

بررسی عددی انتقال گرمایی جابجایی طبیعی سیال غیرنیوتنی قانون توانی درون محفظه مثلث شکل حاوی یک منبع گرمایی همدم

رامین خدادادی دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران، r.kh18195@gmail.com
افراسیاب رئیسی* دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران، raisi@eng.sku.ac.ir
بهزاد قاسمی استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران، behzadgh@yahoo.com

چکیده

در این تحقیق انتقال گرمایی جابجایی طبیعی در یک محفظه مثلثی پر شده از سیال غیرنیوتنی قانون توانی که یک گرم کن مثلث شکل با دمای ثابت T_h درون آن قرار دارد بررسی می‌شود. محفظه یک مثلث متساوی الضلاع به ضلع l و گرم کن نیز یک مثلث متساوی الضلاع به ضلع b است. دیوارهای جانبی محفظه در دمای سرد T_c قرار دارند و دیوار پائینی محفظه از نظر گرمایی عایق شده است. معادلات مربوطه برای سیال غیرنیوتنی قانون توانی به روش المان محدود جبری شده و با استفاده از روش یکپارچه مستقیم در نرم افزار comsol حل شده‌اند. تأثیر پارامترهایی مانند عدد رایلی $10^6 \leq Ra \leq 10^3$ ، شاخص توان $0.8 \leq n \leq 1.4$ ، طول بی بعد مثلث گرم کن $0.2 \leq B \leq 0.4$ بر روی عملکرد هیدرودینامیکی و حرارتی محفظه بررسی می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که افزایش عدد رایلی، به ویژه برای مقادیر $n < 1$ ، باعث افزایش آهنگ انتقال گرما می‌شود و استفاده از سیالات غیرنیوتنی رقیق برشی، مخصوصاً در اعداد رایلی بالا نیز عملکرد گرمایی محفظه را بهبود می‌بخشد. نتایج همچنین نشان می‌دهند که اندازه محفظه گرم کن، بسته به مقادیر عدد رایلی و شاخص توان تأثیرات قابل توجهی بر روی میدان جریان و عملکرد گرمایی محفظه دارند.

واژه‌های کلیدی: جابجایی آزاد، محفظه مثلثی، سیال غیرنیوتنی، منبع گرمایی، قانون توانی.

Numerical study of natural convection heat transfer of a Non-Newtonian power-law fluid inside a triangular cavity containing an isothermal heat source

R. Khodadadi
A. Raisi
B. Ghasemi

Department of Mechanical Engineering, University of Shahrekord, Shahrekord, Iran
 Department of Mechanical Engineering, University of Shahrekord, Shahrekord, Iran
 Department of Mechanical Engineering, University of Shahrekord, Shahrekord, Iran

Abstract

In this study, the natural convective heat transfer in a triangular enclosure filled with a non-Newtonian power-law fluid is investigated. A triangular heat source with a constant temperature of T_h is embedded inside the enclosure. The enclosure is an equilateral triangle with side l and the heater is an equilateral triangle with side b . The sidewalls of the enclosure are kept at a cold temperature of T_c and the lower wall is thermally insulated. The governing differential equations are transformed into algebraic equations by the finite element method and are solved using the integrated direct method in the Camsul software. The effects of relevant parameters such as the Rayleigh number, the power-law index, and the size of the heat source are investigated on the flow and temperature fields. The results show that increasing the Rayleigh number, especially for shear thinning fluids ($n < 1$), increases the heat transfer rate. The results also show that depending on the Rayleigh number and the power-law index, the size of the heat source has a significant effect on the flow field and thermal performance of the enclosure.

Keywords: Natural Convection, triangular chamber, non-Newtonian fluid, Heat Source.

۱- مقدمه

طبیعی مکانیزم اصلی انتقال گرما در محفظه‌های بسته محسوب می‌شود. در بسیاری از سیستم‌های طبیعی یا مصنوعی، سیال رفتار غیرنیوتنی دارد. رشد روزافزون استفاده از سیالات غیرنیوتنی در صنعت، موجب جهت‌گیری و روی آوردن بسیاری از دانش‌پژوهان به این زمینه شده است. این امر افزایش تعداد مقالات علمی (تجربی و تحلیلی) را در برداشته است. در سال‌های اخیر جابجایی طبیعی سیالات غیرنیوتنی در محفظه‌های مربعی و مستطیلی با دیوارهای افقی عایق و دیوارهای عمودی با دمای ثابت به خوبی مورد بررسی قرار گرفته است [۱-۳]. یافته‌های مشترک این تحقیقات نشان از آن دارد که میدان جریان و انتقال گرما متأثر از عدد رایلی و شاخص توان (n) هستند. ولی چنانچه عدد پرانتل بزرگ باشد، به ازای یک n

انتقال گرمایی جابجایی در بسیاری از زمینه‌های مهندسی و فرآیندهای طبیعی مورد استفاده و از اهمیت بالایی برخوردار است؛ از جمله موارد استفاده می‌توان از دستگاه‌های خنک‌کننده نام برد که در صنایعی مانند حمل و نقل، الکترونیک، تولید توان و غیره کاربرد دارند. با پیشرفت تکنولوژی، عملیات سریع و پرحجم با سرعت‌های بسیار بالا رخ می‌دهند. پس استفاده از موتورهایی با گرما و توان بالا ضروری است. در این حالت باید دستگاه‌های خنک‌کننده پیشرفته و بهینه مورد استفاده قرار بگیرد. به جهت رسیدن به بازده بالاتر در انتقال گرما، این دستگاه‌ها نیاز به افزایش شدت کوچک‌سازی تجهیزات و انتقال گرما به ازای واحد سطح می‌باشند. جابجایی

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: raisi@eng.sku.ac.ir

Ra داده شده عدد ناسلت متوسط تحت تأثیر عدد پراتنل قرار نمی‌گیرد؛ همچنین برای محفظه‌های مستطیلی با شرط مرزی دما ثابت روی دیوارهای عمودی، تغییرات عدد ناسلت با افزایش نسبت منطری، روند یکنواختی ندارد درحالی‌که وقتی شرط مرزی شار گرمایی ثابت به دیوارهای عمودی اعمال شود، تغییرات مذکور روند یکنواختی دارد.

کفایتی [۴] جابجایی توأم نانو سیال غیرنیوتنی قانون توانی با وجود میدان مغناطیسی درون محفظه‌ای مربعی با استفاده از روش شبکه بولتزمن بررسی کرد. دیوارهای افقی محفظه مورد نظر عایق شده بود در حالی که دیوار عمودی سمت چپ در یک دمای ثابت قرار داشت و دمای دیوار سمت راست دارای تغییرات سینوسی بود. در این تحقیق، افزایش آهنگ انتقال گرما با افزایش اعداد رایلی و ریچاردسون و کاهش شاخص توانی مورد تأیید قرار گرفت. همچنین افزایش عدد هارتمن باعث کاهش آهنگ انتقال گرما شد و افزودن نانو ذرات نیز آهنگ انتقال گرما را بهبود بخشید.

رئییسی [۵] اثر دو مانع افقی رسانای گرما را بر روی آهنگ انتقال گرمای جابجایی طبیعی درون یک محفظه مربعی بررسی کرد. در این تحقیق اثر عدد رایلی، شاخص توان و طول و موقعیت مانع‌ها بر روی آهنگ انتقال گرما بررسی شد. نتایج نشان داد که با افزایش عدد رایلی و کاهش شاخص توان آهنگ انتقال گرما افزایش یافت. همچنین نشان داده شد که در اعداد رایلی پائین که رسانش مکانیزم غالب انتقال گرما است، افزایش طول مانع‌ها سبب بهبود آهنگ انتقال گرما می‌شود درحالی‌که در اعداد رایلی بالا افزایش طول مانع‌ها آهنگ انتقال گرما را کاهش داد.

ازو و چرچیل [۶] شاید اولین کسانی بودند که جابجایی طبیعی سیالات غیرنیوتنی محصور شده در یک محفظه را بررسی کردند. آن‌ها هم از قانون توانی و هم از مدل الیس برای سیالات غیرنیوتنی استفاده کردند و جابجایی طبیعی هر دو نوع سیال غیرنیوتنی را در یک محفظه مستطیلی افقی کم‌عمق بررسی کردند. محفظه‌ی موردنظر از طریق سطح پایینی گرم می‌شد و از طریق سطح بالایی خنک می‌شد. نتایج آن‌ها نشان داد که عدد رایلی بحرانی برای شروع جابجایی طبیعی با افزایش شاخص توان افزایش می‌یابد.

کیم و همکارانش [۷] جابه‌جایی طبیعی سیال غیرنیوتنی قانون توانی را در یک محفظه عمودی که دیوارهای افقی آن عایق بودند، بررسی کردند. تغییر هم‌زمان دمای دیوارهای عمودی باعث ایجاد نیروی شناوری و جابجایی طبیعی در محفظه بود. آنها نتیجه گرفتند که ازای یک عدد رایلی معین قدرت جابجایی و آهنگ انتقال گرما در سیالات غیرنیوتنی و نیوتنی متفاوت است. به طوری نسبت به سیال نیوتنی، برای سیالات رقیق برشی افزایش و برای سیالات غلیظ برشی کاهش می‌یافت.

لامسادی و همکاران [۸] با استفاده از قانون توانی همرفت طبیعی و گذرای سیال غیرنیوتنی را در یک محفظه به صورت عددی بررسی کردند. نتایج کار آن‌ها نشان داد که در صورت بزرگ بودن عدد پراتنل و نسبت منطری محفظه، مشخصه‌های جریان و انتقال گرما به این پارامترها وابسته نخواهند بود.

جامبال و همکاران [۹] جابه‌جایی اجباری سیال غیرنیوتنی را درون یک کانال با شرط مرزی دما ثابت بررسی کردند و تاثیر اتلاف لزجت و

رسانش طولی را بر روی عملکرد گرمایی کانال مورد توجه قرار دادند. نتایج نشان داد که در ناحیه در حال توسعه، عدد ناسلت یک مقدار ثابت و مستقل از عدد برینکمن است.

لامسادی و همکارانش [۱۰] در تحقیق دیگری با استفاده از قانون توانی، جابجایی طبیعی پایای سیال غیرنیوتنی را در یک شکاف مستطیلی مایل که دیوارهای کناری با شارهای گرمایی ثابت سرد و گرم می‌شدند و مابقی دیوارها عایق بودند به روش عددی بررسی کردند. در این مطالعه عدد رایلی در محدوده $10 \leq Ra \leq 10^5$ ، شاخص توانی در محدوده $0.6 \leq n \leq 1.4$ و زاویه چرخش در محدوده $180 \leq \phi \leq 180$ - تغییر داده شد و نتیجه گرفته شد که در یک عدد رایلی معین، چرخش محفظه تأثیر به‌سزایی بر روی آهنگ انتقال گرما دارد. حداکثر مقدار انتقال گرما هنگامی اتفاق افتاد که محفظه از زیر گرم می‌شد. اثر چرخش محفظه با کاهش شاخص توان افزایش می‌یافت.

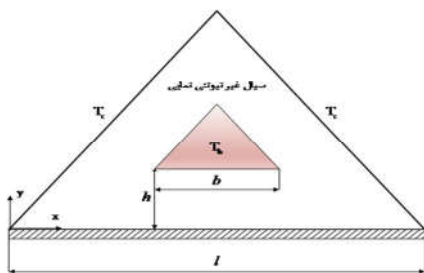
جابجایی طبیعی یک سیال غیرنیوتنی رقیق برشی با استفاده از مدل کارنو-یاسودا در یک محفظه‌ی عمودی توسط الوای و واسه‌آر به‌طور عددی بررسی شد [۱۱]. آن‌ها نشان دادند که با کاهش شاخص توان، قدرت جابجایی و آهنگ انتقال گرما هر دو افزایش می‌یابند و با افزایش شاخص توان، قدرت جابجایی و آهنگ انتقال گرما کاهش می‌یابند. برای مقادیر کم عدد رایلی تغییر شاخص توان تأثیر چندانی روی آهنگ انتقال گرما نداشت.

رئییسی [۱۲] جابجایی طبیعی سیال غیرنیوتنی مدل توان را درون یک محفظه مربعی بررسی کرد. محفظه مورد نظر توسط یک منبع گرمایی موضعی که دارای شار گرمایی ثابت بود و بر روی دیوار پائینی محفظه قرار داشت، گرم می‌شد. در این تحقیق اثر عدد رایلی، شاخص توان و اندازه و موقعیت منبع گرمایی بر روی میدان‌های جریان و دما و عملکرد گرمایی محفظه بررسی شد. نتایج نشان داد که با افزایش عدد رایلی و کاهش شاخص توان آهنگ انتقال گرما افزایش یافت.

لامسادی و همکاران [۱۳] جابه‌جایی طبیعی سیال غیرنیوتنی قانون توان را در یک حفره افقی مستطیلی شکل باریک که از کف گرم و از بالا خنک می‌شد را به روش‌های تحلیلی و عددی بررسی کردند. طبق یافته‌های آنها، میدان جریان، توزیع دما و آهنگ انتقال گرما به مقدار شاخص توان حساس بودند، اما به عدد پراتنل مخصوصاً مقادیر بزرگ پراتنل حساس نبودند.

رئییسی [۱۴] اثر یک جفت مانع دما ثابت را بر روی جابه‌جایی طبیعی سیال غیرنیوتنی قانون توان در داخل یک محفظه مربع شکل بررسی کرد. نتایج نشان داد که افزایش عدد رایلی به ویژه برای سیال غیرنیوتنی رقیق برشی سبب افزایش آهنگ انتقال گرما می‌شود. همچنین طول مانع‌ها و فاصله آنها از یکدیگر بسته به مقدار عدد رایلی و شاخص توان اثرات قابل توجهی بر روی آهنگ انتقال گرما داشت.

همچنین با توجه به اهمیت سیالات غیرنیوتنی قانون توانی و مدل کاریو-یاسودا در کاربردهای عملی، در مطالعات متعددی اثر دما بر روی لزجت این سیالات و بررسی انتقال گرمای جابه‌جایی طبیعی و اجباری این نوع سیالات در هندسه‌های مختلف و تحت شرایط مرزی متفاوت بررسی شده است [۱۵-۱۸].



شکل ۱- طرحواره مسئله

۳- معادلات حاکم

با توجه به فرضیات بیان شده معادلات بقای جرم، مومنوم و انرژی برای مسئله‌ی موردنظر به صورت روابط (۱) تا (۴) خواهند بود.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) + g\beta [T - T_c] \quad (3)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

برای سیال غیرنیوتنی که از قانون توانی پیروی می‌کند، تانسور تنش برشی توسط رابطه (۵) بیان می‌شود [۲۰].

$$\tau_{ij} = 2\mu_a D_{ij} = \mu_a \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

در رابطه (۵) D_{ij} آهنگ تانسور برش در مختصات دکارتی دو بعدی است و μ_a لزجت ظاهری سیال غیرنیوتنی است که در مختصات دکارتی دوبعدی از رابطه (۶) به دست می‌آید [۱۳].

$$\mu_a = k \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}} \quad (6)$$

در رابطه (۶)، K و n ثابت‌های قانون توانی هستند. K ضریب سازگاری و n شاخص توان است. برای سیالات شبه پلاستیک $n < 1$ و برای سیالات داپلاتنت $n > 1$ است درحالی‌که $n = 1$ معرف سیالات نیوتنی است.

برای بی‌بعد کردن معادلات حاکم از پارامترهای بی‌بعد ارائه شده در رابطه (۷) استفاده می‌شود [۲۱ و ۱۲].

$$Y = \frac{y}{l}, X = \frac{x}{l}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, U = \frac{ul}{\alpha}, V = \frac{vl}{\alpha}, \quad (7)$$

$$P = \frac{\rho l^2}{\rho \alpha^2}, B = \frac{b}{l}, H = \frac{h}{l}, Ra = \frac{g\beta (T_h - T_c) l^{n+1}}{\alpha^n K / \rho}, Pr = \frac{K l^{2-n}}{\rho \alpha^{2-n}}$$

با استفاده از پارامترهای بی‌بعد ارائه شده در رابطه (۷)، معادلات بدون بعد حاکم بر مسئله عبارتند از:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (8)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + 2Pr \frac{\partial}{\partial X} \left(\mu_a^* \frac{\partial U}{\partial X} \right) + Pr \left[\frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu_a^* \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right) \right] \quad (9)$$

با توجه به مقالات بررسی‌شده، تاکنون اغلب کارها در رابطه با انتقال گرما جابجایی طبیعی داخل محفظه‌های مربعی و مستطیلی انجام‌شده است. حال آن که بررسی انتقال گرمای طبیعی درون محفظه‌های مثلثی با توجه به کاربردهای فراوانی که این محفظه‌ها در صنعت (محفظه‌های پارتیشن‌بندی شده حاوی قطعات الکترونیکی) و همچنین فضاهای زیرشیروانی و فضاهای تعبیه شده در زیر پنل‌های خورشیدی دارند، از اهمیت به سزایی برخوردار است. بنابراین بررسی انتقال گرما طبیعی سیال غیرنیوتنی در فضای بین محفظه مثلثی و منبع گرمایی مثلثی که آهنگ برشی دارای تغییرات فراوانی است در نوبه‌ی خود دارای اهمیت است. ضمن این‌که تغییر اندازه و موقعیت منبع گرمایی می‌تواند فضای موجود برای چرخش سیال را تحت تأثیر قرار دهد. قانون توانی یکی از پرکاربردترین و ساده‌ترین مدل‌ها برای سیالات غیرنیوتنی است. با توجه به هندسه مسئله مورد مطالعه، در گوشه‌های منبع گرمایی آهنگ برش نسبتاً زیاد است و از آنجائیکه قانون توانی با نتایج تجربی در آهنگ‌های برشی بالا مطابقت خوبی دارد، انتخاب قانون توانی برای مسئله حاضر مدل مناسبی به نظر می‌آید.

۲- بیان مسئله

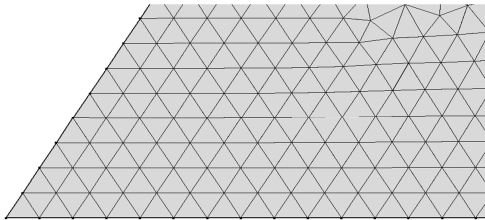
در این تحقیق مطابق شکل ۱ جابجایی طبیعی سیال غیرنیوتنی قانون توانی درون محفظه‌ای مثلث شکل که یک گرم‌کن مثلث شکل با دمای ثابت T_h درون آن قرار دارد بررسی می‌شود. محفظه یک مثلث متساوی‌الضلاع به ضلع l و گرم‌کن نیز یک مثلث متساوی‌الضلاع به ضلع b است. دیوارهای جانبی محفظه دردمای سرد T_c قرار دارند و دیوار پائینی محفظه از نظر گرمایی عایق شده است. با توجه به شکل ۱، شرط مرزی عدم لغزش روی دیوارهای محفظه و سطوح گرم‌کن برقرار است. دمای گرم‌کن و سطوح آن برابر T_h ، دمای دیوارهای جانبی محفظه برابر T_c و گرادیان دما روی دیوار پائینی محفظه صفر است. بر اثر اختلاف دمای دیوارهای محفظه و منبع گرم، در داخل محفظه جابجایی آزاد برقرار می‌شود. به غیر از چگالی سیال که با دما تغییر می‌کند و با استفاده از تقریب بوزینسک مدل می‌شود و لزجت سیال که تابع آهنگ برش است، مابقی خواص سیال ثابت فرض شده‌اند. با توجه به این‌که لزجت سیالات غیرنیوتنی تابع آهنگ برش است و محدوده‌ی تغییرات آن وسیع است، عدد پرانتل نیز مقدار ثابتی نیست. در بررسی‌های عددی از پرانتل اسمی مطابق رابطه (۷) استفاده می‌شود. با توجه به اینکه سیالات غیرنیوتنی مورد استفاده در صنعت معمولاً دارای عدد پرانتل بزرگی هستند در این تحقیق عدد پرانتل ۱۰۰ فرض شده است [۱۹]. جریان جابجایی آزاد ایجاد شده در داخل محفظه آرام، دائمی و تراکم ناپذیر فرض می‌شود. هدف این تحقیق بررسی عددی انتقال گرما ناشی از جابجایی طبیعی سیال غیرنیوتنی درون محفظه می‌باشد و اثر پارامترهایی همچون عدد رایلی، شاخص توان و اندازه منبع گرمایی بر روی میدان‌های جریان و دما و آهنگ انتقال گرما بررسی می‌شود.

۵- نتایج

نتایج این تحقیق در قالب اثرات عدد رایلی $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ ، شاخص توان $0.8 \leq n \leq 1.4$ طول بی‌بعد مثلث گرم‌کن $0.2 \leq B \leq 0.4$ و فاصله بی‌بعد گرم‌کن از دیوار پایینی محفظه $0.1 \leq H \leq 0.4$ بر روی میدان‌های جریان و دما، پروفیل‌های سرعت و دما و آهنگ انتقال گرما ارائه می‌شود. در سراسر این تحقیق عدد پرانتل ثابت و برابر ۱۰۰ در نظر گرفته شده است.

۵-۱- مطالعه استقلال شبکه و اعتبار سنجی

با توجه به هندسه شکل در اینجا مطابق شکل ۲ از شبکه‌بندی مثلثی استفاده می‌شود. نتایج حاصل از حل عددی باید مستقل از تعداد نقاط شبکه باشد، استقلال حل از شبکه برای شبکه‌هایی با تعداد نقاط مختلف انجام شده است و در جدول ۱، مقدار Nu_m و برحسب تعداد نقاط شبکه برای دیوار سمت چپ با مقادیر $n=0.8$ ، 10^6 Ra و $(B=0.3, H=0.3)$ نشان داده شده است. با توجه اطلاعات ارائه شده در جدول ۱ دیده می‌شود که برای شبکه با تعداد نقاط 10^4 به بالاتر تغییر عدد ناسلت متوسط تغییر چشمگیری نمی‌کند. بنابراین برای حل عددی از شبکه یکنواخت با تعداد نقاط 10^4 استفاده شده است.



شکل ۲- شبکه‌بندی انجام شده برای محفظه مثلثی در گوشه سمت چپ

جدول ۱- تأثیر تعداد نقاط شبکه بر روی عدد ناسلت متوسط دیوار سرد

(10^6 Ra), ($n=0.8$), ($B=0.3$), ($H=0.3$)

| Nu_m | تعداد نقاط شبکه |
|--------|-----------------|
| ۱۹/۷۷ | ۵۰۰ |
| ۲۲/۳۷ | ۱۰۰۰ |
| ۲۳/۱۵ | ۲۰۰۰ |
| ۲۳/۸۵ | ۵۰۰۰ |
| ۲۴/۱۴ | ۸۰۰۰ |
| ۲۴/۲۵ | ۱۰۰۰۰ |
| ۲۴/۲۵۵ | ۱۲۰۰۰ |
| ۲۴/۲۵۵ | ۱۵۰۰۰ |

برای اطمینان از درستی نتایج حل عددی، نتایج به دست آمده با نتایج ارائه شده در مرجع [۱۴] در شکل ۳ و جدول ۲ مقایسه شده است. برای این منظور جابه‌جایی طبیعی درون یک محفظه مربعی پر شده از سیال غیرنیوتنی قانون توانی با وجود یک جفت دما ثابت که به صورت افقی بر روی دیوار عمودی محفظه نصب شده‌اند، بررسی شده است. دیوار سمت چپ به همراه مانع‌های نصب شده بر روی آن در دمای ثابت T_h و دیوار سمت راست در دمای ثابت T_c قرار دارند.

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \frac{\partial}{\partial X} \left[\mu_a^* \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right] \quad (10)$$

$$+ 2 Pr \frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu_a^* \frac{\partial V}{\partial Y} \right) + Ra Pr \theta$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (11)$$

در معادلات بی‌بعد مومنتوم، μ_a^* لزجت ظاهری بی‌بعد است که با استفاده از رابطه (۱۲) محاسبه می‌شود.

$$\mu_a^* = \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Y} \right)^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}} \quad (12)$$

با توجه به شکل ۱ و پارامترهای بی‌بعد شرایط مرزی هیدرودینامیکی شامل شرط عدم لغزش برای کلیه دیوارها ($U=V=0$) و شرایط مرزی گرمایی نیز به صورت $\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$ برای دیوار عایق، $\theta=1$ برای دیوارهای گرم و $\theta=0$ برای دیوارهای سرد قابل بیان هستند. عدد ناسلت موضعی روی دیوار سرد را به عنوان معیاری از آهنگ انتقال گرما به صورت رابطه (۱۳) می‌توان تعریف کرد.

$$Nu = \frac{hl}{k} \quad (13)$$

در رابطه (۱۳) h ضریب انتقال گرمای جابجایی است و برابر است با:

$$h = \frac{q''}{T_h - T_c}, \quad q'' = -k \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_{n=0} \quad (14)$$

که در اینجا n مختصه عمود بر سطح مورب است و N مختصه بی‌بعد عمود بر سطح مورب می‌باشد. که ضریب انتقال گرمای جابجایی به شکل زیر نوشته می‌شود.

$$h = \frac{-k(T_h - T_c) \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_{N=0}}{l(T_h - T_c)} = -\frac{k}{l} \left(\frac{\partial \theta}{\partial N} \right)_{N=0} \quad (15)$$

پس از جایگذاری و ساده کردن رابطه (۱۵) برای عدد ناسلت موضعی روی دیوار سرد سمت چپ به دست می‌آید.

$$Nu = -\left(\frac{\partial \theta}{\partial N} \right)_{N=0} \quad (16)$$

همچنین عدد ناسلت متوسط بر روی دیوار مذکور با انتگرال‌گیری به شکل زیر به دست می‌آید.

$$Nu_m = -\frac{1}{l} \int_0^1 -\left(\frac{\partial \theta}{\partial N} \right)_{N=0} ds \quad (17)$$

که با بی‌بعد کردن مقدار s ناسلت متوسط از رابطه (۱۸) به دست می‌آید.

$$S = \frac{s}{l} \quad (18)$$

$$Nu_m = -\int_0^1 -\left(\frac{\partial \theta}{\partial N} \right)_{N=0} dS$$

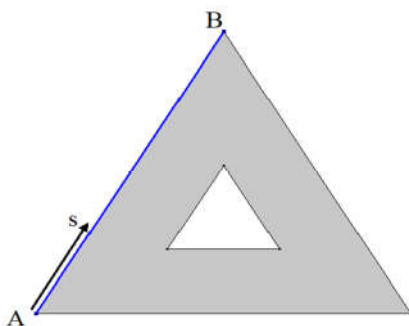
۴- روش عددی

برای انجام حل عددی، معادلات دیفرانسیل حاکم باید به معادلات جبری تبدیل شوند. برای این منظور معادلات بی‌بعد (۸) تا (۱۱) به همراه شرایط مرزی مربوطه به روش یکپارچه بر مبنای المان محدود گسسته سازی شدند و جملات جابجایی و نفوذ با استفاده از روش توان پیرو تقریب زده شدند. حال با استفاده از نرم‌افزار comsol در یک فضای دوبعدی شروع به شبیه‌سازی می‌کنیم.

همچنین تضعیف جابجایی آزاد ناشی از افزایش n در اعداد رایلی بزرگتر قابل ملاحظه است.

شکل ۵ خطوط هم‌دما را در اعداد رایلی مختلف و به ازای سه مقدار مختلف شاخص توان نشان می‌دهد. در $n=0.8$ خطوط هم‌دما در اعداد رایلی پایین تا $Ra=10^5$ تقریباً به موازات دیوارهای محفظه و گرم‌کن می‌باشند. که این نشانگر این است که انتقال گرمای رسانی غالب بر انتقال گرمای جابجایی است. جابجایی طبیعی با افزایش عدد رایلی، نقش مهم‌تری در انتقال گرما ایفا می‌کند، به طوری که در اعداد رایلی 10^5 و بالاتر جابجایی طبیعی مکانیزم اصلی انتقال گرما است. با افزایش عدد رایلی، تراکم خطوط هم‌دما در کنار دیوارها افزایش می‌یابد که نشان از افزایش آهنگ انتقال گرما دارد. جریان با افزایش شاخص توان کند می‌شود و انتقال گرمای جابجایی تضعیف میگردد. بنابراین با افزایش شاخص توان بر سهم رسانش در انتقال گرما افزوده می‌شود و از سهم جابجایی طبیعی در انتقال گرما کاسته می‌شود.

جهت بررسی تغییرات عدد ناسلت موضعی، دیواره سرد سمت چپ محفظه مورد بررسی قرار می‌گیرد. پیش‌فرض حرکت برای نمودار ناسلت موضعی از نقطه A به سمت B در راستای مؤلفه S با توجه به شکل ۶ است.

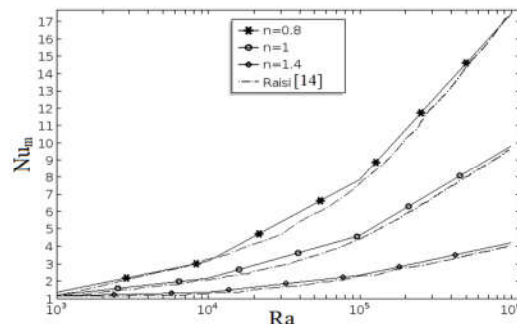


شکل ۶- مدل مربوط به حرکت روی دیواره سرد برای نمودار ناسلت موضعی

در شکل ۷ الف، ب و ج تغییرات عدد ناسلت موضعی بر روی دیوار جانبی سمت چپ محفظه برای مقادیر مختلف عدد رایلی و شاخص توان نشان داده شده است. با توجه به شکل ۷ مشخص است که برای رایلی‌های کوچک و مقادیر بزرگ شاخص توان که رسانش بیشینه غالب است، عدد ناسلت موضعی تقریباً در میانه دیوار بیشینه می‌شود و هرچقدر عدد رایلی افزایش یابد یا شاخص توان کاهش یابد، جابه‌جایی طبیعی تقویت می‌شود و گردابه تشکیل شده بهتر به فضای بالایی محفظه نفوذ می‌کند و ناسلت موضعی در قسمت‌های بالایی دیوار بیشینه می‌شود.

در شکل ۸ تغییرات عدد ناسلت متوسط روی دیوار سمت چپ برحسب عدد رایلی برای مقادیر مختلف شاخص توان نشان داده شده است. با افزایش عدد رایلی ناسلت متوسط ابتدا دارای تغییرات کم و سپس تغییرات آن شدیدتر می‌شود.

عدد ناسلت متوسط بر روی دیوار سرد محفظه برای مقادیر مختلف عدد رایلی و شاخص توان به عنوان معیاری برای مقایسه کار حاضر و مرجع [۱۴] در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۳ و جدول ۲ نتایج حاصل از تحقیق حاضر با نتایج ارائه شده در مرجع [۱۴] مقایسه شده است که مطابقت خوبی باهم دارند.



شکل ۳- اعتبار سنجی برنامه حاضر با نتایج مرجع [۱۴]

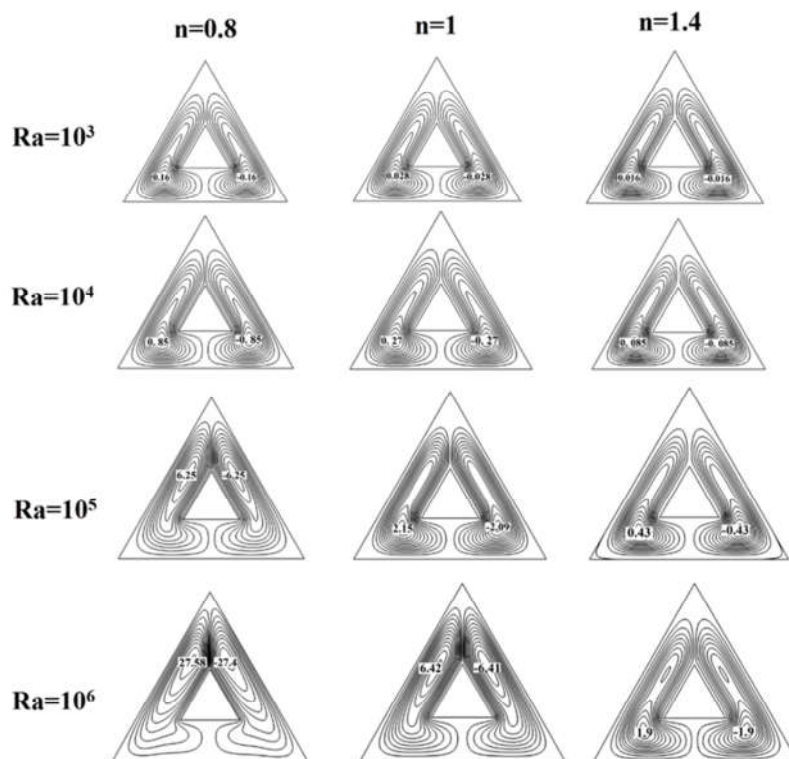
جدول ۲- اعتبار سنجی برنامه حاضر با نتایج مرجع [۱۴]

| Ra | نتایج کار رئیسی | نتایج تحقیق حاضر | درصد خطا | |
|--------|-----------------|------------------|----------|-----|
| 10^3 | 1.0^3 | ۱,۳۱۶۰ | ۱,۳۷۵۳ | ۴ |
| | 1.0^4 | ۳,۱۹۵۰ | ۳,۲۰۵۰ | ۰,۳ |
| | 1.0^5 | ۷,۸۰۶۲ | ۷,۸۵۴۸ | ۰,۶ |
| | 1.0^6 | ۱۷,۴۰۴۶ | ۱۷,۴۹۷ | ۰,۵ |
| 10^4 | 1.0^3 | ۱,۱۷۹۴۲۵ | ۱,۲۱۰ | ۲,۵ |
| | 1.0^4 | ۳,۱۶۸۹۶۵ | ۳,۱۸۷۸ | ۰,۸ |
| | 1.0^5 | ۴,۴۴۴۴ | ۴,۵۲۲۶ | ۱,۷ |
| | 1.0^6 | ۹,۷۵۵۱۷۲ | ۹,۸۶۳۹ | ۱,۱ |
| 10^5 | 1.0^3 | ۱,۱۴۹۴۲۵ | ۱,۱۵۳۱ | ۰,۳ |
| | 1.0^4 | ۱,۳۴۲۶ | ۱,۳۸۴۶ | ۳ |
| | 1.0^5 | ۲,۳۲۸۸۵۰ | ۲,۳۵۲۷ | ۱ |
| | 1.0^6 | ۴,۱۶۱۳۰۲ | ۴,۲۰۹۸ | ۱ |

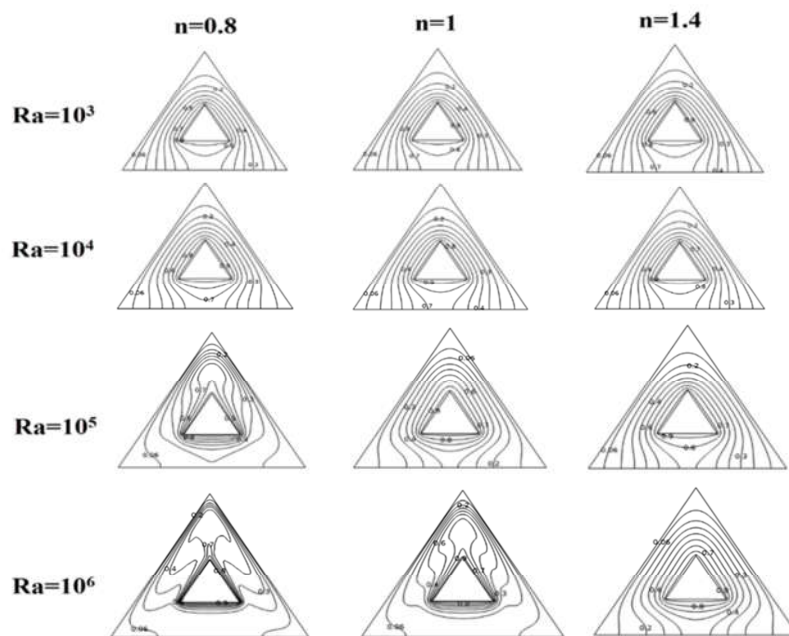
۵-۲- اثر عدد رایلی و شاخص توان

در این بخش ابعاد منبع گرمایی و موقعیت آن ثابت در نظر گرفته می‌شود ($B=0.3, H=0.2$) و اثر تغییرات عدد رایلی و شاخص توان n بر روی میدان جریان و میدان دما بررسی می‌شود. در شکل ۴ خطوط جریان در اعداد رایلی مختلف $10^3, 10^4, 10^5, 10^6$ و مقادیر مختلف شاخص توان $n=0.8, 1, 1.4$ نشان داده شده است.

با توجه به شکل ۴ دیده می‌شود که برای تمام مقادیر عدد رایلی دو گردابه متقارن داخل محفظه تشکیل می‌شود و قدرت گردابه‌های تشکیل شده در داخل محفظه با افزایش نیروی شناوری ناشی از افزایش عدد رایلی، تقویت می‌شود و خطوط جریان در کنار دیوارها متراکم‌تر می‌شوند. بنابراین با افزایش عدد رایلی سرعت جریان در کنار دیوارها بیشتر می‌شود. نتایج همچنین نشان می‌دهد که با افزایش شاخص توان، به دلیل افزایش لزجت ظاهری سیال غیرنیوتنی، جابجایی آزاد تضعیف می‌شود. تقویت جابجایی آزاد ناشی از افزایش عدد رایلی در مقادیر کوچک‌تر شاخص توان چشمگیرتر است و



شکل ۴- خطوط جریان در اعداد رایلی و شاخص توان مختلف ($B=0.3, H=0.2$)



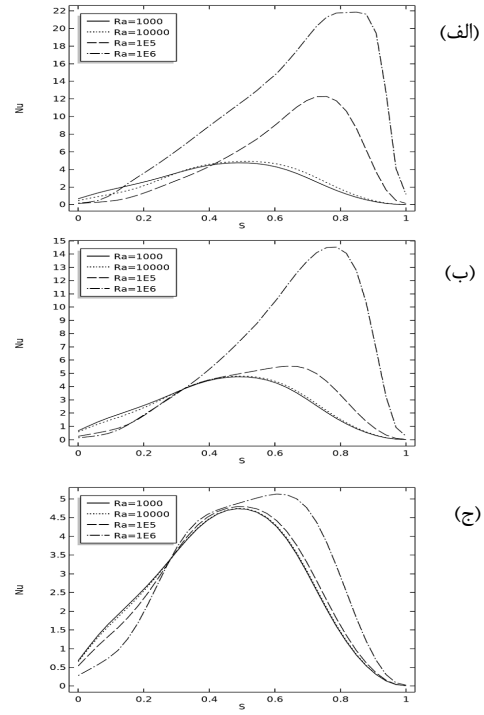
شکل ۵- خطوط هم‌دما در اعداد رایلی و شاخص توان مختلف ($B=0.3, H=0.2$)

می‌شود.

در شکل ۹ الف و ب خطوط جریان برای اندازه‌های مختلف منبع گرمایی و برای دو مقدار مختلف عدد رایلی ($Ra = 10^3, 10^6$) به ترتیب برای $n=1.4$ و $n=0.8$ نشان داده شده است. تأثیر اندازه منبع گرمایی بر روی میدان جریان و دما بستگی به مقدار عدد رایلی و مقدار شاخص توان دارد. برای مقادیر بزرگ عدد رایلی و مقادیر کوچک شاخص توان، گردابه‌های قوی داخل محفظه تشکیل می‌شود و جایجایی طبیعی مکانیزم غالب انتقال گرما است. در این حالت، بزرگ شدن منبع گرمایی مانعی بر سر راه جریان جایجایی ایجاد می‌کند و آن را تضعیف می‌کند. درحالی‌که برای اعداد رایلی کوچک و شاخص توان بزرگ، اصولاً جایجایی طبیعی ضعیف است و رسانش مکانیزم اصلی انتقال گرما است و در این حالت بزرگ شدن منبع گرمایی سطوح گرم و سرد را به هم نزدیک می‌کند و جایجایی طبیعی نیز ممکن است اندکی تقویت شود.

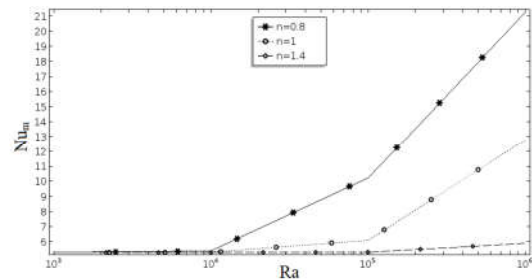
در شکل ۱۰ الف و ب خطوط هم‌دما برای اندازه‌های مختلف منبع گرمایی و برای دو مقدار مختلف عدد رایلی ($Ra = 10^3, 10^6$) به ترتیب برای $n=1.4$ و $n=0.8$ نشان داده شده است. با توجه به نتایج دیده می‌شود که با افزایش اندازه طول مثلث گرمایی در حالتی که $n=0.8$ و در $Ra=10^3$ باشد، تراکم خطوط هم‌دما بیشتر می‌شود و همواره انتقال گرما رسانش غالب بر انتقال گرمای جایجایی می‌باشد. در $Ra=10^6$ و $n=0.8$ مشاهده می‌شود که هرچه اندازه مثلث گرمایی بزرگ‌تر می‌شود گرچه قدرت گردابه‌ها کاهش می‌یابد ولی به دلیل کم شدن فاصله سطوح گرم و سرد، گردابان دما در مجاورت سطوح افزایش می‌یابد و انتقال گرمای جایجایی غالب‌تر می‌شود. در حالتی که $n=1.4$ است در $Ra=10^6$ تراکم خطوط هم‌دما با افزایش طول ضلع مثلث گرمایی بیشتر می‌شود. بنابراین با افزایش طول ضلع مثلث گرمایی در $n=0.8$ انتقال گرمای جایجایی غالب‌تر از رسانش است در حالی که در $n=1.4$ انتقال گرمای رسانشی غالب بر جایجایی می‌باشد. در شکل‌های ۱۱ تا ۱۳ تغییرات عدد ناسلت موضعی روی دیوار سمت چپ محفظه (مطابق شکل ۶) برای اندازه‌های مختلف منبع گرمایی نشان داده شده است. در شکل‌های مورد اشاره، افزایش عدد ناسلت موضعی با افزایش عدد رایلی و کاهش شاخص توان مشهود است که نتایج قبلی نیز این را نشان دادند. در همه حالت‌ها با افزایش طول ضلع منبع گرمایی، عدد ناسلت موضعی افزایش می‌یابد. البته با توجه به شکل ۹ برای حالت ($Ra=10^6, n=0.8$)، افزایش طول ضلع منبع گرمایی، جریان جایجایی طبیعی را تضعیف می‌کند اما با این حال به دلیل نزدیک شدن سطوح سرد و گرما با افزایش اندازه منبع گرمایی، عملکرد گرمایی منبع گرمایی در همه حالت‌ها افزایش می‌یابد. همان‌طور که در شکل‌های ۱۱ تا ۱۳ مشاهده می‌شود، ناسلت موضعی در ابتدا و انتهای دیوار موردنظر یا به‌عبارت‌دیگر در گوشه‌های محفظه ناچیز است که دلیل آن عدم نفوذ گردابه‌های تشکیل شده به داخل گوشه‌ها می‌باشد.

در جدول ۳ برای دو مقدار مختلف عدد رایلی ($Ra = 10^3, 10^6$) و دو مقدار مختلف شاخص توان ($n=0.8, 1.4$)، تغییرات عدد ناسلت متوسط بر روی دیوار سمت چپ محفظه برای مقادیر مختلف طول ضلع منبع گرمایی ارائه شده است.



شکل ۷- تغییرات عدد ناسلت موضعی روی دیوار سرد
($B=0.3, H=0.2$) (الف) $n=0.8$ ، (ب) $n=1$ (ج) $n=1.4$

به‌صورت کلی می‌توان گفت که با افزایش عدد رایلی، عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد و درصد افزایش ناسلت متوسط برای مقدارهای بزرگ‌تر عدد رایلی و مقدارهای کوچک‌تر شاخص توان چشمگیرتر است. همچنین با دقت در شکل ۸ مشاهده می‌شود با افزایش شاخص توان مقدار عدد ناسلت با کاهش روبه‌رو می‌شود که این امر نشان‌دهنده اثر جدی تغییر لزجت بر میزان عدد ناسلت متوسط است. با افزایش شاخص توان لزجت سیال افزایش یافته و به طبع آن اثرات جایجایی طبیعی نیز کمتر قابل‌رویت است.

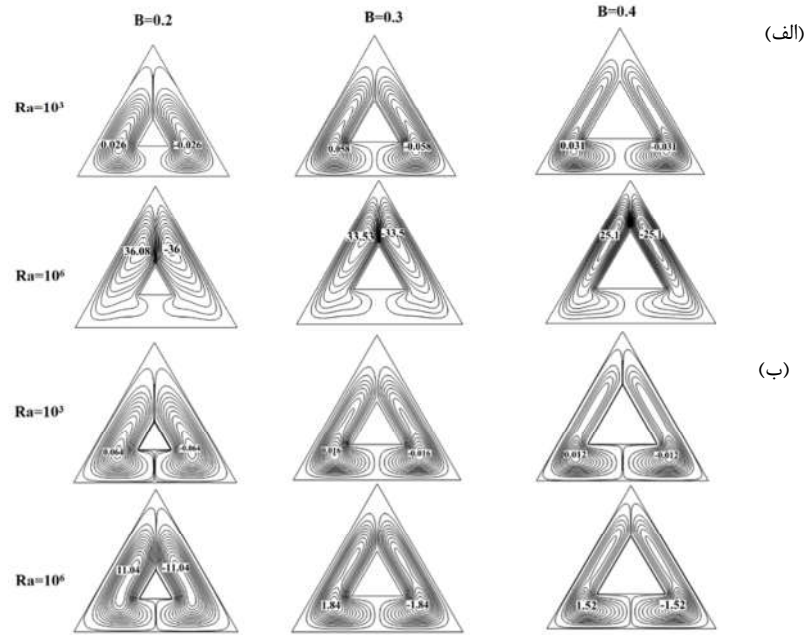


شکل ۸- تغییرات عدد ناسلت متوسط دیوار سرد برحسب عدد رایلی و شاخص توان ($B=0.3, H=0.2$)

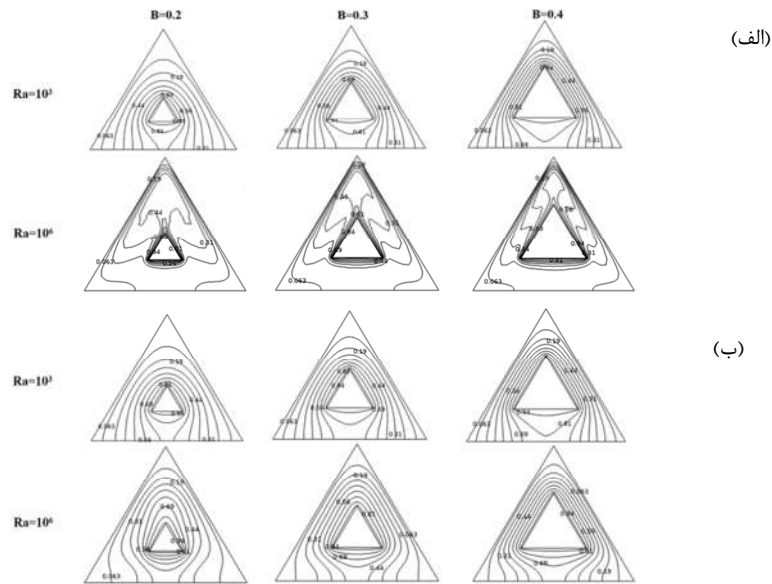
۵-۳- اثر اندازه منبع گرمایی

در این بخش موقعیت منبع گرمایی نسبت به دیوار پائینی محفظه ثابت است ($H=0.2$) و طول ضلع منبع گرمایی در بازه $0.2 \leq B \leq 0.4$ تغییر داده می‌شود. نتایج برای دو مقدار عدد رایلی ($Ra = 10^3, 10^6$) و دو مقدار شاخص توان ($n=0.8, 1.4$) ارائه

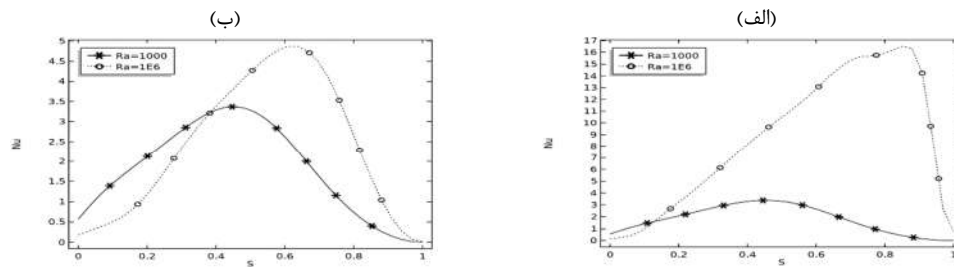
با توجه به نتایج ارائه شده در جدول ۳، دیده می شود که صرف نظر از مقدار عدد رایلی و مقدار شاخص توان، با بزرگتر شدن اندازه منبع گرمایی عدد ناسلت متوسط افزایش می یابد.



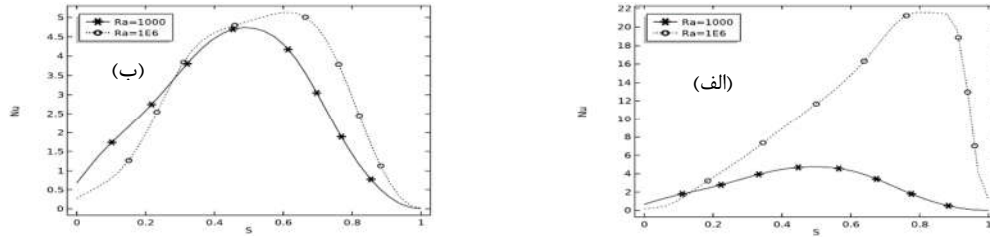
شکل ۹- خطوط جریان برای مقادیر مختلف اندازه منبع گرمایی (الف) $n=0.8$ (ب) $n=1.4$



شکل ۱۰- خطوط جریان برای مقادیر مختلف اندازه منبع گرمایی (الف) $n=0.8$ (ب) $n=1.4$



شکل ۱۱- عدد ناسلت موضعی در حالت $B=0.2$ (الف) $n=0.8$ (ب) $n=1.4$



شکل ۱۲- عدد ناسلت موضعی در حالت $B=0.3$ (الف) $n=0.8$ (ب) $n=1.4$

نتیجه‌گیری می‌شود که:

۱- افزایش اعداد رایلی باعث تقویت جابجایی طبیعی در درون محفظه می‌شود و این سبب می‌شود که آهنگ انتقال گرما افزایش یابد. تقویت جابجایی طبیعی ناشی از افزایش عدد رایلی در مقادیر $n < 1$ چشم‌گیرتر است.

۲- کاهش شاخص توان، سبب کاهش لزجت ظاهری سیال می‌شود و جابجایی طبیعی در داخل محفظه را تقویت می‌کند. این سبب افزایش سرعت جریان و آهنگ انتقال گرما می‌شود. تقویت جابجایی طبیعی در داخل محفظه ناشی از کاهش n ، در اعداد رایلی بالا قابل‌ملاحظه است.

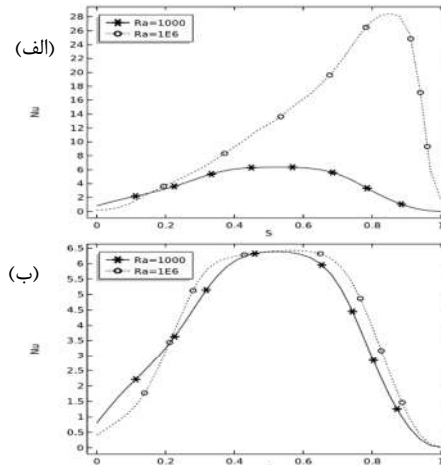
۳- عدد ناسلت متوسط برای سیالات رقیق برشی نسبت به سیال نیوتنی افزایش و برای سیالات غلیظ برشی نسبت به سیال نیوتنی کاهش می‌یابد. تغییرات عدد ناسلت متوسط در محدوده $n < 1$ ، بیشتر متأثر از تغییرات n می‌شود.

۴- افزایش اندازه منبع گرمایی از یک طرف جابجایی طبیعی را تضعیف می‌کند؛ از طرف دیگر انتقال گرما رسانشی را افزایش می‌دهد. بنابراین در حالت‌هایی که جابجایی طبیعی مکانیزم اصلی انتقال گرما است، درصد افزایش عدد ناسلت متوسط با افزایش طول منبع گرم کمتر است نسبت به حالتی که رسانش مکانیزم اصلی انتقال گرما است.

۷- نمادها

| | |
|----------|--|
| b | طول ضلع مثلث گرمایی (m) |
| B | طول ضلع بی‌بعد مثلث گرمایی |
| h | فاصله ضلع پایینی محفظه تا ضلع پایینی محفظه گرمایی (m) |
| H | فاصله بی‌بعد ضلع پایینی محفظه تا ضلع پایینی محفظه گرمایی |
| D_{ij} | آهنگ تانسور کرنش (s^{-1}) |
| g | شتاب جاذبه (ms^{-2}) |
| h | ضریب انتقال گرمایی جابجایی ($Wm^{-2}K^{-1}$) |
| k | ضریب انتقال گرما رسانشی ($Wm^{-1}K^{-1}$) |
| K | ضریب سازگاری (Pas^n) |
| L | طول ضلع محفظه مثلثی (m) |
| n | شاخص توان |
| Nu | عدد ناسلت موضعی |
| Nu_m | عدد ناسلت متوسط |
| p | فشار سیال (Pa) |
| p | فشار بی‌بعد |
| Pr | عدد پراوندل |
| Ra | عدد رایلی |

اما چنانچه درصد افزایش عدد ناسلت متوسط با افزایش اندازه منبع گرمایی مورد توجه قرار گیرد، دیده می‌شود که برای حالت‌هایی که جابجایی طبیعی مکانیزم اصلی انتقال گرما است، درصد افزایش عدد ناسلت متوسط با افزایش B کمتر است نسبت به حالتی که رسانش مکانیزم اصلی انتقال گرما است.



شکل ۱۳- عدد ناسلت موضعی در حالت $B=0.4$ (الف) $n=0.8$ (ب) $n=1.4$

جدول ۱- مقادیر ناسلت متوسط با طول متغیر B و طول ثابت $H=0.2$

| درصد افزایش | $B=0.4$ | درصد افزایش | $B=0.3$ | $B=0.2$ | Ra | |
|-------------|---------|-------------|---------|---------|--------|---------|
| ۹۸ | ۶,۹۹ | ۴۴,۷۱ | ۵,۱۰۷ | ۳,۵۲۹ | 10^3 | $n=0.8$ |
| ۴۰,۹ | ۲۴,۵۵ | ۲۲,۳ | ۲۱,۳۱ | ۱۷,۴۱۹ | 10^6 | |
| ۹۴,۷۳ | ۶,۹۹۳ | ۴۲,۲۱ | ۵,۱۰۷ | ۳,۵۹۱ | 10^3 | $n=1.4$ |
| ۵۱,۵ | ۷,۳۲ | ۱۹,۲ | ۵,۷۶ | ۴,۸۳۱ | 10^6 | |

۶- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، جابجایی آزاد سیال غیرنیوتنی در یک محفظه مثلثی شکل با وجود یک منبع گرم مثلثی درون محفظه به روش عددی بررسی شد. سیال غیرنیوتنی در نظر گرفته شده از نوع قانون توانی بود. با حل عددی معادلات حاکم، تأثیر پارامترهای عدد رایلی، شاخص توان و اندازه منبع گرمایی بر روی میدان‌های جریان و دما و آهنگ انتقال گرما، بررسی شد. بر اساس نتایج به دست آمده،

- [11] Alloui Z. and Vasseur P., Natural convection of Carreau–Yasuda non-Newtonian fluids in a vertical cavity heated from the sides. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 84, pp. 912–924, 2015.
- [12] Raisi A., Natural Convection of Non-Newtonian Fluids in a Square Cavity with a Localized Heat Source. *Strojniski Vestnik/Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 62, pp. 553-564, 2016.
- [13] Lamsaadi M., Naimi M. and Hasnaoui M., Natural convection of non-Newtonian power law fluids in a shallow horizontal rectangular cavity uniformly heated from below. *Heat and Mass Transfer*, Vol. 41, No. 3, pp. 239-249, 2005.
- [۱۴] رئیسی ا.، اثر یک جفت مانع دما ثابت بر جابجایی طبیعی سیالات غیرنیوتنی در یک محفظه مربعی، *مجله مهندسی مکانیک مدرس*، د. ۱۵، ش. ۱۱، ص ۲۱۵-۲۲۴، ۱۳۹۴.
- [۱۵] امیری دلویی ا.، محبی ر. و کردوانی ع.، مطالعه شبکه بولتزمن برای بررسی تاثیر لزجت تابع دما در جریان سیال غیرنیوتنی گرمایی از روی سیلندر مربعی. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*، د. ۴۹، ش. ۱، ص ۳۱-۴۰، ۱۳۹۸.
- [۱۶] جلالی ع.، امیری دلویی ا.، گل محمدی ا. و خورشادیزاده م.، شبیه سازی جریان سیال کاریو-یاسودا با لزجت تابع دما: روش شبکه بولتزمن غیرنیوتنی، *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*، د. ۴۸، ش. ۱، ص ۱۰۵-۱۱۳، ۱۳۹۷.
- [17] Mohebbi R., Delouei A. A., Jamali A., Izadi M. and Mohamad A. A., Mohamad, Pore-scale simulation of non-Newtonian power-law fluid flow and forced convection in partially porous media: Thermal lattice Boltzmann method. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 525, pp. 642-656, 2019.
- [18] Karimnejad S., Delouei A. A., Nazari M., Shahmardan M. M., Rashidi M. M. and Wongwises S., Immersed boundary—thermal lattice Boltzmann method for the moving simulation of non-isothermal elliptical particles. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*. Vol. 138, No. 6, pp. 4003-4017, 2019.
- [19] Chhabra R. P. and Richardson J. F., *Non-Newtonian Flow and Applied Rheology: Engineering Applications*, second ed., Butterworth-Heinemann, Oxford, 2011.
- [20] Andersson H. I., Film flow of power-law fluids. *Encyclopedia of Fluid Mechanics*, Vol. 9, pp. 617–648, 1989.
- [21] Saha S., Sultana T., Saha G. and Rahman M. M., Effects of discrete isoflux heat source size and angle of inclination on natural convection heat transfer flow inside a sinusoidal corrugated enclosure. *International communications in heat and mass transfer*, Vol. 35, No. 10, pp. 1288-1296, 2008.

| | |
|---------------------|--|
| T | دما (K) |
| u, v | مؤلفه های افقی و عمودی سرعت (ms^{-1}) |
| U, V | مؤلفه های افقی و عمودی سرعت بی بعد |
| x, y | مختصات دکارتی (m) |
| X, Y | مختصات بی بعد |
| علائم یونانی | |
| α | پخشندگی گرمایی (m^2s^{-1}) |
| β | ضریب انبساط گرمایی (K^{-1}) |
| τ_{ij} | تانسور تنش (Nm^{-2}) |
| θ | دمای بی بعد |
| μ | لزجت دینامیکی (Nsm^{-2}) |
| μ_a^* | لزجت ظاهری بی بعد |
| ρ | چگالی سیال (kgm^{-3}) |
| ψ | تابع جریان بی بعد |
| زیرنویس ها | |
| c | سرد |
| h | گرم |
| m | متوسط |

۸- مراجع

- [1] Barnes, H, A Hand book of Elementary Rhology, INNFM , 2000.
- [۲] سجودی ع.، طلعتی ف. و نیشابوری ف.، تحلیل عددی جریان آرام سیال غیرنیوتنی اطراف استوانه دوار. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*، د. ۴۱، ش. ۲، ص ۵۳-۵۹، ۱۳۹۰.
- [۳] جهانبخشی ا. و احمدی ندوشن ا.، مطالعه عددی جابه جایی آزاد سیال غیرنیوتنی مدل پاورلا در یک محفظه مربعی با چشمه حرارتی مرکزی. *مجله علمی پژوهشی مهندسی مکانیک مدرس*، د. ۱۷، ش. ۱۱، ص ۳۵۲-۳۴۳، ۱۳۹۶.
- [4] Kefayati GH R., Mesoscopic simulation of mixed convection on non-Newtonian nanofluids in a two sided lid-driven enclosure. *Advanced Powder Technology*, Vol. 26, No. 2, pp. 576–588, 2015.
- [5] Raisi A., The effect of conductive baffles on natural convection in a power-law fluid-filled square cavity. *International Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. 40, No. 1, pp. 6-14, 2018.
- [6] Ozoe H. and Churchill SW., Hydrodynamic stability and natural convection In Ostwald–de Waele and Ellis fluids: the development of numerical solution. *AIChE Journal*, Vol. 18, No. 6, pp. 1196-1207, 1972.
- [7] Kim G. B., Hyun J. M. and Kwak H. S., Transient buoyant convection of a power-law non-Newtonian fluid in an enclosure. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, No. 19, pp. 3605–3617, 2003.
- [8] Lamsaadi M., Naimi M. and Hasnaoui M., Natural convection heat transfer in Shallow horizontal rectangular enclosures uniformly heated from the Side and filled with non-Newtonian power law fluids. *Energy Conversion Management*, Vol. 47, No. 15-16, pp. 2535-2551, 2006.
- [9] Jambal O., Shigechi T., Davaa G. and Momoki S. Effects of viscous dissipation and fluid axial heat conduction on heat transfer for non-Newtonian fluids in ducts with uniform wall temperature: Part I: Parallel plates and circular ducts. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 32, No. 9, pp. 1165–1173, 2005.
- [10] Lamsaadi M., Naimi M., Hasnaoui M. and Mamou M., Natural Convection in a Tilted Rectangular Slot Containing Non-Newtonian Power-Law Fluids and Subject to a Longitudinal Thermal Gradient. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, Vol. 50, No. 6, pp. 561–583, 2006.