

# تحلیل پایداری دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمُمدور سه لب با روانکار تنش کوپل

مهدی زارع مهرجردی\*

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه اردکان، اردکان، ایران، mahdi.zare@ardakan.ac.ir

اصغر دشتی رحمت آبادی

دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران، dashti@yazd.ac.ir

علی صادق نژاد فرد

کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران، alisadeghnejad@gmail.com

## چکیده

طراحی یاتاقان‌ها با ساختار هندسی متفاوت و استفاده از مواد افزودنی در کنار روانکارها از جمله راهکارهای پیشنهادی برای بهبود پایداری دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی هستند. بکارگیری مدل‌های تحلیلی جدید در ارزیابی عملکرد روانکارهای نوساختار غیرنیوتنی نسبت به معادلات ناویر استوکس امری اجتناب ناپذیر می‌باشد. سیال تنش کوپل نمونه‌ای از این مدل‌هاست که در پژوهش حاضر پایداری یاتاقان‌های غیرمُمدور سه لب توسط آن بررسی شده‌است. به این منظور در ابتدا معادله‌ی رینولدز حاکم بر روانکاری هیدرودینامیکی یاتاقان ژورنال طول محدود بر پایه مدل تنش کوپل استخراج گردیده‌است در ادامه با فرض مدل خطی برای اغتشاشات حرکتی مرکز روتور در قالب نوسانات سیکل محدود، مولفه‌های فشار دینامیکی و ضرایب سختی و میرایی معادل فیلم روانکار محاسبه شده‌اند. در نهایت با بررسی همزمان معادله رینولدز و معادلات حرکت روتور، جرم بحرانی و نسبت فرکانس چرخش گردابی مرکز روتور برای تعیین حوزه پایداری یاتاقان مشخص شده‌اند. نتایج از بهبود پایداری و توان میراکندگی اغتشاشات حرکتی روتور توسط روانکار با افزایش پارامتر مشخصه تنش کوپل حکایت دارند. همچنین تاثیر تغییرات پارامتر مشخصه روانکار با افزایش میزان غیرمُمدوری یاتاقان‌های سه‌لب بطور قابل توجهی افزایش می‌یابد. **واژه‌های کلیدی:** یاتاقان ژورنال غیرمُمدور سه لب، روانکار تنش کوپل، پایداری دینامیکی، روش اجزاء محدود.

## Dynamic Stability Analysis of Noncircular Three Lobe Journal Bearings with Couple Stress Lubricant

M. Zare Mehrjardi  
A. Dashti Rahmatatabadi  
A. Sadeghnejad Fard

Department of Mechanical Engineering, Ardakan University, Ardakan, Iran  
Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran  
Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

## Abstract

Design of the bearings with different geometric structures and using additives along with lubricants are among the proposed solutions to improve the dynamic stability of the hydrodynamic journal bearings. It is inevitable to apply new analytical models for evaluating the performance of non-Newtonian lubricants compared to Navier-Stokes equations. Couple stress fluid is a sample of these models, which is employed in this study to investigate the stability of noncircular 3-lobe bearings. To do so, the modified Reynolds equation is first derived based on the couple stress theory. Then, the dynamic pressure components and equivalent stiffness and damping coefficients of the lubricant are calculated by assuming a linear model for the rotor disturbances as limit cycle oscillations (LCOs). Finally, the critical mass parameter and whirl frequency ratio are obtained to determine the bearing stability range by simultaneously examining the Reynolds and rotor motion equations. The results show the bearing stability and lubricant damping ability improve by increasing the couple stress parameter. Also, the effects of upgrading lubricant characteristics on bearing performance significantly enhance with increasing the amount of 3-lobe bearing noncircularity.

**Keywords:** 3-Lobe Noncircular Journal Bearing, Couple-Stress Lubricant, Dynamic Stability, Finite Element Method.

## ۱- مقدمه

مناسب نظریه‌ی سیالات نیوتنی در توصیف رفتار بسیاری از روانکارهای امروزی با ساختار و ترکیبات جدید باعث شده تا محققان آنها را در رده دیگری تحت عنوان سیالات غیرنیوتنی مورد بررسی قرار دهند. در دهه‌های اخیر استفاده از مواد افزودنی با ویژگی‌های متفاوت به عنوان یکی از راهکارهای مناسب در راستای بهبود خواص شیمیایی و مکانیکی روانکارهای پایه و معمول پیشنهاد شده‌است. در تحلیل‌های مکانیک کلاسیک عموماً تاثیر اندازه ذرات معلق در سیال بر نرخ جریان نادیده گرفته می‌شدند که این موضوع عدم دقت نتایج تحلیلی بویژه سیالات شامل ریز ساختارهای پلیمری را به دنبال دارند. از این رو محققین با رفتارشناسی سیالات غیرنیوتنی از دیرباز به ارائه روابط مناسب برای دستیابی به نتایج واقعی‌تر متمایل گردیدند. آریمان و همکارانش [۱،۲] چندین نظریه برای بیان رفتار این دسته از سیالات

پیشرفت روزافزون ماشین آلات صنعتی بویژه سیستم‌های دوار از دیرباز تاکنون موجب شده تا بهبود عملکرد یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی به عنوان یکی از اجزاء مهم آنها توجه پژوهشگران زیادی را به خود معطوف نماید. به همین دلیل بررسی تاثیر پارامترهای مختلف طراحی و روانکاری بر عملکرد استاتیکی و دینامیکی این گروه از تکیه‌گاه‌های یاتاقانی در شرایط مختلف کارکرد، از جمله موضوعات مورد توجه محققان حوزه‌ی تریبولوژی در این سال‌ها بوده است. روانکارها با قرارگیری بین دیواره‌ها از تماس مستقیم سطوح دارای حرکت نسبت به هم جلوگیری کرده، گرمای اضافی و ذرات سایشی ایجاد شده را به بیرون از یاتاقان هدایت می‌کنند. عدم توانمندی

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: mahdi.zare@ardakan.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۸/۱۲/۲۱

تاریخ پذیرش: ۹۹/۱۰/۰۸

پلیمری غیرنیوتنی ارائه کردند. در ادامه نظریه‌ی تنش‌های کوپل در حوزه سیالات غیرنیوتنی توسط استوکس [۳] ارائه شد. نظریه‌ی سیال تنش کوپل استوکس تعمیمی از نظریه‌ی کلاسیک سیالات لزج خطی است که اعمال تأثیرات قطبی نظیر تنش‌های کوپل و کوپل‌های بدنه<sup>۱</sup> را امکان‌پذیر می‌سازد. به عبارت دیگر این نظریه اثر چرخش ریزساختارها را در میدان معادلات سرعت سیال تعریف می‌کند. رامانایاه و سارکار [۴] در سال ۱۹۷۸ مطالعه‌ای بر روانکاری فیلم فشرده بین صفحه‌ی مدور و یاتاقان کف‌گرد با فرض سیال تراکم‌ناپذیر انجام دادند و افزایش ظرفیت حمل بار و کاهش فشردگی فیلم روانکار را برای سیال تنش کوپل در مقایسه با سیال نیوتنی گزارش کردند. تفاوت تأثیر مدل سیال تنش کوپل و مدل کلاسیک روی برخی از مشخصه‌های یاتاقان کشویی در سال ۱۹۹۰ توسط بوجورک و همکارانش [۵] ارائه شد. آنها طی این پژوهش تأثیر تغییر نوع روانکار بر محل فشار بیشینه، بار قابل حمل و اصطکاک تولیدی در یاتاقان‌های پله‌ای و شیب‌دار را بررسی نمودند. سال ۲۰۰۰ لین [۶] مشخصه‌های فیلم فشرده بین صفحه‌ی کرووی و صفحه‌ی تخت را با مدل تنش کوپل بررسی کرد. نتایج گویای افزایش ظرفیت حمل بار و پاسخ زمانی فیلم فشرده هستند. در سال ۲۰۰۴ گوها [۷] مطالعه‌ای بر مشخصه‌های دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی طول محدود با سیال تنش کوپل انجام داد. نتایج نشان از بهبود مشخصه‌های دینامیکی یاتاقان ژورنال با جایگزینی روانکار تنش کوپل بجای نیوتنی دارند. نادوینامانی و سیدانگودا [۸] در سال ۲۰۰۷ تأثیر زبری سطح را بر روانکاری هیدرودینامیکی یاتاقان کشویی با سیال تنش کوپل بررسی کردند. آنها نیز افزایش ظرفیت حمل بار و کاهش ضریب اصطکاک یاتاقان با سیال تنش کوپل در مقایسه با سیال نیوتنی را گزارش کردند. مشخصه استاتیکی یاتاقان ژورنال تحت روانکاری نانو سیال شامل ذرات اکسید تیتانیوم در سال ۲۰۱۴ توسط بینو و همکارانش [۹] مورد مطالعه قرار گرفت. بررسی آنها مشخص نمود که مدل سیال تنش کوپل برای روانکارهای شامل نانو ذرات افزودنی باعث افزایش حدود چهل درصدی ظرفیت حمل بار و نیروی اصطکاک می‌شود. با این حال نانو ذرات اکسید تیتانیوم اضافه شده تأثیر قابل توجهی بر زاویه حالت و نشی جانبی نسبت به سیال پایه ندارند. نادوینامانی و همکارانش [۱۰] در سال ۲۰۱۷ پژوهشی با عنوان تأثیر زبری سطح بر مشخصه‌های استاتیکی و دینامیکی یاتاقان کشویی سهموی با سیستم روانکاری هیدرودینامیک مغناطیسی<sup>۲</sup> در حضور سیال تنش کوپل انجام دادند. نتایج آنها گویای بهبود مشخصه‌های استاتیکی و دینامیکی یاتاقان در حضور اثرات میدان مغناطیسی بود. در سال ۲۰۱۷ رام [۱۱] نیز به بررسی تأثیر بکارگیری روانکار تنش کوپل بر عملکرد یاتاقان‌های ژورنال هیبریدی مدور پرداخت. نتایج او از بهبود ضخامت کمینه فیلم روانکار و مشخصه‌های عملکرد دینامیکی یاتاقان با جایگزینی روانکار نیوتنی با نوع تنش کوپل حکایت دارد. در سال ۲۰۱۸ چتی [۱۲] در پژوهش دیگری به بررسی تأثیر بکارگیری سیال تنش کوپل بر عملکرد استاتیکی یاتاقان‌های ژورنال مدور با لحاظ شرایط جریان اغتشاشی روانکار و تغییر شکل‌های الاستوهیدرودینامیکی روتور پرداخت. نتایج

او از تأثیر مثبت بکارگیری سیال تنش کوپل بر پارامترهای عملکرد یاتاقان‌های ژورنال حتی در صورت وجود سایر عوامل ارزیابی شده دارد. در همین سال هانوماگودا و همکارانش [۱۳] به بررسی اثرات زبری توام با مشخصه‌های سیال تنش کوپل بر عملکرد صفحات استوانه‌ای داخل هم پرداختند. نتایج آنها از تناسب قابلیت حمل بار مجموعه با هندسه زبری و شدت خواص تنش کوپل روانکار حکایت دارد.

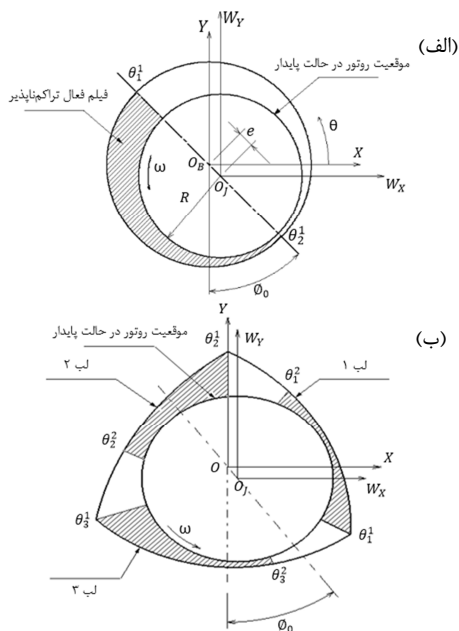
بکارگیری یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی با شکل‌های هندسی متفاوت نسبت به نوع مدور متداول از دیگر راهکارهای پیشنهادی برای بهبود عملکرد سیستم‌های دوار، بخصوص در سرعت‌های بالا و تحت بارهای نوسانی در سال‌های اخیر بوده است. اولین بار پینکاس [۱۴] در سال ۱۹۵۶ نوعی از یاتاقان ژورنال غیرمدور<sup>۳</sup> را معرفی کرد. در سال ۱۹۸۱ مطالعه‌ای بر روی یاتاقان غیرمدور سه لب هیدرودینامیکی با روانکار نیوتنی توسط مالک و همکاران [۱۵] انجام شد. در این پژوهش مشخصه‌های عملکرد پایا و دینامیکی یاتاقان‌های مورد مطالعه با روانکار نیوتنی گزارش گردید. تحلیل استاتیکی و دینامیکی یاتاقان بیضوی الاستوهیدرودینامیکی تحت روانکار میکروپلار توسط نیر و همکارانش [۱۶] در سال ۲۰۰۷ انجام شد. نتایج این پژوهش حاکی از آنست که افزایش غلظت مواد افزودنی تغییرات قابل توجهی در ویژگی‌های عملکردی یاتاقان ایجاد می‌کند. در سال ۲۰۱۱ عملکرد یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور چهار لب با روانکار تنش کوپل توسط چتی [۱۷] مورد ارزیابی قرار گرفت. در این پژوهش با کمک روش تفاضل محدود معادلات رینولدز و حرکت روتور مورد بررسی قرار گرفته‌اند. نتایج پژوهش از بهبود عملکرد استاتیکی و دینامیکی یاتاقان‌های چهار لب با بکارگیری روانکار تنش کوپل حکایت دارند. تأثیر پیش‌بار بر عملکرد استاتیکی یاتاقان‌های غیرمدور تحت روانکار میکروپلار در سال ۲۰۱۳ توسط نکویی‌مهر و همکاران [۱۸] مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج حاکی از تأثیر قابل توجه تعداد لب‌ها و میزان غیرمدوری بر ظرفیت حمل بار و زاویه وضعی یاتاقان بود. در سال ۲۰۱۴ دی هلاوان و ورما [۱۹] عملکرد روانکار میکروپلار در یاتاقان هیبریدی غیرمدور را بررسی کردند. نتایج این پژوهش از بهبود عملکرد یاتاقان‌های بررسی شده در صورت جایگزینی روانکار نیوتنی با نوع میکروپلار حکایت دارد. زارک مهرجردی و همکارانش [۲۰] در سال ۲۰۱۵ مطالعه‌ای بر پایداری دینامیکی یاتاقان‌های غیرمدور لب‌دار با روانکار میکروپلار انجام دادند. بر اساس نتایج در مقایسه با سیالات نیوتنی، روانکار میکروپلار عملکرد دینامیکی یاتاقان را با افزایش میان پارامتر جرم بحرانی و کاهش میزان نسبت فرکانس گردابی بهبود بخشیده و ظرفیت حمل بار تکیه‌گاه یاتاقانی را افزایش می‌دهد. ختری و شرما [۲۱] در سال ۲۰۱۶ اثر روانکار تنش کوپل را بر عملکرد یاتاقان ژورنال هیبرید دو لب بافت‌دار<sup>۴</sup> بررسی کردند. نتایج نشان داد که با ترکیب افزودنی‌ها به روانکار پایه و ایجاد بافت روی سطح یاتاقان، ویژگی‌های عملکردی یاتاقان در قالب افزایش ظرفیت حمل بار و کاهش اصطکاک تولیدی، بهبود می‌یابد. داس و روی [۲۲] در سال ۲۰۱۸ تأثیر بکارگیری روانکار غیرنیوتنی بر عملکرد یاتاقان‌های مدور و غیرمدور دو و سه لب شیار محوری را مورد بررسی قرار دادند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که یاتاقان‌های سه

<sup>3</sup> Noncircular

<sup>4</sup> Textured Two Lobe Hybrid Journal Bearing

<sup>1</sup> Body Couples

<sup>2</sup> Magneto Hydrodynamic



شکل ۱- یاتاقان ژورنال هیدرودینامیکی  
(الف) مدور (ب) غیرمدور سه لب

که در رابطه‌ی فوق

$$f(h, l) = h^3 - 12l^2h + 24l^3 \tanh \frac{h}{2l} \quad (2)$$

که ۱ مشخصه‌ی طولی ذرات افزودنی به روانکار پایه، معرف پارامتر تنش کوپل، و برابر مجذور نسبت ثابت ماده‌ی تنش کوپل ( $\eta$ ) به لزجت برشی ( $l = \sqrt{\eta/\mu}$ ) و  $h$  ضخامت فیلم روانکار<sup>۲</sup> در فضای لقی یاتاقان هستند. با صرف‌نظر از اثرات تنش کوپل ( $l = 0$ ) رابطه‌ی (۱) به معادله (۳) ساده می‌شود که در واقع همان معادله رینولدز حاکم بر روانکار نیوتنی یاتاقان ژورنال هیدرودینامیکی می‌باشد:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial z} \left[ h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 6R\omega \frac{\partial h}{\partial x} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3)$$

با تعریف پارامترهای رابطه (۴)، فرم بی‌بعد معادله‌ی رینولدز حاکم (۱) به صورت معادله‌ی (۵) قابل بازنویسی خواهد بود:

$$\bar{p} = \frac{pC_m^2}{\mu\omega R^2}, \theta = \frac{x}{R}, \bar{z} = \frac{z}{L}, \bar{h} = \frac{h}{C_m}, \tau = t\omega \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ f(\bar{h}, \bar{l}) \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \right] + \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[ f(\bar{h}, \bar{l}) \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \right] = 6 \frac{\partial \bar{h}}{\partial \theta} + 12 \frac{\partial \bar{h}}{\partial \tau} \quad (5)$$

که در رابطه‌ی (۵):

$$f(\bar{h}, \bar{l}) = \frac{f(h, l)}{C_m^3} = \bar{h}^3 - 12\bar{l}^2\bar{h} + 24\bar{l}^3 \tanh \frac{\bar{h}}{2\bar{l}} \quad (6)$$

رابطه‌ی ضخامت بی‌بعد فیلم روانکارمحبوس در فضای یاتاقان ژورنال غیرمدور عبارت است از [۱۸]:

$$h_i = \frac{1}{\delta} - X_{j0} \cos \theta - Y_{j0} \sin \theta + \left( \frac{1}{\delta} - 1 \right) \cos(\theta - \theta_0^i) \quad (7)$$

که  $i = 1, 2, 3 \dots N$  شماره لب‌های یاتاقان،  $(X_{j0}, Y_{j0})$  و  $\theta_0^i$  به ترتیب مختصات مرکز روتور در وضعیت تعادل پایا و زاویه‌ی خط مرکزین لب‌های یاتاقان<sup>۳</sup> نسبت به محور افقی می‌باشند. پیش‌بار<sup>۱</sup> ( $\delta = C_m/C$ )

لب بار قابل حمل و متغیر اصطکاک بالاتر در قیاس با انواع دو لب داشته و در سوی مقابل انواع دو لب ضریب جریان بالاتری دارند. در سال ۲۰۱۹ چتی و کروسبی [۲۳] مطالعه اثر بکارگیری سیال تنش کوپل بر رفتار استاتیکی یاتاقان‌های سه لب را انجام دادند. نتایج نشان از تاثیر بیشتر تغییر خواص تنش کوپل روانکار بر افزایش بار قابل حمل و کاهش ضریب اصطکاک در پریلودهای بالاتر دارند. تاثیر پارامتر تنش کوپل بر عملکرد حالت پایدار یاتاقان ژورنال دو لب با روانکار حاصل از افزودن نانو ذرات به روغن پایه در سال ۲۰۲۰ توسط کمار و کاکوتی [۲۴] مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج حاکی از افزایش قابل توجه ظرفیت تحمل بار و کاهش ضریب اصطکاک می‌باشد.

بررسی مراجع گویای محدودیت پژوهش‌های صورت گرفته در حوزه تحلیل عملکرد یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور با سیال تنش کوپل می‌باشد و مطالعات موجود تمرکز بیشتری بر ارزیابی عملکرد استاتیکی این گروه از یاتاقان‌ها دارند. با توجه به موثر بودن نوع روانکار و هندسه بر عملکرد یاتاقان‌های ژورنال، در پژوهش حاضر بررسی تاثیر تغییرات پارامتر مشخصه روانکار تنش کوپل و خروج از مرکزی، غیرمدوری و نسبت منظری یاتاقان بر پایداری دینامیکی یاتاقان‌های سه لب با مدل تحلیلی خطی صورت گرفته‌است. علاوه بر تفاوت هندسه یاتاقان مورد بررسی، در مطالعه حاضر از روش اجزاء محدود در حل معادلات حاکم بر پایداری دینامیکی مجموعه روتور- یاتاقان استفاده شده‌است.

## ۲- یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور

یاتاقان‌های غیرمدور از کنار هم قرار گرفتن چند یاتاقان جزئی<sup>۱</sup> تحت عنوان لب به صورت متقارن یا نامتقارن تشکیل می‌شوند. کاهش دمای کارکرد روانکار در قیاس با یاتاقان‌های مدور با یک ناحیه فیلم فشار فعال، یکی از دلایل مهم گرایش به طراحی یاتاقان‌ها با پروفیل غیرمدور می‌باشد. همچنین انتخاب هندسه‌ی مناسب یاتاقان غیرمدور می‌تواند افزایش پایداری دینامیکی روتور در فضای یاتاقان را به دنبال آورد [۲۵]. از انواع گوناگون یاتاقان‌های غیرمدور می‌توان به یاتاقان‌های بیضوی و لب‌دار اشاره نمود. در شکل ۱ یاتاقان مدور و غیرمدور سه‌لب و ناحیه تشکیل فیلم فشاری مثبت نشان داده شده‌است.

## ۳- معادلات حاکم

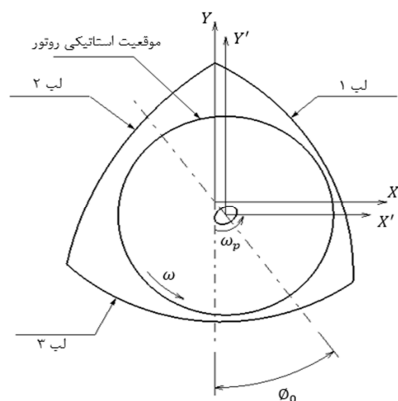
معادله‌ی رینولدز اصلاحی حاکم بر روانکاری هیدرودینامیکی با سیال تنش کوپل با فرض شرایط همدما، طول محدود یاتاقان و ضلبيت روتور عبارتست از [۷]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ f(h, l) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial z} \left[ f(h, l) \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 6\mu R\omega \frac{\partial h}{\partial x} + 12\mu \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

<sup>2</sup> Lubricant Film Thickness

<sup>3</sup> Lobe Line of Center

<sup>1</sup> Partial Bearing



شکل ۳- مسیر جابه‌جایی مرکز روتور در مدل دینامیکی خطی

ضخامت فیلم روانکار در حالت دینامیکی عبارت است از:

$$\bar{h} = \bar{h}_0 - \bar{X}' \cos \theta - \bar{Y}' \sin \theta \quad (10)$$

در رابطه فوق  $\bar{h}_0$  ضخامت فیلم روانکار در شرایط تعادل استاتیکی می‌باشد. با استفاده از سری تیلور فشار دینامیکی فیلم روانکار حول نقطه تعادل بسط داده شده و با فرض دامنه‌ی محدود اغتشاشات مرکز روتور از جملات با مراتب بالاتر صرف‌نظر می‌شود:

$$\bar{p} = \bar{p}_0 - \bar{p}_X' \bar{X}' - \bar{p}_Y' \bar{Y}' \quad (11)$$

$$\bar{p}_Z' = \bar{p}_Z + i\gamma \bar{p}_Z \quad Z = X, Y \quad (12)$$

در رابطه‌ی (۱۲)  $\bar{p}_0$  فشار استاتیکی<sup>۷</sup> و  $(\bar{p}_X', \bar{p}_Y')$  مؤلفه‌های فشار دینامیکی<sup>۸</sup> می‌باشند. با جایگذاری رابطه (۱۱) و (۱۲) در رابطه (۵) و معادل صفر قرار دادن مؤلفه‌های جابه‌جایی اغتشاشی مرکز روتور<sup>۹</sup>  $(\bar{X}', \bar{Y}')$  فشار در حالت تعادل استاتیکی روتور ( $p_0$ ) بدست می‌آید:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial f_0(\bar{h}_0, I)}{\partial \bar{h}_0} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \theta} f(\theta) \right] - \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[ \frac{\partial f_0(\bar{h}_0, I)}{\partial \bar{h}_0} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \bar{z}} f(\theta) \right] = 6 \frac{\partial \bar{h}_0}{\partial \theta} \quad (13)$$

روابط مؤلفه‌های فشار دینامیکی با مشتق‌گیری از معادله‌ی (۵)

نسبت به  $\bar{X}'$  و  $\bar{Y}'$  به فرم ذیل حاصل می‌شوند:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ f_0(\bar{h}_0, I) \frac{\partial \bar{p}_Z'}{\partial \theta} \right] + \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[ f_0(\bar{h}_0, I) \frac{\partial \bar{p}_Z'}{\partial \bar{z}} \right] \\ - \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial f_0(\bar{h}_0, I)}{\partial \bar{h}_0} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \theta} f(\theta) \right] \\ - \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[ \frac{\partial f_0(\bar{h}_0, I)}{\partial \bar{h}_0} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \bar{z}} f(\theta) \right] \\ = -6 \frac{\partial}{\partial \theta} f(\theta) - 12i\gamma f(\theta) \end{aligned} \quad (14)$$

$$f(\theta) = \begin{cases} \cos \theta & \bar{p}_X' \\ \sin \theta & \bar{p}_Y' \end{cases} \quad \text{که}$$

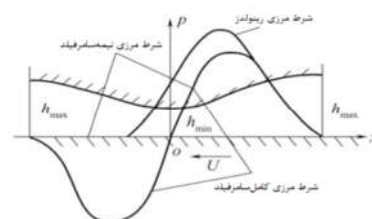
در مطالعه‌ی حاضر برای محاسبه‌ی مقادیر فشار از روش حل عددی اجزاء محدود با المان‌های مستطیلی ایزوپارامتری استفاده شده‌است. با روش باقیمانده‌ی وزنی گالرکین<sup>۱۰</sup> توزیع فشار سیال هر

المان، خطی تقریب زده می‌شود [۱۸].

$$\bar{p}_Z'^e = \sum_{m=1}^{ne} N_m^e \bar{p}_{Zm}^e \quad (15)$$

برابر نسبت لقی شعاعی کمینه به لقی شعاعی متداول در هنگام هم مرکزی یاتاقان و روتور است. پریلود از میزان غیرمدوری یاتاقان حکایت دارد و برای یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور در بازه (۰،۱) متغیر است. همچنین پیش‌بار یک بیانگر تطابق مرکز لب‌ها با مرکز هندسی یاتاقان و بازگشت شکل یاتاقان ژورنال غیرمدور به نوع مدور خواهد بود [۱۷].

برای تحلیل معادله‌ی دیفرانسل پاره‌ای (۵) شرایط مرزی گوناگونی نظیر کامل سامرفیلد<sup>۲</sup>، نیمه سامرفیلد<sup>۳</sup> و رینولدز<sup>۴</sup> پیش از این ارائه شده‌اند. شکل ۲ توزیع فشار فیلم روانکار برای هر یک از شروط مرزی مذکور را نشان می‌دهد. در فرض رینولدز با حفظ شرط پیوستگی جریان در ابتدای ناحیه فیلم واگری روانکار، فشار و گرادیان فشار صفر در لبه انتهایی فیلم همگرای مثبت برقرار بوده و این نقطه مکان آغاز پدیده کاویتاسیون<sup>۵</sup> است که با واقعیت تطابق مناسب‌تری دارد [۲۶]. از اینرو در مطالعه حاضر از شرط مرزی رینولدز در حل عددی اجزاء محدود معادلات حاکم استفاده شده‌است.



شکل ۲- انواع شرایط مرزی فیلم سیال [۲۶]

فرم بی‌بعد شرط مرزی رینولدز عبارتست از [۱۵]:

$$\begin{aligned} \bar{p}(\theta_1^i, \bar{z}) = 0, \bar{p}\left(\theta, \mp \frac{L}{2}\right) = 0 \\ \bar{p}(\theta_2^i, \bar{z}) = \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta}(\theta_2^i, \bar{z}) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

## ۴- تحلیل رفتار دینامیکی روتور با مدل خطی

اغتشاشات مرکز روتور حول نقطه‌ی تعادل استاتیکی در اثر عوامل مختلفی نظیر کارکرد تحت بارگذاری‌های متغیر، نزدیکی فرکانس دوران روتور به فرکانس طبیعی مجموعه تکیه‌گاه یاتاقانی و تغییر در مشخصه‌های سیال روانکار روی می‌دهد. در پژوهش حاضر با فرض دامنه‌ی کوچک اغتشاشات حرکتی هارمونیک، جابه‌جایی مرکز روتور مطابق شکل ۳ به صورت نوسانات سیکل محدود<sup>۶</sup> حول نقطه تعادل استاتیکی روتور در نظر گرفته شده است:

$$\begin{aligned} \bar{X}' &= A(|\bar{X}'|)e^{i\gamma\tau} \\ \bar{Y}' &= A(|\bar{Y}'|)e^{i\gamma\tau} \end{aligned} \quad (9)$$

که  $(\bar{X}', \bar{Y}')$  مؤلفه‌های جابه‌جایی اغتشاشی روتور و  $|\bar{X}'|, |\bar{Y}'|$  به بزرگی این مؤلفه‌ها اشاره دارد [۱۷].

<sup>1</sup> Preload

<sup>2</sup> Sommerfeld

<sup>3</sup> Half Sommerfeld

<sup>4</sup> Reynolds

<sup>5</sup> Cavitation

<sup>6</sup> Limit Cycle Oscillations (LCOs)

<sup>7</sup> Static Pressure

<sup>8</sup> Dynamic Pressure

<sup>9</sup> Dynamic Components of the Rotor Center Perturbation

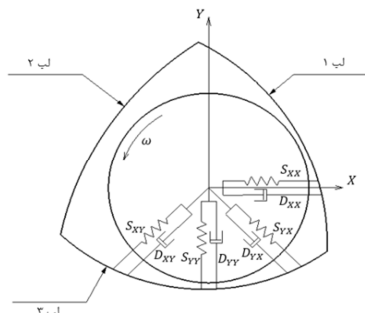
<sup>10</sup> Galerkin Weighted Residuals Method

$$W_0 = \sqrt{F_{X_0}^2 + F_{Y_0}^2} \quad (24)$$

$$\theta_0 = \tan^{-1} \frac{X_0}{Y_0} \quad (25)$$

## ۶- مشخصه‌های پایداری دینامیکی<sup>۴</sup>

در مطالعه حاضر وضعیت پایداری دینامیکی یاتاقان بر اساس پارامترهای جرم بحرانی<sup>۵</sup> و نسبت فرکانس چرخش گردایی<sup>۶</sup> مشخص شده‌است. مقادیر این پارامترها بر اساس مشخصه‌های سیستم دینامیکی خطی<sup>۷</sup> معادل مجموعه روتور- یاتاقان ژورنال همانند شکل ۴ تعیین می‌شوند. با محاسبه مقادیر ضرایب سفتی و میرایی<sup>۸</sup> معادل فیلم روانکار امکان تعیین جرم و سرعت اغتشاش بحرانی روتور در آستانه ناپایداری و نقض شرط انجام نوسانات هارمونیک سیکل محدود مرکز روتور در فضای یاتاقان حول نقطه تعادل استاتیکی فراهم می‌شود.



شکل ۴- سیستم دینامیکی خطی معادل فیلم سیال روانکار

## ۶-۱- ضرایب سختی و میرایی

مؤلفه‌های نیروی دینامیکی از رابطه‌ی ذیل قابل محاسبه می‌باشند:

$$\begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^L \begin{bmatrix} F_X^i \\ F_Y^i \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^L \int_{-1}^{+1} \int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} p_i [\cos\theta \sin\theta] d\theta dz \quad (26)$$

نیروهای دینامیکی پس از وقوع نوسانات حرکتی روتور، در واقع از مجموع نیروها در حالت پایدار و نیروهای ناپایدار اغتشاشی \$(\Delta F\_X, \Delta F\_Y)\$ مطابق رابطه‌ی (۲۷) محاسبه می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{X_0} \\ F_{Y_0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta F_X \\ \Delta F_Y \end{bmatrix} \quad (27)$$

مؤلفه‌های نیروی اغتشاشی ناپایدار مطابق رابطه‌ی (۲۸) به صورت توابعی از جابه‌جایی و سرعت دینامیکی در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} \Delta F_X \\ \Delta F_Y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} S_{XX} & S_{XY} \\ S_{YX} & S_{YY} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} D_{XX} & D_{XY} \\ D_{YX} & D_{YY} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix} \quad (28)$$

در رابطه‌ی فوق، ضرایب \$D\$ و \$S\$ به ترتیب میرایی و سفتی معادل فیلم روانکار بوده و پارامترهای \$X\$ و \$Y\$ و مشتقات آنها به مؤلفه‌های جابه‌جایی و سرعت مرکز روتور در جهت محورهای مختصات اشاره دارند.

بر اساس رابطه‌ی (۲۸) و با استفاده از روابط (۲۳) و (۲۶)، مقادیر ضرایب سفتی و میرایی به فرم ذیل قابل استخراج هستند:

$$\begin{bmatrix} S_{XX} & S_{XY} \\ S_{YX} & S_{YY} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^L \int_{-1}^{+1} \int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} \begin{bmatrix} p_{Xi} \\ p_{Yi} \end{bmatrix} [\cos\theta \sin\theta] d\theta dz \quad (29)$$

که در رابطه‌ی فوق \$ne\$ تعداد گره روی دامنه و \$e\$ معرف المان می‌باشد. معادلات حاکم بر اساس روش حل عددی اجزاء محدود عبارتند از:

$$\begin{aligned} & \iint_{A_e} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ f_0(\bar{h}_0, \bar{l}) \frac{\partial \bar{p}_z}{\partial \theta} \right] + \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[ f_0(\bar{h}_0, \bar{l}) \frac{\partial \bar{p}_z}{\partial \bar{z}} \right] \right. \\ & \quad \left. - \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial f_0(\bar{h}_0, \bar{l})}{\partial \theta} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \theta} f(\theta) \right] - \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \frac{\partial f_0(\bar{h}_0, \bar{l})}{\partial \bar{h}_0} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \bar{z}} f(\theta) \right) \right. \\ & \quad \left. - 6 \frac{\partial}{\partial \theta} f(\theta) - 12 i \gamma f(\theta) \right] N_k^e d\theta dz = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

در رابطه‌ی فوق \$N\_k^e\$ به توابع شکل<sup>۱</sup> هر المان و \$A\_e\$ به سطح المان‌ها اشاره دارد. می‌توان رابطه‌ی (۱۶) را به صورت ماتریسی بیان کرد:

$$[F_Z]_{ne \times ne} [\bar{p}_Z]_{ne \times ne} + [Q_Z]_{ne \times 1} = [H_Z]_{ne \times 1} \quad (17)$$

که هر کدام از مؤلفه‌های ماتریس‌های سیستم دستگاه معادلات (۱۷) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F_{ze,km}^r = \iint_{A_e} \left\{ f_0(\bar{h}_0, \bar{l}) \left( \frac{\partial N_k^e}{\partial \theta} \frac{\partial N_m^e}{\partial \theta} + \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial N_k^e}{\partial \bar{z}} \frac{\partial N_m^e}{\partial \bar{z}} \right) \right\} d\theta dz \quad (18)$$

$$F_{ze,km}^i = 0 \quad (19)$$

$$\begin{aligned} H_{ze,k}^r &= \iint_{A_e} \left[ \left( 6 - \frac{\partial f_0(\bar{h}_0, \bar{l})}{\partial \bar{h}_0} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \theta} \right) f(\theta) \frac{\partial N_k^e}{\partial \theta} \right. \\ & \quad \left. - \left( \frac{D}{L} \right)^2 \left( \frac{\partial f_0(\bar{h}_0, \bar{l})}{\partial \bar{h}_0} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \bar{z}} \right) f(\theta) \frac{\partial N_k^e}{\partial \bar{z}} \right] d\theta dz \end{aligned} \quad (20)$$

$$H_{ze,k}^i = \iint_{A_e} 12 \gamma f(\theta) d\theta dz \quad (21)$$

$$\begin{aligned} Q_{ze,k} &= \oint_{s_e} \left\{ \left( \frac{\partial f_0(\bar{h}_0, \bar{l})}{\partial \bar{h}_0} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \theta} - 6 \right) f(\theta) \right. \\ & \quad \left. - f_0(\bar{h}_0, \bar{l}) \frac{\partial p_0^e}{\partial \theta} \right\} N_k^{ke} dz \\ & \quad + \oint_{s_e} \left( \frac{D}{L} \right)^2 \left\{ \left( \frac{\partial f_0(\bar{h}_0, \bar{l})}{\partial \bar{h}_0} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial \bar{z}} \right) f(\theta) \right. \\ & \quad \left. - f_0(\bar{h}_0, \bar{l}) \frac{\partial p_0^e}{\partial \bar{z}} \right\} N_k^{ke} d\theta \end{aligned} \quad (22)$$

در روابط فوق اندیس‌های \$i\$ و \$r\$ به ترتیب معرف قسمت‌های موهومی و حقیقی و \$s\_e\$ بیانگر مرزهای هر المان می‌باشند. در سیستم دستگاه معادلات خطی (۱۷) مؤلفه‌ی فشار در همه‌ی مرزهای دامنه مش‌بندی شده مساله و نشستی جانبی در تمامی المان‌های داخلی دامنه جریان روانکار بر سطح یاتاقان، صفر می‌باشند.

## ۵- مشخصه‌های عملکرد استاتیکی یاتاقان

پس از محاسبه‌ی فشار در هر گره، مؤلفه‌های ظرفیت حمل بار یاتاقان \$(\bar{F}\_X, \bar{F}\_Y)\$ با انتگرال‌گیری از فشار پایای فیلم روانکار روی دامنه نسبت به راستاهای محورهای مختصات حاصل می‌شود [۲۰]:

$$\begin{bmatrix} F_{X_0} \\ F_{Y_0} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^L \int_{-1}^{+1} \int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} \begin{bmatrix} p_{Xi} \\ p_{Yi} \end{bmatrix} [\cos\theta \sin\theta] d\theta dz \quad (23)$$

برآیند ظرفیت حمل بار<sup>۲</sup> و زاویه‌ی وضعی<sup>۳</sup> یاتاقان به ترتیب عبارتند از:

<sup>4</sup> Dynamic Stability Characteristics

<sup>5</sup> Critical Mass

<sup>6</sup> Whirl Frequency

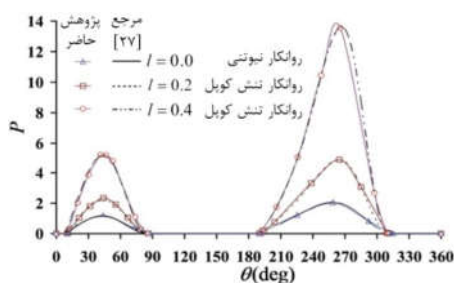
<sup>7</sup> Linear Dynamic Model

<sup>8</sup> Stiffness and Damping Coefficients

<sup>1</sup> Shape Function

<sup>2</sup> Load Carrying Capacity

<sup>3</sup> Attitude Angle



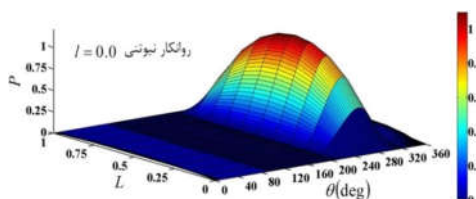
شکل ۵- توزیع فشار صفحه میانی راستای طولی، یاتاقان ژورنال بیضوی با روانکار نیوتنی و تنش کوپل،  $(\lambda = 1/0, \delta = 0/5, \epsilon = 0/4)$

جدول ۱- اعتبارسنجی پارامترهای عملکرد دینامیکی یاتاقان ژورنال

| سه‌لب با روانکار نیوتنی با نتایج مرجع [۱۵] |                                            |          |
|--------------------------------------------|--------------------------------------------|----------|
| ضرایب                                      | $(\epsilon = 0/5 \text{ و } \delta = 0/5)$ |          |
| دینامیکی                                   | مرجع [۱۲]                                  | کار حاضر |
| $S_{xx}$                                   | ۲/۴۸                                       | ۲/۴۶     |
| $-S_{xy}$                                  | ۲/۷۷                                       | ۲/۶۳     |
| $-S_{yx}$                                  | ۴/۱۹                                       | ۳/۹۹     |
| $S_{yy}$                                   | ۵/۲۲                                       | ۵/۳۳     |
| $D_{xx}$                                   | ۵/۰۴                                       | ۴/۷۹     |
| $D_{xy} = D_{yx}$                          | -۱/۰۸                                      | -۰/۹۸    |
| $D_{yy}$                                   | ۱۰/۷۴                                      | ۱۰/۱۸    |

شکل ۶ پروفیل فشار برای یاتاقان غیرمدور سه لب با روانکار نیوتنی و سیال تنش کوپل را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش پارامتر تنش کوپل، پروفیل فشار فیلم روانکار تقویت می‌گردد. به طوری که فشار بیشینه فیلم سیال که در لب ۳ پدیدار می‌گردد با تغییر سیال از حالت نیوتنی به تنش کوپل با پارامتر مشخصه ۰/۶، افزایش ۶ برابری را نشان می‌دهد. از مهمترین دلایل این تغییر آنست که در روانکار تنش کوپل، وجود زنجیره‌های ملکولی و افزایش سایز ذرات معلق موجب افزایش گرانشی معادل فیلم روغن شده و این امر تقویت پروفیل فشار یاتاقان را پدیدار خواهد داشت.

در شکل‌های ۷ و ۸ تأثیر نسبت خروج از مرکزی روتور  $(\epsilon)$  و پیش‌بار  $(\delta)$  یاتاقان غیرمدور سه لب بر ظرفیت تحمل بار  $(W)$  موثر در تحلیل نتایج عملکرد دینامیکی، با توجه به بی‌بعدسازی متداول جرم بحرانی  $(M_c)$ ، بررسی گردیده‌اند. نتایج نمودارهای ۷ و ۸ بیانگر آنست که با افزایش خروج از مرکزی روتور و کاهش میزان غیرمدوری یاتاقان،



<sup>۲</sup> برای مقایسه نتایج پریلود  $(\delta)$  مشابه مرجع [۲۷] تعریف شده‌است.

$$\begin{bmatrix} D_{xx} & D_{xy} \\ D_{yx} & D_{yy} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^L \int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} [p_x] [\cos \theta \quad \sin \theta] d\theta dz \quad (30)$$

## ۶-۲- پارامترهای پایداری دینامیکی خطی

معادلات حرکت اغتشاشی مرکز روتور در راستای محورهای مختصات  $(X, Y)$  بر اساس شکل ۴ به فرم ذیل قابل بیان هستند:

$$M \begin{bmatrix} \ddot{X}' \\ \ddot{Y}' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{xx} & D_{xy} \\ D_{yx} & D_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}' \\ \dot{Y}' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (۹) و مشتقات آن نسبت به زمان داریم:

$$\begin{bmatrix} -M\dot{Y}'^2 + S_{xx} + i\gamma D_{xx} & S_{xy} + i\gamma D_{xy} \\ S_{yx} + i\gamma D_{yx} & -M\dot{Y}'^2 + S_{yy} + i\gamma D_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

برای یافتن حل غیر بدیهی دستگاه معادلات فوق، دترمینان ماتریس ضرایب را برابر صفر قرار داده و با جدا کردن قسمت‌های حقیقی و موهومی، روابط ذیل حاصل می‌شوند:

$$M\dot{Y}'^2 = \frac{(S_{xx}D_{yy} + S_{yy}D_{xx} - S_{xy}D_{yx} - S_{yx}D_{xy})}{(D_{xx} + D_{yy})} \quad (33)$$

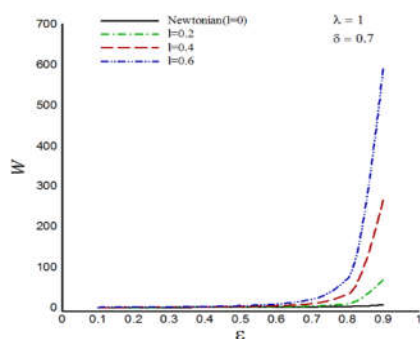
$$\dot{Y}'^2 = \frac{(S_{xx} - M\dot{Y}'^2)(S_{yy} - M\dot{Y}'^2) - (S_{xy}S_{yx})}{(D_{xx}D_{yy} - D_{yx}D_{xy})} \quad (34)$$

جرم بحرانی روتور  $(M_c)$  و نسبت فرکانس چرخش گردابی  $(\gamma)$  از روابط (۳۳) و (۳۴) به کمک روش تکرار بدست می‌آیند. با محاسبه‌ی این پارامترها می‌توان حوزه پایداری دینامیکی خطی سیستم را مشخص نمود. چنانچه پارامتر جرم بی‌بعد روتور و یا نسبت سرعت زاویه‌ای آن به مقادیر تعیین شده برسد، سیستم روتور- یاتاقان ژورنال سه لب مورد ارزیابی در مرز ناپایداری<sup>۱</sup> قرار خواهد گرفت.

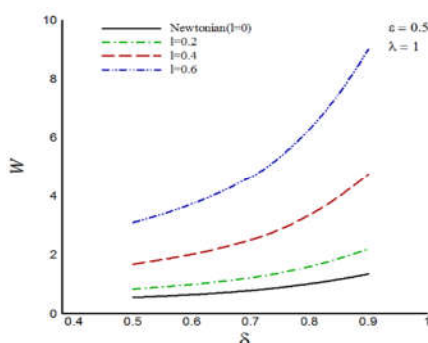
## ۷- بحث و بررسی

پژوهش حاضر به بررسی تأثیر پارامتر تنش کوپل  $(l)$ ، نسبت منظری و پیش‌بار بر پایداری دینامیکی یاتاقان غیرمدور سه لب می‌پردازد. نتایج برای نسبت‌های خروج از مرکزی  $(\epsilon)$ ، پیش‌بار  $(\delta)$  و طول به قطر  $\lambda = (L/D)$  مختلف ارائه شده‌اند. جهت اعتبارسنجی عملکرد کد فترتن کامپیوتری تدوین شده، نتایج تحلیل استاتیکی و دینامیکی برای حالت‌های خاص موجود در منابع، در شکل ۵ و جدول ۱ با خروجی برنامه حاضر مقایسه شده‌اند. در شکل ۵ توزیع فشار استاتیکی در صفحه میانی یاتاقان‌های بیضوی با روانکار نیوتنی و تنش کوپل و در جدول ۱ مشخصه‌های عملکرد دینامیکی یاتاقان‌های سه لب با روانکار نیوتنی ارائه شده‌اند. مقایسه نتایج، صحت عملکرد کدنویسی انجام شده در حوزه تحلیل استاتیکی و دینامیکی یاتاقان‌های لب‌دار را تأیید می‌کند. در ادامه نتایج حاصل از ارزیابی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور سه لب مورد بررسی، در قالب توزیع فشار فیلم روانکار و مشخصه‌های عملکرد شامل بار قابل حمل، زاویه وضعی، جرم بحرانی و نسبت فرکانس چرخش گردابی در ازای تغییر عواملی همچون پارامتر مشخصه سیال تنش کوپل، نسبت خروج از مرکزی، نسبت منظری و پیش‌بار یاتاقان گزارش گردیده‌اند.

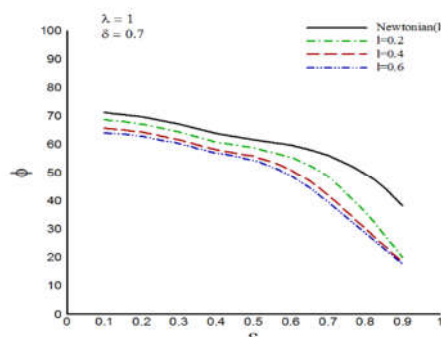
<sup>۱</sup> Instability Boundary



شکل ۷- تغییرات ظرفیت تحمل بار یاتاقان غیرمدور سه لب بر حسب تغییرات نسبت خارج از مرکزی، ( $\delta = 0.7, \lambda = 1/0$ )



شکل ۸- تغییرات ظرفیت تحمل بار یاتاقان غیرمدور سه لب به ازای تغییرات پرلود، ( $\delta = 0.5, \lambda = 1/0$ )



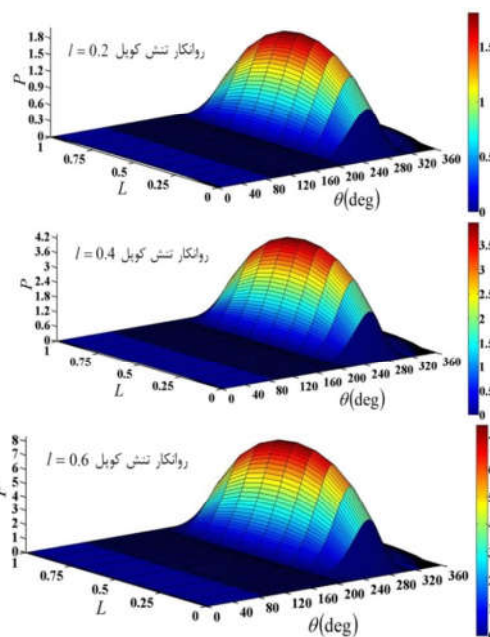
شکل ۹- تغییرات زاویه‌ی وضعی یاتاقان غیرمدور سه لب به ازای تغییرات نسبت خارج از مرکزی، ( $\delta = 0.7, \lambda = 1/0$ )

تغییرات پارامتر جرم بحرانی ( $M_c$ ) و نسبت فرکانس چرخش گردابی ( $\gamma$ ) بر حسب تغییرات نسبت خروج از مرکزی به ترتیب در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ گزارش شده‌است. در شکل ۱۰ ناحیه‌ی زیر هر منحنی نشان دهنده‌ی محدوده‌ی عملکرد پایدار و بالای آن حوزه ناپایداری سیستم

جدول ۲- ضرایب سختی و میرایی معادل فیلم روانکار

یاتاقان ژورنال سه‌لب، روانکار تنش کوپل، ( $\delta = 0.7, \lambda = 1/0$ )

| ضرایب<br>دینامیکی | $\varepsilon = 0.4$ |           | $\varepsilon = 0.6$ |           |
|-------------------|---------------------|-----------|---------------------|-----------|
|                   | $l = 0.2$           | $l = 0.4$ | $l = 0.2$           | $l = 0.4$ |
| $S_{xx}$          | ۲/۷۸                | ۳/۳۰      | ۲/۵۸                | ۲/۵۶      |
| $S_{xy}$          | ۲/۷۹                | ۳/۳۳      | ۰/۹۲                | ۰/۴۶      |
| $S_{yx}$          | -۶/۵۸               | -۶/۸۲     | -۶/۱۴               | -۶/۴۶     |



شکل ۶- پروفیل فشار فیلم روانکار یاتاقان غیرمدور سه لب برای سیال نیوتنی و سیال تنش کوپل، ( $\varepsilon = 0.5, \delta = 0.7, \lambda = 1/0$ )

ظرفیت تحمل بار یاتاقان افزایش می‌یابد. همچنین دامنه این تغییرات در مقادیر بالای نسبت خروج از مرکزی و پیش‌بار به ازای افزایش پارامتر تنش کوپل سیال روانکار ( $l$ ) رشد چشمگیری دارد. با بررسی نتایج شکل‌های ۷ و ۸ می‌توان دریافت که یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور در یک خروج از مرکزی معین قادر به حمل بار کمتری نسبت به انواع مدور مشابه هستند و برای رسیدن به حمل بار یکسان می‌بایست در خروج از مرکزی بالاتری در قیاس با انواع مدور قرار گیرند.

نتایج شکل ۹ از کاهش میزان زاویه وضعی ( $\varphi_0$ ) با افزایش میزان خروج از مرکزی روتور و پارامتر تنش کوپل سیال روانکار حکایت دارد. این روند تغییرات بیانگر آنست که موقعیت تعادل استاتیکی مرکز روتور در فضای یاتاقان با تقویت پارامتر مشخصه سیال تنش کوپل و نسبت خروج از مرکزی به محور عمود نزدیکتر شده و در بخش پایین‌تری از یاتاقان قرار می‌گیرد. این پدیده تقویت پروفیل فشار لب سه در قیاس با سایر لب‌های یاتاقان را در پی دارد.

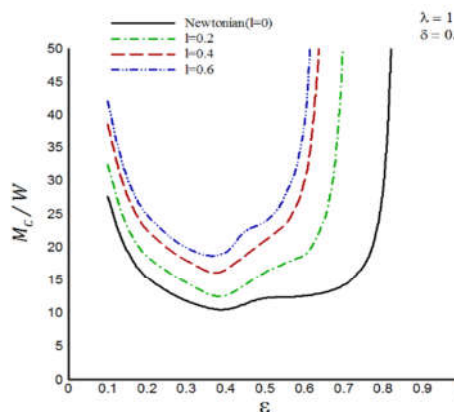
در جداول ۲ و ۳ تاثیر خروج از مرکزی و پیش بار بر ضرایب سختی ( $S$ ) و میرایی ( $D$ ) معادل فیلم روانکار تنش کوپل، بی‌بُعد شده نسبت به بار قابل حمل یاتاقان، ارائه گردیده‌اند. بطور کلی از مقایسه نتایج می‌توان دریافت که به ازای مقادیر مشخص نسبت خروج از مرکزی و پیش‌بار، تقویت خواص تنش کوپل به واسطه ایجاد تغییر در ترکیب ساختاری و ملکولی روانکار، بهبود گرانشی، توزیع فشار فیلم روغن و سختی و میرایی سیستم دینامیکی شبیه‌سازی شده را در پی خواهد داشت. همچنین افزایش میزان غیرمدوری یاتاقان‌های سه لب بر پایه نتایج در صورت ثبات سایر عوامل موثر، از آنجا که برای رسیدن به مقدار قابلیت حمل بار معین روتور را ملزم به قرارگیری در نسبت‌های خروج از مرکزی بالاتر خواهد نمود، می‌تواند تشکیل فیلم فشاری همگرای قویتر و بهبود خواص سختی و میرایی معادل سیستم دینامیکی روتور را در پی داشته باشد.

|                   |       |       |       |       |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|
| $S_{yy}$          | ۵/۲۵  | ۶/۳۳  | ۷/۳۷  | ۹/۵۸  |
| $D_{xx}$          | ۵/۵۵  | ۶/۷۷  | ۳/۳۲  | ۲/۶۸  |
| $D_{xy} = D_{yx}$ | -۲/۵۲ | -۳/۲۱ | -۳/۲۲ | -۳/۲۸ |
| $D_{yy}$          | ۱۴/۹۶ | ۱۵/۹۶ | ۱۳/۲۱ | ۱۴/۵۷ |

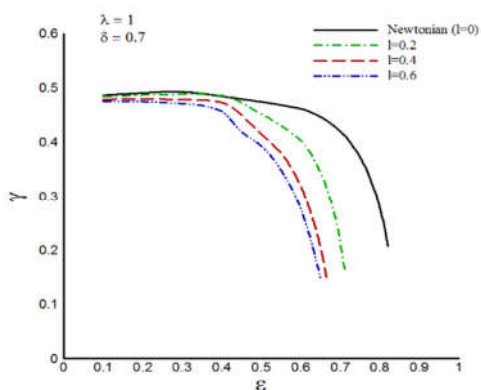
جدول ۳- ضرایب سفتی و میرایی معادل فیلم روانکار  
یاتاقان ژورنال سه لب، روانکار تنش کوپل، ( $\varepsilon = 0.5, \lambda = 1.0$ )

| ضرایب<br>دینامیکی | $\delta = 0.6$ |           | $\delta = 0.8$ |           |
|-------------------|----------------|-----------|----------------|-----------|
|                   | $l = 0.2$      | $l = 0.4$ | $l = 0.2$      | $l = 0.4$ |
| $S_{xx}$          | ۲/۸۱           | ۲/۹۵      | ۲/۹۹           | ۳/۰۵      |
| $S_{xy}$          | ۲/۶۴           | ۲/۴۶      | ۱/۳۳           | ۰/۹۰      |
| $S_{yx}$          | -۵/۲۲          | -۵/۳۰     | -۷/۱۴          | -۷/۴۲     |
| $S_{yy}$          | ۶/۱۷           | ۷/۷۵      | ۶/۰۴           | ۷/۸۶      |
| $D_{xx}$          | ۵/۲۴           | ۵/۰۴      | ۴/۰۵           | ۳/۴۷      |
| $D_{xy} = D_{yx}$ | -۱/۹۰          | -۲/۰۱     | -۴/۱۱          | -۴/۱۶     |
| $D_{yy}$          | ۱۲/۴۵          | ۱۳/۳۷     | ۱۵/۰۳          | ۱۶/۳۴     |

دینامیکی روتور- یاتاقان را مشخص نموده و خطوط منحنی نمایشگر مرز ناپایداری می‌باشند. از نتایج پیداست که یاتاقان ژورنال سه لب با روانکار تنش کوپل، آستانه‌ی پایداری گسترده‌تری در مقایسه با حالت بکارگیری روانکار نیوتنی دارد. همچنین از شکل ۱۱ می‌توان دریافت که با تقویت خواص تنش کوپل سیال روانکار با فرض سرعت زاویه‌ای ثابت روتور، فرکانس نوسانات هارمونیک مرکز روتور حول نقطه تعادل استاتیکی در شرایط بروز رفتار دینامیکی نسبت به بکارگیری روانکار نیوتنی کاهش یافته و این رفتار موید بهبود پایداری دینامیکی یاتاقان می‌باشد. شدت تاثیر تغییر نوع روانکار بر عملکرد دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال سه لب بر اساس نتایج شکل‌های ۱۰ و ۱۱ در مقادیر بالای نسبت خروج از مرکزی نمایان تر است.

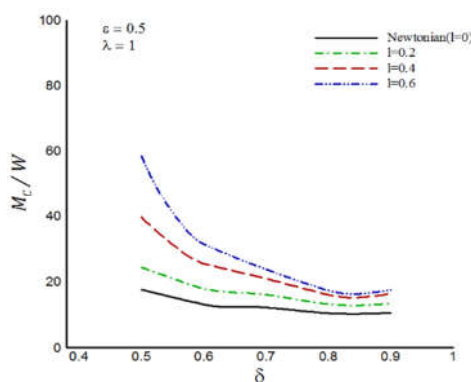


شکل ۱۰- تغییرات جرم بحرانی یاتاقان غیرمدور سه لب به ازای تغییرات نسبت خارج از مرکزی، ( $\delta = 0.7, \lambda = 1.0$ )

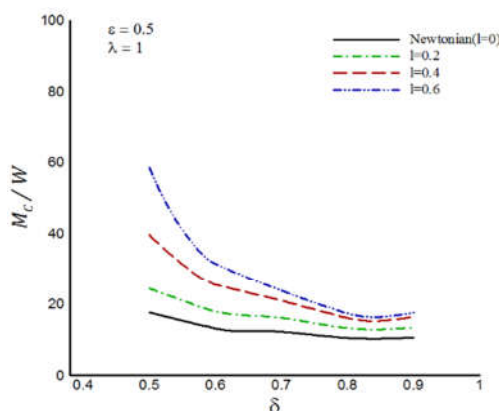


شکل ۱۱- تغییرات نسبت فرکانس چرخش گردابی یاتاقان غیرمدور سه لب به ازای تغییرات نسبت خروج از مرکزی، ( $\delta = 0.7, \lambda = 1.0$ )

تغییر در شکل هندسی و میزان غیرمدوری از عوامل مؤثر بر عملکرد استاتیکی و دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال می‌باشد. از اینرو در ادامه تأثیر پیش‌بار و نسبت منطری ( $\lambda$ ) یا همان نسبت طول به قطر ( $L/D$ ) بر عملکرد دینامیکی یاتاقان ژورنال غیرمدور سه لب بررسی شده‌است.



شکل ۱۲- تغییرات جرم بحرانی یاتاقان غیرمدور سه لب به ازای تغییرات پیش‌بار، ( $\varepsilon = 0.5, \lambda = 1.0$ )



شکل ۱۳- تغییرات جرم بحرانی یاتاقان غیرمدور سه لب به ازای تغییرات پیش‌بار، ( $\varepsilon = 0.5, \lambda = 1.0$ )

شکل‌های ۱۲ و ۱۳ تأثیر پیش‌بار یا میزان غیرمدوری بر جرم بحرانی و نسبت فرکانس چرخش گردابی را نمایش می‌دهند. با کاهش میزان



## ۸- نتیجه گیری

در پژوهش حاضر ارزیابی پایداری دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی غیرمدور سه لب طول محدود تحت روانکاری با سیال تنش کوپل به کمک مدل تحلیلی خطی و روش حل عددی اجزاء محدود ارائه شده است. به این منظور معادلات رینولدز اصلاحی حاکم بر روانکاری هیدرودینامیکی با سیال تنش کوپل و معادلات حرکت روتور در فضای لقی یاتاقان با فرض نوسانات سیکل محدود مرکز روتور حول نقطه تعادل استاتیکی، بطور همزمان تحلیل گردیده اند. در ادامه تأثیر پارامترهای طراحی و روانکاری یاتاقان نظیر پارامتر مشخصه روانکار تنش کوپل، نسبت خروج از مرکزی، پیش بار و نسبت منظری بر محدوده‌ی پایداری دینامیکی یاتاقان‌های مورد مطالعه در قالب پارامترهای مشخصه مرز ناپایداری مجموعه، شامل جرم بحرانی و نسبت فرکانس چرخش گردابی ارائه شده اند. با توجه به نتایج، موارد ذیل قابل استنباط هستند:

**الف)** در شرایط بارگذاری یکسان، یاتاقان‌های غیرمدور سه لب با روانکار تنش کوپل در مقایسه با نوع نیوتنی شرایط پایداری دینامیکی مناسب‌تری دارند و توان حفظ پایداری دینامیکی یاتاقان بویژه با افزایش مقادیر پارامتر مشخصه سیال روانکار تنش کوپل بطور چشمگیری بهبود خواهد یافت.

**ب)** با افزایش میزان غیرمدوری بویژه برای پیش‌بارهای کمتر از ۰/۷ تأثیر پارامتر تنش کوپل بر پایداری دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور سه لب رشد قابل توجهی دارد.

**ج)** با توجه به تضعیف توان حمل بار یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور سه لب با کاهش پیش‌بار، تقویت مشخصه‌های سیال تنش کوپل راهکار مناسبی جهت جبران این پدیده و بهبود پایداری یاتاقان بویژه در مقادیر بالای پارامتر مشخصه روانکار تنش کوپل می‌باشد.

**د)** با افزایش نسبت منظری بویژه در مقادیر پایین آن، دامنه‌ی پایداری یاتاقان‌های ژورنال سه لب در قالب کاهش میزان پارامتر جرم بحرانی و افزایش میزان نسبت فرکانس چرخش گردابی محدودتر می‌شود.

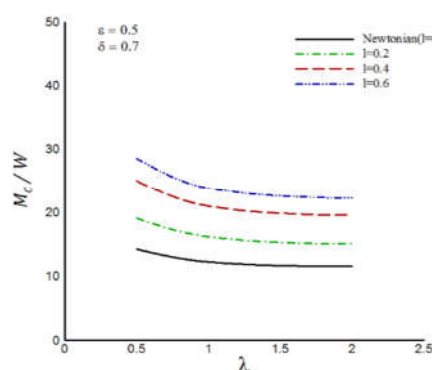
**ه)** از منظر تأثیر تقویت خواص تنش کوپل سیال روانکار بر پارامترهای عملکرد استاتیکی و دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال سه لب، بیشترین دامنه تغییرات به ترتیب در نسبت‌های خروج از مرکزی بالا و پیش‌بار و نسبت منظری پایین بروز می‌کند.

## ۹- نمادها

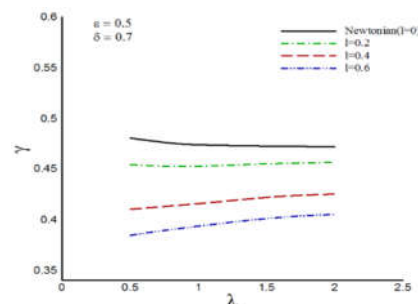
|                                 |                                                      |
|---------------------------------|------------------------------------------------------|
| C                               | لقی شعاعی، (m)                                       |
| C_m                             | لقی شعاعی کمینه، (m)                                 |
| D                               | قطر یاتاقان، (m)                                     |
| D_zj                            | ضریب میرایی معادل، ((N.s)/m)                         |
| I                               | پارامتر تنش کوپل $\sqrt{(m \cdot n/\mu)}$            |
| L                               | طول یاتاقان، (m)                                     |
| M_C                             | جرم بحرانی، (Kg)                                     |
| P                               | فشار روانکار، (N/m <sup>2</sup> )                    |
| P_0                             | فشار استاتیکی، (N/m <sup>2</sup> )                   |
| <sup>u</sup> P_Z                | مؤلفه‌های فشار دینامیکی روانکار، (N/m <sup>2</sup> ) |
| S_zj                            | ضریب سفتی معادل، (N/m)                               |
| <sup>u</sup> X <sup>u</sup> , Y | مؤلفه‌های جابه‌جایی اغتشاشی مرکز محور، (m)           |

پیش‌بار یا غیرمدورتر شدن یاتاقان، عرض فضای لقی یاتاقان توسعه یافته و توزیع فشار یاتاقان تضعیف می‌گردد. در اینحالت برای رسیدن به بار قابل حمل معین نسبت خروج از مرکزی روتور می‌بایست افزایش یابد. این تغییر بویژه در نسبت‌های بالای خروج از مرکزی و پارامتر مشخصه سیال تنش کوپل، بهبود پایداری دینامیکی یاتاقان در قالب افزایش پارامتر جرم بحرانی و کاهش نسبت فرکانس چرخش گردابی مطابق نتایج شکل‌های ۱۲ و ۱۳ را به دنبال خواهد داشت. بر پایه نتایج در پیش‌بارهای کمتر از ۰/۷ تأثیر تغییرات پارامتر مشخصه روانکار تنش کوپل بر پایداری دینامیکی یاتاقان رشد قابل ملاحظه‌تری دارد.

در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ روند تغییرات جرم بحرانی و نسبت فرکانس چرخش گردابی بر حسب نسبت منظری در مقادیر مختلف پارامتر تنش کوپل به ازای مقادیر خروج از مرکزی و پریلود ثابت ارائه شده‌اند.



شکل ۱۴- تغییرات جرم بحرانی یاتاقان غیرمدور سه لب به ازای تغییرات نسبت منظری، ( $\varepsilon = 0/5$ ،  $\delta = 0/5$ )



شکل ۱۵- تغییرات نسبت فرکانس چرخش گردابی یاتاقان غیرمدور سه لب به ازای تغییرات نسبت منظری، ( $\varepsilon = 0/5$ ،  $\delta = 0/5$ )

مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت منظری، دامنه‌ی پایداری یاتاقان به دلیل کاهش نسبت خروج از مرکزی در حصول بار معین، ناشی از توسعه پروفیل فشار در سطح بیشتر، محدود می‌گردد. به عبارت دیگر تغییرات نسبت منظری در شرایط ثابت روتور به معنای تغییر طول یاتاقان و به تبع آن توسعه و یا محدودیت پروفیل فشار همگرایی تشکیل شده در فیلم روانکار می‌باشد. بطور کلی با ارزیابی نتایج مطالعه حاضر می‌توان دریافت که در تحلیل عملکرد دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی غیرمدور سه لب افزایش پارامتر مشخصه سیال تنش کوپل و میزان خروج از مرکزی و در مقابل کاهش میزان نسبت منظری و پیش‌بار، بهبود کارایی یاتاقان را در پی خواهند داشت.

Journal Bearing with Micropolar Lubricant. Tribology International, Vol. 40, No. 2, pp.297-305, 2007.

- [17] Chetti B., Static and Dynamic Analysis of Hydrodynamic Four-lobe Journal Bearing with Couple Stress Lubricants, Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering, Vol. 5, No.1, pp.23-28, 2011.
- [18] Nekoeimehr M., Rahmatabadi A.D., Rashidi Meybodi R., Behavior of Micropolar Lubricated Lobed Bearing: Influence of Noncircularity Parameters. Industrial Lubrication Tribology, Vol. 65, No. 2, pp.100-107, 2013.
- [19] Dhawan R., Verma S., Analyzing Micropolar Lubrication in Noncircular Hybrid Journal Bearings. Tribology Transactions, Vol. 57, No. 2, pp.182-189, 2014.
- [20] Zare Mehrjardi M., Rahmatabadi A.D., Rashidi Meybodi R., A Study on the Stability Performance of Noncircular Lobed Journal Bearings with Micropolar Lubricant. Engineering Tribology, Vol. 230, No. 1, pp.14-30, 2015.
- [21] Khatri C.B., Sharma S.C., Influence of Couple Stress Lubricant on the Performance of Textured Two Lobe Slot-entry Hybrid Journal Bearing System. Engineering Tribology, Vol. 231, No. 6, pp.366-384, 2016.
- [22] Das B.J., Roy L., Analysis and Comparison of Steady-state Performance Characteristics of Two-axial Groove and Multi-lobe Hydrodynamic Bearings Lubricated with non-Newtonian Fluids. Proc IMechE, Part J: J Engineering Tribology, Vol.232, No.12, pp.1581-1596, 2018.
- [23] Chetti B., Crosby W.A., Preload Effects on the Static Characteristics of Three-lobe Journal Bearings Lubricated with a Couple Stress Fluid, Industrial Lubrication and Tribology, Vol. 71, No.10, pp. 1136-1143, 2019.
- [24] Kumar A., Kakoty S., Effect of Couple Stress Parameter on the Steady State Performance of Two Lobe Journal Bearing Operating with non-Newtonian Lubricant, Materials Today: Proceedings, Vol. 24, No.2, pp. 473-482, 2020.
- [25] Chauhan A., Non-circular Journal Bearings. Springer Briefs in Materials, 2015.
- [26] Khonsari M.M., Booser E.R., Applied Tribology- Bearing Design and Lubrication. Wiley, 2017.
- [27] Chetti B., The Effect of Turbulence on the Performance of a Two-lobe Journal Bearing Lubricated with a Couple Stress Fluid. Industrial Lubrication and Tribology, Vol. 68, No. 3, pp. 336-340. 2016.
- [28] Kumar A., Kakoty S., Effect of Couple Stress Parameter on the Steady State Performance of Two Lobe Journal Bearing Operating with non-Newtonian Lubricant, Materials Today
- [29] Khatri C.B., Sharma S.C., Influence of Couple Stress Lubricant on the Performance of Textured Two Lobe Slot-entry Hybrid Journal Bearing System. Engineering Tribology, Vol. 231, No. 6, pp.366-384, 2016.
- [30] Das B.J., Roy L., Analysis and Comparison of Steady-state Performance Characteristics of Two-axial Groove and Multi-lobe Hydrodynamic Bearings Lubricated with non-Newtonian Fluids. Proc IMechE, Part J: J Engineering Tribology, Vol.232, No.12, pp.1581-1596, 2018.
- [31] Chetti B., Crosby W.A., Preload Effects on the Static Characteristics of Three-lobe Journal Bearings Lubricated with a Couple Stress Fluid, Industrial Lubrication and Tribology, Vol. 71, No.10, pp. 1136-1143, 2019.
- [32] Kumar A., Kakoty S., Effect of Couple Stress Parameter on the Steady State Performance of Two Lobe Journal Bearing Operating with non-Newtonian Lubricant, Materials Today: Proceedings, Vol. 24, No.2, pp. 473-482, 2020.
- [33] Chauhan A., Non-circular Journal Bearings. Springer Briefs in Materials, 2015.
- [34] Khonsari M.M., Booser E.R., Applied Tribology- Bearing Design and Lubrication. Wiley, 2017.
- [35] Chetti B., The Effect of Turbulence on the Performance of a Two-lobe Journal Bearing Lubricated with a Couple Stress Fluid. Industrial Lubrication and Tribology, Vol. 68, No. 3, pp. 336-340. 2016.

$\gamma, X^{\wedge}, Y^{\wedge}$  مؤلفه‌های سرعت اغتشاشی مرکز محور، (m/s)

علامت یونانی

$\omega$  سرعت زاویه‌ای محور، (rad/s)  
 $\omega_p$  سرعت زاویه‌ای چرخش گردابی، (rad/s)  
 $\gamma$  نسبت فرکانس چرخش گردابی  $\omega_p/\omega$   
 $\delta$  پیش‌بار  $(C_m/C)$   
 $\mu$  لزجت برشی روانکار پایه،  $(N.s)/m^2$   
 $\theta_{1i}, \theta_{2i}$  زاویه شروع و انتهای فیلم همگرایی لب‌ها، (rad)  
 $\phi_0$  زاویه‌ی وضعی، (rad)

## ۱۰-منابع

- [1] Ariman T., Turk M.A., Sylvester N.D., Micro Continuum Fluid Mechanics. International Journal of Engineering Science, Vol. 11, No. 8, pp. 905-930, 1973.
- [2] Ariman T., Turk M.A., Sylvester N.D., Micro Continuum Fluid Mechanics. International Journal of Engineering Science, Vol. 12, No. 4, pp. 273-287, 1974.
- [3] Stokes V.K., Couple Stresses in Fluids. Physics fluids, Vol. 9, No. 9, pp. 1706-1715, 1966.
- [4] Ramanaiah G., Sarkar P., Squeeze Films and Thrust Bearings Lubricated by Fluids with Couple Stress. Wear, Vol. 48, No. 2, pp.309-316, 1978.
- [5] Bujurke N.M., Patil H.P., Bhavi S.G., Porous Slider Bearing with Couple Stress Fluid. ACTA Mechanica, Vol. 85, No. 1, pp.99-113, 1990.
- [6] Lin J.R., Squeeze Film Characteristics between a Sphere and a Flat Plate: Couple Stress Fluid Model. Computers and Structures, Vol. 75, No. 1, pp.73-80, 2000.
- [7] Guha S.K., A Theoretical Analysis of Dynamic Characteristics of Finite Hydrodynamic Journal Bearings Lubricated with Couple Stress Fluids. Engineering Tribology, Vol. 218, No. 2, pp.125-132, 2004.
- [8] Naduvanamani N.B., Siddanguda A., Effect of Surface Roughness on the Hydrodynamic Lubrication of Porous Step-slider Bearings with Couple Stress Fluids. Tribology International, Vol. 40, No. 8, pp.780-793, 2007.
- [9] Binu K.G., Shenoy B.S., Rao D.S., Pai R., Static Characteristics of a Fluid Film Bearing with Tio<sub>2</sub> Based Nano Lubricant Using the Modified Krieger-Dougherty Viscosity Model and Couple Stress Model. Tribology International, Vol. 75, No. 3, pp.69-79, 2014.
- [10] Naduvanamani N.B., Siddanguda A., Siddharam P., Effect of Surface Roughness on Static and Dynamic Characteristics of MHD Couple Stress Lubrication of Parabolic Slider Bearing, Tribology-Materials Surfaces and Interfaces, Vol. 11, No. 2, pp.107-115, 2017.
- [11] Ram N., Influence of Couple Stress Lubricants on Hole-entry Hybrid Journal Bearings. Journal Tribology, Vol.14, No.1, pp.32-49.2017.
- [12] Chetti B., Combined Effects of Turbulence and Elastic Deformation on the Performance of a Journal Bearing Lubricated with a Couple Stress Fluid, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, Vol. 232, No. 12, pp.1-7, 2018.
- [13] Hanumagowda B., Raju B., Santhosh Kumar J., Vasanth K., Combined Effect of Surface Roughness and Pressure-dependent Viscosity over Couple-stress Squeeze Film Lubrication between Circular Stepped Plates, Journal of Engineering Tribology, Vol.232, No.5, pp.525-534, 2018.
- [14] Pinkus S., Analysis of Elliptical Bearings. ASME Transactions, Vol. 78, No. 2, pp. 965-973, 1956.
- [15] Malik M., Sinhasan R., Chandra M., Design Data for Three-lobe Bearings. ASLE Transactions, Vol. 24, No. 3, pp. 345-353, 1981.
- [16] Nair K.P., Sukumaran Nair N.H., Jayadas N.H., Static and Dynamic Analysis of Elasto-hydrodynamic Elliptical