

حل عددی توزیع دوبعدی سرعت جریان در مقاطع مرکب مستقیم

محمد رضا کریمی^۱، عبدالرضا ظهیری*^۲، مهدی مفتاح هلتی^۲، امیراحمد دهقانی^۲

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۸/۲۱ تاریخ پذیرش: ۹۷/۱۲/۲۶

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد سازه های آبی، گروه مهندسی آب، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان

۲- دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده مهندسی آب و خاک، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان

* مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: zahiri.areza@gmail.com

چکیده

پارامتر سرعت در رودخانه از مهم‌ترین متغیرهای هیدرولیک جریان بوده و در بسیاری از مباحث مهندسی رودخانه مانند استخراج رابطه دبی- اشل و انتقال رسوبات کاربرد مؤثری دارد. در برخی طرح‌های مهندسی رودخانه، محاسبه سرعت متوسط جریان کفایت می‌کند. در بعضی دیگر از پروژه‌ها از قبیل طراحی سازه‌های هیدرولیکی در رودخانه، طراحی کانال‌های پایدار، محاسبات سیل در رودخانه‌ها و دشت‌های سیلابی باید توزیع عرضی و عمقی سرعت جریان در رودخانه محاسبه گردد. برای محاسبه توزیع دوبعدی سرعت جریان در جهت‌های عرضی و عمقی، مدل‌های ریاضی زیادی ارائه شده‌اند که از نظر کاربردی دارای پیچیدگی‌های زیادی می‌باشند. در این تحقیق از مدل ریاضی ساده و کاربردی کین و همکاران و تلفیق آن با معادلات لزجت گردابه‌ای و سرعت دیواره اینشتین برای تعیین توزیع دوبعدی سرعت جریان در کانال‌های با مقطع مرکب صاف و زبر استفاده شد. با حل عددی این مدل ریاضی به روش تفاضل‌های محدود، داده‌های منحنی‌های هم سرعت جریان در کانال‌های مرکب به ازاء عمق‌های مختلف جریان و ضرایب زبری دشت‌های سیلابی محاسبه و با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه گردید. همچنین توزیع‌های عرضی سرعت جریان در این کانال‌ها محاسبه شد و با پروفیل‌های اندازه‌گیری شده مقایسه‌ها نشان داد که مدل ریاضی پیشنهادی با ضریب تبیین $R^2=0/92$ ، جذر میانگین مربعات خطای $RMSE=0/036$ و میانگین مطلق خطا $MAPE=2/8\%$ درصد دارای دقت قابل‌قبولی است. این مدل با فرض شرایط جریان به‌صورت ماندگار و یکنواخت و با صرف‌نظر کردن از اثر جریان‌های ثانویه توسعه داده شد.

واژه‌های کلیدی: دشت سیلابی، سرعت دوبعدی، سرعت دیواره، کانال اصلی، مقطع مرکب

Numerical Solution of Two-Dimensional Velocity Distribution in Straight Compound Channels

MR Karimi¹, A Zahiri^{2*}, M Meftah², AA Dehghani²

Received: 4 November 2017

Accepted: 5 January 2021

¹M.Sc. Graduate of Water Structures, Gorgan Univ., of Agricultural Sciences and Natural Resources, Iran

²Assoc. Prof., Dept. of Water Eng., Faculty of Soil and Water Eng., Gorgan Univ. of Agric. Sciences and Natural Resources, Iran

*Corresponding Author, Email: zahiri.areza@gmail.com

Abstract

In the river, velocity parameter is one of the most important hydraulic variables and is effectively used in many river engineering fields like development of stage-discharge curve and sediment transport. In some river engineering schemes, the calculation of average flow velocity is sufficient. However, for some other projects, such as designing hydraulic structures in the river, stable channel design, flood calculations in rivers and floodplains, the lateral and vertical distributions of flow velocity should be calculated. To calculate the two-dimensional distribution of the velocity of flow (in transverse and vertical directions) many mathematical models have been presented with many complexities from practical point of view. In this research, a simple and practical mathematical model of Kean et al in combination with eddy viscosity equation as well as Einstein's law of the wall velocity was used to determine the two-dimensional flow velocity distribution in the smooth and rough compound channels. By numerical solution of this mathematical model, using finite differences method, isovel curves data were calculated for some experimental compound channels with different flow depths and floodplain's roughness coefficients and then they were compared with the experimental data. Also, transverse distributions of the flow velocity were calculated in these channels and compared with the measured profiles. These comparisons showed that the proposed mathematical model with coefficient of determination (R^2)=0.92, root-mean-square error (RMSE)=0.036 and mean absolute percentage error (MAPE)= 2.8% had an acceptable accuracy. The proposed mathematical model was developed with steady and uniform flow assumption, neglecting the secondary flow effect.

Keywords: Compound channel, Flood plain, Main channel, Two-dimensional velocity, Wall velocity

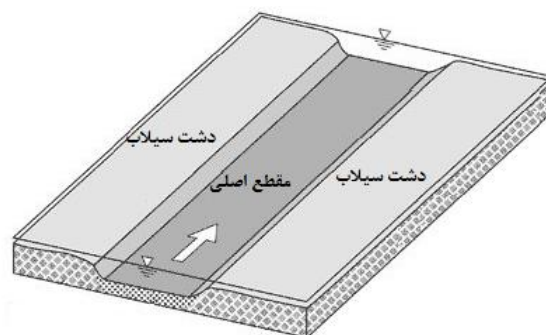
مقدمه

می‌دهد. علاوه بر این دامنه وسیعی از مسائل اقتصادی، اجتماعی و زیست‌محیطی نیز تحت تأثیر این پدیده قرار می‌گیرند. برای کنترل و مهار سیلاب، اقدامات سازهای و غیر سازهای متفاوتی انجام می‌گیرد (نیک صفت و داننده مهر ۲۰۱۰).

طبق تعریف، سیل زمانی به وقوع می‌پیوندد که تراز سطح آب از مقطع اصلی رودخانه فراتر رفته و وارد دشت‌های سیلابی شود. به همین دلیل سال‌ها است که توجه محققین به مطالعه جنبه‌های مختلف هیدرولیک جریان در رودخانه‌های سیلابی یا مقاطع مرکب معطوف شده است. در شکل ۱ نمایش ساده‌ای از یک رودخانه سیلابی (مقطع مرکب) نشان داده شده است. مجرای

رودخانه‌ها با دارا بودن درصد بسیار کمی از حجم آب‌های موجود، یکی از مهم‌ترین سیستم‌های منابع آب می‌باشند. تأمین آب شرب، کشاورزی و صنعت، تأمین برق و انرژی و غیره از مزیت‌های مهم سیستم رودخانه‌ها است. باوجود منافع و مزیت‌های زیاد رودخانه‌ها، این سیستم طبیعی و پویا با پدیده‌ای به نام سیلاب نیز مواجه می‌شود. با توجه به خسارات و خطرات سیلاب، ضرورت مهار و کاهش خطرات آن بر کسی پوشیده نیست. خسارات ناشی از سیل و طغیان رودخانه‌ها همه‌ساله بخش قابل‌توجهی از اعتبارات مربوط به حوادث و بلایای طبیعی را به خود اختصاص

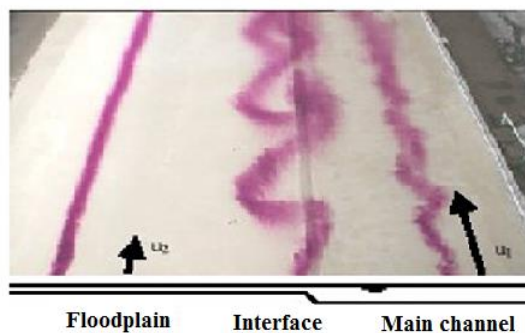
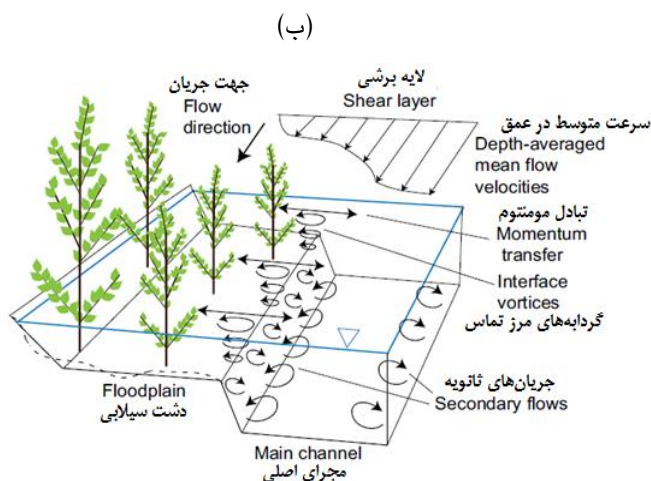
اصلی و دشت‌های سیلابی در این شکل مشخص شده است.



شکل ۱- طرحی شماتیک از یک رودخانه به‌عنوان مقطع (الف).

مرکب (نیک صفت و داننده مهر ۲۰۱۰).

به دلیل اختلاف عمق جریان و ضریب زبری در مقطع اصلی و دشت‌های سیلابی، اصطکاک قابل‌توجهی در مرز اتصال آن‌ها ایجاد شده و دبی کل جریان را کاهش می‌دهد (عمران ۲۰۰۸). شکل ۲- الف، وضعیت انتقال مومنتوم بین مقطع اصلی و دشت‌های سیلابی را نمایش می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در مقطع اصلی سرعت جریان زیاد بوده و حرکت توده رنگی با



شکل ۲- هیدرولیک جریان در مقاطع مرکب شامل الف) شدت تلاطم جریان در مجرای اصلی، مرز تماس (بین مقطع اصلی و دشت سیلاب) و دشت سیلاب (ایکدا و همکاران ۲۰۰۱) و ب) جریان‌های ثانویه و گردابه‌های قائم (واستیلا ۲۰۱۵).

در مرز تماس مقطع اصلی و دشت سیلاب نشان داده شده است (شیونو و نایت ۱۹۹۱، واستیلا ۲۰۱۵).

به دلیل نامنظمی هندسه رودخانه‌ها، آبرفتی بودن آن‌ها، وجود مئاندر یا پیچان رودی در طول مسیر رودخانه، تغییر المان‌های زبری در طول و عرض رودخانه‌ها و نیز طراحی و اجرای سازه‌های هیدرولیکی در مقطع رودخانه، مکانیسم هیدرولیک جریان در رودخانه‌ها از پیچیدگی خاصی برخوردار است (محسنی و همکاران ۲۰۱۴). بدیهی است در این شرایط، سرعت جریان در هر سه جهت (طول، عرضی و عمقی) متغیر است. مدل‌های ریاضی یک‌بعدی متداول در کاربردهای هیدرولیک و مهندسی رودخانه شامل HEC-RAS، ISIS، FLUVIAL و MIKE-11 توانایی حل تغییرات سرعت و

نامنظمی همراه است درحالی‌که در دشت سیلاب، سرعت جریان بسیار کم بوده و ماده رنگی با کمترین تلاطم در حال حرکت است. بیشترین تنش برشی ظاهری در مرز تماس مجرای اصلی و دشت سیلاب اتفاق افتاده و کشیدگی آن به سمت دشت سیلاب است که این مسئله بیانگر انتقال انرژی جنبشی از مقطع اصلی به دشت سیلاب می‌باشد (ایکدا و همکاران ۲۰۰۱). در شکل ۲-ب نیز الگوی جریان در عرض یک مقطع مرکب آزمایشگاهی نشان داده شده است. مهم‌ترین رفتار جریان در مقاطع مرکب، اثر متقابل بین جریان سریع در کانال اصلی و جریان با سرعت کم در دشت‌های سیلابی است. این فرآیند به‌خوبی در این شکل به‌صورت گردابه‌های قائم

سایر پارامترهای هیدرولیکی را به صورت دو و سه بعدی نداشته و فقط مقادیر متوسط این پارامترها را در کل مقطع عرضی محاسبه می‌نمایند. این در حالی است که تغییرات دو و سه بعدی جریان به کمک حل عددی معادلات ناویر-استوکس قابل شبیه‌سازی است. به این منظور نرم‌افزارهای سه بعدی زیادی از قبیل FLOW-3D، ANSYS FLUENT، SSIIM و غیره توسط محققین ارائه شده و هم‌اکنون کاربرد زیادی پیدا نموده‌اند (کردی و همکاران ۲۰۱۳). این نرم‌افزارها اگرچه دارای دقت زیادی در محاسبه میدان سرعت و سایر پارامترهای مهم هیدرولیک جریان می‌باشند اما دارای محدودیت نیز می‌باشند. مهم‌ترین محدودیت این نرم‌افزارها، زمان اجرای بسیار طولانی آن‌ها است. پیچیدگی تئوری حاکم بر حل معادلات دیفرانسیل جزئی از محدودیت‌های دیگر این مدل‌های ریاضی است (آبریل و نایت ۲۰۰۲).

حل توزیع دوبعدی سرعت جریان در رودخانه‌ها (محاسبه تغییرات سرعت در جهت‌های عرضی و قائم) برای مدل‌سازی و محاسبات بسیاری از فرآیندهای هیدرولیکی از قبیل انتقال رسوب، انتقال آلودگی، طراحی روش‌های ساماندهی رودخانه‌ها، طراحی سازه‌های هیدرولیکی و نیز استخراج رابطه دبی-اشل رودخانه دارای اهمیتی اساسی است (ظهیری و همکاران ۲۰۱۷). همچنین با معلوم بودن توزیع سرعت، ضرایب انرژی و مومنوم نیز می‌توانند مورد بررسی قرار گیرند. علاوه بر این، تنش برشی بستر که یکی از پارامترهای مهم هیدرولیکی بوده و کاربرد فراوانی در مطالعات ریخت‌شناسی رودخانه و برآورد بار بستر دارد نیز به صورت مستقیم وابسته به توزیع سرعت است. با محاسبه سرعت جریان به صورت دوبعدی یا نقطه‌ای، مقادیر سرعت متوسط و سرعت حداکثر جریان نیز قابل محاسبه هستند (جاوید و محمدی ۲۰۱۲).

مدل‌های مختلفی توسط محققین مختلف برای تخمین توزیع دوبعدی سرعت در مقطع عرضی رودخانه‌ها ارائه شده است. مهم‌ترین ایده در این ارتباط، ارائه یک مدل

دوبعدی سرعت جریان با استفاده از اصل حداکثر آنتروپی و مفهوم احتمال توسط چپو (۱۹۸۷) بود. اگرچه این ایده در چند کانال و رودخانه مورد استفاده قرار گرفته است (چن ۱۹۹۸، کارلوس و چادری ۱۹۹۸، اماری و رمینی ۲۰۱۰، فارینا و همکاران ۲۰۱۴)، اما پیچیدگی محاسبات و نیز نیاز به اطلاعات دقیقی از توزیع عرضی سرعت رودخانه برای واسنجی پارامترهای احتمالاتی این مدل، کاربرد آن را دشوار نموده است (ظهیری و همکاران ۲۰۱۷). ضمناً باید مقدار و موقعیت سرعت حداکثر جریان در رودخانه نیز مشخص باشد (اسماعیلی ورکی و همکاران ۲۰۱۳). مغربی و بال (۲۰۰۶) با استفاده از مفاهیم الکترومغناطیس، مدلی جدید برای توزیع دوبعدی سرعت جریان در مجاری روباز ارائه نمودند. این مدل نیز با نتایج مناسبی در لوله، کانال و رودخانه همراه بوده است اما حل انتگرال‌های این مدل در رودخانه‌های طبیعی پیچیده و دشوار است. ستاسیچ و همکاران (۲۰۱۶) روش ساده‌ای را برای محاسبه میدان سرعت و دبی جریان در رودخانه‌ها ارائه نمودند. در این روش از رگرسیون چندجمله‌ای برای محاسبه پروفیل قائم سرعت جریان و از تکنیک درونیابی برای محاسبه سرعت بین پروفیل‌های قائم استفاده شده است. این مطالعه نشان داد که با استفاده از روش پیشنهادی در تعیین دبی جریان رودخانه‌ها، می‌توان تعداد سرعت‌های نقطه‌ای اندازه‌گیری شده را به میزان قابل ملاحظه‌ای کاهش داد بدون اینکه دقت محاسبات کاهش یابد. در این روش نیز به‌رحال به چند سرعت نقطه‌ای اندازه‌گیری شده از رودخانه در شرایط سیلاب مورد نیاز است که در عمل با مشکل مواجه خواهد شد.

در این پژوهش از معادله دیفرانسیل جزئی کین و همکاران (۲۰۰۹) به‌عنوان ابزاری برای حل میدان سرعت (توزیع قائم و عرضی سرعت جریان) در مقاطع مرکب آزمایشگاهی استفاده شده است. با اعمال فرضیات مناسب و نیز شرایط مرزی، این معادله به کمک روش عددی تفاضل‌های محدود حل شده و دقت آن برای چند

دخالته اثر تبادل مومنتوم ناشی از نوسانات سرعت (مازاد بر سرعت متوسط جریان) به علت تلاطم جریان بکار رفته است.

با توجه به پیچیدگی حل عددی معادله فوق و نیز با توجه به اینکه در رودخانه‌های مستقیم و حتی کانال‌ها، سرعت‌های عرضی و عمقی نسبت به سرعت طولی (یا سرعت در جهت جریان) ناچیز می‌باشند، معادله فوق به فرم زیر ساده‌تر خواهد شد (کین و اسمیت ۲۰۰۴):

$$gS_0 - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \varepsilon \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \quad [2]$$

$\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right)$
همچنین اگر علاوه بر فرضیات فوق، شرایط جریان به صورت ماندگار و یکنواخت در نظر گرفته شود، آنگاه معادله نهایی زیر به دست خواهد آمد (کین و همکاران ۲۰۰۹):

$$gS_0 + \varepsilon \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = 0 \quad [3]$$

معادله ۳ یک معادله دیفرانسیل جزئی بیضی‌گون از نوع پواسون است. بنابراین برای حل این معادله، فقط به اعمال شرایط مرزی نیاز است (سرعت صفر در کف و جدارها و گرادیان سرعت صفر یا تنش برشی صفر در سطح آزاد آب). برای گسسته سازی معادلات دیفرانسیل جزئی، سه روش تفاضل محدود، المان محدود و حجم محدود قابل استفاده است. در این پژوهش معادله دیفرانسیل دوبعدی پواسون با استفاده از روش تفاضل محدود منفصل شده است. به این ترتیب برای گسسته سازی معادله، مشتقات دوم تابع به کمک تفاضلات مرکزی به دست آمده است:

$$u_{i,j} = \frac{gS_0 \Delta y^2 \Delta z^2}{2\varepsilon (\Delta z^2 + \Delta y^2)} + \frac{\varepsilon (\Delta z^2 (u_{i-1,j} + u_{i+1,j}) + \Delta y^2 (u_{i,j-1} + u_{i,j+1}))}{2\varepsilon (\Delta z^2 + \Delta y^2)} \quad [4]$$

در روابط فوق Δy و Δz به ترتیب گام محاسبات مکانی در راستای عرضی و قائم هستند که مقدار این دو

مقطع مرکب آزمایشگاهی ارزیابی شده است. با توجه به پیچیدگی‌های هیدرولیک جریان در مقاطع مرکب و نیز دشواری حل کامل معادلات ناویر-استوکس در این مقاطع، با اعمال چندین فرض منطقی و کاربردی، حل مدل پیشنهادی نسبتاً ساده شده است. از محدودیت‌های این مدل، عدم دخالت اثر جریان‌های ثانویه در معادلات است و به همین دلیل مدل پیشنهادی برای رودخانه‌های مستقیم قابل استفاده است.

مواد و روش‌ها

مدل ریاضی پیشنهادی و معادلات حاکم

معادلات اساسی حاکم بر حرکت سیال، معادلات حرکتی ناویر-استوکس می‌باشند. این معادلات شامل چهار معادله و چهار مجهول هیدرولیکی شامل فشار و سه مؤلفه سرعت جریان می‌باشد. در شرایط واقعی کانال‌ها و رودخانه‌ها، جریان سه‌بعدی بوده و سرعت دارای سه مؤلفه می‌باشد (سرعت‌های طولی، عرضی و عمقی به ترتیب u ، v و w). هرکدام از این سرعت‌ها نیز در سه جهت طولی، جانبی و قائم تغییر می‌کنند. بنابراین بدیهی است که حل عددی این معادله به فرم کامل آن، از نظر محاسباتی بسیار حجیم بوده و به شرایط مرزی و اولیه پیچیده‌ای نیاز دارد. معادلات ناویر-استوکس برای بیان تغییرات سرعت متوسط زمانی در جهت جریان، u در یک آبراهه مستقیم به صورت زیر خلاصه می‌شوند (داربی ۱۹۹۸):

$$gS_0 - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \varepsilon \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \quad [1]$$

$\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)$
که در آن u ، v و w به ترتیب سرعت‌های متوسط زمانی در جهت طولی، عرضی و قائم، t زمان، x جهت طولی، y جهت عرضی، z جهت قائم، p فشار، ρ جرم حجمی سیال، S_0 شیب طولی بستر آبراهه، ε لزجت گردابه‌ای یا دیفیوژن تلاطمی جریان و g شتاب ثقل می‌باشند. در این معادله، لزجت گردابه‌ای به منظور

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \sqrt{gRS_0} \quad [۶]$$

$$\tau = \rho \varepsilon \frac{du}{dz} = \rho \varepsilon \frac{u_*}{kz} \quad [۷]$$

که تنش برشی تلاطمی در هر نقطه از سیال، τ_0 تنش برشی در بستر کانال، z موقعیت نقطه موردنظر، H عمق کل جریان، u_* سرعت برشی، R شعاع هیدرولیکی و k ضریب ثابت وان کارمن ($۰/۴۰۸$) است. بنابراین ضریب لزجت گردابه‌ای به صورت زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$\varepsilon = ku_* z \left(1 - \frac{z}{H}\right) \quad [۸]$$

مطابق رابطه فوق در جداره کانال‌ها و نیز در سطح آزاد آب، مقدار ضریب لزجت گردابه‌ای صفر است. مقدار حداکثر این ضریب در مرکز کانال یا رودخانه است. همچنین این ضریب در مجرای اصلی رودخانه بسیار بزرگتر از مقدار آن در دشت‌های سیلابی است.

سرعت دیواره‌ها

با گسسته‌سازی معادله ریاضی پیشنهادی به کمک روش تفاضلات محدود و به‌کارگیری مشتق مرکزی به سبب مجاورت گره حل موردنظر با چهار گره اطراف خود (در میدان حل دوبعدی) زمینه حل معادله فراهم می‌شود. با توجه به شکل ۳، سرعت در مرزهای کف و جداره‌ها صفر می‌باشد که با اعمال این شرایط مرزی در محاسبه گره‌های مجاور مرزها، خطای سرعت محاسباتی در این ناحیه زیاد خواهد بود که بر مقادیر سرعت‌های به‌دست‌آمده از معادله در کل محیط حل نیز اثرگذار می‌باشد. از این رو برای کاهش این خطا، در مجاورت بستر کانال و در چند گام اول از محاسبات، معادله توزیع قائم سرعت انیشتین (سرعت دیواره) استفاده می‌شود. بنابراین سرعت‌های نقطه‌ای در منطقه جریان آشفته کانال از رابطه ۴ و در مجاورت کف کانال، از سرعت‌های دیواره بر حسب صاف یا زیر بودن کف محاسبه می‌شوند. سرعت‌های جریان در نزدیکی بسترهای زبر و صاف به ترتیب از روابط ۹ و ۱۰ به

پارامتر می‌تواند یکسان یا متفاوت باشد. با تعیین مقادیر مشخصی برای گام‌های محاسبات در دو جهت عمقی و عرضی، شبکه‌بندی (گره بندی) میدان حل انجام می‌شود. با اعمال پارامترهای ورودی شامل هندسه مجرا، عمق آب، شیب طولی و زبری، مقادیر مجهول سرعت در گره‌های محاسباتی به‌دست خواهد آمد. محاسبات موردنیاز برای این حل عددی در نرم‌افزار اکسل و در محیط VBA کدنویسی شده است. در معادله فوق، فرض شده است که لزجت گردابه‌ای در دو جهت عرضی و قائم ثابت است و این رابطه تغییرات سرعت طولی جریان را در دو جهت عرضی و قائم بیان می‌کند (کین و همکاران ۲۰۰۹). در کانال‌های کوچک ممکن است تغییرات سرعت طولی در این دو جهت چندان قابل‌توجه نباشد اما برای رودخانه‌های طبیعی و به‌ویژه در شرایط وقوع سیلاب که آب وارد دشت‌های سیلابی شده و عرض رودخانه به‌شدت افزایش می‌یابد، انتظار می‌رود تغییرات عمقی و به‌ویژه عرضی سرعت جریان زیاد باشد. رابطه ذکرشده اگرچه فرم ساده‌ای دارد اما به دلیل مشکلات ناشی از بیان اثرات جریان متلاطم توسط مفهوم لزجت گردابه‌ای، فقط حل تقریبی این معادله امکان‌پذیر است.

ضریب لزجت گردابه‌ای

مسئله مهم در حل عددی مدل ریاضی پیشنهادی، تعیین مقادیر مناسب برای ضریب لزجت گردابه‌ای است. ضریب لزجت گردابه‌ای برخلاف ضریب لزجت سینماتیکی سیال، تابع مشخصات هیدرولیکی و هندسی کانال یا رودخانه بوده و با تغییر شرایط جریان و شدت تلاطم، مقدار این ضریب نیز تغییر می‌کند. با توجه به رابطه مستقیم تنش برشی با ضریب لزجت گردابه‌ای، در این تحقیق برای محاسبه این ضریب، روابط تنش برشی در شرایط جریان متلاطم معادلات ۵ و ۷ مساوی در نظر گرفته شد:

$$\tau = \gamma RS_0 \left(1 - \frac{z}{H}\right) \quad [۵]$$

حالت بستر بینابینی می باشد (جولین ۲۰۱۰). نتایج به دست آمده مربوط به روابط ۱۱ و ۱۲ در جدول ۲ ارائه شده است.

داده‌های مورد استفاده

در این پژوهش برای ارزیابی دقت مدل ریاضی پیشنهادی، چند مقطع مرکب آزمایشگاهی در دو حالت بستر صاف و زبر انتخاب شده است (فرناندز و همکاران ۲۰۱۲). این کانال به شکل یک مقطع مرکب نوزنقه‌ای-مستطیلی به طول ۱۰ متر، عرض ۲ متر (شامل یک مجرای اصلی نوزنقه‌ای به عرض کف ۰/۴ متر و دو دشت سیلابی به عرض ۰/۷ متر)، عمق مقطع اصلی ۰/۱ متر، شیب جانبی مقطع اصلی ۱:۱ و شیب کف کانال ۰/۰۱۱ است. در مجموع از نتایج چهار آزمایش استفاده شد که در دو آزمایش با بستر صاف، دشت سیلابی دارای کف بتن صیقلی و در دو آزمایش با بستر زبر، دشت سیلابی دارای پوشش چمن مصنوعی می‌باشد. همچنین این آزمایش‌ها در شرایط جریان ماندگار و یکنواخت و در دو عمق نسبی (نسبت عمق جریان در دشت سیلابی به عمق کل جریان) حدود ۰/۱۵ و ۰/۳ انجام شده است. هندسه مقطع عرضی این کانال آزمایشگاهی در شکل ۴ و مشخصات این آزمایش‌ها در جدول ۱ ارائه شده است.

آماده‌سازی میدان حل

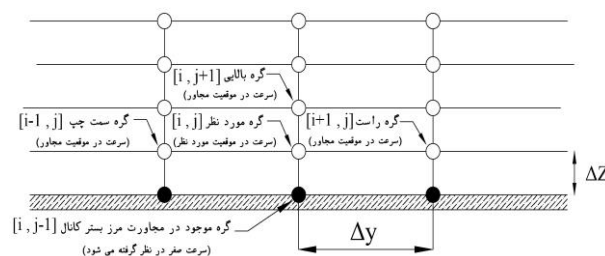
برای شروع محاسبات، ابتدا سرعت دیواره طبق روابط ۹ یا ۱۰ در بستر کانال تعریف می‌شود. با توجه به وجود زبری‌های مختلف بستر در مجرای اصلی و دشت‌های سیلابی و نیز اندرکنش و انتقال مومنتوم جریان بین این دو مجرا، مقطع عرضی کانال موردنظر به سه بخش مختلف تقسیم‌بندی شده و سرعت‌های برشی با توجه به شعاع هیدرولیکی (عمق جریان) در هر بخش از رابطه ۶ محاسبه می‌گردد.

دست می‌آید. در صورت حالت بستر بینابینی نیز از رابطه ۹ استفاده خواهد شد (جولین ۲۰۱۰):

$$u = 5.75u_* \log\left(\frac{30.2z}{\Delta}\right) \quad [9]$$

$$u = 5.75u_* \log\left(\frac{9u_*z}{g}\right) \quad [10]$$

که Δ ضریبی است که به ضخامت زیر لایه ورقه‌ای، زبری بستر و یا دانه‌بندی مصالح آبراهه وابسته است. مقدار این ضریب در رودخانه‌های طبیعی و نیز کانال‌های با بستر زبر به کمک واسنجی به دست می‌آید. θ نیز لزجت سینماتیکی سیال است.



شکل ۳- میدان حل معادله سرعت در نزدیکی بستر کانال.

سرعت‌های دیواره تا ضخامت حدود ۰/۰۱ متر قابل استفاده است (کین و همکاران ۲۰۰۹).

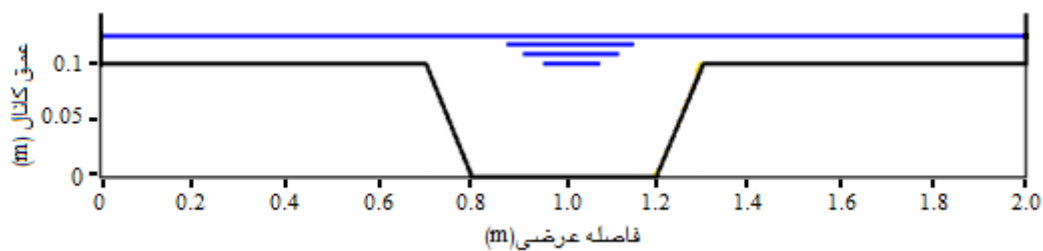
نوع بستر در کانال اصلی و دشت سیلابی برای آزمایش‌های صورت گرفته با توجه به عدد رینولدز برشی و ضخامت زیرلایه ورقه ای تعیین می‌شود. برای محاسبه این دو پارامتر معادلات ۱۱ و ۱۲ ارائه شده است (جولین ۲۰۱۰):

$$\delta = \frac{11.6g}{\sqrt{gRS}} = \frac{11.6g}{u_*} \quad [11]$$

$$Re_* = \frac{u_* k_s}{g} \quad [12]$$

در معادلات فوق δ ضخامت زیرلایه ورقه‌ای و Re_* عدد رینولدز برشی می‌باشد.

حالت بستر صاف در شرایط $Re_* < 4$ و $k_s < \frac{1}{3}\delta$ اتفاق می‌افتد. در حالت بستر زبر نیز $Re_* > 70$ و $k_s > 6\delta$ می‌باشد. برای شرایطی که $4 < Re_* < 70$



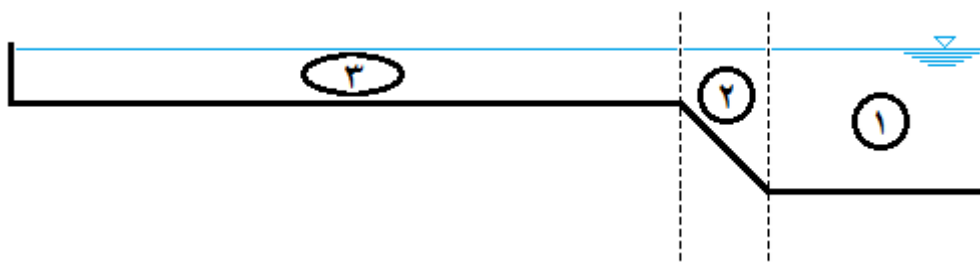
شکل ۴- مقطع عرضی کانال آزمایشگاهی با مقطع مرکب (فرناندز و همکاران ۲۰۱۲).

جدول ۱- خلاصه داده‌های آزمایشگاهی و مشخصات کانال مورد استفاده.

مقطع	عمق نسبی H_r	عمق آب در کانال اصلی H (m)	دبی جریان Q ($m^3 s^{-1}$)	عمق لبریز H (m)	ضریب زبری مانینگ	
					n_{mc}	n_f
آزمایش ۱، دشت سیلابی با بستر صاف	۰/۱۵	۰/۱۱۷۲	۰/۰۴۴۸	۰/۱	۰/۰۰۹۵	۰/۰۰۹۵
آزمایش ۲، دشت سیلابی با بستر صاف	۰/۳۰	۰/۱۴۲۲	۰/۰۸۰۶	۰/۱	۰/۰۰۹۵	۰/۰۰۹۵
آزمایش ۳، دشت سیلابی با بستر زبر	۰/۱۵	۰/۱۱۹۲	۰/۰۳۸۸	۰/۱	۰/۰۰۹۵	۰/۰۱۷
آزمایش ۴، دشت سیلابی با بستر زبر	۰/۳۰	۰/۱۴۵۰	۰/۰۵۸۹	۰/۱	۰/۰۰۹۵	۰/۰۱۷

مصنوعی کف، سرعت دیواره از رابطه ۹ محاسبه می‌شود. در این رابطه مقدار ضریب Δ به کمک واسنجی مدل ریاضی حدود ۰/۰۰۶ متر به دست آمده است. در جدول ۲ مقادیر سرعت دیواره و دامنه تغییرات ضریب لزجت گردابه‌ای به تفکیک ناحیه در ۴ آزمایش مورد بررسی ذکر شده است.

نحوه تقسیم‌بندی کانال مرکب در شکل ۵ نشان داده شده است. در اینجا به دلیل تقارن، فقط یک نیمه از کانال در نظر گرفته شده است. در ناحیه ۱ (مجرای اصلی) عمق جریان ثابت بوده و با توجه به صاف بودن کف کانال در این ناحیه، سرعت دیواره از رابطه ۱۰ محاسبه می‌شود. در ناحیه ۲ (شیب جانبی مقطع اصلی) نیز سرعت دیواره از رابطه ۱۰ به دست می‌آید. در ناحیه ۳ (دشت سیلابی) عمق جریان ثابت است اما با توجه به پوشش چمن

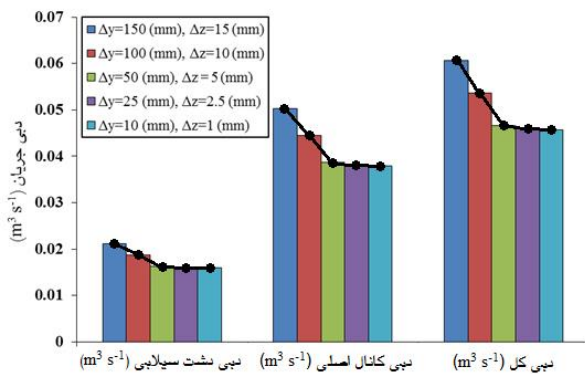


شکل ۵- تقسیم‌بندی عرض مقطع مرکب بر اساس مشخصات هندسی و هیدرولیکی کانال مورد مطالعه.

جدول ۲- مقادیر سرعت دیواره و ضریب لزجت گردابه‌ای برای هر ناحیه از مقطع مرکب.

ناحیه مورد مطالعه	شماره آزمایش	دامنه تغییرات ضریب لزجت گردابه‌ای ($m^2 s^{-1}$)	رینولدز برشی	ضخامت زیرلایه ورقه‌ای (m)	سرعت دیواره ($m s^{-1}$)
ناحیه اول	۱	۰/۰۰۰۰۳ - ۰/۰۰۰۰۴۳	۴/۵	۰/۰۰۰۳۸۸	۰/۵۲
	۲	۰/۰۰۰۰۸ - ۰/۰۰۰۰۵۸	۴	۰/۰۰۰۳۶	۰/۵۷
	۳	۰/۰۰۰۰۷ - ۰/۰۰۰۰۴۴	۵	۰/۰۰۰۳۸۵	۰/۴۴
ناحیه دوم	۴	۰/۰۰۰۰۸ - ۰/۰۰۰۰۵۸	۱۸	۰/۰۰۰۳۶	۰/۳۹
	۱	۰/۰۰۰۰۲ - ۰/۰۰۰۰۴۲	۴/۵	۰/۰۰۰۳۸۸	۰/۲۷ - ۰/۵۲

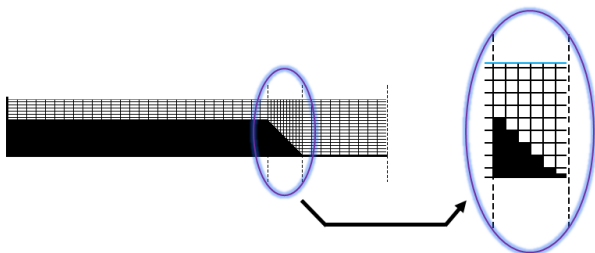
۰/۴ - ۰/۵۷	۰/۰۰۰۳۶	۳	۰/۰۰۰۰۶ - ۰/۰۰۰۰۵۷	۲	
۰/۱۱ - ۰/۴۴	۰/۰۰۰۳۸۵	۵	۰/۰۰۰۰۴ - ۰/۰۰۰۰۴۱	۳	
۰/۱۷ - ۰/۳۹	۰/۰۰۰۳۶	۱۸	۰/۰۰۰۰۶ - ۰/۰۰۰۲۴	۴	
۰/۲۳	۰/۰۰۰۸۶۷	۲	۰/۰۰۰۰۱۱ - ۰/۰۰۰۰۲۳	۱	
۰/۳۴	۰/۰۰۰۵۶۹	۳	۰/۰۰۰۰۲ - ۰/۰۰۰۰۹	۲	
۰/۱۱	۰/۰۰۰۸۲۲	۸۷	۰/۰۰۰۰۲ - ۰/۰۰۰۰۳	۳	ناحیه سوم
۰/۱۷	۰/۰۰۰۵۵	۱۲۹	۰/۰۰۰۰۴ - ۰/۰۰۰۰۱	۴	



شکل ۶ - نمایش مقایسه گام‌های محاسباتی در جهت

عرضی و قائم برای آزمایش ۴.

همچنین ناحیه دوم کانال مرکب موردنظر به صورت مورب می‌باشد و مجرای اصلی دارای شیب جانبی است. بنابراین و به دلیل آنکه شبکه‌بندی میدان حل به صورت متعامد می‌باشد، این بخش از کانال به صورت پلکانی تعریف شده است (شکل ۷). با توجه به گرادیان شدید سرعت جریان بین مقطع اصلی و دشت‌های سیلابی و نیز تبادل مومنتوم بین این دو بخش و نیز برای حل دقیق‌تر جریان (کاهش خطای محاسبات) ابعاد گام‌های بهینه در جهت عرض (Δy) کاهش پیدا کرد و مقدار آن برای این بخش ۲ میلی‌متر تعیین شد.



شکل ۷ - نمایش شبکه‌بندی میدان حل در مقطع عرضی

کانال به تفکیک ناحیه‌ها.

نتایج و بحث

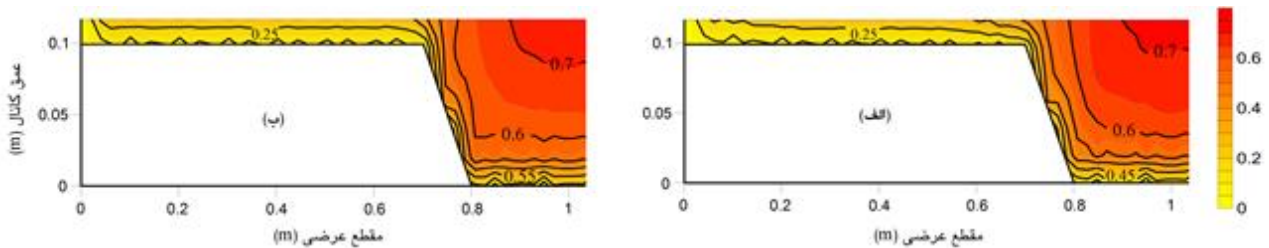
آزمون استقلال شبکه محاسباتی

در مدل‌سازی ریاضی برای روش‌های حل عددی آزمونی به نام استقلال شبکه تعریف شده است. معیار انتخاب شبکه بهینه بدین گونه است که با تغییر ابعاد شبکه از گام‌های بزرگتر به کوچکتر، نتایج دبی جریان (دبی کل، دبی مقطع اصلی و دشت سیلابی) با یکدیگر مقایسه شده و تغییرات در اندازه شبکه تا مرحله‌ای ادامه می‌یابد که در نتایج تغییرات محسوسی ایجاد نشود. برای نمونه، مراحل محاسباتی تغییر در ابعاد شبکه حل برای آزمایش شماره ۴ در شکل ۶ نشان داده شده است. در این پژوهش محاسبات در پنج مرحله و با اندازه‌های متفاوت برای گام‌های مکانی عرضی و قائم انجام و نتایج هر شبکه با یکدیگر مقایسه شد. مشاهده شد که از شبکه ۳ (با گام‌های مکانی ۵۰ میلی‌متر در جهت عرضی (Δy) و ۵ میلی‌متر در جهت قائم (Δz)) به بعد تغییر معناداری در مقادیر دبی‌های جریان ایجاد نشد که بیانگر همگرایی نتایج و برقراری استقلال شبکه است. بدیهی است که این شبکه با حجم محاسبات کمتر و مدت زمان اجرای بسیار کمتر نسبت به شبکه‌های ۴ و ۵، دارای نتایجی تقریباً معادل با نتایج این دو شبکه می‌باشد.

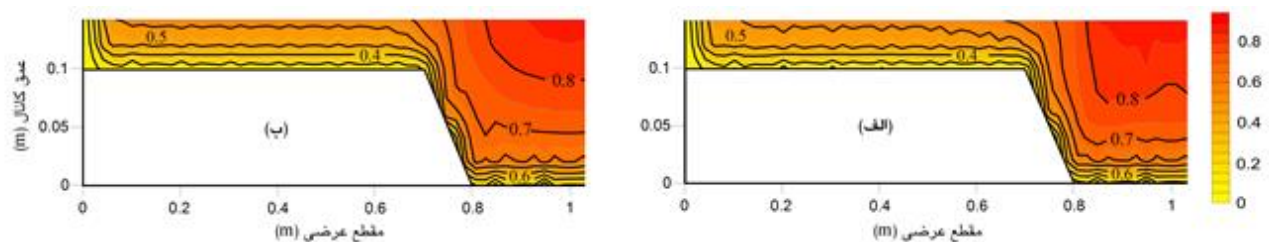
نتایج شبیه‌سازی دوبعدی سرعت جریان

تغییرات در شرایط عمق کم جریان در دشت سیلاب و نیز در حالت بستر زبر بسیار شدیدتر است. در این شرایط با توجه به کاهش سرعت جریان در دشت سیلاب و در نتیجه افزایش گرادیان سرعت بین مجرای اصلی و دشت سیلابی، انتقال مومنتوم نیز افزایش یافته و آشفتگی جریان در مرز تماس تشدید می‌شود. این مورد با توجه به نتایج به دست آمده و افزایش میزان لزجت گردابه‌ای در آزمایش‌های با دشت‌های سیلابی زبر نسبت به بستر همگن مشهود است. با در نظر گرفتن پیچیدگی‌های هیدرولیک جریان در مقاطع مرکب، مدل ریاضی پیشنهادی این تحقیق تا حدود زیادی کارآمد بوده و توزیع سرعت را به خوبی برآورد نموده است.

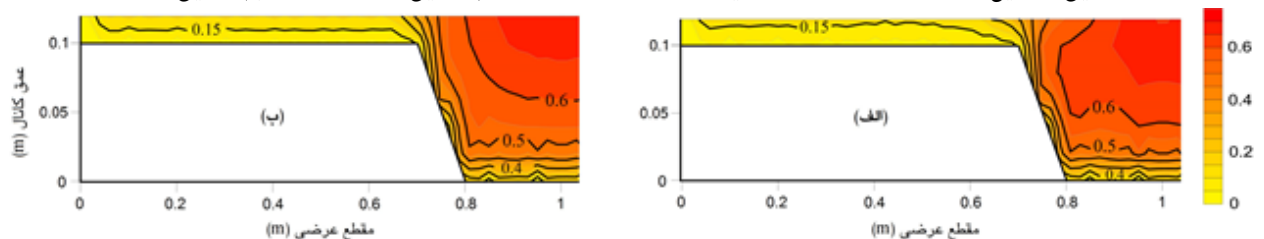
نتایج محاسباتی توزیع سرعت به صورت منحنی‌های هم‌سرعت در هر چهار آزمایش مورد بررسی در شکل‌های ۸ تا ۱۱ نشان داده شده است. در این شکل‌ها، نتایج منحنی‌های هم‌سرعت اندازه‌گیری شده نیز ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، دقت نتایج محاسباتی سرعت جریان در مقطع اصلی و دشت-های سیلابی به‌ویژه در حالت بستر صاف بسیار خوب است. در همه آزمایش‌ها، تأثیر وجود دشت سیلاب در کاهش سرعت جریان در مقطع اصلی دیده می‌شود. به دلیل اثر متقابل جریان بین مقطع اصلی و دشت سیلاب، منحنی‌های هم‌سرعت در ناحیه اتصال این دو بخش از مقطع مرکب با تغییرات شدیدی مواجه شده‌اند. این



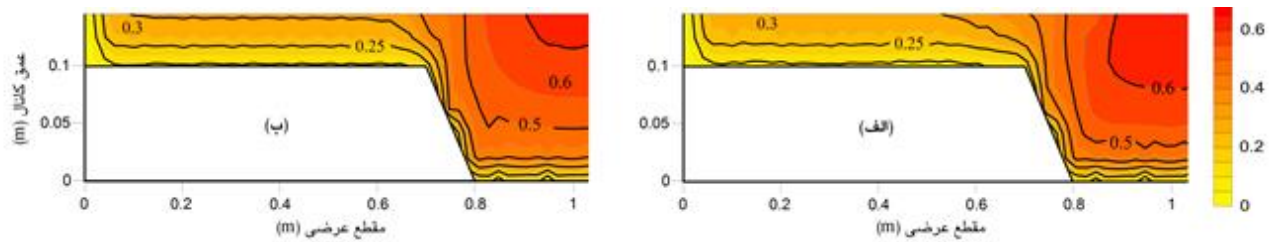
شکل ۸- نتایج توزیع دوبعدی سرعت در آزمایش ۱ با بستر صاف، الف) نتایج مشاهداتی و ب) نتایج محاسباتی.



شکل ۹- نتایج توزیع دوبعدی سرعت در آزمایش ۲ با بستر صاف، الف) نتایج مشاهداتی و ب) نتایج محاسباتی.



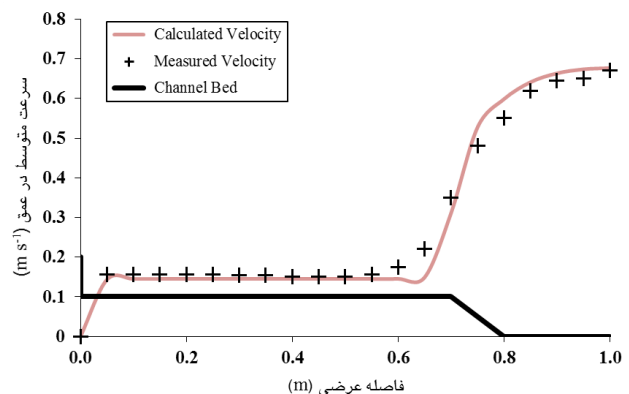
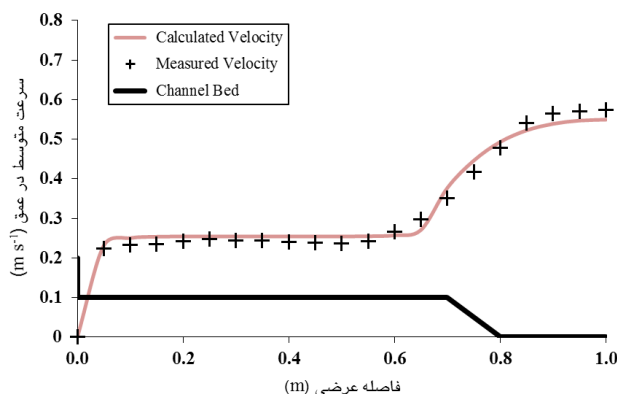
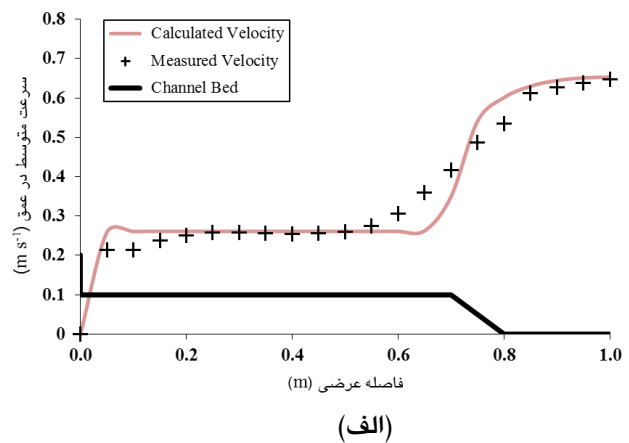
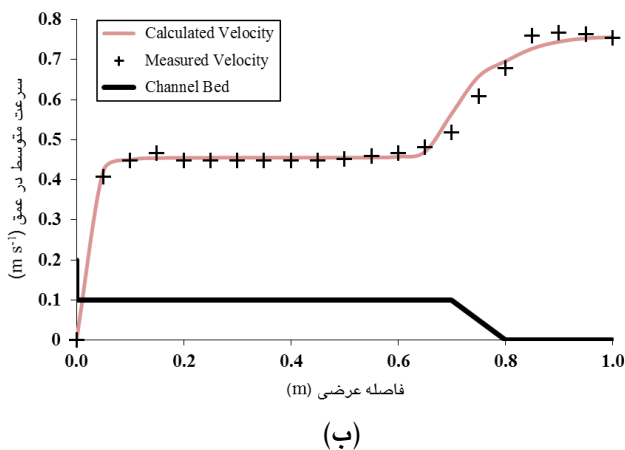
شکل ۱۰- نتایج توزیع دوبعدی سرعت در آزمایش ۳ با بستر زبر، الف) نتایج مشاهداتی و ب) نتایج محاسباتی.



شکل ۱۱- نتایج توزیع دوبعدی سرعت در آزمایش ۴ با بستر زیر، الف) نتایج مشاهداتی و ب) نتایج محاسباتی.

که با افزایش عمق جریان و کاهش انتقال مومنوم (آزمایش ۲)، دقت مدل ریاضی به نحو مؤثری بهبود یافته است. در آزمایش ۳ نیز به دلیل اثر توأم کاهش عمق جریان در دشت سیلاب و افزایش زبری آن، گرادیان سرعت جریان در مقطع اصلی و دشت‌های سیلابی تشدید شده و دقت مدل ریاضی را کاهش داده است. با افزایش عمق جریان در آزمایش ۴ مجدداً انتقال مومنوم کاهش یافته و دقت مدل ریاضی افزایش یافته است. به‌طور کلی دقت مدل ریاضی در برآورد سرعت جریان هم در مقطع اصلی و هم در دشت‌های سیلابی در هر دو حالت بستر صاف و زبر قابل قبول می‌باشد.

معمولاً علاوه بر توزیع دوبعدی سرعت، توزیع عرضی سرعت در مقطع اصلی و دشت‌های سیلابی نیز دارای اهمیت است. در شکل ۱۲ نتایج محاسباتی پروفیل عرضی سرعت جریان در ۴ آزمایش مورد بررسی در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی نشان داده شده است. تقریباً در هر ۴ حالت مورد بررسی، دقت نتایج محاسباتی خوب است. در آزمایش ۱ به دلیل عمق کم جریان در دشت سیلاب و در نتیجه تشدید انتقال مومنوم بین مقطع اصلی و دشت‌های سیلابی، ناحیه حدفاصل این دو بخش دارای پیچیدگی زیادی بوده و خطای مدل ریاضی افزایش یافته است. این در حالی است



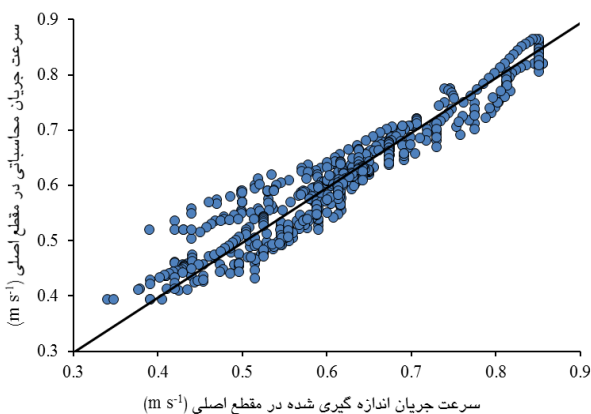
(د)

(ج)

شکل ۱۲ - نتایج توزیع عرضی محاسباتی و مشاهداتی سرعت جریان در کانال با مقطع مرکب، (الف) آزمایش ۱، (ب) آزمایش ۲، (ج) آزمایش ۳، (د) آزمایش ۴.

ثانویه می‌باشد. جریان ثانویه به ویژه در ناحیه اتصال بین مقطع اصلی و دشت‌های سیلابی (به دلیل گرادیان شدید سرعت و اثر متقابل جریان بین این دو مجرا) به ویژه در مقطع غیرهمگن بر الگوی جریان اثر می‌گذارد. با توجه به نتایج، خطای مدل در این ناحیه از جریان بیش از نواحی دیگر می‌باشد و در عمق‌های نسبی کم این اختلاف بیشتر نمود پیدا می‌کند. لذا برای افزایش دقت در ناحیه اتصال از گام‌های محاسباتی کوچک‌تری استفاده شد. در نهایت خطای مدل پیشنهادی در حل توزیع عرضی سرعت جریان قابل قبول بوده و برای استفاده کاربردی قابل توصیه است.

برای ارزیابی دقیق‌تر نتایج مدل ریاضی پیشنهادی، پارامترهای آماری ضریب تبیین (R^2)، مجذور میانگین مربعات خطا (RMSE) و میانگین مطلق خطا (MAPE) برای آزمایش‌های ۱ تا ۴ در جدول ۳ ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود بیشترین خطای مدل ریاضی برای آزمایش ۳ (حدود ۸/۸ درصد) و کمترین خطا برای آزمایش ۲ (حدود ۶/۶ درصد) به دست آمده است. از دلایل اختلاف نتایج محاسباتی و آزمایشگاهی می‌توان به فرض حادث شدن سرعت حداکثر جریان در سطح آب اشاره داشت (فرض تنش برشی صفر در سطح آب) که در واقعیت در تراز پایین‌تری از سطح آب اتفاق می‌افتد. البته این فرض در بسیاری از مدل‌های ریاضی اعمال می‌شود. از دلایل دیگر خطا، عدم دخالت جریان جدول ۳ - محاسبات شاخص‌های آماری نتایج مدل ریاضی پیشنهادی برای حل توزیع عرضی سرعت در آزمایش‌های ۱ تا ۴.



شکل ۱۳ - مقایسه سرعت‌های اندازه‌گیری شده با سرعت‌های محاسباتی در مجرای اصلی.

در این شکل و با توجه به اینکه سرعت جریان در مجرای اصلی رودخانه‌ها بسیار مهم بوده و عامل اصلی انتقال رسوبات معلق و ... است، فقط سرعت‌ها در مقطع اصلی مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. مطابق شکل مشخص است که مدل ریاضی پیشنهادی دارای دقت قابل قبولی در تخمین سرعت جریان در مجرای اصلی است به طوری که نتایج این مدل دارای پراکندگی کمی نسبت به خط نیمساز

شماره آزمایش	پارامترهای آماری		
	%MAPE	RMSE	R^2
۱	۷/۵۱	۰/۰۴۳	۰/۹۵
۲	۶/۶	۰/۰۴۱	۰/۹۴
۳	۸/۸	۰/۰۳۱	۰/۹۸
۴	۶/۶۶	۰/۰۲۹	۰/۹۷

برای ارزیابی دقت نتایج مدل پیشنهادی این پژوهش، مقادیر سرعت‌های محاسباتی و اندازه‌گیری شده برای تمامی مقاطع در یک نمودار با یکدیگر مقایسه گردیده است (شکل ۱۳).

داده‌های آزمایشگاهی داشته و این مطابقت در هر سه بخش مقطع اصلی، دشت‌های سیلابی و ناحیه حفاصل این دو بخش قابل قبول بوده است. این ویژگی از این جهت قابل توجه است که به مهندسين این قابلیت را می‌دهد که صرفاً با معلوم بودن هندسه رودخانه و نیز عمق جریان، توزیع دوبعدی سرعت در کل عرض رودخانه را با دقت مناسبی به دست آورند. در این صورت محاسبه دبی جریان، سرعت متوسط، سرعت جریان در مقطع اصلی و تا حدودی انتقال رسوب معلق و بار بستر در این مجرا با دقت قابل قبولی امکان پذیر خواهد بود. علاوه بر توزیع دوبعدی سرعت، توزیع عرضی سرعت‌های به دست آمده از حل مدل ریاضی پیشنهادی نیز مطابقت خوبی با داده‌های آزمایشگاهی داشت. این مطابقت با توجه به پیچیدگی هیدرولیک جریان در مقاطع مرکب به ویژه در شرایط عمق نسبی کم و زبری زیاد دشت‌های سیلابی مزیت عمده‌ای به شمار می‌آید. همچنین مقادیر محاسبه شده سرعت نقطه‌ای جریان در مجرای اصلی تمامی مقاطع مرکب مورد استفاده در این پژوهش با مقادیر اندازه گیری شده مقایسه شد. این نتایج با میانگین مطلق خطای ۲/۸ از دقت قابل قبولی برخوردار است.

۴۵ درجه است. برای این مقایسه ضریب تبیین حدود ۰/۹۲، مجذور میانگین مربعات خطا حدود ۰/۳۶ و میانگین مطلق خطا حدود ۲/۸ درصد به دست آمد که نشان از دقت قابل قبول آن دارد.

نتیجه‌گیری کلی

در این مقاله یکی از مهم‌ترین جنبه‌های هیدرولیک جریان در رودخانه‌های سیلابی یعنی حل توزیع دوبعدی سرعت جریان در رودخانه‌ها مورد توجه قرار گرفته است. به این منظور از تلفیق معادله دیفرانسیلی کین و همکاران (۲۰۰۹)، معادله لزجت گردابه‌ای و روابط سرعت دیواره، یک مدل ریاضی ساده و کاربردی ارائه شده است. برای نشان دادن قابلیت‌ها و دقت این مدل ریاضی، کانال‌های مرکب فرناندز و همکاران (۲۰۱۲) با شرایط مختلف هیدرولیکی انتخاب شد. در این مقاطع از عمق نسبی کم و زبری زیاد در دشت‌های سیلابی که باعث بیشینه شدن انتقال مومنتوم بین مقطع اصلی و دشت‌های سیلابی می‌شود استفاده شده است. نتایج حل عددی مدل ریاضی پیشنهادی نشان داد که توزیع دوبعدی سرعت جریان به دست آمده مطابقت مناسبی با

منابع مورد استفاده

- Abril JB and Knight DW, 2002. Sediment transport simulation of the Paute river using a depth-averaged flow model. Pp. 895-901. Proc. Int. Conf. on Fluvial Hydraulics. Sep. 2002, Louvain-la-Neuve, Belgium.
- Ammari A and Remini B, 2010. Estimation of Algerian Rivers discharges based on Chiu's equation. Arab Journal of Geosciences 3: 59-65.
- Carlos DJ and Chaudhry FH, 1998. Experimental evaluation of 2-D entropy model for open-channel flow. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE 124(10): 1064-1067.
- Chen YC, 1998. An efficient method of discharge measurement, Ph.D. Thesis, University of Pittsburgh, Pittsburgh.
- Chiu CL, 1987. Entropy and probability concepts in hydraulics. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE 113(5): 583-600.
- Darby SE, 1998. Modelling width adjustment in straight alluvial channels. Journal of Hydrological Processes 12(8): 1299-1321.
- Esmaeali Varaki M, Ghorbani Nasrabadi S and Navabian M, 2013. Evaluation of entropy based Chiu's method for prediction of the velocity distribution and discharge in rivers. Journal of Water and Soil Conservation 20(6): 147-164. (In Persian with English abstract)
- Farina G, Alvisi S, Franchini M and Moramarco T, 2014. Three methods for estimating the entropy parameter M based on a decreasing number of velocity measurements in a river cross-section. Journal of Entropy 16(5): 2512-2529.

- Fernandes JN, Leal JB and Cardoso AH, 2012. Flow structure in a compound channel with smooth and rough floodplains. *European Water* 38: 3-12.
- Ikeda S, Kawamura K and Kasuya I, 2001. Quasi – three dimensional computation and laboratory test on flow in curved compound channels. *Journal of Coastal and Environmental Engineering, JSCE* 20(6): 147-164.
- Javid S and Mohammadi M, 2012. Estimation of shear stress in smooth trapezoidal open-channels using conformal Mapping. *Water and Soil Science- University of Tabriz* 22(2): 18-26. (In Persian with English abstract)
- Julien YP, 2010. *Erosion and Sedimentation (Second Edition)*. Cambridge University Press, New York.
- Kean JK, Kuhnle RA, Smith JD, Alonso CV and Langendoen EJ, 2009. Test of a method to calculate near-bank velocity and boundary shear stress. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE* 135(7): 588-601.
- Kean JW and Smith JD, 2004. Flow and boundary shear stress in channels with woody bank vegetation. Pp. 237–252. In: Simon A and Bennett SJ, (eds). *Riparian Vegetation and Fluvial Geomorphology*. AGU, Washington, D.C.
- Kordi H, Amini R, Zahiri AR and Nekoeianfar M, 2013. Modeling of lateral velocity distribution in straight compound channels. *Journal of Water and Soil Conservation* 20(3): 73-91. (In Persian with English abstract)
- Maghrebi MF and Ball J, 2006. New model for estimation of discharge. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE* 132 (10): 1044-1051.
- Mohseni M, Samani J and Ayyoubzadeh SA, 2014. Depth-averaged velocity distribution in compound channel with vegetated floodplains. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE* 8(3): 63-75.
- Niksefat GhR and Danandehmehr A, 2010. *Principals of River Engineering*. Printed by Tehran Dibagaran Artistic and Cultural Institute, Tehran, Iran. (In Persian)
- Omran M, 2008. New developments in predicting stage–discharge curves, velocity and boundary shear stress distributions in open channel flow. *Water and Environment Journal* 22(2): 131 – 136.
- Shiono K and Knight DW, 1991. Turbulent open-channel flows with variable depth across the channel. *Journal of Fluid Mechanics* (222): 617-646.
- Stosic B, Sacramento V, Filho MC, Cantalice JRB and Singh VP, 2016. Computational approach to improving the efficiency of river discharge measurement. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE* 21(12): 1061-1070.
- Västilä K, 2015. *Flow plant sediment interactions: Vegetative resistance modeling and cohesive sediment processes*. Ph.D. Thesis, Aalto University, Finland.
- Zahiri A, Hashemi F and Yousefabadi I, 2017. Simulation of two-dimensional velocity distributions in rivers based on Chiu's theory (Case study: Gorganrood River). *Iranian Journal of Ecohydrology* 4(3): 791-802. (In Persian with English abstract)