نشریه مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز، شماره پیاپی ۹۷، جلد ۵۱، شماره ۴، زمستان، ۱۴۰۰، صفحه ۴۶۳-۴۷۲ – پژوهشی کامل DOI: 10.22034/jmeut.2022.12367

روش‌های جدید تخمین نیروی تماس ضربه سرعت پایین بر روی ورق‌های چندلایه کامپوزیت-فلز

علی داور*
استادیار، مجتمع دانشگاهی مواد و فناوری های ساخت ، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران،
davar78@gmail.com

عباس لبافیان مشهدی
کارشناسی ارشد، مجتمع دانشگاهی مواد و فناوری های ساخت ، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران، abaslabafian@gmail.com

محسن حیدری بنی
دانشجوی دکتری، مجتمع دانشگاهی مواد و فناوری های ساخت ، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران، mohsenheydari1371@gmail.com

جعفر اسکندری جم
استاد، مجتمع دانشگاهی مواد و فناوری های ساخت ، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران،
jafar.eskandarijam@gmail.com

چکیده

در این مقاله پاسخ ضربه سرعت پایین بر ورق‌های کامپوزیت-فلز (FML) با استفاده از سه مدل جدید مورد بررسی قرار می‌گیرد. ورق مورد بررسی اورتوتروپیک ویژه می‌باشد. شرایط مرزی به صورت تکیه‌گاه ساده و رفتار ماده، الاستیک خطی در نظر گرفته شده است. روابط برمبنای نظریه کلاسیک ورق بوده و روش سری‌های فوریه برای حل روابط تحلیلی استفاده شده است. جرم ضربه‌زننده بزرگ و لذا پاسخ ضربه، شبه‌استاتیک در نظر گرفته شده است. در روش اول، تاریخچه نیروی تماس ابتدا به صورت یک نیم‌سینوس در نظر گرفته شده و سپس بیشینه نیروی تماس و مدت تماس محاسبه می‌شود. در روش دوم، یک مدل جرم و فنر دو درجه آزادی، با محاسبه سفتی تماس مؤثر طی یک چرخه تکرار سریع، بیان می شود. در روش سوم که برای نخستین بار در این مقاله ارائه شده است، ورق به صورت جرم و فنرهای سری که تشکیل یک مدل جرم و فنر چند درجه آزادی می دهند، در نظر گرفته شده و نیروی اعمالی بر فنر آخر، به عنوان نیروی تماس معرفی شده است. اعتبارسنجی این مدل‌ها با مقایسه نتایج با نتایج تحلیلی و تجربی تحقیقات گذشته، انجام شده و تطابق خوبی مشاهده شده است. نتایج نشان می‌دهد که مدل جدید جرم و فنر چند درجه آزادی، خیز ورق را در محل اعمال ضربه، با دقت بیشتری در مقایسه با مدل جرم و فنر دو درجه آزادی به دست می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: ضربه سرعت پایین؛ ورق چندلایه کامپوزیت-فلز؛ تاریخچه نیروی تماس؛ پاسخ شبه‌استاتیک؛ نظریه کلاسیک ورق؛ مدل جرم و فنر.

New Contact Force Estimation Procedures with Application to Low-Velocity Impact on Fiber Metal Laminate (FML) Plates

A. Davar — Faculty of Materials and Manufacturing Technologies, Malek Ashtar University of Technologies, Iran

A. Labbafian Mashhadi — Faculty of Materials and Manufacturing Technologies, Malek Ashtar University of Technologies, Iran

M. Heydari Beni — Faculty of Materials and Manufacturing Technologies, Malek Ashtar University of Technologies, Iran

J. Eskandari Jam — Faculty of Materials and Manufacturing Technologies, Malek Ashtar University of Technologies, Iran

Abstract

In this paper, the low-velocity impact response on fiber metal laminate (FML) plates is investigated using three new models. The plate is specially orthotropic. The boundary conditions are considered as simply supported and the behavior of the material is linear elastic. The relationships are based on classical plate theory and the Navier method is used to solve the governing equations. The mass of the impactor is considered to be large and therefore the impact response is categorized as quasi-static. In the first impact model, the contact force history is first considered as a half-sine and then the maximum contact force and contact duration are calculated. In the second model, a two-degree-of-freedom (TDOF) spring-mass system is expressed by calculating the effective contact stiffness using a fast iterative scheme. In the third model, which is expressed for the first time in this paper, the plate is considered as a series of masses and springs constructing a multi-degree-of-freedom (MDOF) spring-mass system and the applied force on the last spring is introduced as the contact force. Validation of these models is done by comparing the results with the analytical and experimental results and shows good agreement. Results show that the new MDOF spring-mass system is more accurate for calculating the deflection of the plate at the impact point rather than the TDOF spring-mass system.

Keywords: low-velocity impact; FML plate; contact force history; quasi-static response; classical plate theory; spring-mass model.

۱- مقدمه

چندلایه‌های کامپوزیتی هیبریدی کامپوزیت-فلز (FML) نوع جدیدی از کامپوزیت‌ها هستند که شامل لایه‌های نازک فلز همراه با لایه‌های پیش‌آغشته پلیمری تقویت شده با الیاف می‌باشند. این مواد، خواص مفید فلزات مانند انعطاف‌پذیری، ضربه‌پذیری و تحمل آسیب را با فواید مواد کامپوزیتی مانند استحکام ویژه بالا، سفتی ویژه بالا و مقاومت خوردگی و خستگی بالای آنها ترکیب می‌کنند. با توجه به خواص گسترده مواد FML، این مواد بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند و کاربردهای آنها در صنایع مختلف و به خصوص در صنایع هوافضا، روز به روز در حال گسترش است. در کنار این گستره وسیع کاربری، اغلب

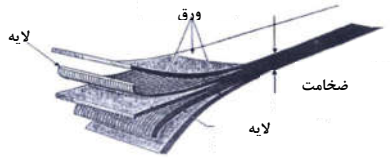
* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: a_davar@mut.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۹/۰۸/۲۷
تاریخ پذیرش: ۹۹/۱۱/۰۶

این سازه‌ها در محیط کاری خود در معرض ضربه به‌وسیله اجسام خارجی قرار دارند. این ضربه می‌تواند به سازه کامپوزیتی آسیب وارد کرده و آن را از کاربری مفید خارج کند. به عنوان مثال، افتادن ابزار حین کار بر روی یک قطعه کامپوزیتی می‌تواند باعث آسیب قابل توجهی در سطح آن شود. درعین‌حال، گاهی اوقات ممکن است این آسیب در سطوح داخلی اتفاق بیفتد و مشاهده چشمی آن ممکن نباشد. بنابراین دانستن حد مجاز انرژی برخورد و به‌طور متناظر، بیشترین نیروی تماس در برخورد که باعث شروع آسیب می‌شود، بسیار حائز اهمیت است.

در تحلیل ضربه، معمولاً دو پارامتر بیشتر مورد توجه قرار می‌گیرد. اولین پارامتر، تخمین نیروی تماس و دومین پارامتر، پیش‌بینی جابجایی یا کرنش سازه تحت ضربه است. محققان زیادی ضربه بر ورق‌های کامپوزیتی را مورد بررسی قرار داده‌اند. عده‌ای از این محققان ضربه را به صورت تجربی بررسی کرده و نیروی تماس، جابجایی ورق حین تماس و مدت زمان تماس طی ضربه را مورد مطالعه قرار داده‌اند [۴-۱]. عده‌ای از آنها نیز با استفاده از روش‌های عددی و اجزای محدود، پاسخ ورق به ضربه را تحلیل کرده‌اند [۸-۵]. در این بین، محققان زیادی سعی در پیش‌بینی پاسخ ورق، با استفاده از روش‌های تحلیلی کرده‌اند. شیواکومار و همکاران [۹] به مدل‌سازی تحلیلی ضربه بر سازه‌های کامپوزیتی پرداختند. آنها دو مدل ارائه کردند. در مدل اول با استفاده از موازنه انرژی بین انرژی جنبشی ضربه‌زننده و مجموع انرژی‌هایی که صرف تغییر شکل در سازه می‌شوند، توانستند نیروی تماس را به دست آورند. در مدل دوم، آنها ضربه‌زننده و ورق را به صورت دو جرم صلب و تغییر شکل آنها را به صورت دو فنر در نظر گرفتند. سپس با اعمال یک سرعت اولیه بر ضربه‌زننده و به دست آوردن پاسخ این سیستم، به تاریخچه زمانی نیروی تماس و جابجایی ورق دست یافتند. پیرسون و وزیری [۱۰] با استفاده از نظریه مرتبه اول تغییر شکل برشی، مدلی برای تحلیل رفتار ورق‌های اورتوتروپ ویژه دارای شرایط تکیه‌گاهی ساده ارائه دادند. مدل آنها بر مبنای قانون تماس غیرخطی هرتز استوار بود. اولسون [۱۱] ضربه سرعت پایین را با توجه به نسبت جرم ضربه‌زننده به جرم ساختار هدف به دو دسته جرم کوچک و جرم بزرگ دسته‌بندی کرد. هنگامی که جرم ضربه‌زننده نسبت به جرم ساختار هدف بزرگ باشد، سازه رفتاری شبه‌استاتیک از خود نشان می‌دهد. ابریت [۱۲] رفتار سازه‌های کامپوزیتی تحت ضربه را به‌طور گسترده‌ای مورد مطالعه قرار داده است. مدل‌های بررسی شده توسط وی شامل مدل‌های جرم و فنر، مدل‌های موازنه انرژی، مدل‌های کامل و یک مدل برای تحلیل ضربه بر ورق‌های نامتناهی است. کریستوفورو و همکاران [۱۳] برای ضربه سرعت پایین بر ورق‌های کامپوزیتی یک جواب معکوس ارائه دادند. آنها با در اختیار داشتن پاسخ دینامیکی تجربی، توانستند جرم و سرعت ضربه‌زننده را محاسبه کنند. چوی و لیم [۱۴] با استفاده از قانون تماس خطی شده هرتز، ضربه سرعت پایین بر چندلایه‌های کامپوزیتی را بررسی کردند. خلیلی و همکاران [۱۵] به بررسی تأثیر تنش‌های اولیه بر پاسخ ضربه جانبی بر ورق‌های کامپوزیتی پرداختند. پایگانه و همکاران [۱۶] با استفاده از یک سیستم جرم و فنر دو درجه آزادی و با استفاده از مدل تماس خطی شده هرتز که توسط چوی و لیم ارائه شده است، به تحلیل پاسخ دینامیکی چندلایه‌های FML تحت ضربه سرعت پایین پرداختند. خلیلی و همکاران [۱۷] پاسخ ضربه جانبی بر ورق‌های کامپوزیتی FGM را با در نظر گرفتن تأثیر دما بر خواص بررسی کردند. آشنای قاسمی و همکاران [۱۸] پاسخ دینامیکی یک تیر خمیده با هسته انعطاف‌پذیر تحت ضربه عرضی شعاعی با سرعت پایین در وسط رویه بالا را مطالعه کردند. آنها نیروی ضربه را با مدل جرم و فنر دو درجه آزادی برای محدوده بارگذاری الاستیک معادل‌سازی کردند. شرعیات و همکاران [۱۹] پاسخ ورق کامپوزیتی چندلایه ویسکوالاستیک در برابر ضربه سرعت پایین ناشی از برخورد یک جسم کروی صلب را تحلیل کردند. پاک‌نژاد و همکاران [۲۰] اثر شرایط مرزی دلخواه روی یک ورق چندلایه کامپوزیتی که تحت بار ضربه‌ای با جرم بزرگ و سرعت پایین قرار گرفته را بررسی کردند. نتایج آنان نشان داد که شرایط مرزی بر فرکانس طبیعی ورق کامپوزیتی مؤثر است. قدس‌بین جهرمی و حاتمی [۲۱] عملکرد لوله‌های فلزی مشبک تحت بارگذاری ضربه‌ای محوری را به صورت عددی مطالعه کردند. آنها از ورق‌های فلزی مشبک به صورت استوانه‌ای به عنوان جاذب انرژی استفاده کردند. حاتمی و فتح‌اللهی [۲۲] تأثیر اینرسی در رفتار فروریزش جاذب مشبک تک سلولی و دو سلولی تحت بارگذاری ضربه‌ای را به صورت نظری و عددی بررسی و مقایسه کردند. بشیری و همکاران [۲۳] ورق یک و دو لایه از جنس آلومینیوم ۳۱۰۵ با اتصالات مکانیکی تحت ضربه سقوط آزاد را به صورت عددی و تجربی بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که جذب انرژی در ورق‌های یک لایه بیشتر از دو لایه و شتاب در ورق‌های دو لایه بیشتر از ورق‌های یک لایه است.

در شکل چیدمان ساده‌ای از یک چندلایه FML نشان داده شده است. برای تعریف یک چندلایه FML، از یک نوع سیستم کدگذاری استفاده می‌شود. این سیستم کدگذاری برای یک چندلایه شامل لایه‌های تقویت‌شده با الیاف شیشه و لایه‌های آلومینیومی به صورت $Al/G\ (1+i)/i\ [0/90]_s$ بیان می‌شود. به عنوان مثال، برای i=4 عبارت $Al/G\ 5/4\ [0/90]_s$ بیانگر یک چندلایه شامل پنج لایه آلومینیوم و چهار لایه پلیمر تقویت شده با الیاف شیشه پیش‌آغشته با لایه‌چینی $[0/90]_s$ می‌باشد. به‌طور مشابه اگر به‌جای شیشه از الیاف آرامید یا کربن استفاده شود، به‌جای Al/G از عبارات Al/A و Al/C استفاده می‌شود. در حالت کلی به‌جای عبارات Al/G، Al/A یا Al/C از عبارت FML به صورت $FML\ 5/4\ [0/90]_s$ استفاده می‌شود. همچنین چندلایه‌های FML ساخته شده از پیش‌آغشته‌های پلیمری تقویت شده با الیاف شیشه، آرامید و کربن به‌ترتیب با نام‌های Glare، Arall و Care شناخته می‌شوند [۲۵]. ضخامت هرکدام از لایه‌های فلزی و کامپوزیتی در یک چندلایه FML، با جنس مشابه خود یکسان در نظر گرفته می‌شود. کسر حجمی فلز (MVF) برابر نسبت مجموع ضخامت‌های لایه‌های فلزی به ضخامت کل چندلایه تعریف می‌شود [۲۵]. بنابراین، MVF=0 و MVF=1 به‌ترتیب بیانگر ورق کامپوزیتی خالص و ورق فلزی خالص است.

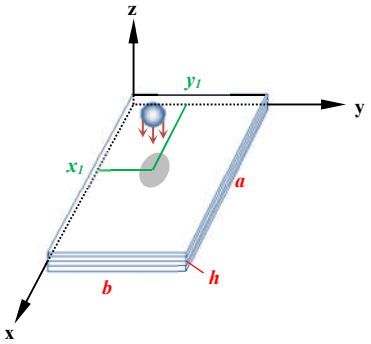


شکل ۱- چیدمان ساده‌ای از یک چندلایه FML [۲۴]

در این مقاله، برای نخستین بار، اعتبار دو مدل تخمین نیروی تماس ضربه سرعت پایین روی استوانه‌های کامپوزیتی که توسط مؤلف [۲۶] ارائه شده است، درباره ورق‌های کامپوزیتی مورد ارزیابی قرار گرفته است. مبنای مدل اول، تخمین اولیه نیروی تماس به صورت یک تابع نیم‌سینوس است. در مدل دوم، ضربه‌زننده و ورق به صورت یک سیستم جرم و فنر دو درجه آزادی در نظر گرفته شده و سفتی تماس با طی کردن یک چرخه کوتاه مشخص می‌شود. در مدل سوم که مفهوم آن نیز برای نخستین بار ارائه می‌شود، ورق به صورت مجموعه‌ای از جرم‌ها و فنرهای سری متصل به هم در نظر گرفته شده و با استفاده از روش ناویر و به کمک سری‌های فوریه، میزان سفتی هر فنر مشخص می‌شود. همچنین بر مبنای نظریه کلاسیک صفحات، جرم مشارکت کننده در هر مود، پس از محاسبه فرکانس طبیعی ورق در آن مود محاسبه می‌شود. پس از محاسبه پاسخ ارتعاشات آزاد، نیروی اعمالی به فنر آخر، به عنوان نیروی تماس معرفی شده است. در نهایت نتایج حاصل از سه مدل ضربه، با هم مقایسه شده است.

۲- معادلات حاکم

یک ورق چندلایه FML با طول a، عرض b و ضخامت h در شکل نشان داده شده است. مرکز دستگاه مختصات متعامد xyz در صفحه میانی این چندلایه قرار دارد. مؤلفه‌های جابجایی در راستای محورهای x، y و z به‌ترتیب با u، v و w نشان داده می‌شوند. ورق به صورت جدارنازک و جابجایی‌های آن، کوچک فرض شده است.



شکل ۲- طرحواره یک ورق FML تحت ضربه سرعت پایین

۲-۱- خیز استاتیکی

خیز یک ورق مستطیلی اورتوتروپ ویژه که تحت شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده و بار استاتیکی جانبی قرار دارد، با استفاده از سری دوگانه سینوسی زیر قابل محاسبه است [۲۷]:

$$w(x,y)=\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}W_{mn}\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b} \quad (۱)$$

$$W_{mn}=\frac{a^4 q_{mn}}{\pi^4\begin{bmatrix}D_{11}m^4+\\2(D_{12}+2D_{66})(mnR)^2\\+D_{22}(nR)^4\end{bmatrix}} \quad (۲)$$

در رابطه (۱)، (x,y) مختصات نقطه دلخواه از ورق است. در این مقاله، چون محاسبه خیز یا جابجایی ورق، فقط در محل اعمال ضربه مد نظر است، مختصات نقطه برخورد (x_1,y_1) در رابطه (۱) جایگزین می‌شود. همچنین D_{ij}، سفتی‌های خمشی ورق، m و n شمارنده موج و M و N تعداد موج در راستای به‌ترتیب x و y هستند. R=a/b و q_{mn} با توجه به نوع نیروی استاتیکی اعمالی بر ورق مشخص می‌شود. برای نیروی متمرکز p که در نقطه‌ای به مختصات(x_1,y_1) اعمال می‌شود، q_{mn} از رابطه (۳) به دست می‌آید [۲۸]:

$$q_{mn}=\frac{4p}{ab}\sin\frac{m\pi x_1}{a}\sin\frac{n\pi y_1}{b} \quad (۳)$$

چنانچه بار متمرکز واحدی به ورق اعمال شود (p=1)، می‌توان پس از محاسبه خیز ورق از سری دوگانه رابطه (۱)، سفتی استاتیکی خمشی کلی (K_{bs}) ورق را در نقطه اعمال بار به مختصات (x_1,y_1) از رابطه (۴) محاسبه کرد:

$$K_{bs}=\frac{p}{w(x_1,y_1)} \quad (۴)$$

۲-۲- فرکانس طبیعی

بر مبنای نظریه کلاسیک صفحات، برای محاسبه فرکانس طبیعی ورق، جابجایی به صورت w(x,y,t) در نظر گرفته می‌شود و بر این اساس، معادله حرکت حاکم بر یک ورق اورتوتروپ ویژه مطابق با رابطه (۵) است [۲۹]:

$$D_{11}w_{xxxx}+2(D_{12}+2D_{66})w_{xxyy}+D_{22}w_{yyyy}+\rho_0 w_{tt}=0 \quad (۵)$$

که در آن، وجود هر زیرنویس بیانگر مشتق جابجایی برحسب آن زیرنویس است و ρ_0 جرم ورق بر واحد مساحت آن است. همچنین مقادیر مربوط به سفتی خمشی ورق، از رابطه (۶) به دست می‌آید [۲۴]:

$$D_{ij}=\int_{-h/2}^{h/2}z^2\bar{Q}_{ij}\,dz \quad (i,j=1,2,6) \quad (۶)$$

در این رابطه، $\bar{Q}_{ij}$ ماتریس سفتی کاهش یافته است. از آنجا که پاسخ ارتعاشات آزاد یک سیستم پیوسته الاستیک، به صورت هارمونیک است، می‌توان این پاسخ را مطابق با رابطه (۷) در نظر گرفت [۲۹]:

$$w(x,y,t)=W_{mn}sin\frac{m\pi x}{a}sin\frac{n\pi y}{b}e^{i\omega_{mn}t} \quad (۷)$$

در رابطه (۷) ω_{mn} فرکانس طبیعی متناظر با شکل مود شماره (m,n) است. با جای‌گذاری این رابطه در رابطه (۵)، فرکانس طبیعی ورق اورتوتروپ ویژه به دست می‌آید [۲۹]:

$$\omega_{mn}^2=\frac{\pi^4}{\rho_0}\left[D_{11}\left(\frac{m}{a}\right)^4+2(D_{12}+2D_{66})\left(\frac{m}{a}\right)^2\left(\frac{n}{b}\right)^2+D_{22}\left(\frac{n}{b}\right)^4\right] \quad (۸)$$

۳- مدل‌های جدید تخمین نیروی تماس

جهت آماده‌سازی اطلاعات اولیه، ابتدا خیز استاتیکی کلی ورق تحت نیروی متمرکز واحد در نقطه‌ای با مختصات (x_1,y_1) به دست می‌آید. همچنین خیز استاتیکی ناشی از هر شماره مود (m,n) نیز در این نقطه، تحت نیروی متمرکز واحد، به صورت جداگانه برای هر مود (بدون احتساب علامت جمع سری دوگانه) محاسبه می‌شود. فرکانس-

های طبیعی ورق نیز به ازای هر شماره مود (m,n) محاسبه شده و کوچک‌ترین آنها (فرکانس پایه ω_f) نیز تعیین می‌شود. بر اساس این اطلاعات اولیه، سه روش جدید برای تخمین نیروی تماس معرفی شده است: مدل نیم‌سینوس[1]، مدل دو درجه آزادی[2] و مدل چند درجه آزادی[3]. در تمام این مدل‌ها، جرم ضربه‌زننده نسبت به جرم ورق، بزرگ در نظر گرفته شده و لذا پاسخ ضربه به صورت شبه‌استاتیک فرض شده است.

۳-۱- مدل نیم‌سینوس (HS)

از آنجا که جرم ضربه‌زننده نسبت به جرم ورق، بزرگ محسوب می‌شود، ماهیت پاسخ ورق، شبه‌استاتیک بوده و لذا می‌توان این پاسخ را به صورت یک تابع نیم‌سینوس در نظر گرفت [۱۱]. بیشینه نیروی تماس (F_{max}) با استفاده از روش موازنه انرژی، از رابطه (۹) قابل محاسبه است [۳۰]:

$$\frac{F_{max}^2}{2K_{bs}}+\frac{F_{max}^{1+1/P}}{(P+1)K^{1/P}}=\frac{1}{2}M_iV_0^2 \qquad (۹)$$

که در آن M_i و V_0 به‌ترتیب جرم و سرعت اولیه ضربه‌زننده و K_{bs} سفتی کلی ورق است و از رابطه (۴) به دست می‌آید. مطابق با قانون تماس هرتز، مقدار P برابر با ۱/۵ در نظر گرفته می‌شود. همچنین K سفتی تماس هرتز است که از رابطه (۱۰) به دست می‌آید [۱۲]:

$$K=\frac{4}{3}E_{eff}R_{eff}^{1/2} \qquad (۱۰)$$

$$\frac{1}{R_{eff}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} \qquad (۱۱)$$

$$\frac{1}{E_{eff}}=\frac{1-\upsilon_1^2}{E_1}+\frac{1-\upsilon_2^2}{E_2} \qquad (۱۲)$$

در روابط (۱۱) و (۱۲) زیرنویس ۱ مربوط به ضربه‌زننده و زیرنویس ۲ مربوط به ساختار هدف است. از آنجا که در این مقاله، یک ورق مسطح مورد بررسی قرار می‌گیرد، لذا R_2 بینهایت بوده و پارامتر R_{eff} برابر با شعاع ضربه‌زننده خواهد بود. معادله مشخصه سیستمی شامل یک ورق با ابعاد a و b و جرم M_p همراه با یک جرم نقطه‌ای M_i متصل به آن در نقطه برخورد (x_1,y_1) منطبق بر صفحه میانی ورق، مطابق با رابطه (۱۳) است [۳۱]:

$$\frac{4}{M_p}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}\frac{\frac{1}{(\omega_{mn}^2-\omega_k^2)}\sin^2}{\left(\frac{m\pi x_1}{a}\right)\sin^2\left(\frac{n\pi y_1}{b}\right)}-\frac{1}{M_i\omega_k^2}=0 \qquad (۱۳)$$

در این رابطه ω_k فرکانس طبیعی سیستم شامل ورق و جرم متصل به آن است. پس از حل این رابطه، کمترین مقدار مربوط به ω_k، فرکانس مبنای سیستم (ω_1^*) خواهد بود. در نهایت نیروی تماس $F_c(t)$ با تعریف یک تابع نیم‌سینوسی، مطابق رابطه (۱۴) تخمین زده شده است [۲۶]:

$$F_c(t)=F_{max}\sin(\omega_1^*t)\ ,\qquad 0\le t\le \pi/\omega_1^* \qquad (۱۴)$$

۳-۲- مدل دو درجه آزادی (TDOF)

در این مدل، ضربه‌زننده و ورق به صورت دو جسم صلب و تغییر شکل آنها به صورت دو فنر بیان می‌شود. سرعت اولیه ضربه‌زننده V_0 و بقیه شرایط اولیه، صفر در نظر گرفته می‌شود. مطابق با قانون دوم نیوتن، معادله حرکت این سیستم دو درجه آزادی، مطابق با رابطه (۱۵) است:

$$\begin{bmatrix}M_i & 0\\ 0 & M_p^*\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\ddot{x}_i\\ \ddot{x}_p\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}K_c^* & -K_c^*\\ -K_c^* & (K_c^*+K_{bs})\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}x_i\\ x_p\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\0\end{Bmatrix} \qquad (۱۵)$$

که در آن Mi و M_p^* به‌ترتیب جرم ضربه‌زننده و جرم مؤثر ورق، K_c^* و K_{bs} به‌ترتیب سفتی تماس مؤثر (اصلاح شده) و سفتی خمشی کلی ورق و x_i و x_p جابجایی ضربه‌زننده و ورق هستند. سوانسون یک رابطه تقریبی برای تخمین جرم مؤثر ارائه داد [۳۲]:

$$\omega_f\approx\sqrt{\frac{K_{bs}}{M_p^*}} \qquad (۱۶)$$

که در آن ω_f کمترین فرکانس طبیعی ورق است. جرم مؤثر محاسبه شده از این رابطه، در مدل TDOF استفاده می‌شود. با حل رابطه (۱۵) نیروی تماس $F_c(t)$ به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}F_c(t)&=K_{bs}x_p(t)\\&=\frac{K_{bs}V_0(K_c^*-M_i\omega_2^2)(K_c^*-M_i\omega_1^2)}{K_c^*M_i(\omega_1^2-\omega_2^2)}\\&\times\left(\frac{sin(\omega_1t)}{\omega_1}-\frac{sin(\omega_2t)}{\omega_2}\right)\end{aligned} \qquad (۱۷)$$

که در آن ω_1 و ω_2 فرکانس‌های طبیعی سیستم جرم و فنر دو درجه آزادی هستند. در رابطه (۱۷) به‌منظور محاسبه سفتی تماس مؤثر اصلاح شده، از یک حلقه تکرار استفاده شده است [۲۶]. در تخمین اولیه، بیشینه نیروی تماس از رابطه (۱۸) به دست می‌آید [۱۴]:

$$F_m^{(1)}=V_0\sqrt{K_{bs}M_i} \qquad (۱۸)$$

سپس سفتی تماس مؤثر، از رابطه (۱۹) محاسبه می‌شود [۱۴]:

$$K_c=F_m^{1/3}K^{2/3} \qquad (۱۹)$$

که در آن K سفتی تماس هرتز است. با استفاده از این سفتی تماس مؤثر، می‌توان مجدداً بیشینه نیروی تماس را به دست آورد. این عمل تا جایی که بیشینه نیروی تماس تغییری نکند، ادامه پیدا خواهد کرد. سرعت همگرایی در این چرخه بسیار بالاست. در نهایت سفتی تماس مؤثر اصلاح شده (K_c^*)، محاسبه شده و با قرار دادن آن در رابطه (۱۷)، تاریخچه نیروی تماس به دست می‌آید.

۳-۳- مدل چند درجه آزادی (MDOF)

در این مدل به جای در نظر گرفتن یک فنر معادل با سفتی کلی ورق، ورق به صورت سیستمی متشکل از $M\times N$ جرم و فنر سری، مطابق شکل در نظر گرفته می‌شود. مطابق با اصل برهم‌نهی آثار، می‌توان مشارکت هر مود (m,n) از ورقی را که به صورت یک تک‌لایه معادل در نظر گرفته شده است، به شکل یک فنر منفرد تعریف کرده و حاصل جمع تغییر شکل‌های این فنرهای سری را به عنوان خیز کلی ورق در نقطه‌ای به مختصات (x_1,y_1) بیان کرد. چنانچه بار واحدی به صورت شبه‌استاتیکی به این نقطه از ورق وارد شود، هر فنر دارای سهم

[1] Half-Sine (HS)
[2] Two Degree-of-Freedom (TDOF)
[3] Multi-Degree-of-Freedom (MDOF)

نیروی یکسانی است، ولی خیز ورق در این نقطه ناشی از هر مود (m,n)، متناسب با تغییر شکل هر فنر منفرد است که میزان این تغییر شکل نیز به سفتی آن فنر بستگی دارد. بدین‌منظور، ابتدا بدون در نظر گرفتن سری دوگانه در رابطه (۱)، خیز ورق در هر مود (m,n) با w_{mn} نشان داده شده، از رابطه (۲۰) محاسبه می‌شود:

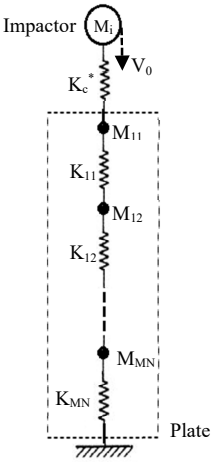
$$w_{mn}(x_1,y_1)=W_{mn}\sin\frac{m\pi x_1}{a}\sin\frac{n\pi y_1}{b} \qquad (۲۰)$$

سپس سفتی هر فنر منفرد متناظر با هر مود (m,n) در تغییر شکل استاتیکی با K_{mn} نشان داده شده، از رابطه (۲۱) به دست می‌آید:

$$K_{mn}=\frac{p}{w_{mn}(x_1,y_1)} \qquad (۲۱)$$

همچنین، از رابطه(۸) فرکانس طبیعی ارتعاشات خمشی ورق به ازای هر مود (ω_{mn}) محاسبه می‌شود. سپس سهم جرم مشارکت کننده در ارتعاش ورق به ازای هر مود، در نقطه ضربه، با M_{mn} نشان داده شده، از رابطه (۲۲) به دست می‌آید:

$$M_{mn}=\frac{K_{mn}}{\omega_{mn}^2} \qquad (۲۲)$$



شکل ۳- طرحواره مدل جدید ضربه با چند درجه آزادی (MDOF)

در این مدل، سفتی تماس مؤثر، در روندی مشابه با مدل TDOF به دست می‌آید. با مشخص شدن مقادیر جرم و سفتی فنر به‌ازای هر مود و با در نظر گرفتن سفتی تماس مؤثر به عنوان اولین فنر، معادله حرکت سیستم (M×N)+1 درجه آزادی نمایش داده شده در شکل ۳، مطابق با رابطه (۲۳) است:

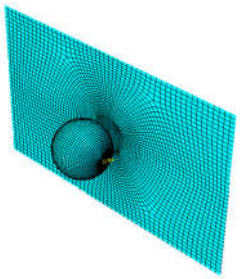
$$\begin{bmatrix} M_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{MN} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_i \\ \ddot{x}_{11} \\ \ddot{x}_{12} \\ \ddot{x}_{13} \\ \vdots \\ \ddot{x}_{MN} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_c^* & -K_c^* & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_c^* & K_c^*+K_{11} & -K_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_{11} & K_{11}+K_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{M(N-2)}+K_{M(N-1)} & -K_{M(N-1)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{M(N-1)} & K_{M(N-1)}+K_{MN} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_i \\ x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ \vdots \\ x_{MN} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad (۲۳)$$

که در این رابطه x_i جابجایی جرم ضربه‌زننده و x_{mn} جابجایی نظیر هر یک از جرم های M_{mn} است. با حل این رابطه، نیروی وارد بر آخرین فنر(K_{MN})، همان نیروی تماس است که از رابطه (۲۴) به دست می‌آید:

$$F_c(t)=K_{MN}x_{MN} \qquad (۲۴)$$

۴- شبیه‌سازی عددی

در مقاله حاضر، ضربه مرکزی مد نظر است. لذا مختصات محل اعمال نیروی ضربه، نقطه وسط ورق در نظر گرفته شده است. به‌منظور اعتبارسنجی مدل‌های ارائه شده در این مقاله، علاوه بر منابع موجود، از نتایج عددی حاصل از نرم‌افزار ABAQUS نیز استفاده شده است. بدین‌منظور تحلیل‌ها با حل‌گر ABAQUS/Explicit انجام شده است. ضربه‌زننده ابتدا به صورت Deformable شبیه‌سازی شده است تا خواص مورد نظر بر آن اعمال شود، سپس با اعمال قید Rigid Body بین ضربه‌زننده و یک نقطه مرجع روی آن، ضربه‌زننده به صورت یک جسم صلب دارای خواص دلخواه در نظر گرفته می‌شود. چنانچه برای مدل‌سازی ضربه‌زننده از نوع Rigid استفاده شود، باید جرم ضربه‌زننده به این نقطه مرجع اختصاص یابد. برای لایه‌چینی ورق کامپوزیتی از المان‌های Conventional Shell و در مش‌بندی ورق از المان‌های S4R استفاده شده است. به‌منظور تعیین آرایش المان‌ها، مطابق با شکل از مرجع [۳۳] الگوبرداری شده است. همچنین المان‌های ورق از نوع Quad بوده و تکنیک Free برای مش‌بندی آن اعمال شده است. در مش‌بندی ضربه‌زننده نیز از تکنیک Sweep و اندازه تقریبی المان‌ها ۰/۰۰۱ و المان‌های C3D8R با شکل Hex-Dominated استفاده شده است. در شبیه‌سازی تماس بین ضربه‌زننده و ورق از روش Penalty Contact استفاده شده است. رفتار عمودی تماس به صورت Hard Contact در نظر گرفته شده و رفتار مماسی تماس نیز به صورت بدون اصطکاک (Frictionless) تعریف شده است. شرایط مرزی ورق تکیه‌گاه ساده بوده و ضربه‌زننده فقط در راستای اعمال ضربه قابلیت جابجایی دارد. همچنین سرعت اولیه ضربه‌زننده با استفاده از Predefined Field به نقطه مرجع روی آن اختصاص می‌یابد.



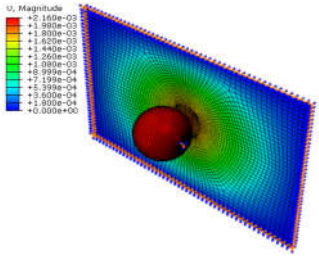
شکل ۴- مش‌بندی ورق و ضربه‌زننده و موقعیت نسبی آنها

به‌منظور شبیه‌سازی عددی ورق بررسی شده در مراجع موجود، ضربه‌زننده یک کره ایزوتروپ فولادی (E=200 GPa و υ=0.3) با شعاع ۱۲/۷ میلی‌متر در نظر گرفته شده و مشخصات ورق مورد نظر در جدول ۱ آورده شده است. باید توجه داشت که ورق بررسی شده در مراجع مذکور، به دلیل لایه‌چینی شبه‌همسانگرد، اورتوتروپ ویژه محسوب نمی‌شود و در ماتریس سفتی خود دارای مقادیر کوپلینگ نرمال برشی D_{16} و D_{26} می‌باشد؛ هرچند به دلیل اینکه در اکثر این ساختارها، این دو مقدار بسیار کوچک هستند، تفاوت چشم‌گیری در نتایج مشاهده نخواهد شد [۱۰]. همچنین، از آنجا که هدف این مقاله،

بررسی ضربه سرعت پایین و یافتن نیروی تماس، قبل از رسیدن به آسیب است، از آسیب بسیار جزئی در محل ضربه صرف نظر شده و شبیه‌سازی، وارد محدوده آسیب در ورق نمی‌شود. تغییر شکل ناحیه محل برخورد پس از اعمال ضربه، در شکل نشان داده شده است.

جدول ۱- مشخصات فیزیکی ورق کامپوزیتی چندلایه استفاده شده برای اعتبارسنجی نتایج [۱۰]

T800H/3900-2 CFRP تکیه‌گاه ساده		جنس و شرایط مرزی:	
ابعاد ورق: 127×76.2×4.65 mm^3		لایه‌چینی: $[45/90/-45/0]_{3s}$	
3.5 GPa	G_{12}	129 GPa	E_{11}
3.5 GPa	G_{13}	7.5 GPa	E_{22}
2.6 GPa	G_{23}	0.33	υ_{12}
1540 kg/m^3	ρ	4.65 mm	h



شکل ۵- کانتور جابجایی ضربه‌زننده و ورق در لحظه حداکثر نیروی ناشی از برخورد ضربه‌زننده همراه با شرایط مرزی

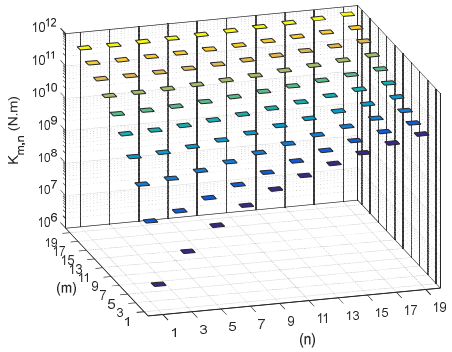
۵- بحث و نتایج

در این مقاله به‌منظور اعتبارسنجی مدل‌های ارائه شده، نتایج حاصل با مدل تحلیلی پیرسون و وزیری [۱۰]، نتایج تجربی دلفوسه و همکاران [۳۴] و نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی حاضر با کمک آباکوس مقایسه شده است.

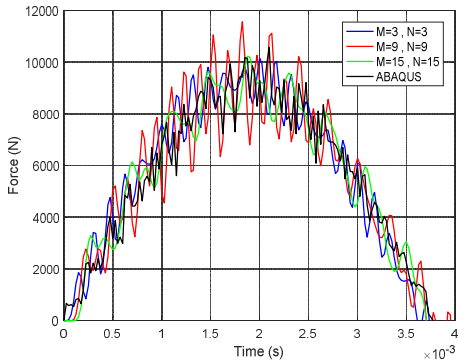
با توجه به اینکه در مراجع ذکر شده ضربه در مرکز ورق اعمال می‌شود، با اعمال بار واحد متمرکز بر مرکز ورق، سفتی فنرهای در نظر گرفته شده در مدل MDOF برای مودهای M=N=20 از رابطه (۲۱) محاسبه شده است. هنگامی که ضربه در مرکز ورق اعمال شود (اعمال بار استاتیکی متمرکز)، جرم مشارکت کننده برای تمام مودها، برابر با یک‌چهارم جرم کل ورق بوده و خیز ورق، فقط به‌ازای مودهای فرد قابل محاسبه است. در شکل سفتی هر فنر به‌ازای هر مود نشان داده شده است. همان‌طور که انتظار می‌رود، با افزایش شماره مودها، سهم مودها از خیز کل ورق تحت یک بار استاتیکی ثابت، کاهش یافته و لذا سفتی متناظر با افزایش شماره مود، افزایش می‌یابد.

تأثیر افزایش تعداد مودهای سری فوریه مورد استفاده در مدل MDOF در پاسخ نیروی تماس، در شکل نشان داده شده و با نتایج ABAQUS مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج این مدل تطابق بسیار زیادی با نتایج حاصل از آباکوس دارد. افزایش شماره مود به معنی افزایش تعداد نیم‌موج‌های طولی و عرضی در ورق است. در حقیقت، هر مود، ورق را به M×N قسمت تقسیم می‌کند. به دلیل استفاده از نظریه کلاسیک، افزایش شماره مود باعث افزایش نسبت ضخامت ورق به بُعد کوچک‌تر هرکدام از این قسمت‌ها شده و چنانچه این نسبت از ۰/۰۵ بزرگ‌تر شود، شرط جدارنازک بودن برای آن قسمت رعایت نمی‌شود. این موضوع در شکل قابل مشاهده است. مطابق این شکل، افزایش تعداد مود سبب فاصله گرفتن نتایج مدل MDOF از نتایج ABAQUS می‌شود و نزدیک‌ترین منحنی به نتایج آباکوس، مربوط به مود M=N=3 می‌باشد. بر این اساس، در نتایج دریافتی از مدل MDOF که در ادامه بیان می‌گردد، از همین تعداد مود (چهار مود فرد) استفاده شده است.

شکل مقایسه نتایج مدل‌های حاضر با مراجع را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج این مدل‌ها تطابق خوبی با نتایج مراجع [۱۰] و [۳۴] دارد. همچنین در شکل ، خیز محاسبه شده برای ورق با استفاده از دو مدل TDOF و MDOF در مقایسه با نتایج ABAQUS نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مدل MDOF در پیش‌بینی بیشینه خیز ورق، موفق‌تر از مدل TDOF عمل کرده و نتایج آن به نتایج ABAQUS خیلی نزدیک‌تر است.



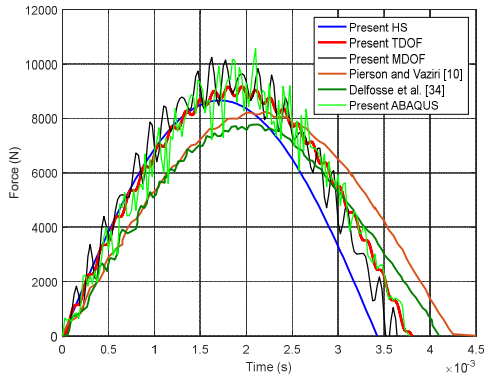
شکل ۶- سفتی فنرها برحسب شماره مودهای مختلف



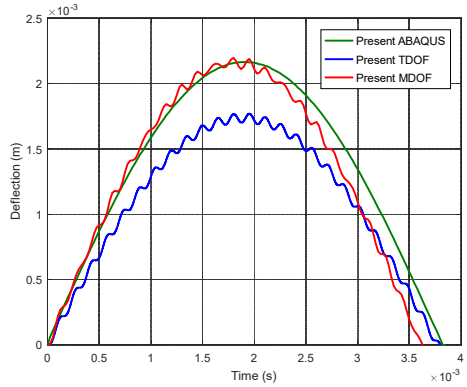
شکل ۷- تأثیر افزایش تعداد مودها بر نتایج مدل چند درجه آزادی (MDOF)

جدول ۲- مشخصات فیزیکی ورق FML [۱۶]

مشخصات ورق FML			
لایه‌چینی: $Al/G\ 3/2\ [0/90]_s$	ابعاد: $127\times76.2\times5.45\ mm^3$		شرایط مرزی: تکیه‌گاه ساده
خواص آلومینیوم مورد استفاده			
E	72.4 GPa	υ	0.33
G	27.6 GPa	ρ	$2780\ kg/m^3$
Ply thickness		1.09 mm	
خواص چندلایه FRP مورد استفاده (شیشه-پلی‌استر)			
E_{11}	24.51 GPa	G_{12}	3.34 GPa
E_{22}	7.77 GPa	G_{13}	3.34 GPa
υ_{12}	0.078	G_{23}	1.34 GPa
Ply thickness	0.27 mm	ρ	$1800\ kg/m^3$

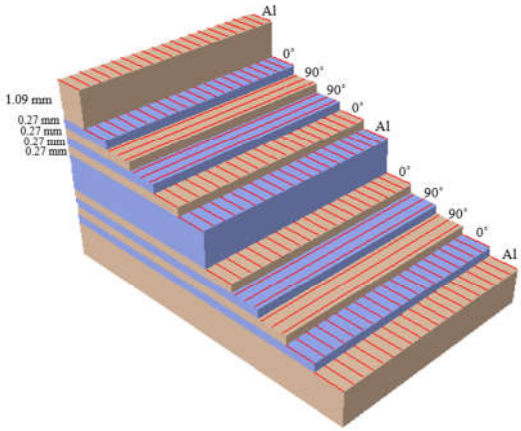


شکل ۸- مقایسه نتایج مدل‌های حاضر با مراجع و شبیه‌سازی عددی با ABAQUS (نتایج مرجع [۳۴] از مرجع [۱۰] اقتباس شده است)



شکل ۹- تاریخچه زمانی خیز با استفاده از مدل‌های حاضر و شبیه‌سازی عددی با ABAQUS

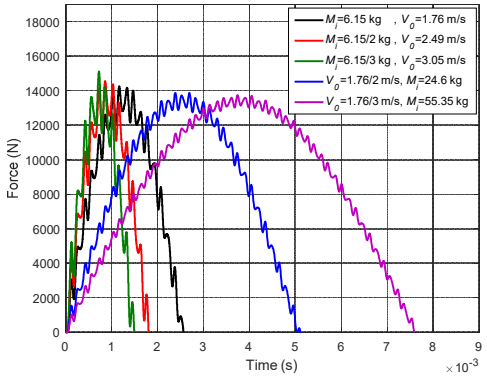
در این قسمت با استفاده از مدل جدید چند درجه آزادی (MDOF) و با در نظر گرفتن چهار مود فرد اول (m=n=1,3)، تأثیر تغییرات جرم و سرعت ضربه‌زننده در انرژی جنبشی ثابت، تغییرات سرعت ضربه‌زننده در جرم ثابت، تغییرات جرم ضربه‌زننده در سرعت ثابت، تغییرات شعاع ضربه‌زننده، تأثیر کسر حجمی فلز و نوع لایه‌چینی بر پاسخ ضربه روی یک ورق FML مطالعه شده است. پیش‌آغشته‌های کامپوزیتی در ورق FML مورد استفاده، به صورت متقارن و متعامد لایه‌چینی شده و خواص مواد مورد استفاده در نشان داده شده است. ضربه‌زننده در ابتدا دارای مشخصات ذکر شده در مدل پیرسون و وزیری [۱۰] است. همچنین نوع لایه‌چینی ورق در هر قسمتی که قید نشده باشد، یکسان و به صورت $Al/G\ 3/2\ [0/90]_s$ در نظر گرفته شده است. این نوع لایه‌چینی در شکل ۱۰ نشان داده شده است.



شکل ۱۰- لایه‌چینی ورق FML مورد بررسی در مطالعات پارامتری

۵-۱- تأثیر تغییرات سرعت و جرم ضربه‌زننده در انرژی جنبشی ثابت

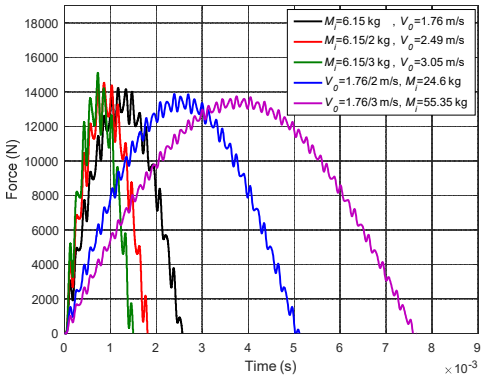
در این بخش، در مرحله اول جرم ضربه‌زننده و در مرحله دوم سرعت آن تغییر کرده و نتایج آن در شکل نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که تغییرات جرم و سرعت ضربه‌زننده در انرژی جنبشی ثابت ۹/۵۳ ژول، تأثیر چندانی در بیشینه نیروی تماس ندارد، ولی بازه زمانی تماس را به‌طور چشم‌گیری تغییر می‌دهد. کاهش جرم ضربه‌زننده باعث کاهش بازه زمانی تماس و کاهش سرعت ضربه‌زننده سبب افزایش آن می‌شود. همچنین اثر سرعت ضربه‌زننده بر تغییرات بازه زمانی تماس، مشهودتر است.



شکل ۱۱- تأثیر تغییرات سرعت و جرم ضربه‌زننده بر پاسخ نیروی تماس در انرژی جنبشی ثابت E=9.53 J (m=n=1,3)

۵-۲- تأثیر تغییرات سرعت ضربه‌زننده در جرم ثابت

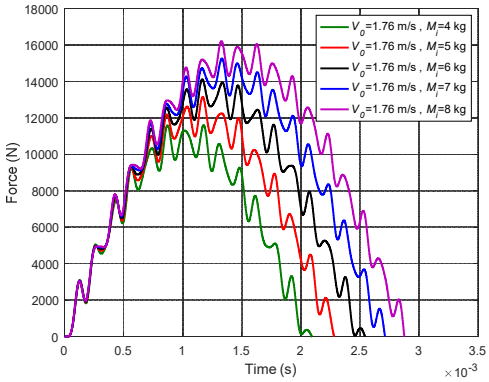
جرم ضربه‌زننده برابر با ۶/۱۵ کیلوگرم در نظر گرفته شده و ضربه با پنج سرعت مختلف بررسی شده است. شکل نتایج حاصل از این تغییرات را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، افزایش سرعت ضربه‌زننده در جرم ثابت، تأثیر چندانی بر بازه زمانی تماس ندارد، هرچند نیروی تماس را به میزان قابل توجهی افزایش می‌دهد. از نتایج حاصل، می‌توان چنین نتیجه گرفت که به‌طور میانگین، تغییرات بیشینه نیروی تماس با تغییرات سرعت ضربه‌زننده، رابطه‌ای خطی دارد؛ زیرا دو برابر شدن سرعت، باعث افزایش بیشینه مقدار نیرو از حدود ۴۰۰۰ نیوتن به ۸۰۰۰ نیوتن و سه برابر شدن آن باعث افزایش بیشینه مقدار نیرو به ۱۲۰۰۰ نیوتن شده است.



شکل ۱۲- تأثیر تغییرات سرعت ضربه‌زننده در جرم ثابت بر پاسخ نیروی تماس (m=n=1,3)

۵-۳- تأثیر تغییرات جرم ضربه‌زننده در سرعت ثابت

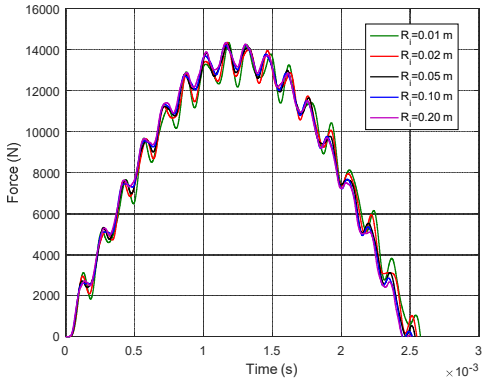
سرعت ضربه‌زننده برابر با ۱/۷۶ متر بر ثانیه در نظر گرفته شده و ضربه با پنج جرم مختلف بررسی شده است. نتایج حاصل از این تغییرات در شکل نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که افزایش جرم ضربه‌زننده در سرعت ثابت، باعث افزایش هر دو مقدار بیشینه نیروی تماس و بازه زمانی تماس می‌شود. این موضوع بیانگر وجود رابطه غیرخطی بین جرم ضربه‌زننده و این دو پارامتر می‌باشد.



شکل ۱۳- تأثیر تغییرات جرم ضربه‌زننده در سرعت ثابت بر پاسخ نیروی تماس (m=n=1,3)

۵-۴- تأثیر تغییرات شعاع ضربه‌زننده

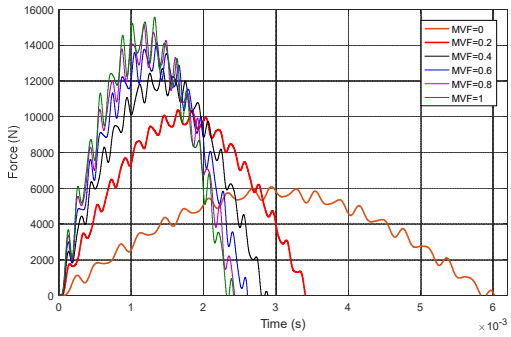
ضربه‌زننده‌ای با جرم ۶/۱۵ کیلوگرم و سرعت ۱/۷۶ متر بر ثانیه و با پنج شعاع مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، تغییرات شعاع ضربه‌زننده، تأثیر چندانی بر بیشینه نیروی تماس و بازه زمانی تماس ندارد.



شکل ۱۴- تأثیر تغییرات شعاع ضربه‌زننده بر پاسخ نیروی تماس (m=n=1,3)

۵-۵- تأثیر کسر حجمی فلز (MVF)

با توجه به مجموع ضخامت کل ثابت، ورق کاملاً کامپوزیتی با MVF=0 تا ورق کاملاً آلومینیومی با MVF=1 بررسی شده و نتایج در شکل نشان داده شده است. این شکل به‌خوبی نشان می‌دهد که تغییرات کسر حجمی فلز در یک ورق FML تأثیر به‌سزایی بر پاسخ ضربه دارد. قرار دادن لایه‌های فلزی در سطح یک ورق کامپوزیتی، اگرچه بازه زمانی تماس را کاهش می‌دهد، بیشینه نیروی تماس را به میزان قابل توجهی افزایش می‌دهد. افزایش ضخامت این لایه‌های فلزی (افزایش کسر حجمی فلز) نیز همین نتایج را حاصل می‌شود. هنگامی‌که ورق کاملاً فلزی باشد، بیشینه نیروی تماس، بیشترین مقدار و بازه زمانی تماس، کمترین مقدار را در بین این حالات، دارا می‌باشد.

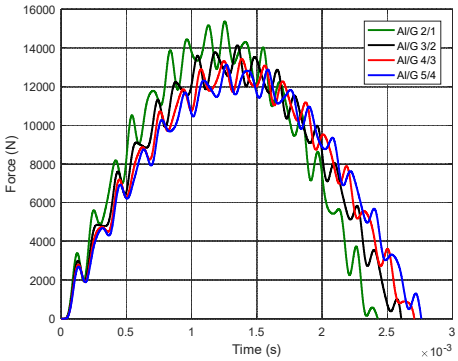


شکل ۱۵ تأثیر کسر حجمی فلز بر پاسخ نیروی تماس (m=n=1,3)

۵-۶- تأثیر نوع لایه‌چینی

در این بخش، چهار نوع لایه‌چینی مختلف برای ورق FML با توجه به تعداد لایه‌های آلومینیوم و کامپوزیت مطالعه شده است. ضخامت ورق به‌ازای همه لایه‌چینی‌ها ثابت و برابر با ۵/۴ میلی‌متر در نظر گرفته

شده است. نتایج حاصل از تغییرات نوع لایه‌چینی بر پاسخ ضربه در شکل نشان داده شده است. در بین این چهار لایه‌چینی، بیشترین نیروی تماس مربوط به لایه‌چینی Al/G 2/1 و کمترین آن مربوط به لایه‌چینی Al/G 5/4 است. همچنین افزایش بیشینه مقدار نیروی تماس در هرکدام از این حالات، کاهش بازه زمانی تماس را به همراه دارد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که سطح زیر منحنی نیروی تماس برحسب زمان در این چهار حالت، تقریباً یکسان است. این مقدار برای لایه‌چینی‌های Al/G 2/1 تا Al/G 5/4 به‌ترتیب برابر با ۲۱/۶۴، ۲۱/۶۵، ۲۱/۶۳ و ۲۱/۶۶ نیوتن.ثانیه است.



شکل ۱۶- تأثیر نوع لایه‌چینی FML بر پاسخ نیروی تماس (m=n=1,3)

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، به‌منظور تخمین پاسخ ضربه بر ورق‌های FML، با استفاده از روابط موجود برای ورق اورتوتروپ ویژه سه مدل ارائه گردید. مدل‌های ارائه شده برای ضربه شبه‌استاتیک روی ورق‌های کامپوزیتی از جمله FMLها کاربرد دارد. مدل نیم‌سینوس و مدل جرم و فنر دو درجه آزادی اصلاح شده، با تعمیم مدل‌های موجود در تحقیقات گذشته مؤلف، از پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی به ورق‌های FML بیان شد. در مدل جرم و فنر چند درجه آزادی (MDOF) که برای نخستین بار ارائه شده است، نیروی تماس و خیز ورق تحت ضربه، با حفظ سرعت محاسباتی بالا، با دقت بیشتری تخمین زده می‌شود. نتایج ارائه شده با این مدل‌ها با نتایج تحلیلی و تجربی موجود در مراجع و همچنین با نتایج تحلیل عددی حاصل از نرم‌افزار ABAQUS مقایسه شده، تطابق خوبی مشاهده شد. در ادامه با استفاده از مدل چند درجه آزادی(MDOF)، تأثیر تغییرات جرم و سرعت ضربه‌زننده در انرژی جنبشی ثابت، تغییرات سرعت ضربه‌زننده در جرم ثابت، تغییرات جرم ضربه‌زننده در سرعت ثابت، تغییرات شعاع ضربه‌زننده، تأثیر کسر حجمی فلز (MVF) و نوع لایه‌چینی بر پاسخ ضربه روی یک ورق مستطیلی FML مطالعه شد. نتایج حاصل از این بررسی‌ها به شرح زیر است:

- کاهش سرعت ضربه‌زننده به یک‌سوم مقدار اولیه در انرژی جنبشی ثابت، باعث افزایش ۶۵/۸ درصدی بازه زمانی تماس شده و بر بیشینه نیروی تماس تأثیر چندانی ندارد.
- افزایش سرعت ضربه‌زننده در جرم ثابت، تأثیری بر بازه زمانی تماس ندارد، ولی نیروی تماس را به صورت خطی افزایش می‌دهد. پنج برابر شدن سرعت ضربه‌زننده از ۰/۵ تا ۲/۵ متر بر ثانیه باعث پنج برابر شدن نیروی تماس و افزایش حدودا ۸۰ درصدی مقدار آن می‌شود.
- در سرعت ثابت ضربه‌زننده، افزایش جرم ضربه‌زننده باعث افزایش هر دو مقدار بیشینه نیروی تماس و بازه زمانی تماس، به صورت غیرخطی می‌شود. با دو برابر شدن جرم ضربه‌زننده از ۴ تا ۸ کیلوگرم، بیشینه نیروی تماس به اندازه ۲۷/۳ درصد و بازه زمانی تماس به اندازه ۲۵/۶ درصد افزایش می‌یابد.
- تغییرات شعاع ضربه‌زننده در جرم و سرعت یکسان، تأثیر چندانی بر بیشینه مقدار نیروی تماس و بازه زمانی تماس ندارد.
- تغییرات کسر حجمی فلز در یک ورق FML، تأثیر به‌سزایی روی پاسخ ضربه دارد. افزایش کسر حجمی فلز از صفر تا صد درصد، بیشینه نیروی تماس را به میزان ۶۲ درصد افزایش داده و بازه زمانی تماس را به میزان ۶۰ درصد کاهش می‌دهد.
- با تغییر نوع لایه‌چینی از Al/G 2/1 $[0/90]_s$ تا Al/G 5/4 $[0/90]_s$ به‌ازای ضخامت کل ورق ثابت، بیشینه نیروی تماس به اندازه ۱۵/۹ درصد کاهش یافته و بازه زمانی تماس به اندازه ۱۲/۷ درصد افزایش می‌یابد. تغییرات بیشینه نیروی تماس و بازه زمانی تماس به گونه‌ای است که سطح زیر منحنی نیرو-زمان به‌ازای همه این لایه‌چینی‌ها تقریباً یکسان است.

۷- مراجع

[1] Aslan Z., Karakuzu R. and Okutan B., The response of laminated composite plates under low-velocity impact loading. *Composite Structure*, Vol. 59, No. 1, pp. 119-127, 2003.

[2] Karakuzu R., Erbil E. and Aktas M., Impact characterization of glass/epoxy composite plates: An experimental and numerical study. *Composites Part B-Eng*, Vol. 41, No. 5, pp. 388-395, 2010.

[3] Zouggar K., Boukhoulda F. B., Haddag B. and Nouari M., Numerical and experimental investigations of S-Glass/Polyester composite laminate plate under low energy impact. *Composites Part B- Eng*, Vol. 89, pp. 169-186, 2016.

[۴] ارژنگ‌پی آ.، درویزه ا.، یارمحمد توسکی م. و انصاری ر.، مدل‌سازی تکامل آسیب ورق کامپوزیتی تحت ضربه کم‌سرعت خارج از مرکز. *نشریه علوم و فناوری کامپوزیت*، د. ، ش. ۳، ص. ۲۴۳-۲۵۲، ۱۳۹۵.

[5] Her S. C. and Liang Y. C., The finite element analysis of composite laminates and shell structures subjected to low velocity impact. *Composite Structure*, Vol. 66, No. 1-4, pp. 277-285, 2004.

[6] Ansari M. M., Chakrabarti A. and Iqbal M. A., Effects of impactor and other geometric parameters on impact behavior of FRP laminated composite plate. *AMSE Journal Series: Modelling A*, Vol. 89, No. 1, pp. 25-44, 2016.

[7] Setoodeh A., Malekzadeh P. and Nikbin K., Low-velocity impact analysis of laminated composite plates using a 3D elasticity based layerwise FEM. *Materials & Design*, Vol. 30, No. 9, pp. 3795-3801, 2009.

[۸] قاجار ر.، شرعیات م. و حسینی ح.، تحلیل عددی الاستیسیته غیرخطی ضربه کم‌سرعت خارج از مرکز ورق ساندویچی مستطیلی با رویه‌های کامپوزیتی تحت پیش‌بار دوبعدی. *مجله مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها*، د. ۵، ش. ۱، ص. ۸۷-۹۹، ۱۳۹۴.

[9] Shivakumar K. N., Elber W. and Lllg W., Prediction of Impact Force and Duration Due to Low-Velocity Impact on Circular Composite Laminates. *Applied Mechanics*, Vol. 52, pp. 674-680, 1985.

[10] Pierson M. O. and Vaziri R., Analytical Solution for Low-Velocity Impact Response of Composite Plates. *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 8, pp. 1633-1640, 1996.

[11] Olsson R., Mass criterion for wave controlled impact response of composite plates. *Composites Part-A*, Vol. 31, pp. 879–887, 2000.

[12] Abrate S., Modeling of impacts on composite structures. *Composite Structures*, Vol. 51, pp. 129–138, 2001.

[13] Christoforou A. P., Elsharkawy A. A. and Guedouar L. H., An Inverse Solution for Low-Velocity Impact in Composite Plates. *Computers & Structures*, Vol. 79, pp. 2607-2619, 2001.

[14] Choi I. H. and Lim C. H., Low-velocity impact analysis of composite laminates using linearized contact law. *Composite structures*, Vol. 66, No. 1-4, pp. 125-132, 2004.

[15] Khalili S. M., Mittal R. K. and Mohammad Panah N. Analysis of fiber reinforced composite plates subjected to transverse impact in the presence of initial stresses. *Composite Structures*, Vol. 77, No. 2, pp. 263-268, 2007.

[16] Payeganeh G. H., Ashenai Ghasemi F. and Malekzadeh K., Dynamic response of fiber–metal laminates (FMLs) subjected to low-velocity impact. *Thin-Walled Structures*, Vol. 48, No. 1, pp. 62-70, 2010.

[17] Khalili S. M., Malekzadeh K. and Veysi Gorgabad A., Low-velocity transverse impact response of functionally graded plates with temperature dependent properties. *Composite Structures*, Vol. 96, pp. 64-74, 2013.

[۱۸] آشنای قاسمی ف.، ملک‌زاده‌فرد ک. و خلیلی م. ع.، پاسخ دینامیکی تیر ساندویچی خمیده دارای هسته انعطاف‌پذیر تحت ضربه شعاعی با سرعت پایین. *مجله مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها*، د. ۵، ش. ۱، ص. ۱۳-۲۹، ۱۳۹۴.

[۱۹] شرعیات م.، پاچناری م. ح. و مظفری ع.، تحلیل ضربه کم‌سرعت ورق کامپوزیتی ویسکوالاستیک دارای لایه‌های انعطاف‌پذیر با تئوری لایه‌ای و فرمول‌بندی انرژی جدید. *فصل‌نامه مکانیک هوافضا*، د. ۱۴، ش. ۱، ص. ۸۱-۹۵، ۱۳۹۵.

[۲۰] پاک‌نژاد ر.، آشنای قاسمی ف. و ملک‌زاده‌فرد ک.، تأثیرات شرایط مرزی دلخواه بر پاسخ ورق چندلایه کامپوزیتی تحت ضربه با جرم بزرگ و سرعت پایین. *مجله مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها*، د. ۸، ش. ۱، ص. ۳۵-۴۹، ۱۳۹۶.

[۲۱] قدس‌بین جهرمی ع. و حاتمی ح.، مطالعه عددی رفتار لوله‌های فلزی مشبک و تأثیر اندازه سطح مقطع و چندلایه کردن لوله‌ها تحت بارگذاری ضربه‌ای محوری با سرعت کم. *نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر*، د. ۴۹، ش. ۴، ص. ۶۸۵-۶۹۶، ۱۳۹۶.

[۲۲] حاتمی ح. و فتح‌اللهی ا. ب.، بررسی و مقایسه نظری و عددی تأثیر اینرسی در رفتار فروریزش جاذب مشبک تک سلولی و دو سلولی تحت بارگذاری ضربه‌ای. *نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر*، د. ۵۰، ش. ۵، ص. ۹۹۹-۱۰۱۴، ۱۳۹۷.

[۲۳] بشیری آ.، حسینی م. و حاتمی ح. بررسی تجربی و عددی ورق یک و دو لایه آلومینیوم ۳۱۰۵ با اتصالات مکانیکی تحت ضربه سقوط آزاد. *نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک*، د. ۳۰، ش. ۲، ص. ۱۰۹-۱۲۴، ۱۳۹۸.

[24] Khalili S. M. R., Malekzadeh K., Davar A. and Mahajan P., Dynamic Response of Pre-stressed Fibre Metal Laminate (FML) Circular Cylindrical Shells Subjected to Lateral Pressure Pulse Loads. *Composite Structures*, Vol. 92, No. 6, pp. 1308-1317, 2010.

[25] Vlot A. and Gunnink J. W., *Fibre metal laminates – an introduction*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (Boston, London), 2001.

[۲۶] داور ع.، *تحلیل پوسته‌های استوانه‌ای از جنس FML و FGM در معرض بارگذاری ضربه عرضی*، رساله دکتری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۸۹.

[27] Gibson F., *Principles of Composite Material Mechanics*. 2rd edn. CRC Press, Ohio.

[28] Ugural A. C., *Stresses in Beams, Plates and Shells*. 3rd edn. CRC Press, Texas A&M University, 2010.

[29] Jones R. M., *Mechanics of Composite Materials*. 2rd edn, Taylor & Francis, Virginia, 1998.

[30] Apetre N. A., Sankar B. V. and Ambur D. R., Low-Velocity Impact Response of Sandwich Beams with Functionally Graded Core. *Solid and Structures*, Vol. 43, pp. 2479–2496, 2006.

[31] Soedel W., *Vibration of shells and plates*. 3rd edn, Marcel Dekker INC, New York, 2004.

[32] Swanson S. R., Limits of Quasi-Static Solutions in Impact of Composite Structures. *Composites Engineering*, Vol. 2, No. 4, pp. 261–267, 1992.

[33] Khalili S. M. R., Soroush M., Davar A. and Rahmani O., Finite element modeling of low-velocity impact on laminated composite plates and cylindrical shells. *Composite Structures*, Vol. 93, No. 5, pp. 1363-1375, 2011.

[34] Delfosse D., Vaziri R., Pierson M. O. and Poursartip A., Analysis of the Non-Penetrating Impact Behaviour of CFRP Laminates. In *9th International Conference on Composite Materials*, Madrid, Spain, 1993.