

مقاله پژوهشی

**تخمین ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای با استفاده از ماشین آموزش نیرومند خود تطبیقی**  
پیام نوروزی<sup>۱</sup>، فریبرز یوسفوند<sup>۲\*</sup>، احمد رجبی<sup>۳</sup>، سعید شعبانلو<sup>۴</sup>

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۳/۳۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۱/۱۸

- ۱- دانشجوی کارشناسی ارشد منابع آب، گروه مهندسی آب، واحد کرمانشاه، دانشگاه آزاد اسلامی، کرمانشاه
  - ۲- استادیار گروه مهندسی آب، واحد کرمانشاه، دانشگاه آزاد اسلامی، کرمانشاه
  - ۳- استادیار گروه مهندسی آب، واحد کرمانشاه، دانشگاه آزاد اسلامی، کرمانشاه
  - ۴- دانشیار گروه مهندسی آب، واحد کرمانشاه، دانشگاه آزاد اسلامی، کرمانشاه
- \*مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: fariborzosefvand@gmail.com

**چکیده**

در این مطالعه، برای اولین بار ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای با استفاده از مدل هوش مصنوعی ماشین آموزش نیرومند خود تطبیقی (SAELM) شبیه‌سازی شد. برای ارزیابی دقت مدل هوش مصنوعی از شبیه‌سازی‌های مونت کارلو استفاده شد. علاوه بر این برای صحت‌سنجی نتایج مدل‌های عددی از روش صحت‌سنجی ضربدری استفاده گردید. مقدار  $k$  در این مطالعه مساوی با 5 در نظر گرفته شد. در ابتدا بهینه‌ترین نرون لایه مخفی به دست آمد. تعداد نرون‌های لایه مخفی بهینه مساوی با ۳۰ بدست آمد. همچنین تجزیه و تحلیل نتایج توابع فعال‌سازی مختلف نشان داد که تابع فعال‌سازی زیگمویید دارای دقت بیشتری در مقایسه با سایر توابع فعال‌سازی است. با انجام تحلیل حساسیت، مدل برتر معرفی شد. مدل برتر مقادیر ضریب دبی را بر حسب کلیه پارامترهای ورودی تخمین زد. این مدل مقادیر ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای را با دقت بالایی تخمین زد. به عنوان مثال مقادیر  $R^2$ ، شاخص پراکندگی و ضریب Nash برای مدل برتر مساوی با ۰/۹۶۶، ۰/۰۳۴ و ۰/۹۶۴ محاسبه شدند. همچنین نسبت هد کل روی سرریز به ارتفاع تاج سرریز ( $H/P$ ) و نسبت طول هندسی راس سرریز به عرض یک سیکل سرریز ( $A/w$ ) به عنوان موثرترین پارامترها شناسایی شدند. در انتها، برای پارامترهای ورودی تحلیل حساسیت مشتق نسبی اجرا شد.

**واژه‌های کلیدی:** سرریز کنگره‌ای، ضریب دبی، ماشین آموزش نیرومند خود تطبیقی، تحلیل حساسیت مشتق نسبی.

## Estimation of Labyrinth Weir Discharge Coefficient using Self-Adaptive Extreme Learning Machine

P Norouzi<sup>1</sup>, F Yosefvand<sup>2\*</sup>, A Rajabi<sup>3</sup>, S Shabanlou<sup>4</sup>

Received: 2016-06-20

Accepted: 2021-02-06

1- M.S. Student, Department of Water Engineering, Kermanshah Branch, Islamic Azad University, Kermanshah, Iran

2- Assist. Prof., Dept. of Water Engineering, Kermanshah Branch, Islamic Azad University, Kermanshah, Iran

3- Assist. Prof., Dept. of Water Engineering, Kermanshah Branch, Islamic Azad University, Kermanshah, Iran

3- Assoc. Prof., Dept. of Water Engineering, Kermanshah Branch, Islamic Azad University, Kermanshah, Iran

\*Corresponding Author E-mail: fariborzoyosefvand@gmail.com

### Abstract

For the first time, in the current study, the discharge coefficient of labyrinth weirs was simulated using the Self-Adaptive Extreme Learning Machine (SAELM) artificial intelligence model in both cases including normal orientation labyrinth weirs (NLWs) and inverted orientation labyrinth weirs (ILWs). The Monte Carlo simulations were also implemented to evaluate the accuracy of the artificial intelligence model. In addition, the validation of the numerical model results was carried out by means of the k-fold cross validation approach. In this study, k was considered equal to 5. First, the most optimized neuron of the hidden layer was computed. The number of the hidden layer neurons was calculated 30. Also, by analyzing the results of different activation functions, it was concluded that the sigmoid activation function has higher accuracy than others. After that, the superior model was identified by conducting a sensitivity analysis. The superior model estimated the discharge coefficient values in terms of all input parameters. This model approximated discharge coefficient values of labyrinth weirs with reasonable accuracy. For example, the values of  $R^2$ , the Scatter Index and the Nash–Sutcliffe efficiency coefficient for the superior model were calculated 0.966, 0.034 and 0.964, respectively. In addition, the ratio of the total head above the weir to the height of the weir crest ( $H_T/P$ ) and the ratio of length of apex geometry to width of a single cycle ( $A/w$ ) were identified as the most effective parameters. Finally, a partial derivative sensitivity analysis (PDSA) was conducted for the input parameters.

**Keywords:** Labyrinth weir, Discharge coefficient, Self-Adaptive Extreme Learning Machine, Partial derivative sensitivity analysis.

### مقدمه

رفتار هیدرولیکی جریان عبوری از روی سرریزهای کنگره‌ای انجام گرفته است. به‌عنوان مثال تویس و همکاران (۲۰۰۷)، کومار و همکاران (۲۰۱۱) و کارولو و همکاران (۲۰۱۷) هیدرولیک سرریزهای کنگره-ای را مورد مطالعه آزمایشگاهی قرار دادند. در دهه‌های اخیر، روش‌های هوش مصنوعی در پیش‌بینی و الگوشناسی پدیده‌های غیرخطی توسط

یک سرریز برای اندازه‌گیری جریان در کانال‌های باز و کنترل سطح آب در مجاری آبیاری استفاده می-گردد. در کانال‌های دارای سرریز با رسیدن جریان به محل سرریز، جریان مذکور از روی تاج سرریز به سمت پائین دست کانال پرتاب می‌شود. مقدار دبی عبوری از روی تاج سرریز نرمال به شکل سرریز بستگی دارد. مطالعات آزمایشگاهی، تئوریک و تحلیلی فراوانی بر روی

در این مطالعه، برای اولین بار، از یک نسخه الگوریتم تفاضل تکاملی به صورت خود انطباقی و استفاده از آن در بهینه سازی ماشین آموزش نیرومند، یک روش ترکیبی به نام ماشین آموزش نیرومند خود تطبیقی جهت برآورد ضریب دبی سرریزهای کنگره ای استفاده می شود. مرور مطالعات گذشتگان نشان می دهد که مدل ماشین آموزش نیرومند خود تطبیقی تا کنون برای شبیه سازی ضریب دبی سرریزهای کنگره ای مورد استفاده قرار نگرفته است. همچنین در مطالعه حاضر برای بررسی توانایی مدل عددی از شبیه سازی های مونت کارلو بهره گرفته می شود. علاوه بر این جهت صحت سنجی مدل عددی از روش اعتبارسنجی ضربدری استفاده می گردد. در انتها مدل برتر و موثرترین پارامتر بر روی ضریب دبی شناسایی می شود.

## مواد و روش ها

### مدل عددی

#### ماشین آموزش نیرومند<sup>۳</sup>

ماشین آموزش نیرومند (ELM) که شبکه عصبی پیشخور تک لایه، توسط هوانگ و همکاران (۲۰۰۴) ارائه شده است. مدل ELM وزن های ورودی را به صورت تصادفی تعیین می کند و وزن های خروجی را به صورت تحلیلی تعیین می کند. تنها تفاوت ELM با شبکه عصبی پیشخور تک لایه (SLFFNN)، عدم استفاده از بایاس برای نرون خروجی است. نرون های لایه ورودی با همه نرون های لایه مخفی در ارتباط است. نرون های لایه مخفی با استفاده از یک بایاس به وجود می آیند. تابع فعال سازی نرون های مخفی می تواند به صورت تابع پیوسته تکه ای<sup>۴</sup> باشد در حالی که برای نرون لایه خروجی به صورت خطی است. مدل ELM از الگوریتم های مختلفی جهت محاسبه وزن ها و بایاس ها استفاده می کند که در نتیجه کاهش قابل توجه زمان آموزش

محققین علوم مختلف مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین، اخیراً الگوریتم های مختلف شبکه عصبی مصنوعی برای حل مسائل مختلف علم هیدرولیک و به خصوص محاسبه ضریب دبی به صورت گسترده استفاده می شوند. به عنوان مثال دورسان و همکاران (۲۰۱۲) با استفاده از مدل انفیس<sup>۱</sup> رابطه ای برای محاسبه ضریب دبی سرریزهای جانبی نیمه بیضوی<sup>۲</sup> واقع بر دیواره جانبی کانال های مستطیلی در شرایط جریان زیر بحرانی ارائه نمودند. کیسی و همکاران (۲۰۱۲) ظرفیت آبدگری سرریزهای جانبی مثلثی کنگره ای واقع بر یک کانال مستطیلی را به کمک تکنیک های شبکه عصبی، برنامه نویسی بیان ژن مدل سازی نمودند. آن ها معادله ای را به عنوان تابعی از عدد فرود بالادست سرریز و مشخصات هندسی سرریز جانبی و کانال اصلی به دست آوردند. عظمت اله و همکاران (۲۰۱۳) به وسیله الگوریتم برنامه نویسی بیان ژن دبی عبوری از میان دریچه کشویی مستطیلی واقع بر کانال های باز را پیش بینی کردند. آنها رابطه ای را به عنوان تابعی از عدد فرود جریان و نسبت عمق جریان در بالادست دریچه به بازشدگی دریچه، برای محاسبه ضریب دبی این نوع از سرریزها پیشنهاد دادند. عظیمی و همکاران (۲۰۱۷a) به کمک ماشین آموزش نیرومند ضریب دبی سرریزهای جانبی بر روی مجاری ذوزنقه ای پیش بینی نمودند. آنها با تحلیل حساسیت پارامترهای موثر بر روی ضریب دبی را شناسایی کردند. همچنین آن ها یک ماتریس برای محاسبه ضریب دبی سرریزهای جانبی مستطیلی بر روی کانال ذوزنقه ای شکل ارائه نمودند. علاوه بر این روشنگر و همکاران (۲۰۱۷) ضریب دبی سرریزهای کنگره ای را توسط انفیس و برنامه نویسی بیان ژن مدل سازی نمودند. آنها با تجزیه و تحلیل نتایج مدل سازی ها نشان دادند که مدل برنامه نویسی بیان ژن مقادیر ضریب دبی را با دقت بیشتری تخمین می زند.

<sup>3</sup> Extreme Learning Machine (ELM)

<sup>4</sup> Piecewise continuous function

<sup>1</sup> ANFIS model

<sup>2</sup> Semi-elliptical side weirs

ELM با تعداد "j" نرون در لایه مخفی، "i" نرون ورودی و تعداد "k" نمونه آموزشی، از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$H_{jk} = g\left(\sum W_{ji} X_{ik}\right) + B_j \quad [۳]$$

که  $g(\cdot)$  می‌تواند هر تابع فعال‌سازی غیر خطی پیوسته باشد،  $W_{ji}$  وزن نرون ورودی  $i$ ام و نرون لایه مخفی  $j$ ام،  $B_j$ ، بایاس نرون لایه مخفی  $j$ ام،  $X_{ik}$  ورودی نرون ورودی برای  $k$  امین نمونه آموزشی و  $H_{ik}$  ماتریس فعال‌سازی  $k$  امین نرون لایه مخفی برای  $k$  امین نمونه آموزشی است به‌طوریکه فعال‌سازی همه نرون‌های لایه مخفی برای نمونه‌های مورد استفاده در آموزش توسط این ماتریس ارائه می‌شود. در این ماتریس  $k$  ستون و  $k$  ردیف است. ماتریس  $H$  به عنوان ماتریس لایه مخفی خروجی شبکه عصبی بیان می‌شود. وزن‌های بین نرون‌های لایه مخفی و خروجی با استفاده از برآزش حداقل مربعات برای مقادیر هدف در حالت آموزش در برابر خروجی‌های نرون‌های لایه مخفی برای هر نمونه آموزشی، به‌کار برده می‌شود که معادل ریاضی آن را می‌توان به شکل زیر بیان کرد:

$$H\beta = T \quad [۴]$$

$$\beta = (\beta_1, \dots, \beta_j)_{j \times 1} \quad [۵]$$

که  $\beta$  نشان‌دهنده وزن بین نرون لایه خروجی و نرون‌های لایه مخفی است و  $T$  بردار نشان‌دهنده مقادیر هدف برای نمونه‌های آموزش است که به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$T = (T_1, \dots, T_k)_{k \times 1} \quad [۶]$$

نهایتاً وزن‌ها را می‌توان از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$\beta = HT \quad [۷]$$

شبکه را به‌همراه دارد. توصیف ریاضی شبکه عصبی پیشخور تک لایه با تعداد  $n$  نود مخفی، به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$f_n(x) = \sum_{i=1}^n \beta_i G(a_i, b_i, x) \quad [۱]$$

که  $\beta_i$  وزن بین نود مخفی  $i$ ام و نود خروجی،  $a_i$  و  $b_i$  فاکتورهای آموزش نودهای مخفی و  $(a_i \in R^n)$   $G(a_i, b_i, x)$  خروجی نود  $i$ ام برای ورودی  $x$  است. تابع فعال‌سازی  $g(x)$  (که دارای انواع مختلفی می‌باشند) برای نود مخفی افزاینده  $G(a_i, b_i, x)$  را می‌توان به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$G(a_i, b_i, x) = g(a_i \cdot x + b_i) \quad [۲]$$

از توابع فعالیت به‌منظور محاسبه خروجی پاسخ نرون‌ها استفاده می‌شود. رفتار نرون‌ها از دوبرخش تشکیل شده است که شامل مجموع وزنی ورودی‌ها و تابع فعالیت است. زمانی که مجموعه‌ای از سیگنال ورودی وزن‌دار اعمال می‌شود، برای به‌دست آوردن پاسخ از توابع فعالیت استفاده می‌شود. همچنین برای نرون‌های لایه‌های یکسان از توابع فعالیت یکسان استفاده می‌شود که ممکن است خطی و یا غیرخطی باشند. در توابع خطی یک گراف خطی مستقیم کشیده می‌شود و در توابع غیرخطی یک خط منحنی‌دار ترسیم می‌شود و با توجه به اینکه در توابع غیرخطی میزان متغیرهای ورودی و خروجی ثابت نیستند مشکلات طبقه‌بندی در آن‌ها معمول است (پندی و گویند ۲۰۱۶). توابع فعالیت غیرخطی ELM که در این مطالعه مورد بررسی قرار گرفته است شامل تابع پله‌ای (hardlim)، سیگموئید (sig)، سینوسی (sin)، بایاس مثلثی (tribas) و بایاس شعاعی (radbas) است. در ELM، وزن‌ها و بایاس‌ها بین نرون‌های لایه ورودی و مخفی به‌صورت تصادفی اختصاص داده می‌شوند. فعال‌سازی نرون‌های لایه مخفی برای هر نمونه آموزشی در یک شبکه

که در آن:

$$H(\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{x}) = \begin{bmatrix} G(a_1, b_1, x_1) & \dots & G(a_L, b_L, x_L) \\ G(a_1, b_1, x_N) & \dots & G(a_L, b_L, x_N) \end{bmatrix}_{N \times L}$$

[۸]

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1^T \\ \vdots \\ \beta_L^T \end{bmatrix}_{L \times m} \quad \text{and} \quad T = \begin{bmatrix} T_1^T \\ \vdots \\ T_L^T \end{bmatrix}_{L \times m}$$

[۹]

که  $\tilde{a} = a_1, \dots, a_L; \tilde{b} = b_1, \dots, b_L; \tilde{x} = x_1, \dots, x_L$

بردار وزن بین نرون‌های لایه‌های مخفی و لایه پنهان و  $H'$  شبه معکوس Moore-Penrose ماتریس  $H$  است. مقدار  $T$  بردار بین وزن‌های نمونه‌های آموزشی است. با توجه به توضیحات ارائه شده می‌توان گفت که آموزش ELM شامل دو مرحله است: مرحله اول، اختصاص تصادفی وزن‌ها و بایاس‌ها به نرون‌های لایه پنهان و محاسبه خروجی لایه پنهان ماتریس  $H$  و مرحله دوم، محاسبه وزن‌های خروجی با استفاده از شبه معکوس Moore-Penrose ماتریس  $H$  و مقادیر هدف برای نمونه‌های آموزشی مختلف. روند آموزش جهت پیدا کردن شبه معکوس Moore-Penrose ماتریس لایه پنهان ( $H$ )، سریع است به‌طوری‌که از سرعت بالاتری نسبت به الگوریتم‌های مبتنی بر تکرار رایج مانند لونیبرگ-مارکوآردت که در آن هیچ نوع روالی از بهینه‌سازی غیر خطی را دربر نمی‌گیرد، برخوردار است. بنابراین زمان آموزش شبکه به‌طور قابل توجهی کاهش می‌یابد (هوآنگ ۲۰۰۶). مدل ELM با استفاده از تعداد زیادی از پیش‌بینی فضای ورودی تصادفی غیرخطی کار می‌کند به‌طوری‌که هر نرون با یک نمونه تصادفی منفرد در ارتباط است.

### تکامل تفاضلی

روش بهینه‌سازی تکامل تفاضلی (DE) یکی از تکنیک‌های نسبتاً جدید در زمینه بهینه‌سازی فراکاوشی است که توسط استورن و پرایس (۱۹۹۷) ارائه شده

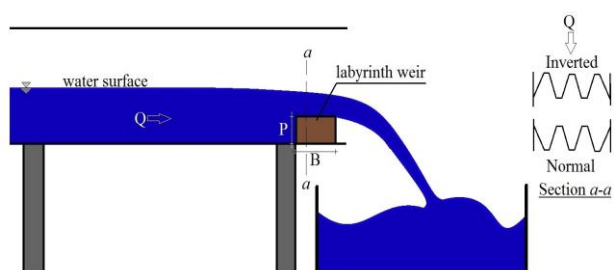
است. در سال‌های اخیر الگوریتم تکامل تفاضلی به عنوان روشی قدرتمند و سریع برای مسائل بهینه‌سازی در فضاهای پیوسته معرفی شده است و توانایی خوبی در بهینه‌سازی توابع غیرخطی مشتق‌ناپذیر دارد. همانند دیگر الگوریتم‌های تکاملی، این الگوریتم با ایجاد یک جمعیت اولیه شروع به کار می‌کند. سپس با اعمال عملگرهایی شامل ترکیب، جهش و تقاطع، نسل فرزند تشکیل شده و در مرحله بعد که مرحله انتخاب نام دارد، نسل فرزند با نسل والد از برای میزان شایستگی که توسط تابع هدف سنجیده می‌شود، مقایسه می‌گردد. سپس بهترین اعضا به‌عنوان نسل بعدی وارد مرحله بعد می‌گردند. این عمل تا رسیدن به نتایج مطلوب ادامه می‌یابد.

### ماشین آموزش نیرومند خود تطبیقی

استفاده از الگوریتم تکامل تفاضلی به‌صورت خود تطبیقی توانایی غلبه بر محدودیت‌های موجود مانند پارامترهای کنترل در الگوریتم، انتخاب استراتژی بردار trial را داراست. از این‌رو، الگوریتم ماشین آموزش نیرومند خود تطبیقی (SAELM) جهت بهینه‌سازی وزن‌های ورودی شبکه و بایاس‌های نود مخفی، توسط کائو و همکاران (۲۰۱۲) ارائه شده است. با داشتن مجموعه داده‌های آموزشی، تعداد  $L$  نود مخفی و تابع فعال‌سازی  $g(x)$ ، می‌توان الگوریتم SAELM را فرمول‌نویسی کرد. بدین منظور، ابتدا جمعیت اولیه با استفاده از بردارهای جمعیت (NP) که نودهای مخفی را در بر می‌گیرند.

### مدل آزمایشگاهی

در این مطالعه برای صحت‌سنجی نتایج مدل‌های عددی از مقادیر آزمایشگاهی اندازه‌گیری شده توسط سیمونز (۲۰۱۴) استفاده شده است. اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی در یک کانال مستطیلی به طول ۱۴/۶ متر، عرض ۱/۲ متر و ارتفاع ۰/۹ متر انجام شده است. شیب کانال در کلیه اندازه‌گیری‌ها برابر صفر و کانال افقی بود. در شکل ۱ طرح کلی مدل آزمایشگاهی سیمونز (۲۰۱۴) به تصویر کشیده شده است. وی در مطالعه خود مبادرت



شکل ۱- طرح کلی مدل آزمایشگاهی سیمونز (۲۰۱۴)

به اندازه‌گیری دبی جریان ( $Q$ )، هد کل روی تاج سرریز ( $H_T$ )، ارتفاع تاج سرریز ( $P$ )، زوایای راس سرریز ( $\alpha$ )، طول تاج سرریز ( $L_c$ )، کل عرض سرریز کنگره‌ای ( $W$ )، طول هندسی راس سرریز ( $A$ ) و عرض یک سیکل سرریز ( $w$ ) نمودند. در جدول ۱ محدود مقادیر مذکور مرتب شده است.

جدول ۱- محدوده مقادیر آزمایشگاهی سیمونز (۲۰۱۴).

پارامتر	$Q$ ( $m^3 s^{-1}$ )	$H_T$ (m)	$P$ (m)	$\alpha$ (Degree)	$L_c$ (m)	$W$ (m)	$A$ (m)	$w$ (m)
محدوده	۰/۰۱۶-۰/۶۳۷	۰/۰۱۶-۰/۳۵۱	۰/۲۹۹-۰/۴۵۷	۱۲-۱۵	۲/۵۰۲-۵/۴۳۸	۱/۱۵۳-۱/۲۳۰	۰/۰-۰/۰۷۴	۰/۲۰۵-۰/۶۱۵

### ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای

به‌طور کلی ضریب دبی سرریزهای نرمال از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$C_d = \frac{3}{2} \frac{Q}{\sqrt{2g} L_c H_T^{3/2}}$$

[۱۰]

همچنین ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای تابعی از پارامترهای زیر است:

$$C_d = f(Fr, H_T/P, \alpha, L_c/W, A/w, w/P)$$

[۱۱]

بنابراین در مطالعه حاضر برای محاسبه ضریب دبی توسط مدل هوش مصنوعی از پارامترهای بدون بعد رابطه استفاده شد. نحوه ترکیب پارامترهای ورودی برای توسعه مدل‌های هوش مصنوعی در شکل ۲ نشان داده شده است.

در این مقاله برای بررسی توانایی مدل‌های هوش مصنوعی از شبیه‌سازی‌های مونت کارلو استفاده شد. ایده اصلی روش شبیه‌سازی مونت کارلو بر این است که با استفاده از تصمیم‌گیری تصادفی مسائلی که ممکن است در اصل قطعی باشند را حل می‌کند. روش‌های مونت-کارلو معمولاً برای شبیه‌سازی سیستم‌های فیزیکی و ریاضیاتی که اغلب حل آنها با استفاده از روش‌های دیگر مقدور نیست استفاده می‌گردد. شبیه-

سازی مونت کارلو به‌طور کلی به‌وسیله توزیع احتمالی برای حل مسائل مختلف از قبیل بهینه‌سازی و انتگرال گیری عددی استفاده می‌شود. علاوه‌بر این از روش اعتبارسنجی چند لایه‌ای برای بررسی عملکرد مدل‌های مذکور بهره گرفته می‌شود. در روش اعتبارسنجی چند لایه‌ای، نمونه اصلی است به‌طور تصادفی به  $k$  نمونه‌های فرعی به اندازه مساوی تقسیم شود. در بین نمونه‌های فرعی  $k$ ، یک نمونه فرعی به‌عنوان داده‌های اعتبارسنجی و باقی‌مانده آنها به‌عنوان داده‌های آزمون این مدل استفاده می‌شوند. سپس روند اعتبارسنجی چند لایه  $k$  بار تکرار می‌شود (برابر تعداد لایه‌ها)، هر کدام از نمونه‌های فرعی  $k$  دقیقاً یک‌بار به‌عنوان داده‌های اعتبارسنجی مورد استفاده قرار می‌گیرند. نتایج به‌دست آمده از  $k$  لایه‌ی مذکور متوسط‌گیری شده و به‌عنوان یک تخمین ارائه می‌شود. مزیت این روش، تکرار تصادفی نمونه‌های فرعی در روند آزمون و آموزش برای کلیه مشاهدات است و هر مشاهده دقیقاً یک‌بار برای اعتبارسنجی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این مطالعه مقدار  $k$  برابر با ۵ فرض شد. همچنین طرح روش اعتبارسنجی چند لایه و نحوه برخورد با داده‌های آزمون و آموزش در شکل ۳ نشان داده است.

### شکل ۳- نحوه برخورد با داده‌ها در روش k-fold cross validation

در این مطالعه برای بررسی دقت مدل‌های عددی از شاخص‌های آماری ضریب تبیین ( $R^2$ ), خطای جذر میانگین مربعات ( $RMSE$ ), درصد میانگین مطلق خطا ( $MARE$ ), خطای مطلق میانگین ( $MAE$ ), شاخص پراکندگی ( $SI$ ) ضریب نش ( $NSC$ ) به صورت زیر استفاده شد:

$$R^2 = \frac{\left( n \sum_{i=1}^n R_{(Predicted)_i} R_{(Observed)_i} - \sum_{j=1}^n R_{(Predicted)_j} \sum_{i=1}^n R_{(Observed)_i} \right)^2}{\left( n \sum_{i=1}^n (R_{(Predicted)_i})^2 - \sum_{i=1}^n (R_{(Predicted)_i}) \right) \left( n \sum_{i=1}^n (R_{(Observed)_i})^2 - \sum_{i=1}^n (R_{(Observed)_i}) \right)} \quad [12]$$

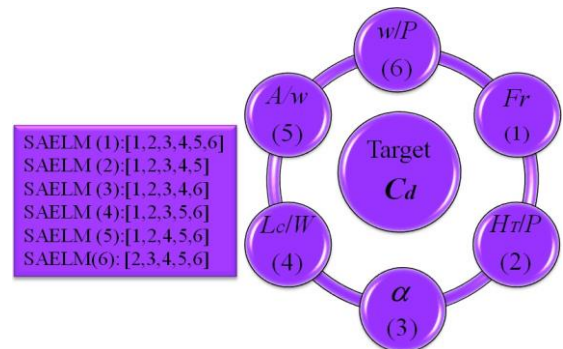
$$SI = \frac{RMSE}{(\bar{R})_{(Observed)}} \quad [16]$$

$$NSC = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (R_{(Observed)_i} - R_{(Predicted)_i})^2}{\sum_{i=1}^n (R_{(Observed)_i} - \bar{R}_{(Observed)})^2} \quad [17]$$

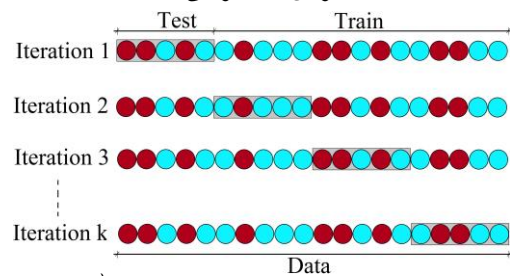
تحلیل عدم قطعیت رفتار مدل‌های هوش مصنوعی مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت. علاوه بر این برای مدل برتر یک رابطه پیشنهاد داده می‌شود. در انتها برای هر یک از پارامترهای ورودی تحلیل حساسیت مشتق نسبی اجرا می‌شود.

### نتایج و بحث

#### مقادیر بهینه برای نرون‌های لایه مخفی



### شکل ۲- ترکیب پارامترهای ورودی برای توسعه مدل‌های هوش مصنوعی.



$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_{(Predicted)_i} - R_{(Observed)_i})^2} \quad [13]$$

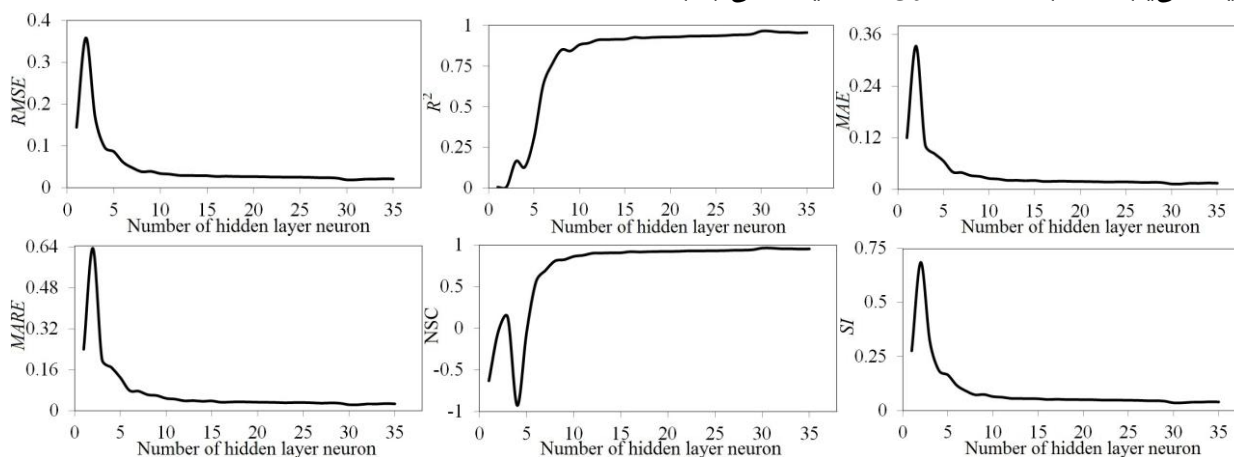
$$MARE = 100 \times \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{|R_{(Predicted)_i} - R_{(Observed)_i}|}{R_{(Predicted)_i}} \right) \quad [14]$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |(R)_{(Predicted)_i} - (R)_{(Observed)_i}| \quad [15]$$

در معادلات مذکور مقادیر  $(R)_{(Observed)_i}$ ,  $(R)_{(Predicted)_i}$  و  $\bar{R}_{(Observed)_i}$  به ترتیب برابر مقادیر آزمایشگاهی، نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل‌های عددی، میانگین مقادیر آزمایشگاهی و تعداد اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی هستند. در ادامه نتایج شبیه‌سازی توسط ماشین آموزش نیرومند خود تطبیقی ارائه شد. در ابتدا بهینه‌ترین تعداد نرون‌های لایه مخفی به دست آمد. سپس با انجام تحلیل حساسیت، مدل برتر و موثرترین پارامترهای ورودی شناسایی شد. همچنین با انجام

با یک در نظر گرفته شد. سپس این روند تا ۳۵ نرون لایه مخفی ادامه یافت. بر اساس نتایج مدل‌سازی، با انتخاب تعداد نرون‌های لایه مخفی مساوی ۳۰ مقدار خطا کاهش یافت و تغییر قابل توجهی تجربه نکرد. به‌عنوان مثال مقادیر  $R^2$  و  $SI$  به ترتیب مساوی با ۰/۹۶۴ و ۰/۰۳۵ به دست آمد. علاوه بر این مقادیر  $RMSE$ ،  $MARE$  و  $NSC$  به ترتیب برابر با ۰/۰۱۸، ۰/۰۲۳ و ۰/۹۶۲ محاسبه شد. بنابراین بهینه‌ترین تعداد نرون لایه مخفی مساوی با ۳۰ انتخاب شد.

در این قسمت به بررسی تعداد نرون‌های لایه مخفی بهینه برای مدل‌های هوش مصنوعی پرداخته شد. در مطالعات گذشته به این نکته اشاره شده است که تعداد بهینه نرون‌های لایه مخفی با استفاده از یک روند سعی و خطا بدست می‌آید (عظیمی و همکاران ۲۰۱۷b). در شکل ۴ تغییرات نرون‌های لایه مخفی در مقابل شاخص‌های آماری مختلف به تصویر کشیده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود با افزایش تعداد نرون‌های لایه مخفی دقت مدل عددی به شکل قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. در ابتدا تعداد نرون‌های لایه مخفی برابر



شکل ۴- تغییرات نرون‌های لایه مخفی در مقابل شاخص‌های آماری مختلف.

سازی در شکل‌های ۵ و ۶ نشان داده شده‌اند. به‌عنوان مثال، مقادیر  $R^2$ ،  $SI$  و  $RMSE$  برای تابع فعال‌سازی sig به ترتیب مساوی ۰/۹۶۴، ۰/۰۳۵ و ۰/۰۱۸ به دست آمدند. همچنین مقادیر  $BIAS$  و  $NSC$  برای این تابع فعال‌سازی به ترتیب برابر با  $-0.9-1/61E$  و ۰/۹۶۲ محاسبه شدند. علاوه بر این، برای توابع فعال‌سازی sin و hardlim مقدار شاخص آماری  $R^2$  به ترتیب مساوی ۰/۹۵۳ و  $3.0-1/64E$  به دست آمدند. لازم به ذکر است که مقدار  $RMSE$  برای تابع فعال‌سازی hardlim مساوی ۰/۰۹۷ محاسبه شد. مقادیر شاخص پراکندگی برای توابع فعال‌سازی tribas و radbas به ترتیب برابر با ۰/۰۸۱ و ۰/۰۶۹ بودند. همچنین مقدار  $R^2$  برای radbas برابر با ۰/۸۶۵ تخمین زده شد. بنابراین بر اساس نتایج شبیه‌سازی، تابع فعال‌سازی sigmoid مقادیر ضریب دبی سرریز کنگره‌ای را با دقت

### تابع فعال‌سازی

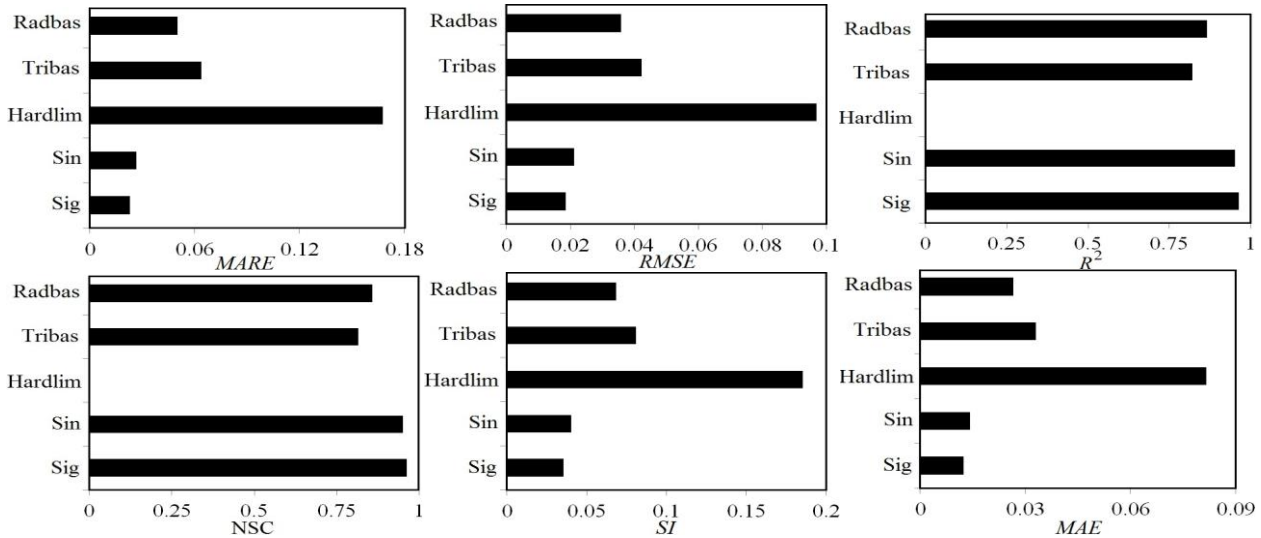
مدل ماشین آموزش نیرومند دارای پنج تابع فعال‌سازی مختلف شامل sigmoid، sin، hardlimit، Tribas و Radbas است. مطالعات گذشته نشان داد که بهینه‌ترین تابع فعال‌سازی با اجرای یک تحلیل حساسیت برای کلیه توابع فعال‌سازی ماشین آموزش نیرومند انتخاب می‌شود. به بیان دیگر، ضریب دبی یا همان تابع هدف برای هر تابع فعال‌سازی به صورت جداگانه شبیه‌سازی و این نتایج با همدیگر مقایسه شدند. بهترین و بهینه‌ترین تابع فعال‌سازی، تابعی است که کمترین خطا و بیشترین مقدار همبستگی با مقادیر مشاهداتی را داشت (عظیمی و همکاران ۲۰۱۷b).

برای یافتن بهترین تابع فعال‌سازی، مقادیر خطا و ضریب دبی شبیه‌سازی شده توسط این توابع فعال-

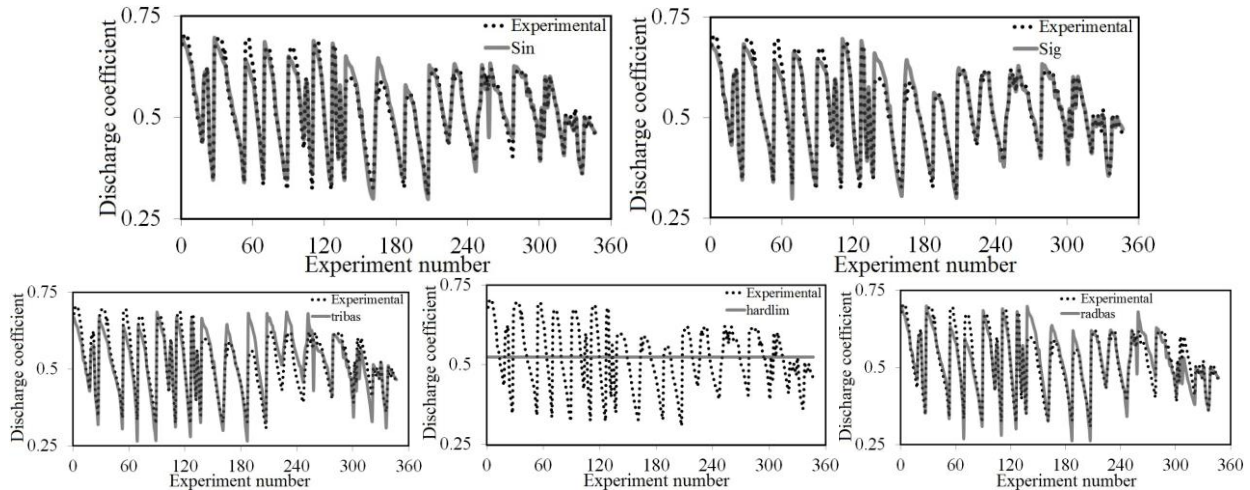


تخمین ضریب دبی انتخاب می‌شود.

بیشتری شبیه‌سازی نمود بنابراین در ادامه این تابع فعال‌سازی به‌عنوان بهترین تابع فعال‌سازی برای



شکل ۵- مقایسه شاخص‌های آماری مختلف برای توابع فعال‌سازی مدل هوش مصنوعی.



شکل ۶- مقایسه ضریب دبی مشاهداتی با مقادیر شبیه‌سازی شده توسط توابع فعال‌سازی مدل هوش مصنوعی.

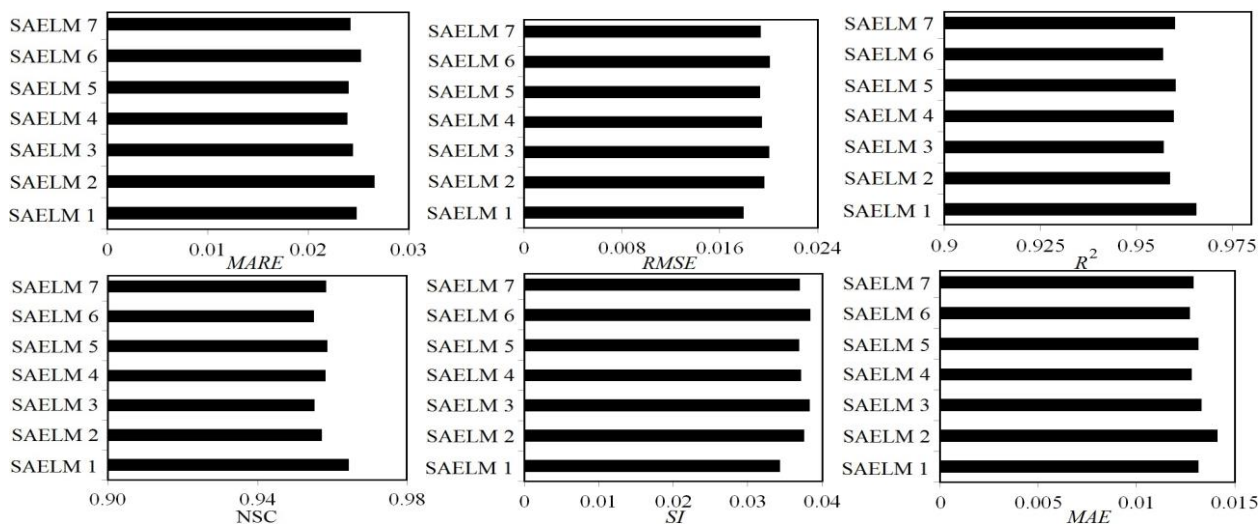
## تحلیل حساسیت

در ادامه با انجام تحلیل حساسیت نتایج مدل‌های SAELM 1 to SAELM 7 مورد ارزیابی قرار گرفت. مقایسه کلیه شاخص‌های آماری برای این مدل‌های در شکل ۷ قابل مشاهده است. همچنین مقایسه ضریب دبی-های مشاهداتی و شبیه‌سازی شده توسط مدل‌های هوش مصنوعی در شکل ۸ نشان داده شده است. مدل SAELM 1 مقادیر ضریب دبی سرریز کنگره‌ای را با ترکیبی از کلیه پارامترهای ورودی ( $Fr$ ,  $H_T/P$ ,  $\alpha$ ,  $L/W$ ,  $A/w$ ,  $w/P$ ) تخمین زد. این مدل در میان کلیه مدل‌های هوش

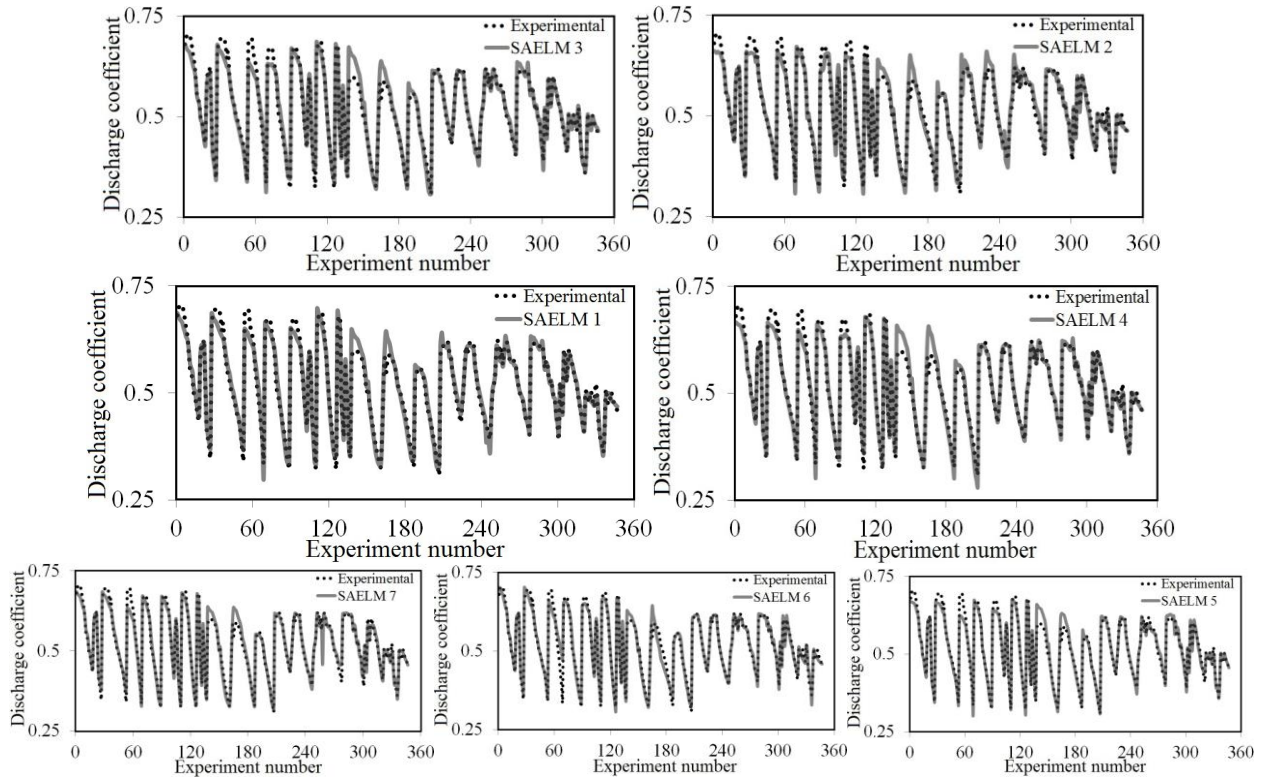
مصنوعی دارای بیشترین دقت و کمترین مقدار خطا بود. به‌عنوان مثال مقادیر  $SI$ ،  $RMSE$  و  $BIAS$  برای مدل SAELM 1 به ترتیب برابر با  $0.034$ ،  $0.018$  و  $0.09$  - $1/MAE$  تخمین زده شدند. علاوه بر این شاخص‌های آماری  $MAE$  و  $NSC$  به ترتیب برابر با  $0.013$  و  $0.957$  به دست آمدند. در ادامه به بررسی مدل‌های با ترکیبی از پنج پارامتر ورودی پرداخته می‌شود. مدل‌های SAELM 2 to SAELM 7 مقادیر تابع هدف را بر حسب پنج پارامتر ورودی تخمین زدند. به‌عنوان مثال، مدل SAELM 2 مقادیر ضریب دبی را بر حسب  $Fr$ ،  $H_T/P$ ،  $\alpha$ ،  $L/W$ ،  $A/w$

برای این مدل تاثیر پارامتر بدون بعد  $w/P$  حذف شد. لازم به ذکر است که مقدار شاخص‌های آماری  $MAE$ ،  $BIAS$  و  $RMSE$  برای این مدل به ترتیب مساوی با  $0.013$ ،  $0.08-3/52E$  و  $0.019$  به دست آمدند. بر اساس نتایج مدل‌سازی، مدل SAELM 6 در میان کلیه مدل‌های هوش مصنوعی دارای کمترین مقدار همبستگی با مقادیر مشاهداتی بود. برای تخمین ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای توسط این مدل تاثیر پارامترهای  $Fr$ ،  $\alpha$ ،  $L/W$ ،  $A/w$ ،  $w/P$  در نظر گرفته شد. لازم به ذکر است که تاثیر پارامتر  $H_T/P$  حذف شد. برای SAELM 6 مقادیر  $SI$  و  $RMSE$  به ترتیب مساوی با  $0.028$  و  $0.020$  تخمین زده شده‌اند. همچنین مقادیر  $MAE$  و NSC برای این مدل به ترتیب برابر با  $0.013$  و  $0.955$  محاسبه شد. مدل SAELM 7 مقادیر تابع هدف را بر حسب پارامترهای بدون بعد  $H_T/P$ ،  $\alpha$ ،  $L/W$ ،  $A/w$ ،  $w/P$  تخمین زد. برای این مدل تاثیر پارامتر عدد فرود ( $Fr$ ) حذف شد. برای مدل مذکور مقادیر  $RMSE$  و  $MARE$  به ترتیب مساوی با  $0.019$  و  $0.024$  محاسبه گردید. علاوه بر این، شاخص‌های  $SI$  و NSC برای SAELM 7 به ترتیب مساوی  $0.037$  و  $0.958$  محاسبه شدند. بر اساس نتایج تحلیل حساسیت، مدل SAELM 1 به عنوان مدل برتر برای تخمین ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای معرفی شد. همچنین پارامترهای  $H_T/P$  و  $A/w$  موثرترین پارامتر ورودی شناسایی شدند.

برای این مدل تاثیر پارامتر بدون بعد  $w/P$  حذف شد. لازم به ذکر است که برای SAELM 2 مقادیر  $RMSE$ ،  $MAE$  و NSC به ترتیب برابر با  $0.020$ ،  $0.014$  و  $0.957$  به دست آمدند. همچنین مقادیر  $MARE$  و  $SI$  برای این مدل به ترتیب برابر با  $0.027$  و  $0.028$  تخمین زدند. سپس به ارزیابی مدل SAELM 3 پرداخته شد. این مدل مقادیر ضریب دبی را بر حسب  $Fr$ ،  $H_T/P$ ،  $\alpha$ ،  $L/W$ ،  $w/P$  پیش‌بینی کرد. به بیان دیگر برای این مدل تاثیر  $A/w$  نادیده گرفته شد. برای این مدل مقادیر شاخص‌های آماری  $NSC$ ،  $SI$  و  $MAE$  به ترتیب  $0.955$ ،  $0.028$  و  $0.013$  محاسبه شدند. علاوه بر این مقادیر  $RMSE$  و  $MARE$  برای SAELM 3 به ترتیب مساوی  $0.020$  و  $0.024$  محاسبه شدند. در ادامه نتایج مدل SAELM 4 مورد ارزیابی قرار گرفتند. این مدل تابعی از  $Fr$ ،  $H_T/P$ ،  $\alpha$ ،  $A/w$ ،  $w/P$  بود و برای تخمین ضریب دبی توسط این مدل تاثیر  $L/W$  نادیده گرفته شد. برای مدل مذکور مقادیر  $MAE$  و  $SI$  به ترتیب مساوی با  $0.013$  و  $0.037$  محاسبه شد. علاوه بر این مقادیر شاخص‌های  $MARE$  و  $RMSE$  برای SAELM 4 به ترتیب مساوی  $0.024$  و  $0.019$  تخمین زده شد. در میان کلیه مدل‌های هوش مصنوعی با پنج پارامتر ورودی، مدل SAELM 5 مقادیر ضریب دبی را با دقت بیشتری شبیه‌سازی کرد. این مدل تابع  $Fr$ ،  $H_T/P$ ،  $L/W$ ،  $A/w$ ،  $w/P$  بود. برای این مدل تاثیر پارامتر  $\alpha$  حذف شد. مقادیر  $SI$  و NSC برای SAELM 5 به ترتیب مساوی با

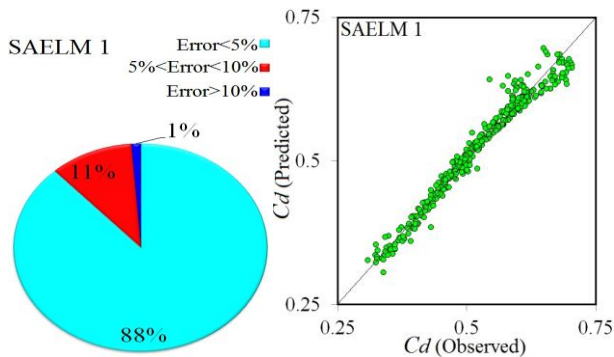


شکل ۷- مقایسه شاخص‌های آماری مختلف برای مدل‌های SAELM.



شکل ۸- مقایسه ضریب دبی مشاهداتی با مقادیر شبیه‌سازی توسط مدل‌های SAELM.

به نتایج توزیع خطا، تقریباً ۸۹ درصد نتایج مدل SAELM 6 مساوی با ۵ درصد بود. لازم به ذکر است که مقدار  $R^2$  برای مدل SAELM 7 برابر با ۰/۹۶۰ بود و حدوداً ۹۰ درصد نتایج مدل مذکور مقدار خطای کمتر از ۵ درصد داشتند. در شکل ۹ نمودار پراکندگی<sup>۱</sup> و توزیع خطا<sup>۲</sup> برای مدل‌های برتر نشان داده شده است.



شکل ۹- نمودار پراکندگی و توزیع خطا برای مدل برتر.

بر اساس نتایج مدل‌سازی، مقدار  $R^2$  برای SAELM 1 مساوی ۰/۹۶۶ محاسبه شد. همچنین حدوداً ۸۸ درصد نتایج تخمین زده شده توسط SAELM 1 دارای خطایی کمتر از ۵ درصد بودند. علاوه بر این تقریباً ۱۱ درصد نتایج این مدل دارای خطایی بین ۵ تا ۱۰ درصد بودند. همچنین مقدار شاخص  $R^2$  برای مدل‌های SAELM 2 و SAELM 3 به ترتیب مساوی ۰/۹۵۹ و ۰/۹۵۷ تخمین زده شد. بر اساس نتایج توزیع خطا، حدوداً ۱۲ درصد مقادیر ضریب دبی تخمین زده شده توسط SAELM 2 بین ۵ تا ۱۰ درصد محاسبه شد. همچنین تقریباً ۲ درصد نتایج مدل SAELM 3 دارای خطایی بیشتر از ۱۰ درصد بودند. علاوه بر این مقدار ضریب تبیین برای مدل SAELM 4 برابر با ۰/۹۶۰ تخمین زده شد. لازم به ذکر است که برای مدل مذکور تقریباً ۸۴ درصد نتایج این مدل خطایی کمتر از ۵ درصد داشتند. برای مدل‌های SAELM 5 و SAELM 6 مقدار  $R^2$  به ترتیب برابر با ۰/۹۶۰ و ۰/۹۵۷ محاسبه شد. با توجه

<sup>1</sup> Scatter plot<sup>2</sup> Error distribution

### مقایسه با سایر مدل‌های هوش مصنوعی

در این قسمت عملکرد مدل هوش مصنوعی استفاده شده توسط اخباری و همکاران (۲۰۱۷) که برای شبیه‌سازی ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای مثلثی بکار گرفته شد با مدل هوش مصنوعی برتر در این مطالعه مقایسه می‌شود. شاخص‌های آماری استفاده شده توسط اخباری و همکاران (۲۰۱۷) و شاخص‌های آماری محاسبه شده برای مدل برتر مطالعه حاضر در جدول ۲ مرتب شده است. لازم به ذکر است که اخباری و همکاران (۲۰۱۷) برای شبیه‌سازی ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای دو مدل هوش مصنوعی شامل شبکه عصبی مصنوعی پایه شعاعی<sup>۱</sup> (RBNN) و مدل M5' استفاده کردند. با توجه به این مقایسه، مقادیر شاخص‌های آماری  $R^2$  و MAPE برای مدل RBNN به ترتیب مساوی با ۰/۵۹۷ و ۴/۸۱۶ محاسبه شدند. علاوه بر این، برای مدل M5' مقادیر MAPE و  $R^2$  به ترتیب برابر با ۲/۷۷۴ و ۰/۸۳۱ تخمین زده شدند. بنابراین همان طور که ملاحظه شد مدل SAELM 1 به عنوان مدل برتر مطالعه حاضر از سایر مدل‌های هوش مصنوعی استفاده شده در مطالعات گذشته دارای عملکرد بهتری بود.

### تحلیل حساسیت مشتق نسبی

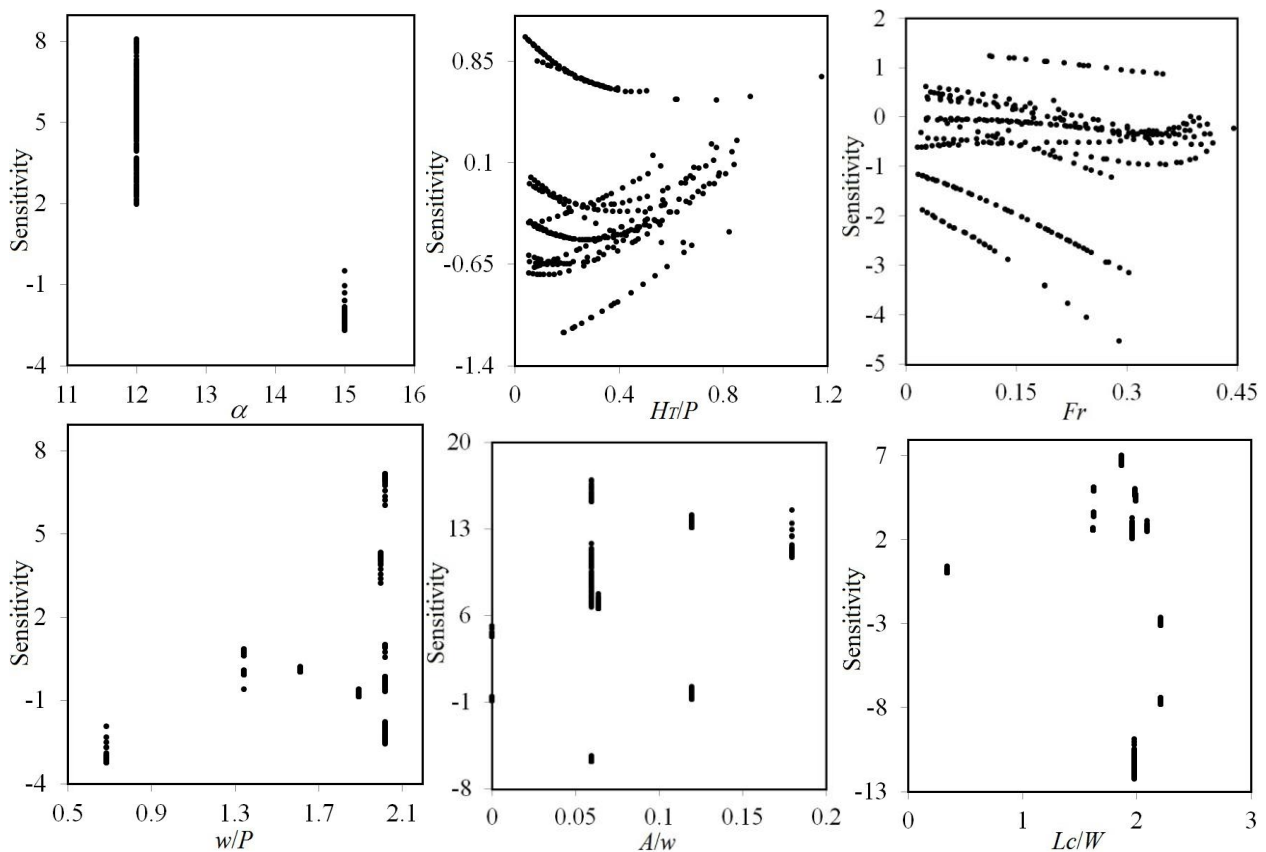
در ادامه به انجام تحلیل حساسیت مشتق نسبی برای مدل برتر و واسنجی پارامترهای ورودی پرداخته می‌شود. تحلیل حساسیت مشتق نسبی یکی از مهمترین روش‌ها برای شناسایی الگوی تغییرات پارامترهای ورودی است (عظیمی و همکاران، ۲۰۱۷). به طور کلی تحلیل حساسیت مشتق نسبی مثبت به معنای افزایش تابع هدف (ضریب دبی) است و در مقابل منفی بودن آن به معنی کاهش یافتن مقدار ضریب دبی است. نتایج تحلیل

حساسیت مشتق نسبی برای پارامترهای ورودی مدل برتر 1 SAELM در شکل ۱۰ نشان داده شده است. به عنوان مثال برای عدد فرود ( $Fr$ ) بخشی از نتایج PDSA مثبت و بخش دیگر منفی محاسبه شد که برای تحلیل حساسیت مشتق نسبی اجرا شده توسط عظیمی و همکاران (۲۰۱۷b) به آن اشاره شد بود. این محققین بیان کردند که با افزایش عدد فرود جریان مقدار مشتق نسبی تابع هدف (ضریب دبی) افزایش یافت. لازم به ذکر است که با افزایش عدد فرود مقدار PDSA با کاهش همراه بود. برای پارامتر  $H_T/P$  نیز بخشی از نتایج PDSA مثبت و بخش دیگر منفی تخمین زده شد. این در حالی است که با افزایش  $H_T/P$  مقدار PDSA با افزایش رو به رو شد. برای سایر پارامترهای ورودی، نتایج PDSA از الگوی خاصی پیروی نکرد.

<sup>1</sup> Radial Base Neural Networks

جدول ۲- مقایسه نتایج مدل اخباری و همکاران (۲۰۱۷) و با مدل برتر مطالعه حاضر.

مدل هوش مصنوعی	$R^2$	RMSE	SI	MAE	MARE	NSC	MAPE
SAELM 1	۰/۹۶۶	۰/۰۱۸	۰/۰۳۴	۰/۰۱۳	۰/۰۲۵	۹۶۴	-
RBNN	۰/۵۹۷	-	-	-	-	-	۴/۸۱۶
M5'	۰/۸۳۱	-	-	-	-	-	۲/۷۷۴



شکل ۱۰- نمودارهای تحلیل حساسیت پارامترهای ورودی مدل برتر.

ضربدری مورد استفاده قرار گرفت. در ابتدا بهینه‌ترین تعداد نرون‌های لایه مخفی برابر با ۳۰ انتخاب شد. سپس با انجام یک تحلیل حساسیت برای تابع فعال‌سازی، بهینه‌ترین تابع فعال‌سازی برای این مدل هوش مصنوعی در نظر گرفته شد. بر اساس نتایج مدل‌سازی، تابع فعال‌سازی Sigmoid دارای دقت بیشتری در مقایسه با سایر توابع فعال‌سازی بود. به عنوان مثال مقادیر  $RMSE$  و  $MARE$  برای تابع فعال‌سازی Sigmoid به ترتیب مساوی با ۰/۰۱۸ و ۰/۰۲۳ محاسبه شدند. نتایج تحلیل حساسیت

### نتیجه‌گیری کلی

به‌طور کلی سرریزها برای تنظیم و اندازه‌گیری جریان درون کانال‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند. یکی از کاربردی‌ترین نوع سرریزها، سرریز کنگره‌ای است. در این مقاله، برای اولین بار ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای توسط مدل هوش مصنوعی جدید SAELM تخمین زده شد. برای بررسی نتایج مدل هوش مصنوعی از شبیه‌سازی‌های مونت کارلو استفاده شد و برای صحت‌سنجی نتایج مدل عددی از روش اعتبار سنجی

توسط این مدل دارای خطایی کمتر از ۵ درصد بودند. پارامترهای بدون نسبت هد کل روی سرریز به ارتفاع تاج سرریز ( $H_T/P$ ) و نسبت طول هندسی راس سرریز به عرض یک سیکل سرریز ( $A/w$ ) به عنوان موثرترین پارامترهای ورودی شناسایی شدند.

نشان داد که مدل برتر مقادیر تابع هدف را بر حسب کلیه پارامترهای ورودی پیش‌بینی نمود. این مدل دارای دقت مناسبی بود، به عنوان مثال مقدار  $MAE$  و  $BIAS$  برای این مدل به ترتیب مساوی با ۰/۰۱۳ و ۱/۸۸E-۰۹ بودند. علاوه بر این، مقدار  $R^2$  برای مدل برتر مساوی ۰/۹۶۶ محاسبه شد و حدوداً ۸۸ درصد نتایج تخمین زده شده

#### منابع مورد استفاده

- Akhbari A, Zaji AH, Azimi H and Vafaeifard M, 2017. Predicting the discharge coefficient of triangular plan form weirs using radian basis function and M5' methods. *Journal of Applied Research in Water and Wastewater* 4(1): 281-289.
- Azamathulla HM, Ahmad Z and AB-Ghani A, 2013. Computation of discharge through side sluice gate using gene-expression programming. *Irrigation and Drainage* 62: 115-119.
- Azimi H, Bonakdari H and Ebtehaj I, 2017a. A highly efficient gene expression programming model for predicting the discharge coefficient in a side weir along a trapezoidal canal. *Irrigation and Drainage* 66(4): 655-666.
- Azimi H, Bonakdari H and Ebtehaj I, 2017b. Sensitivity analysis of the factors affecting the discharge capacity of side weirs in trapezoidal channels using extreme learning machines. *Flow Measurement and Instrumentation* 54: 216-223.
- Cao J, Lin Z and Huang GB, 2012. Self-adaptive evolutionary extreme learning machine. *Neural Processing Letters* 36(3): 285-305.
- Carollo FG, Ferro V and Pampalone V, 2017. Testing the Outflow Process over a Triangular Labyrinth Weir. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering* 143(8): 06017007-17.
- Dursun OF, Kaya N and Firat M, 2012. Estimating discharge coefficient of semi-elliptical side weir using ANFIS. *Journal of Hydrology* 426-427: 55-62.
- Huang GB, Zhu QY and Siew CK, 2004. Extreme learning machine: A new learning scheme of feedforward neural networks. Pp. 985-990. *Proceedings of International Joint Conference on Neural Networks*. July 25-29, Budapest, Hungary.
- Kisi O, Emiroglu ME, Bilhan O and Guven A, 2012. Prediction of lateral outflow over triangular labyrinth side weirs under subcritical conditions using soft computing approaches. *Expert Systems with Applications* 39: 3454-3460.
- Kumar S, Ahmad Z and Mansoor T, 2011. A new approach to improve the discharging capacity of sharp-crested triangular plan form weirs. *Journal of Flow Measurement and Instrumentation* 22(3): 175-180.
- Qin AK, Huang VL and Suganthan PN, 2009. Differential evolution algorithm with strategy adaptation for global numerical optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 13(2): 398-417.
- Roushangar K, Alami MT, Majedi Asl M and Shiri J, 2017. Modeling discharge coefficient of normal and inverted orientation labyrinth weirs using machine learning techniques. *ISH Journal of Hydraulic Engineering* 23(3): 331-340.
- Storn R and Price K, 1997. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization* 11(4): 341-359.
- Tullis BP, Young JC and Chandler MA, 2007. Head-discharge relationships for submerged Labyrinth weirs. *Journal of Hydraulic Engineering* 133(3): 248-253.