقاوم و برنامه ریزی پویا ارائه می‌شود. $\varphi_{i,k}$ شامل اغتشاش خارجی، عدم قطعیت پارامتری و جمله غیرخطی نامعلوم محدود با مرتبه ۲ و یا بالاتر ناشی از خطای مدل سازی است. همان طور که می‌بینید برای به کارگیری کنترل زیربهمینه سیستم سوئیچ شونده گسسته خطی نامعین با ورودی خارجی (۸) به روش برنامه ریزی پویا، باید ابتدا $\varphi_{i,k}$ را جبران نمود.

۳-۱- قانون کنترل تأخیر زمانی مقاوم

کنترل بهمینه به روش برنامه ریزی پویا به عنوان کنترل بهمینه سیستم‌های خطی معین به کار برده شده است. برای به کارگیری کنترل بهمینه به روش برنامه ریزی پویا به منظور کنترل زیربهمینه سیستم سوئیچ شونده گسسته خطی نامعین با ورودی خارجی (۸)، از کنترل تأخیر زمانی مقاوم به منظور جبران کردن نامعینی استفاده خواهد شد. این نوع از تخمین نامعینی در کنترل امپدانس مقاوم سیستم تعلیق هیدرولیک [۲۷] و کنترل ربات‌های انعطاف پذیر [۲۸]، کنترل تکراری مینیمم زمان-مینیمم اندازه [۲۹] و کنترل بهمینه گسسته بازوی ربات [۳۰] به صورت موفقیت آمیزی استفاده شده است. در ادامه به توضیح روش کنترل تأخیر زمانی مقاوم و همچنین فرضیات لازم به منظور به کارگیری آن می‌پردازیم.

به منظور آنالیز پایداری فرضیات زیر را در نظر می‌گیریم:

فرض اول: به منظور یک موقعیت لازم برای طراحی کردن کنترل کننده مقاوم، نامعینی باید از کانال‌های مشابه ورودی کنترل به سیستم وارد شود. از آنجایی که در سیستم (۸) $\varphi_{i,k}$ از کانال مشابه ورودی کنترل به سیستم وارد می‌شود، شرایط تطبیق برقرار است.

به عنوان یک شرط لازم برای طراحی کردن کنترل مقاوم، اغتشاش خارجی d در (۱) باید محدود باشد.

فرض دوم: اغتشاش خارجی d به صورت زیر محدود است:

$$|d| \leq d_{\max} \quad (۹)$$

که d_{\max} ثابت مثبت است.

به طوری که $i, x, u, a_{i,n-1}, a_{i,n-2}, a_{i,0}, b_i$ و d به ترتیب زیرسیستم فعال، حالت سیستم، ورودی سیستم، ضریب مشتق مرتبه $n-1$ ام حالت زیرسیستم i ام، ضریب مشتق مرتبه $n-2$ ام حالت زیرسیستم i ام، ضریب حالت زیرسیستم i ام، ضریب بهره زیرسیستم i ام و اغتشاش خارجی است. تابع f_i تابعی غیرخطی نامعلوم محدود با مرتبه ۲ و یا بالاتر ناشی از خطای مدل سازی زیرسیستم i ام است.

با استفاده از جمله‌های نامی در معادله (۱) معادله‌ای به این صورت حاصل می‌شود:

$$\frac{d^n x}{dt^n} = \hat{a}_{i,n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \hat{a}_{i,n-2} \frac{d^{n-2} x}{dt^{n-2}} + \dots + \hat{a}_{i,0} x + \hat{b}_i u + \phi_i + (b_i - \hat{b}_i) u + d + f_i(x, \frac{dx}{dt}, \dots, \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}}) \quad (۲)$$

که در آن

$$\phi_i = (a_{i,n-1} - \hat{a}_{i,n-1}) \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + (a_{i,n-2} - \hat{a}_{i,n-2}) \frac{d^{n-2} x}{dt^{n-2}} + \dots + (a_{i,0} - \hat{a}_{i,0}) x \quad (۳)$$

که $\hat{a}_{i,n-1}, \hat{a}_{i,n-2}, \hat{a}_{i,0}, \hat{b}_i$ به ترتیب پارامترهای تخمینی برای پارامترهای واقعی $a_{i,n-1}, a_{i,n-2}, a_{i,0}, b_i$ هستند. از جایی که سیستم سوئیچ شونده با ورودی در نظر گرفته شده است، می‌توان نتیجه گرفت که $b_i \neq 0$ و $\hat{b}_i \neq 0$ هستند. به منظور ساده سازی

$$\varphi_i = \phi_i + (b_i - \hat{b}_i) u + d + f_i(x, \frac{dx}{dt}, \dots, \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}}) \quad (۴)$$

در نظر می‌گیریم. بدین ترتیب φ_i شامل اغتشاش خارجی، عدم قطعیت پارامتری و جمله غیرخطی نامعلوم محدود با مرتبه ۲ و یا بالاتر ناشی از خطای مدل سازی است.

معادله به صورت زیر به وسیله جایگزینی معادله (۴) در معادله (۲) حاصل می‌شود:

$$\frac{d^n x}{dt^n} = \hat{a}_{i,n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \hat{a}_{i,n-2} \frac{d^{n-2} x}{dt^{n-2}} + \dots + \hat{a}_{i,0} x + \hat{b}_i u + \varphi_i \quad (۵)$$

معادله فضای حالت از معادله (۵) بدین گونه محاسبه خواهد شد:

$$\dot{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{A}}_i \mathbf{x} + \hat{\mathbf{b}}_i u + \mathbf{g} \varphi_i \quad (۶)$$

که $\mathbf{x}, u, \hat{\mathbf{A}}_i, \hat{\mathbf{b}}_i, \mathbf{g}$ به ترتیب بردار حالت، ورودی، ماتریس حالت زیرسیستم i ام، ماتریس بهره زیرسیستم i ام و ماتریس ضریب است. جزئیات بدین صورت است:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ \frac{dx}{dt} \\ \vdots \\ \frac{d^{n-2} x}{dt^{n-2}} \\ \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{A}}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ \hat{a}_{i,0} & \hat{a}_{i,1} & \hat{a}_{i,2} & \dots & \hat{a}_{i,n-1} \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{b}}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \hat{b}_i \end{bmatrix}, \mathbf{g} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (۷)$$

۳-۲- برنامه ریزی پویا

اگر $\varphi_{i,k}$ به خوبی جبران شود، کنترل کننده زیربهبینه به روش برنامه ریزی پویا به صورت مؤثری استفاده خواهد شد. با جایگزینی (۱۴) در (۱۰) معادله بدین صورت نتیجه خواهد شد:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \hat{\mathbf{A}}_{i,k} \mathbf{x}_k + \hat{\mathbf{b}}_{i,k} u_{1,k} + \mathbf{g}_k \varphi_{i,k} - \mathbf{g}_{k-1} \varphi_{i,k-1} \quad (18)$$

کنترل کننده تأخیر زمانی مقاوم به خوبی نقش خود را ایفا می کند، زیرا اثر آن به خوبی در معادله (۱۸) نمایان است. نامعینی $\mathbf{g}_k \varphi_{i,k}$ در رابطه (۸) به $\mathbf{g}_k \varphi_{i,k} - \mathbf{g}_{k-1} \varphi_{i,k-1}$ در رابطه (۱۸) تغییر یافته است که با فرض کوتاه بودن زمان نمونه برداری و نرم بودن اغتشاش، میزان آن بسیار کمتر از $\mathbf{g}_k \varphi_{i,k}$ است. روش برنامه ریزی پویا را بر روی قسمت معین معادله (۱۸) به منظور کنترل زیربهبینه به کار می بریم.

بدین منظور روش برنامه ریزی پویا [۳۱] توسعه داده شده به سیستم های سوئیچ شونده، با این تفاوت که سوئیچ نمی توان در هر مرحله اتفاق بیافتد و باید به مدت s مرحله زیرسیستم فعال ثابت بماند، اجرا می شود.

در این قسمت الگوریتمی به منظور اجرای کنترل بهینه به روش برنامه ریزی پویا با ثابت ماندن زیرسیستم برای s مرحله ارائه می شود که پس از جبران شدنی $\varphi_{i,k}$ توسط کنترل تأخیر زمانی مقاوم ارائه شده در قسمت ۱ به منظور کنترل زیربهبینه سیستم سوئیچ شونده غیرخطی اجرا می شود:

۱- $m=1$ قرار داده می شود.

۲- $i=1$ قرار داده می شود.

۳- $k = N - (m-1)s - 1$ قرار داده می شود.

۴- برای تمام $\{j \in \{1, \dots, Z\}, x_{j,k}\}$ برای هر $x_{j,k}$ ورودی بهینه و کمترین مقدار تابع هزینه برای زیرسیستم i ام از طریق دو معادله زیر حاصل می شود:

$$u_{i,1,k}^* (\hat{x}_{j,k}) = \arg \min_{u_{i,1,k} \in U} (J_{i,k}(\hat{x}_{j,k}, u_{i,1,k})) \quad (19)$$

$$J_{i,k}^*(x_{j,k}) = J_{i,k}(\hat{x}_{j,k}, u_{i,1,k}^*) \quad (20)$$

$u_{i,1,k}$ و Z ورودی اول زیرسیستم i ام در لحظه k و تعداد کل تقسیم بندی x است.

۵- $k = k-1$ قرار داده و تا زمانی که $k \geq N - ms$ است، به

مرحله ۴ رفته و زمانی که $k = N - ms - 1$ شود به مرحله ۶ مراجعه می شود.

۶- $i = i+1$ قرار داده و تا زمانی که $i \leq i_{\max}$ که

تعداد کل زیرسیستم ها است، به مرحله ۳ مراجعه می شود. در غیر این صورت به مرحله ۷ مراجعه می شود.

۷- برای تمام $\{j \in \{1, \dots, Z\}, x_{j,k}\}$ زیرسیستم بهینه در مرحله $k = N - ms$ از طریق فرمول زیر حاصل می شود.

$$i_{j,k}^* (\hat{x}_{j,k}) = \arg \min_{i \in Q} (J_{i,k}^*(\hat{x}_{j,k})) \quad k = N - ms \quad (21)$$

فرض سوم: ورودی کنترل به صورت زیر محدود است:

$$|u| \leq u_{\max} \quad (10)$$

فرض چهارم: تابع غیرخطی نامعلوم $f_i(x, \frac{dx}{dt}, \dots, \frac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}})$ محدود باشد.

$$\left\| f_i(x, \frac{dx}{dt}, \dots, \frac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}}) \right\| \leq F_{\max} \quad (11)$$

که F_{\max} ثابت مثبت است.

فرض پنجم: تمام زیرسیستم های سیستم سوئیچ شونده (۱) پایدار داخلی هستند.

یک قانون کنترل دوبخشی پیشنهاد خواهد شد. بخش اول کنترل کننده زیربهبینه به روش برنامه ریزی پویا به عنوان کنترل کننده زیربهبینه است و بخش دوم یک کنترل کننده تأخیر زمانی مقاوم است. بنابراین، سیستم (۸) به صورت زیر ارائه می شود:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \hat{\mathbf{A}}_{i,k} \mathbf{x}_k + \hat{\mathbf{b}}_{i,k} u_{1,k} + \hat{\mathbf{b}}_{i,k} u_{2,k} + \mathbf{g}_k \varphi_{i,k} \quad (12)$$

که $u_{1,k}$ و $u_{2,k}$ بخش های اول و دوم قانون کنترل هستند. اگر کل $\varphi_{i,k}$ جبران شود، عملکرد سیستم کنترل پیشرفت داده خواهد شد. $\varphi_{i,k}$ به صورت کامل جبران خواهد شد اگر قانون کنترل بدین صورت قابل اجرا باشد:

$$\hat{\mathbf{b}}_{i,k} u_{2,k} = -\mathbf{g}_k \varphi_{i,k} \quad (13)$$

از آنجایی که $\varphi_i(k)$ نامعلوم است، برای اجرای قانون کنترل (۱۳) تخمین از $\varphi_{i,k}$ از معادله (۱۲) به صورت زیر پیشنهاد می شود:

$$\mathbf{g}_k \varphi_{i,k} = \mathbf{x}_{k+1} - \hat{\mathbf{A}}_{i,k} \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{b}}_{i,k} u_{1,k} - \hat{\mathbf{b}}_{i,k} u_{2,k} \quad (14)$$

از آنجایی که \mathbf{x}_{k+1} در مرحله k ام در دسترس نیست، نمی توان محاسبه شود. بنابراین، به جای آن از مقدار قبلی $\mathbf{g}_k \varphi_{i,k}$ استفاده خواهد شد.

$$\mathbf{g}_{k-1} \varphi_{i,k-1} = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{A}}_{i,k-1} \mathbf{x}_{k-1} - \hat{\mathbf{b}}_{i,k-1} u_{1,k-1} - \hat{\mathbf{b}}_{i,k-1} u_{2,k-1} \quad (15)$$

پس $\mathbf{g}_{k-1} \varphi_{i,k-1}$ قابل محاسبه است. زیرا همه عبارت ها در سمت راست معادله (۱۵) در لحظه k معلوم و در دسترس هستند. بنابراین، قانون کنترل مقاوم بدین صورت پیشنهاد داده خواهد شد:

$$\hat{\mathbf{b}}_{i,k} u_{2,k} = -\mathbf{g}_{k-1} \varphi_{i,k-1} \quad (16)$$

با جایگزینی (۱۵) در (۱۶) بخش دوم قانون کنترل بدین صورت بیان خواهد شد:

$$\hat{\mathbf{b}}_{i,k} u_{2,k} = -\mathbf{x}_k + \hat{\mathbf{A}}_{i,k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \hat{\mathbf{b}}_{i,k-1} u_{1,k-1} + \hat{\mathbf{b}}_{i,k-1} u_{2,k-1} \quad (17)$$

در این الگوریتم N ، m و s به ترتیب تعداد کل مراحل، عدد طبیعی، تعداد مراحل ثابت ماندن کلیدزنی است.

۸- برای تمام $\{x_{j,k}, j \in \{1, \dots, Z\}\}$ زیرسیستم بهینه برای مراحل از $k = N - ms$ تا $k = N - (m-1)s - 1$ ثابت و برابر $i_{j,N-ms}^*(x_{j,N-ms})$ تعیین شده از طریق فرمول (۲۱) در مرحله قبل قرار داده می شود. ورودی بهینه برای هر $\hat{x}_{j,k}$ به صورت زیر محاسبه می شود:

۹- $m = m + 1$ قرار داده و تا زمانی که $m \leq \frac{N-1}{s}$ شود، به مرحله ۲ رفته و الگوریتم ادامه می یابد.

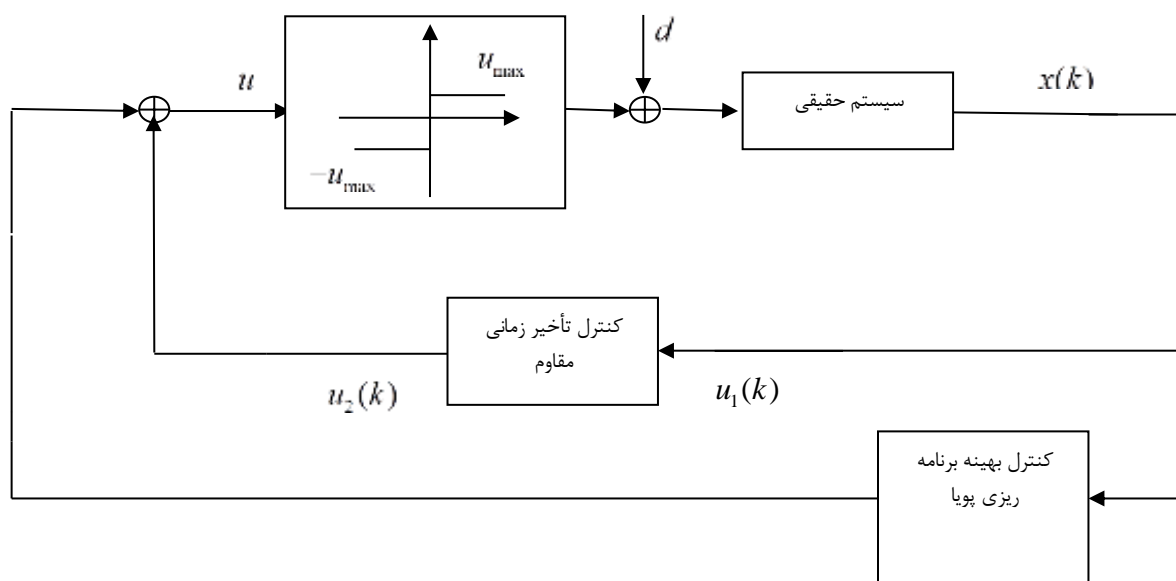
۴- محدودبودن حالت های سیستم

طبق قوانین ارائه شده در مقاله، قانون کنترل نهایی طبق بلوک دیاگرام ارائه شده در شکل (۱) از قوانین کنترل (۱۷) و (۲۲)-(۱۹) $u_{i,k}^*(\hat{x}_{j,k}) = u_{i,j,k}^*(\hat{x}_{j,k})$ ، $k = N - ms, \dots, N - (m-1)s - 1$ به دست خواهد آمد.

که $i^* = i_{j,N-ms}^*(\hat{x}_{j,N-ms})$ است. $u_{i,j,k}^*(\hat{x}_{j,k})$ قبلاً برای تمام زیرسیستم ها از طریق معادله (۱۹) محاسبه شده است که با جایگذاری $i = i^*$ می توان $u_{i,j,k}^*(\hat{x}_{j,k})$ را محاسبه نمود.

در این بخش به بحثی پیرامون محدودبودن حالت های سیستم پرداخته می شود. معادله فضای حالت (۱) بدین صورت ارائه می شود:

$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_i \mathbf{x} + \mathbf{p}_i$ (۲۳)



شکل ۱: بلوک دیاگرام اجرا قانون کنترل

که جزئیات آن به صورت زیر است:

که $\mathbf{x}(0)$ بردار شرط اولیه است. طبق فرض پنجم \mathbf{A}_i محدود و هرویتز است و \mathbf{p}_i به صورت $\|\mathbf{p}_i\| \leq \rho_{i,max}$ که $\rho_{i,max}$ حد بالای ρ_i است. سپس $\mathbf{x}(t)$ به صورت زیر محدود می شود:

$$\mathbf{x}(t) \leq \|e^{\mathbf{A}_i t} \mathbf{x}(0)\| + \rho_{i,max} \left\| \int_0^t e^{\mathbf{A}_i(t-\tau)} d\tau \right\|$$

$$= \|e^{\mathbf{A}_i t} \mathbf{x}(0)\| + \rho_{i,max} \|\mathbf{A}_i^{-1} (\mathbf{I} - e^{\mathbf{A}_i t})\| \quad \forall t \geq 0 \quad (26)$$

مطابق آنچه در [۲۵] بیان شده است، از آنجا که \mathbf{A}_i هرویتز است رابطه روبه رو $e^{\mathbf{A}_i t} \rightarrow 0 \Rightarrow t \rightarrow \infty$ نتیجه می شود. بنابراین زمانی که $t \rightarrow \infty$ ، حد بالایی $\mathbf{x}(t)$ به طور مجانبی به $\|\mathbf{A}_i^{-1}\| \rho_{i,max}$ می رسد، که یک مقدار محدود است. بنابراین سیستم (۲۳) یک سیستم پایدار BIBO یا به عبارت دیگر ورودی محدود-خروجی محدود است.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ \frac{dx}{dt} \\ \vdots \\ \frac{d^{n-2}x}{dt^{n-2}} \\ \frac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}} \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ a_{i,0} & a_{i,1} & a_{i,2} & \dots & a_{i,n-1} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\mathbf{p}_i = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1]^T \left(f_i(x, \frac{dx}{dt}, \dots, \frac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}}) + b_i u + d \right)$$

تحت فرض دوم تا چهارم و (۲۴)، \mathbf{p}_i در معادله (۲۳) محدود است. به منظور اثبات پایداری، پاسخ معادله دیفرانسیل (۲۳) را بدین صورت در نظر بگیرید [۲۷]:

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}_i t} \mathbf{x}(0) + \int_0^t e^{\mathbf{A}_i(t-\tau)} \mathbf{p}_i(\tau) d\tau \quad \text{for } t \geq 0 \quad (25)$$

$$\ddot{x}(t) = -\frac{c_i}{m}\dot{x}(t) - \frac{k_i}{m}x(t) + \frac{1}{m}u(t) + \frac{1}{m}d(t) - \frac{1}{m}dc_i(\dot{x}) - \frac{1}{m}dk_i(x) \quad (31)$$

که در آن

$$\begin{aligned} C_i &= c + c_i \\ k_i &= k + k_i \end{aligned} \quad (32)$$

با استفاده از جمله‌های نامی در معادله (۳۱) معادله‌ای به این صورت حاصل می‌شود:

$$\ddot{x}(t) = -\frac{\hat{c}_i}{\hat{m}}\dot{x}(t) - \frac{\hat{k}_i}{\hat{m}}x(t) + \frac{1}{\hat{m}}u(t) + \varphi_i \quad (33)$$

به طوری که \hat{c}_i ، \hat{k}_i و \hat{m} پارامترهای نامی برای پارامترهای حقیقی C_i ، k_i و m پارامترهای حقیقی هستند. φ_i از جایگزینی (۳۱) در (۳۳) به دست خواهد آمد:

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \left(-\frac{c_i}{m} + \frac{\hat{c}_i}{\hat{m}} \right) \dot{x}(t) + \left(-\frac{k_i}{m} + \frac{\hat{k}_i}{\hat{m}} \right) x(t) + \\ &\quad \frac{1}{m}d(t) - \frac{1}{m}dc_i(\dot{x}) - \frac{1}{m}dk_i(x) \end{aligned} \quad (34)$$

معادله فضای حالت با انتخاب متغیرهای حالت $x = x_1$ بدین گونه در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{\hat{c}_i}{\hat{m}}x_2(t) - \frac{\hat{k}_i}{\hat{m}}x_1(t) + \frac{1}{\hat{m}}u(t) + \varphi_i \end{aligned} \quad (35)$$

پارامترهای حقیقی سیستم سوئیچ شونده در شرایط مختلف در جدول ۱ داده شده است.

جدول ۱: پارامترهای حقیقی سیستم سوئیچ شونده

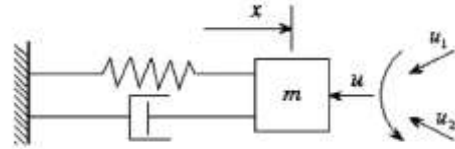
زیرسیستم	$\frac{C_i}{m}$	$\frac{k_i}{m}$	$\frac{1}{m}$
۱	۳/۲	۲/۴	۸
۲	۴/۸	۰/۸	۸

در این بخش دو شبیه‌سازی ارائه می‌کنیم. ممکن است نامعینی شامل اغتشاش خارجی، عدم قطعیت پارامتری و جمله غیرخطی نامعلوم محدود با مرتبه ۲ و یا بالاتر ناشی از خطای مدل سازی باشد. بنابراین، به منظور بررسی عملکرد سیستم کنترل در حضور عدم قطعیت پارامتری، تمامی پارامترهای مدل نامی که در قانون کنترل به کاررفته‌اند، در جدول ۲ ارائه شده است. توابع غیرخطی نامعلوم محدود با مرتبه ۲ و یا بالاتر ناشی از خطای مدل سازی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

قانون کنترل تأخیر زمانی مقاوم (۱۷) نقش اصلی را در جبران کردن نامعینی بازی می‌کند. اگر تفاوت بین مدل نامی و سیستم حقیقی زیاد باشد، سیستم حلقه بسته در معرض نامعینی بزرگ قرار می‌گیرد. نامعینی باقی مانده در سیستم حلقه بسته (۱۸) به دلیل استفاده کردن از قانون کنترل تأخیر زمانی مقاوم (۱۷)، از مقدار بزرگ $g_k \varphi_{i,k}$ به مقدار کوچک‌تر $g_{k-1} \varphi_{i,k-1}$ تغییر می‌یابد. در نتیجه، عملکرد سیستم کنترل به وسیله کاهش دادن نامعینی باقی مانده پیشرفت می‌کند. در صورتی که نامعینی نرم یا به عبارت دیگر پیوسته و مشتق پذیر باشد و سیستم روی هر مد به اندازه s ثابت بماند، نامعینی باقی مانده $g_k \varphi_{i,k} - g_{k-1} \varphi_{i,k-1}$ خیلی کوچک خواهد شد.

۵- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش سیستم مکانیکی جرم، فنر و دمپر مطابق شکل (۲) در نظر گرفته می‌شود [۳۲]. با به کارگیری کنترل کننده سوئیچ شونده، سیستم سوئیچ شونده حاصل می‌شود [۳۳].



شکل ۲: سیستم مکانیکی جرم، فنر و دمپر با کنترل کننده سوئیچ شونده

معادله دینامیکی خطی سیستم مکانیکی جرم، فنر و دمپر به صورت زیر توصیف می‌شود:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) + d(t) \quad (27)$$

که در آن m ، c و k به ترتیب جرم، ضریب میرایی و سختی فنر هستند. همچنین x ، f و d به ترتیب جابه جایی، ورودی و اغتشاش خارجی هستند.

فرض کنید که تنها دو انتخاب برای ورودی کنترل کننده داریم:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) + d(t) \quad (28)$$

سیستم (۲۸) به عنوان سیستم سوئیچ شونده به صورت زیر بیان می‌شود:

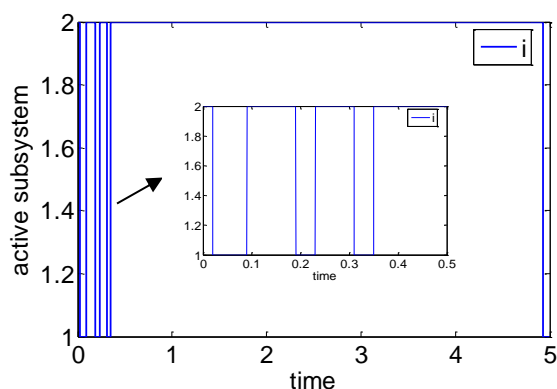
$$m\ddot{x}(t) + (c\dot{x}(t) + \Delta c_i(\dot{x})) + (k + \Delta k_i(x))x(t) = u(t) + d(t) \quad (29)$$

سیستم (۲۹) را می‌توان به صورت یک سیستم مکانیکی با تغییرات ضریب میرایی و سختی فنر یا تغییرات محیطی [۳۰] در نظر گرفت. در نتیجه $\Delta c_i(\dot{x})$ و $\Delta k_i(x)$ در نظر گرفته می‌شوند:

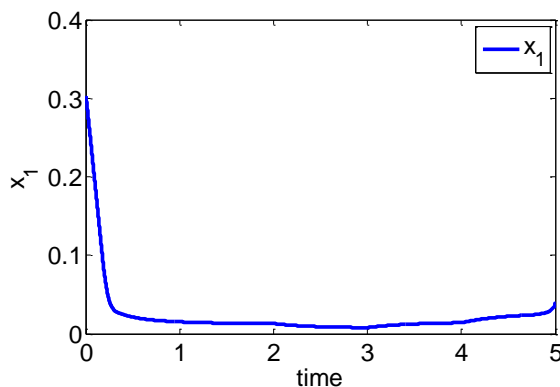
$$\begin{aligned} \Delta c_i(\dot{x}) &= c_i \dot{x} + dc_i(\dot{x}) \\ \Delta k_i(x) &= k_i x + dk_i(x) \end{aligned} \quad (30)$$

که در آن $dc_i(\dot{x})$ و $dk_i(x)$ توابع غیرخطی تغییرات ضریب میرایی و سختی فنر یا تغییرات محیطی نامعلوم هستند. با جایگذاری (۳۰) در (۲۹) معادله زیر حاصل می‌شود:

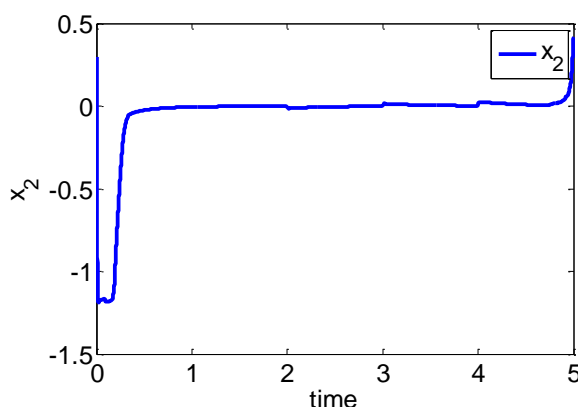
هدف مینیمم کردن تابع هزینه (۳۷) است. نمایش زیر سیستم فعال در شکل (۴) نمایش داده شده است. مسیر حالت اول و دوم در شکل (۵) و (۶) نمایش داده شده‌اند، همان‌طور که مشاهده می‌کنید ماکزیمم خطاهای نهایی حالت اول و دوم از ثانیه ۲/۵ به بعد به ترتیب برابر ۰/۴ و ۰/۴ است همان‌طور که مشاهده می‌کنید که با مقدار موردنظر و مطلوب اختلاف دارند. همان‌طور که مشاهده می‌کنید به دلیل اختلاف مقدار x از مقدار مطلوب، مقدار تابع هزینه به دلیل جبران نشدن اغتشاش خارجی، عدم قطعیت پارامتری و جمله غیرخطی نامعلوم و محدود با مرتبه ۲ و یا بالاتر ناشی از خطای مدل‌سازی افزایش یافته است. تابع هزینه در هر مرحله در شکل (۷) ارائه شده است. ورودی کنترل در شکل (۸) نمایش داده شده است.



شکل ۴: زیر سیستم فعال در شبیه‌سازی اول



شکل ۵: مسیر حالت اول بدون جبران نامعینی



شکل ۶: مسیر حالت دوم بدون جبران نامعینی

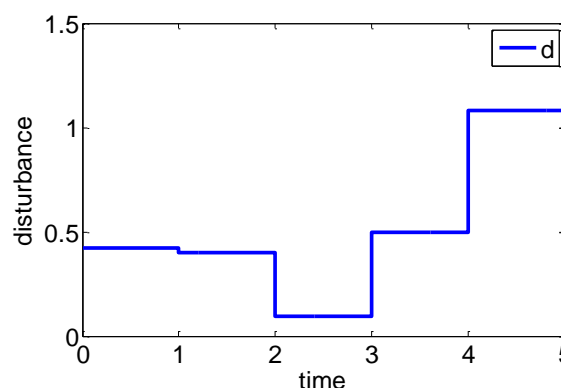
$$\begin{aligned} dc_1(x_2) &= 0.3 \sin(x_2^2), \quad dc_2(\dot{x}) = 0.3 \cos(x_2^2) \\ dk_1(x) &= 0.4 \cos(x_1^2), \quad dk_2(x) = 0.2 \sin(x_1^2) \end{aligned} \quad (36)$$

در مثال شبیه‌سازی به کار گرفته شده و با توجه به معادله (۳۴)، f_i در معادله (۴) به صورت $f_i = -\frac{1}{m} dc_i(\dot{x}) - \frac{1}{m} dk_i(x)$ است. از آنجایی که $dk_i(x)$ و $dc_i(\dot{x})$ طبق معادله (۳۶) محدود هستند، لذا فرض چهارم به صورت برقراری معادله (۱۱) در مورد محدودبودن f_i برقرار است.

جدول ۲: پارامترهای نامی سیستم سوئیچ‌شونده

زیر سیستم	$\frac{\hat{c}_i}{\hat{m}}$	$\frac{\hat{k}_i}{\hat{m}}$	$\frac{1}{\hat{m}}$
۱	۴	۳	۱۰
۲	۶	۱	۱۰

اغتشاش خارجی اعمالی به سیستم سوئیچ‌شونده با تابع تصادفی با میانگین صفر و انحراف معیار ۱ با پریود ۱ ثانیه در شکل ۳ نمایش داده شده است که در هر دو شبیه‌سازی به‌طور مشابه به سیستم سوئیچ‌شونده اعمال شده است. همچنین دوره نمونه‌برداری ۰/۰۰۵ $\sigma =$ در نظر گرفته شده است.



شکل ۳: اغتشاش اعمالی به سیستم سوئیچ‌شونده

با هدف رسیدن به $x(t)=0$ با کمترین انرژی، تابع هزینه را بدین صورت در نظر می‌گیریم:

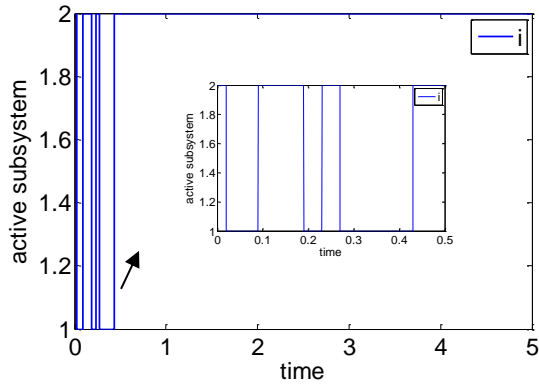
$$J = (\mathbf{x}(N) - \mathbf{x}_d)^T H (\mathbf{x}(N) - \mathbf{x}_d) + \sum_{k=0}^{N-1} [(\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}_d)^T Q (\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}_d) + (u(k))^T R (u(k))] \quad (37)$$

که در این شبیه‌سازی

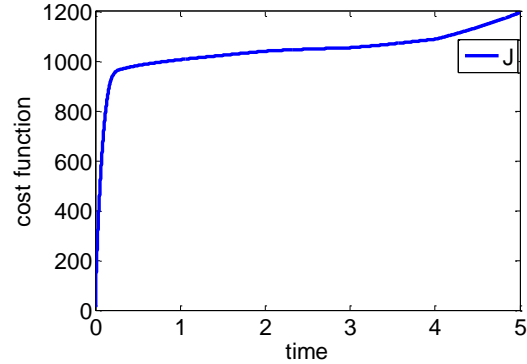
$$\begin{aligned} H &= \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 10^{-1} \end{bmatrix} & Q &= \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 10^{-1} \end{bmatrix} & R &= 0.01 \\ \mathbf{x}_d &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} & N &= 10^4 & s &= 20 \end{aligned} \quad (38)$$

در نظر می‌گیریم.

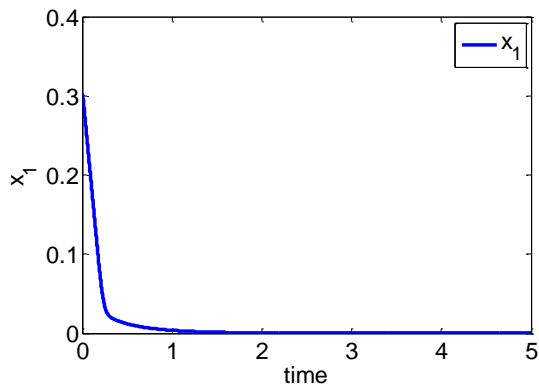
شبیه‌سازی اول: در این شبیه‌سازی قانون کنترل به روش برنامه‌ریزی پویا با الگوریتم بیان‌شده (۱۹) تا (۲۲) با $s = 20$ بدون جبران نامعینی را به کار می‌بریم. حالت اولیه برابر (۰/۳, ۰/۳) است و



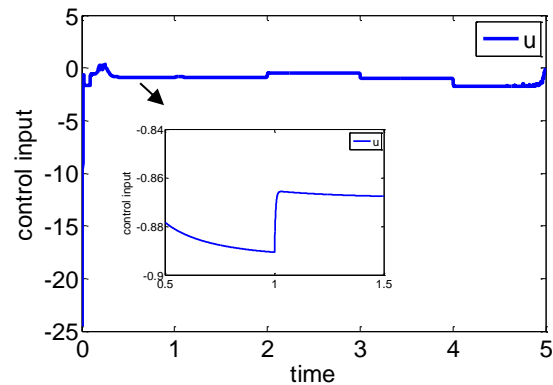
شکل ۹: زیرسیستم فعال شبیه‌سازی دوم



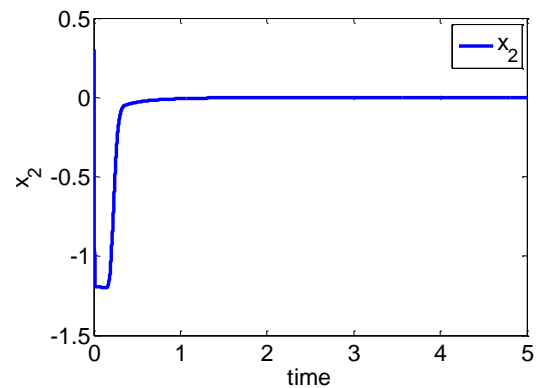
شکل ۷: تابع هزینه بدون جبران نامعینی



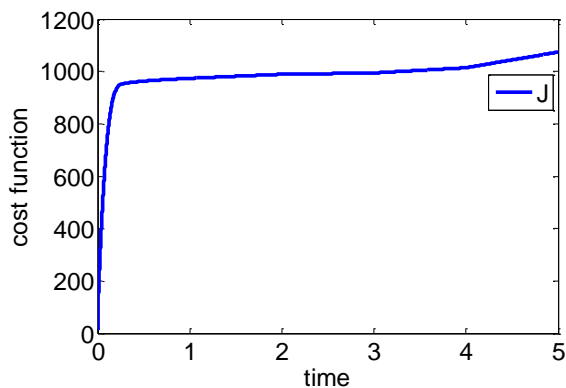
شکل ۱۰: مسیر حالت اول با جبران نامعینی در شبیه‌سازی دوم



شکل ۸: ورودی کنترل اعمالی به سیستم سوئیچ‌شونده بدون جبران نامعینی در شبیه‌سازی اول



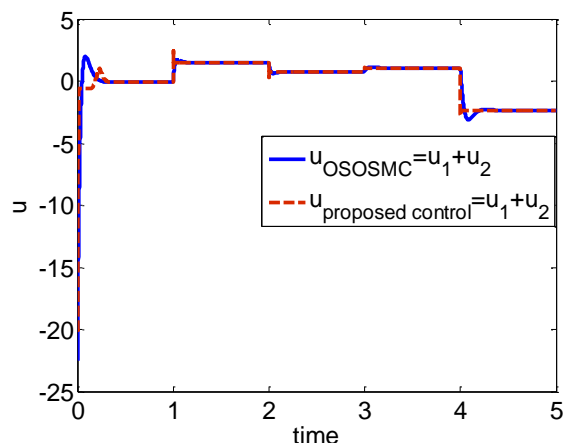
شکل ۱۱: مسیر حالت دوم با جبران نامعینی در شبیه‌سازی دوم



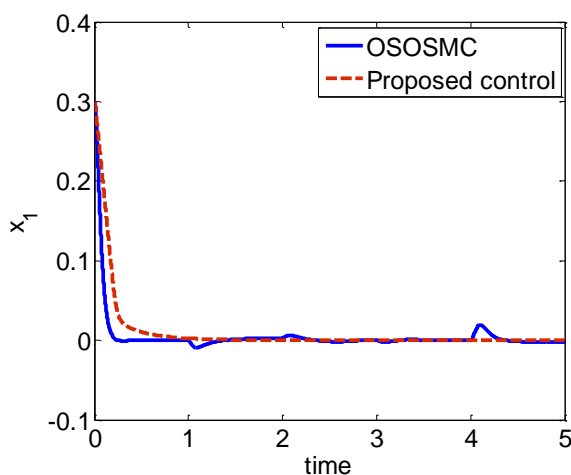
شکل ۱۲: تابع هزینه با جبران نامعینی

شبیه‌سازی دوم: قانون کنترل شده (۲۰) تا (۲۳) را با $s = 20$ و (۱۷) را به‌منظور کنترل زیربهبینه سیستم سوئیچ‌شونده (۳۵) به‌کار برده و از کنترل تأخیر زمانی مقاوم به‌منظور جبران نامعینی شامل اغتشاش خارجی، عدم قطعیت پارامتری و جمله غیرخطی نامعلوم محدود با مرتبه ۲ و یا بالاتر ناشی از خطای مدل‌سازی استفاده شده است. حالت اولیه برابر $(0.3, 0.3)$ است و هدف مینیمم‌کردن تابع هزینه (۳۷) است. نمایش زیر سیستم فعال در شکل (۹) نمایش داده شده است. مسیر حالت اول و دوم در شکل (۱۰) و (۱۱) نمایش داده شده‌اند، همان‌طور که مشاهده می‌کنید ماکزیمم خطاهای نهایی حالت اول و دوم از ثانیه $2/5$ به بعد به‌ترتیب برابر 0.001 و 0.003 است. ماکزیمم خطاهای نهایی بسیار کوچک‌تر از ماکزیمم خطاهای نهایی در شبیه‌سازی اول است. مقدار تابع هزینه در شکل (۷) نسبت به مقدار تابع هزینه نمایش داده شده در شکل (۱۲) حدوداً 20% افزایش داشته است که این خود نیز کارآمدی روش کنترل تأخیر زمانی مقاوم در جبران عدم قطعیت را نشان می‌دهد. لذا این شبیه‌سازی کارایی و تأثیر مطلوب کنترل تأخیر زمانی مقاوم جبران‌کننده نامعینی را نشان می‌دهد. ورودی کنترل در شکل (۱۳) نمایش داده شده است. ورودی خارجی و زیر سیستم فعال زیربهبینه با استفاده از الگوریتم برنامه‌ریزی پویا، به‌منظور دستیابی به حداقل مقدار تابع هزینه تعیین می‌شوند. لذا همان‌طور که در شکل ۹ نمایش داده شده است، از زمانی حدوداً 0.5 ثانیه به بعد، الگوریتم برنامه‌ریزی پویا زیرسیستم فعال بهینه را زیرسیستم ۲ تعیین کرده است.

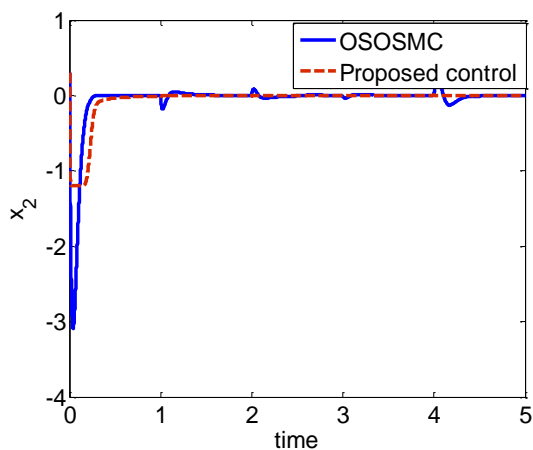
نهایی حالت اول و دوم با استفاده از روش پیشنهادی از ۲/۵ ثانیه به بعد به ترتیب برابر ۰/۰۰۰۰۶۵ و ۰/۰۱ است. همین‌طور ماکزیمم خطاهای نهایی حالت اول و دوم با استفاده از روش ارائه‌شده (OSOSMC) در مقاله [۳۴] از ۲/۵ ثانیه به بعد به ترتیب برابر ۰/۰۲ و ۰/۰۳ است. ماکزیمم خطاهای نهایی در استفاده از روش پیشنهادی کوچک‌تر از ماکزیمم خطاهای نهایی در به‌کارگیری روش ارائه‌شده (OSOSMC) در مقاله [۳۴] هستند.



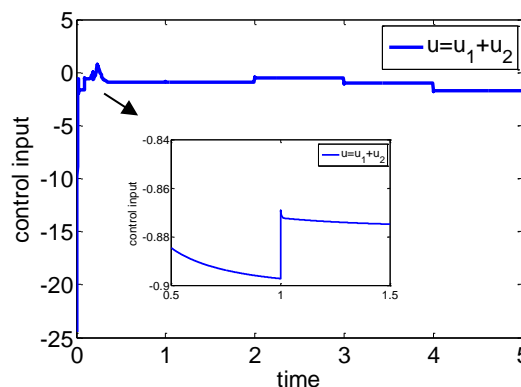
شکل ۱۵: ورودی کنترل اعمالی



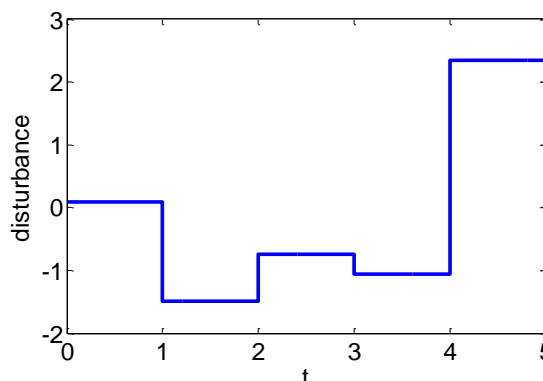
شکل ۱۶: مسیر حالت اول



شکل ۱۷: مسیر حالت دوم



شکل ۱۳: ورودی کنترل اعمالی به سیستم سوئیچ‌شونده با جبران نامعینی در شبیه‌سازی دوم



شکل ۱۴: اغتشاش اعمالی به سیستم سوئیچ‌شونده

شکل‌های ۷ و ۱۲ مربوط به مقادیر تابع هزینه هستند و عملاً با توجه به وجود نامعینی‌ها و صفرشدن خطای حالت‌ها و ورودی که در تابع هزینه وجود دارند، از آنجایی‌که تابع هزینه مقادیر مثبت اخذ می‌کند لذا هر لحظه مقداری به مقدار لحظه قبل آن اضافه می‌شود. در نتیجه مقادیر تابع هزینه با گذر زمان در حال افزایش هستند. شایان‌ذکر است اگر سیستم کاملاً معین در نظر گرفته شود، قطعاً تابع هزینه پس از گذشت مدت زمانی همگرا خواهد شد.

شبیه‌سازی سوم: در این شبیه‌سازی به مقایسه روش پیشنهادی با روش ارائه شده (OSOSMC) در مقاله [۳۴] بر روی سیستم بدون سوئیچ یا به‌عبارت‌دیگر سیستم سوئیچ‌شونده تنها با یک زیرسیستم بدین‌صورت پرداخته می‌شود:

$$\ddot{x} = (a_1 + \xi_1)\dot{x} + (a_2 + \xi_2)x + (b + \xi_3)u + d \quad (39)$$

که در آن ξ_j و d به ترتیب عدم قطعیت پارامتری و اغتشاش خارجی هستند. در این شبیه‌سازی عدم قطعیت‌های پارامتری به صورت $\xi_1 = \sin(t)$ ، $\xi_2 = 2.5 \sin(t)$ و $\xi_3 = 5 \sin(t)$ در نظر گرفته می‌شوند. اغتشاش خارجی اعمالی (d) با تابع تصادفی با میانگین صفر و انحراف معیار ۱ با پیروی ۱ ثانیه در شکل ۱۴ نمایش داده شده است.

در این شبیه‌سازی حالت اولیه برابر (۰/۳، ۰/۳) است و هدف مینیمم‌کردن تابع هزینه (۳۷) است. ورودی کنترل در شکل (۱۵) نمایش داده شده است. مسیر حالت اول و دوم در شکل (۱۶) و (۱۷) نمایش داده شده‌اند، همان‌طور که مشاهده می‌کنید ماکزیمم خطاهای

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی به‌منظور کنترل زیربهبینه سیستم‌های سوئیچ‌شونده خطی نامعین ارائه شد. نامعینی می‌تواند شامل اغتشاش خارجی، عدم قطعیت پارامتری و جمله غیرخطی نامعلوم محدود با مرتبه ۲ و یا بالاتر ناشی از خطای مدل‌سازی باشد که رنج وسیعی از نامعینی را در بردارد. سیگنال کلیدزنی و ورودی کنترل، به‌گونه‌ای طراحی می‌شوند که تابع هزینه مینیمم شود. روش برنامه‌ریزی پویا به‌منظور کنترل بهینه سیستم‌های معین به صورت مؤثری استفاده شده است. در این مقاله برای غلبه بر مشکلات به‌کارگیری روش برنامه‌ریزی پویا به‌منظور کنترل زیربهبینه سیستم سوئیچ‌شونده نامعین از کنترل تأخیر زمانی مقاوم به‌منظور جبران نامعینی استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی کنترل سیستم جرم، فنر و دمپر، کارایی روش پیشنهادی و همچنین تأثیر مطلوب کنترل تأخیر زمانی مقاوم در جبران نامعینی را به‌خوبی نشان داد. لازم به ذکر است که در این مقاله سیستم سوئیچ‌شونده به‌صورت گسسته در نظر گرفته شده است، بنابراین در این مقاله حداقل زمان ماندگاری برابر با پرید نمونه‌برداری است. شایان‌ذکر است که روش پیشنهادی با توجه به جبران نامعینی و لحاظ شدن زمان نشست کارایی بسیار مطلوبی در پی دارد.

مراجع

- [13] Ali. Heydari and S.N. Balakrishnan, "Optimal switching between controlled subsystems with free mode sequence", *Neurocomputing* 149, pp. 1620-1630, 2015.
- [۱۴] محمدرضا رضائی آل، علی وحیدیان کامیاد و ناصر پریز، کنترل بهینه سیستم‌های سوئیچ‌شونده ناخودگردان: رهیافت نامساوی ماتریسی خطی، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۴، شماره ۱، ۱۳۹۳.
- [15] L. Zhang, S. Zhuang and R. D. Braatz, *Switching model predictive control of switched linear systems: feasibility, stability and robustness*, vol. 67, pp. 8-21, 2016.
- [16] J. Ezzine and A.H. Haddad, "Controllability and observability of hybrid systems", *International Journal of control*, vol. 49, no. 6, pp. 2045-2055, 1989.
- [17] J. Zhai, B. Shen, J. Gao, E. Feng and H. Yin, "Optimal control of switched systems and its parallel optimization algorithm", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 261, pp. 287-298, 2014.
- [18] Q. Lin, R. Loxton and K. L. Teo, "Optimal Control of Nonlinear Switched Systems: Computational Methods and Applications", *Periodicals Agency of Shanghai University, Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, 2013.
- [19] L. Han, C. Qiu and J. Xiao, "Finite-time H_∞ control synthesis for nonlinear switched systems using T-S fuzzy model", *Neurocomputing*, vol. 171, no. 1, pp.156-170, 2016.
- [20] M. A. Muller, P. Martius and F. Allgower, "Model predictive control of switched nonlinear systems under average dwell-time", *Journal of Process Control*, vol. 22, no. 9, pp. 1702-1710, 2012.
- [21] P. Riedinger and I. Morarescu, "A numerical framework for optimal control of switched input affine nonlinear systems subject to path constrain", *Mathematics and Computers in Simulation* vol. 95, pp. 63-77, 2013.
- [22] Q. Y. Fan and G. H. Yang, "Nearly optimal sliding mode fault-tolerant control for affine nonlinear systems with state constraints", *Neurocomputing*, Available online 22 July 2016.
- [23] S. A. Attia, M. Alamir and C. Canudas, "Sub optimal control of switched nonlinear systems under location and switching constraint", *Ifac Proceedings Volumes* vol. 38, no. 1, pp.133-138, 2005.
- [24] C. Qin, H. Zhang, Y. Luo, "Optimal tracking control of a class of nonlinear discrete-time switched systems using adaptive dynamic programming", *Neural Comput & Applic*, vol. 24, pp. 531-538, 2014.
- [25] X. Liu, K. Zhang, S. Li, S. Fei and H. Wei, "Optimal Timing Control of Discrete-Time Linear Switched Stochastic Systems", *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 12, no. 4, pp. 769-776, 2014.
- [26] H. Yan, Y. Zhu, "Bang-bang control model with optimistic value criterion for uncertain switched systems", *Springer Science Business Media New York*, 2014.
- [27] M.M. Fateh, "Robust impedance control of a hydraulic suspension system", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 2, no. 8, pp. 858-872, 2009.
- [28] M.M. Fateh, "Robust control of flexible-joint robots using voltage control strategy", *Nonlinear Dynamics*, vol. 6, no. 2, pp. 1525-1537, 2012.
- [29] M.M. Fateh, H. Ahsani Tehrani and S.M. Karbassi, "Repetitive control of electrically driven robot manipulators", *Int. J. Systems Science*, doi: 10.1080/00207721.2011.625478, 2011.
- [30] M. M. Fateh and M. Baluchzadeh, "Discrete optimal control for robot manipulators", *COMPEL: The international Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, vol. 33, no. 2, pp. 423 - 444, 2014.
- [31] D.E. Kirk "Optimal Control Theory: An Introduction", *Dover Publications*, 2004.
- [32] S.S Rao, "Mechanical Vibrations", *Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall*, 1986.
- [33] Y.x. Li and G.H. Yang, "Robust adaptive fuzzy control of a class of uncertain switched nonlinear systems with mismatched uncertainties", *Information Science*, vol. 339, pp. 290-309, 2016.
- [34] M. Das and C. Mahanta, "Optimal second order sliding mode control for linear uncertain systems", *ISA Transactions*, vol. 53, pp. 1807-1815, 2014
- [1] P. Martin and M. Egerstedt, "Optimal timing control of interconnected, switched systems with applications to robotics marionettes", *Journal of Discrete Event Dynamic Systems*, vol. 20, no. 2, pp.233-248, 2010.
- [2] G. Nikolakopoulos and K. Alexis, "Switching networked attitude control of an unmanned quadrotor", *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 11, no. 2, pp. 389-397, 2013.
- [3] Y. S. Lu and C. T. Chen, "Near time-optimal control with smooth mode-switching for uncertain time-varying systems", vol. 12, no. 3, pp. 269-278, 2005.
- [4] H. Lin and Panson J. Antsaklis, "Stability and stabilizability of switched linear systems: A survey of recent Results", *IEEE Transaction on automatic control*, vol. 45, no. 2. pp. 308-322, 2009.
- [5] D. Liberzon "Switching in systems and control", *Boston, Birkhauser*, 2003.
- [۶] خاطره سخنور ماهانی، علی کریم‌پور و ناصر پریز، پایداری سیستم‌های همگن سوئیچ‌شونده با استفاده از تابع لیپانوف مشترک، *ژورنال کنترل*، جلد ۷، شماره ۲، صفحه ۱۹-۱۱، ۱۳۹۲.
- [7] K.S. Mahani, A. Karimpour and N. Pariz, "Asymptotic stability analysis of planar switched homogeneous systems", *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, pp. 1-23, 2015.
- [۸] محمد علی توکلی و مهدی معلم، بهینه‌سازی موتور سوئیچ رلوکتانس دارای دو استاتور با روش تاگوچی بهبودیافته، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۶، شماره ۲، ۱۳۹۵.
- [9] M. Egerstedt, Y. Wardi and F. Delmotte, "Optimal control of switching times in switched dynamical systems", *In: Proceedings 42nd IEEE conference on decision and control*, vol 3, pp. 2138-2143, 2003.
- [10] M. Egerstedt, Y. Wardi and H. Axelsson, "Transition-time optimization for switched-mode dynamical systems", *IEEE Trans Autom Control* vol. 51, no.1, pp. 110-115, 2006.
- [11] W. Xu, Z. G. Feng, J. W. Peng and K. F. C. Yiu, "Optimal switching for linear quadratic problem of switched systems in discrete time", vol. 78, pp. 185-193, 2017.
- [12] A. Heydari and S.N. Balakrishnan, "Optimal switching between autonomous subsystems", *J.Frankl.Inst.*351, pp. 2675-2690, 2014.