

ردیابی مسیر خودروی خودران در مسیرمنحنی الخط بر مبنای مدل کنترل پیش بین

هاشم غریبلو* گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران، ghariblu@znu.ac.ir

چکیده

این مقاله یک الگوریتم مبتنی بر کنترل مدل پیش بین را برای ردیابی مسیر یک خودرو در مسیر منحنی الخط ارائه می دهد. برای بیان حرکت خودرو و بدست آوردن مدل دینامیک غیر خطی خودرو از مدل دوچرخه با ۶ متغیر حالت استفاده شده است. با اعمال کردن قیود لازم سینماتیکی بر متغیرهای حالت و کنترل و نیز با در نظر گرفتن محدودیت شتاب موتور و شتاب ترمزی از کنترل کننده مدل پیش بین برای دنبال کردن مسیر مطلوب استفاده شده است. فرمول بندی مسئله کنترل با در نظر گرفتن افق پیش بین مناسب و تابع هدف بهینه سازی مرتبه دوم برای حداقل سازی همزمان خطای مسیر و تغییرات متغیرهای کنترل بهره گرفته شده است. در فرآیند بهینه سازی ضرایب وزنی مناسب برای متغیرها در نظر گرفته شده است. در انتها برای بررسی توانایی و کارایی الگوریتم کنترلی ارائه شده در ردیابی مسیر مطلوب خودرو از شبیه سازی استفاده شده است. نتایج خروجی شبیه سازی بیانگر توانایی قابل قبول الگوریتم برای تعقیب مسیر مورد نظر با سرعت قابل قبول و خطای ناچیز بوده است.

واژه‌های کلیدی: خودرو، خودران، کنترل پیش بین، ردیابی، مسیر منحنی الخط، مدل سازی.

Curvilinear Path Following of an Autonomous Vehicle by Predictive Control Model

H. Ghariblu

Mechanical Engineering Department, Engineering Faculty, University of Zanjan, Zanjan, Iran

Abstract

This paper presents a model predictive control algorithm for path following of an autonomous vehicle in a curvilinear path. To define vehicles' motion a nonlinear bicycle model of vehicle with 6 degrees of freedom is employed. Some kinematic constraints imposed to the state and control variables, as well as constraints on vehicle acceleration and braking deceleration for desired path following of the vehicle. Then, an appropriate prediction horizon and a quadratic optimization model is formulated and employed for minimizing the path following error and control variable's variation of the vehicle. In the optimization computation process suitable weight coefficient for all state and control variables are considered. Finally, a simulation study is performed to analyze the capability and efficiency of the presented algorithm for following the desired path. The simulation results show that the presented path following algorithm is acceptably able to follow the desired path with acceptable accuracy and desirable speed.

Keywords: Vehicle, Autonomous, Predictive Control, Path Following, Tracking, Curvilinear Path, Modeling.

[۱۲].

۱- مقدمه

یکی از مسائل مورد تحقیق در زمینه خودروهای خودمختار طی سالهای اخیر، توانایی این خودروها در ردیابی و کنترل مسیر خودرو در جاده های غیر مستقیم و دارای انحنا بوده است. این امر با در نظر گرفتن معیارهای مختلف مانند افزایش ایمنی، راحتی سرنشینان و بهبود و تکامل عملکرد سیستم هوشمند خودروی خودران بوده است [۱۵-۱۳]. در این بین به دلیل توانایی مدل کنترل پیش بین در حل مسائل متغیر با زمان و در نظر گرفتن قیود محدود کننده روی متغیرهای ورودی و حالت به طور گسترده ای در صنعت خودروسازی مورد استفاده قرار گرفته است.

در روش کنترل پیش بین مبتنی بر مدل سیستم، برای رسیدن به کارایی مورد نظر لازم است در ابتدا قیود مختلف مسئله از قبیل وضعیت حرکتی خودرو، هندسه و عرض مسیر، توانایی شتاب گیری و ترمز گیری و غیره در حل مسئله دیده شود. در [۱۶]، یک استراتژی کنترل بازده و پسخورد برای تعقیب مسیر یک وسیله نقلیه ارائه شده و در آن اثر پارامترهای دارای عدم قطعیت و اغتشاشات خارجی به میزان قابل توجهی تضعیف شده است. همچنین، لنگ و همکاران [۱۷] یک روش کنترلی که قادر به کنترل حرکت رو به جلو و عقب یک وسیله ی

در طول دو دهه گذشته، حضور گسترده الکترونیک و نرم افزار در خودروها امکان استفاده از انواع سیستم های ایمنی فعال مانند سیستم ترمز ضد قفل، سیستم کنترل پایداری الکترونیکی و کروز کنترل تطبیقی را فراهم کرده است. پیشرفت های اخیر در زمینه فناوری حسگرها و اندازه گیری و بازسازی محیط سه بعدی امکانات جدیدی را برای طراحی سیستمهای هدایت نیمه مستقل پیشرفته فراهم کرده است [۴-۱]. اما در سالهای اخیر صنعت و دانشگاه پا را فراتر گذاشته و بطور موازی و مکمل تحقیقات جدیدتری را در زمینه خودروهای مستقل از راننده یا خودران آغاز کرده اند. وسایل نقلیه خودران سیستمهای جامعی هستند که علوم و فناوریهای مختلف شامل ادراک محیط اطراف [۶، ۵]، طراحی مسیر و تصمیم سازی [۸، ۷] و کنترل حرکت و فرمان به محرکها [۹، ۱۰] در آن دخیل هستند. زونگ و همکاران اثر چیدمان و استفاده از ۳ نوع حسگر متفاوت را در کنترل و هدایت خودروهای خودران بررسی کردند [۱۱]. طراحی مسیر و پرهیز از برخورد به موانع ضمن تامین راحتی سرنشینان در خودروهای خودران توسط کاتراکازاس و همکاران بررسی شده است

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: ghariblu@znu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۸/۱۰/۱۳

تاریخ پذیرش: ۹۹/۰۹/۱۰

نقلیه دارای تریلر در مسیر دارای انحنا بوده را معرفی کرده اند و نتایج آزمایش نیز صحت عملکرد روشهای کنترل آنها را مورد تأیید قرار داده است. اخیراً، هوانگ و همکاران [۱۸] یک چارچوب کنترلی از نوع مد لغزشی دینامیک با سلسله مراتبی فازی را برای ردیابی مسیر اتومبیل ارائه کرده اند، که در آن کارایی روش کنترل با مطالعات شبیه سازی مختلف بررسی شده است. اگر چه رویکردهای ذکر شده در بالا از طریق تکنیکهای کنترل غیرخطی باعث بهبود چشمگیری در عملکرد ردیابی مسیر یک خودرو شده اند، اما با روش های قبلی، قیود مربوط به نوع عملکرد و توانایی موتور محرک، سیستم ترمزی و حالت وسیله نقلیه در هر لحظه از حرکت به سختی قابل اعمال هستند. در این بین مدل کنترل پیش بین از توانایی زیادی برای در نظر گرفتن قیود مختلف در کنترل رد یابی مسیر در خودروهای خودران دارا بوده و در مقابل اغتشاشات خارجی نیز از مقاومت لازم برخوردار است [۱۹-۲۲]. این روش علاوه بر اینکه توانایی فرموله کردن انواع قیود در کنترل و ردیابی مسیر خودرو را دارد، همچنین میتواند شرایط مختلف جاده -تایر خودرو و انحنای مسیر خودرو را نیز در فرآیند ردیابی در نظر بگیرد. محمد رضا زاده و همکاران [۲۳] از روش کنترل غیرخطی بهینه پیشبین برای بهبود پایداری جانبی و فرمانپذیری خودرو استفاده کرده اند که اثر شرایط تایر و جاده را در نظر گرفته است. در این کار شعاع انحنای مسیر و سرعت حرکت خودرو ثابت در نظر گرفته شده است. کاظمیان و همکاران [۲۴] شبیه سازی کنترل پذیری حرکت دینامیکی خودرو با سیستم تعلیق نیمه فعال هیبریدی را با کنترل کننده مود لغزشی انجام داده اند. مینگ و همکاران [۲۵] با لحاظ کردن قیود دینامیک یک الگوریتمی کنترلی را برای یک ربات متحرک که با سرعت ۱ متر بر ثانیه حرکت میکند، معرفی کردند.

در این مقاله بر خلاف بسیاری از تحقیقات قبل که روی ردیابی مسیر خودروها و رباتهای با سرعت کم کار کرده اند، روی تعقیب مسیر با سرعت بالا متمرکز شده است. همچنین متغیرهای کنترلی در این مقاله به حالت واقعی کنترل محرک های خودرو مرتبط هستند. بنابراین دو پارامتر شتاب خطی خودرو و زاویه فرمان خودرو به عنوان متغیرهای کنترل در نظر گرفته شده اند، که اولی بطور معمول با کنترل زاویه درچرخه گاز با یک موتور پله ای و دومی با موتور الکتریکی جریان مستقیم کنترل میشوند. در این مقاله بر خلاف بسیاری از کارهای پیشین انحنای مسیر در طول حرکت متغیر در نظر گرفته شده و همچنین اثر اغتشاش روی زاویه جهت گیری خودرو اعمال شده است. نتایج شبیه سازی نشان داده که کنترل کننده توان انطباق با تغییرات هندسه مسیر را داشته و در مقابل اثر اغتشاش توانایی کنترل خودرو را دارد. نتایج مطرح شده در این مقاله میتواند در زمینه کنترل و ناوبری وسایل نقلیه زمینی و فضایی [۲۶] و بهینه سازی مصرف انرژی خودروهای الکتریکی [۲۷] به کار گرفته شود. در ادامه در بخش ۲ به بیان چگونگی تحلیل مسئله و نحوی فرمول بندی معادلات حاکم بر حرکت و مدل پیشنهادی برای ردیابی مسیر ارائه شده است. سپس در بخش ۳ مدل کنترل غیر خطی پیش بین برای ردیابی مسیر ارائه شده که شامل تابع هدف بهینه سازی به همراه قیود حاکم بر متغیرهای دینامیکی است. برای بررسی کارایی و صحت استراتژی کنترلی ارائه شده، در بخش ۴ مطالعات شبیه سازی مربوط به ردیابی مسیر خودرو در یک مسیر منحنی انجام شده است. در انتها نیز در بخش ۵ به بیان

نتایج حاصله از این تحقیق پرداخته میشود.

۲- بیان مسئله

این بخش فرمول بندی دینامیک خودرو، مدل سینماتیک ردیابی مسیر و ساختار متوالی سیستم کنترل را به صورت ساده شده بیان میشود تا شرایط لازم برای تلفیق آنها در سیستم کنترل فراهم شود. برای اینکه فرآیند محاسبات برای کنترل خودرو بتواند به صورت بلادرنگ اجرا شده و قابلیت پیاده سازی روی خودرو را داشته باشد، از مدل ساده شده دو چرخه برای بیان مدل دینامیک حرکت عرضی خودرو استفاده شده است. استفاده از این مدل حرکت با فرض ناچیز بودن جابجایی عرضی مرکز گرانی خودرو و تغییر زاویه محوری خودرو (زاویه رول) و تغییر نرم زاویه فرمان در هنگام حرکت در جاده صاف صادق است [۲۹، ۲۸].

۲-۱- دینامیک خودرو

معمولاً مدل خطی شده دو درجه آزادی خودرو که در شکل ۱ نشان داده شده است، برای طراحی کنترل کننده پایداری خودرو کافی است [۲۹]. برای استخراج دینامیک خودرو در ابتدا شتاب مرکز جرم خودرو با مشتق گیری زمانی از بردار سرعت مرکز جرم آن $\vec{V} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$ به شکل زیر دست می آید،

$$\vec{a} = \dot{v}_x \vec{i} + \dot{v}_y \vec{j} + \dot{\psi} \vec{k} * (v_x \vec{i} + v_y \vec{j}) = (\dot{v}_x - \dot{\psi} v_y) \vec{i} + (\dot{v}_y + \dot{\psi} v_x) \vec{j} \quad (1)$$

با در نظر گرفتن نیروهای وارده به خودرو

مطابق شکل ۱ معادلات حرکت خودرو به صورت زیر در می آید،

$$\begin{aligned} \dot{v}_x &= \frac{1}{m} (F_{yf} \sin \delta_f + F_{yr} + v_x \dot{\psi}) \\ \dot{v}_y &= \frac{1}{m} (F_{yf} \cos \delta_f + F_{yr} - v_x \dot{\psi}) \\ \dot{\psi} &= \frac{1}{I_z} (I_f F_{yf} \sin \delta_f - I_r F_{yr}) \end{aligned} \quad (2)$$

که v_x و v_y به ترتیب سرعتهای طولی و عرضی خودرو مرکز جرم خودرو، m جرم خودرو و F_{yf} و F_{yr} به ترتیب نیروهای منتهجه معادل عرضی در دو چرخ جلو و عقب خودرو میباشدند. همچنین I_f و I_r فاصله محورهای جلو و عقب خودرو نسبت به مرکز جرم و I_z ممان اینرسی کلی خودرو حول محور عمودی هستند. در ادامه تحلیل فرض شده است که زاویه جهت گیری (ψ) خودرو و زاویه فرمان چرخهای جلو (δ_f) کوچک هستند ($\sin \delta_f \cong 0, \cos \delta_f \cong 1$). بنابراین زاویه فرمان چرخهای جلو و و زاویه لغزش تایرهای جلو و عقب خودرو α_r و α_f معادلات مدل تقریبی و خطی نیروهای عرضی منتهجه هر تایر به فرم زیر خواهند بود [۲۸].

$$F_{yf} = \alpha_f C_f, \quad F_{yr} = \alpha_r C_r \quad (3)$$

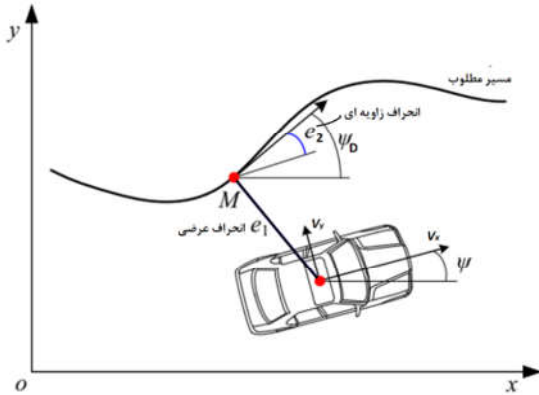
که C_f و C_r به ترتیب ضریب سختی جانبی محورهای جلو و عقب خودرو میباشدند. همچنین زوایای لغزش عرضی نیز با روابط زیر تقریب زده میشوند.

$$\alpha_f = \delta_f - \frac{I_f \dot{\psi} + v_y}{v_x}, \quad \alpha_r = \frac{I_r \dot{\psi} - v_y}{v_x} \quad (4)$$

در نوشتن معادلات بالا فرض بر این است که شعاع انحنای مسیر R در هر بازه زمانی با در نظر گرفتن هندسه مسیر قابل محاسبه است. همچنین فرض شده شعاع انحنای مسیر بقدری بزرگ است که می توان در هر مرحله زمانی تغییرات زاویه ای خودرو را کوچک در نظر گرفته و نرخ تغییر جهت مطلوب خودرو را به صورت $\dot{\psi}_D = v_x/R$ بیان کرد.

با جمع بندی معادلات (۵) و (۶) با یکدیگر شکل فشرده مدل سیستم کنترلی به صورت زیر در می آید

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + u_{Dist} \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (7)$$



شکل ۲- طرح واژه ای از ردیابی مسیر

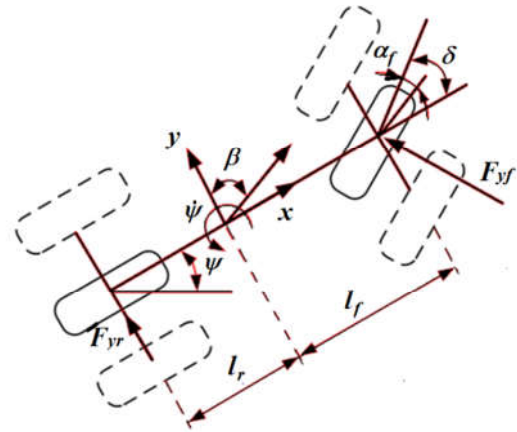
که $X = [v_y, \psi, v_x, \dot{v}_x, e_1, e_2]$ بردار حالت سیستم ، $u = [\dot{v}_x, \delta_f]$ بردار کنترول و $Y = [v_x, e_1, e_2]$ بردار خروجی سیستم کنترول هستند. همچنین عبارت $u_{Dist} = [0, \psi_{Dist}, 0, 0, 0, 0]$ اغتشاش غیر قابل اندازه گیری بصورت نویز سفید است که در اینجا به زاویه انحراف خودرو اضافه میشود و مدل غیر خطی پیش بین باید قادر به حذف آن باشد. ماتریس ضرایب A و B در معادله (7) سیستمهای ورودی به صورت زیر خواهد بود،

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dot{\psi} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/T_s & 0 & 0 \\ 1 & 0 & e_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & b_{11} \\ 0 & b_{21} \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{T_s} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

در رابطه بالا T_s زمان نمونه برداری کنترول کننده است.

۳- مدل کنترول پیش بین ردیابی مسیر

با تمرکز روی کارایی کنترول ردیابی مسیر، استراتژی کنترول در شکل ۳ ارائه شده است. در این بخش، مدل کنترول پیش بین بر اساس معادلات بسط داده شده کنترلی (7) ارائه می شود. بر خلاف حرکت در مسیر مستقیم، وضعیت حرکتی خودرو در مسیر منحنی، تحت قیود مختلف ناشی از انحنای مسیر قرار میگیرد، که در ادامه راجع به آنها بحث میشود. همچنین نحوه فرمول بندی معادلات حرکت سیستم و قیود حاکم بر مسئله، شامل قیود مربوط به متغیرهای حالت سیستم و پارامترهای کنترلی شامل زاویه فرمان و شتاب طولی و پارامترهای خروجی سیستم برای کنترول پسخورده سیستم ارائه خواهد شد.



شکل ۱- مدل دو درجه آزادی دو چرخه برای خودرو

مطابق با شکل ۲ در اینجا هدف طراحی کنترول کننده عرضی برای کاهش خطای انحراف عرضی e_1 و خطای زاویه جهت گیری خودرو e_2 بوده و دینامیک طولی خودرو در طراحی کنترولر اعمال نشده است. اما همانطور که در بخش ۳-۱ خواهیم دید، با وارد کردن سرعت و شتاب طولی خودرو در بردار حالت سیستم تغییرات حرکت طولی خودرو با اعمال قید سینماتیک در مسئله بهینه سازی کنترول شده است و کنترول کننده سعی میکند سرعت طولی خودرو را نزدیک به سرعت مطلوب v_D حفظ کند. برای تحقق این امر با اعمال قید $\dot{v}_x, min \leq \dot{v}_x \leq \dot{v}_x, max$ در مسئله بهینه سازی و برای انطباق با سرعت مطلوب شتاب طولی خودرو همواره در محدوده مجاز قرار میگیرد. این مقادیر متناسب با توان موتور خودرو و قدرت ترمز گیری آن انتخاب میگردد تا خودرو قادر به تأمین شتاب لازم در محدوده مجاز مورد نظر باشد. بنابراین با صرفنظر از جمله اول در معادلات حرکت (۲)، فقط جملات دوم و سوم در تحلیل مدل عرضی خودرو به صورت زیر بازنویسی می گردد.

$$\begin{aligned} \dot{v}_y &= a_{11}v_y + a_{12}\dot{\psi} + b_{11}\delta_f \\ \dot{\psi} &= a_{21}v_y + a_{22}\dot{\psi} + b_{21}\delta_f \end{aligned} \quad (8)$$

که ضرایب در معادله (۸) در صورت زیر در می آیند

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{C_r l_r - C_f l_f}{m v_x} - v_x, & a_{12} &= -\frac{C_r + C_f}{m v_x} \\ a_{21} &= -\frac{C_r l_r - C_f l_f}{I_z v_x}, & a_{22} &= \frac{C_r l_r^2 + C_f l_f^2}{I_z v_x} \\ b_{11} &= \frac{C_f}{m}, & b_{21} &= \frac{l_f C_f}{I_z} \end{aligned}$$

۲-۲- مدل ردیابی مسیر

هنگامی که هدف طراحی یک سیستم کنترول فرمان خودکار برای ردیابی مسیر خودرو است، استفاده از یک مدل پویا که در آن متغیرهای حالت مربوط به خطای موقعیت و جهت خودرو باشد، مفید خواهد بود. از این رو در اینجا با در نظر گرفتن مدل دینامیک عرضی بسط داده شده در بخش (۲-۱) و مطابق با شکل ۲ برای رسیدن به هدف ردیابی مسیر متغیرهای خطای مسیر به صورت e_1 ، مسافت مرکز جرم وسیله نقلیه و e_2 خطای جهت گیری وسیله نقلیه نسبت به خط وسط جاده در نظر گرفته میشود. و با در نظر گرفتن $\psi_e \sim \psi_e$ و $\cos \psi_e \sim 1$ خواهیم داشت [۳۰].

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= v_x e_2 - v_y \\ \dot{e}_2 &= \dot{\psi}_D - \dot{\psi} \end{aligned} \quad (9)$$

۱-۳- قیود متغیرهای حالت و کنترلی

بر مبنای محدودیت های فیزیکی خودرو و با لحاظ کردن معیار پایداری خودرو، بایستی برای بردار حالت X ، بردار تغییرات متغیرهای کنترلی Δu و بردار خروجی سیستم کنترول Y قیودی را به فرم زیر قائل شد.

$$\begin{aligned} X_{\min} \leq X \leq X_{\max}, \\ \Delta u_{\min} \leq \Delta u \leq \Delta u_{\max}, \\ Y_{\min} \leq Y \leq Y_{\max} \end{aligned} \quad (8)$$

در روابط قیود در مجموعه معادلات (۸) اندیسه های زیر نویس \max و \min مربوط به ترتیب بیان کننده مقادیر حداقل و حد اکثر مجاز تغییرات هر یک از متغیرها در فرآیند کنترول بهینه حرکت و در هر نقطه از کل مسیر حرکت است. محدوده این بازه بر مبنای هندسه و مشخصات مسیر و مشخصات فیزیکی خودرو مورد نظر تعیین می شوند.

$$\begin{aligned} \bar{A}_{p,k} = \begin{bmatrix} A_k & B_k \\ 0_{2 \times 6} & I_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{8 \times 8}, \bar{B}_{p,k} = \begin{bmatrix} B_k \\ I_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{8 \times 2}, \\ \bar{w}_k = \begin{bmatrix} w_k \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{8 \times 1}, \bar{C}_{p,k} = [C_k \quad 0_{3 \times 2}] \in \mathbb{R}^{3 \times 8}, \end{aligned}$$

که $\bar{A}_{p,k} = \begin{bmatrix} A_k & B_k \\ 0_{2 \times 6} & I_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$, $\bar{B}_{p,k} = \begin{bmatrix} B_k \\ I_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{8 \times 2}$, $\bar{w}_k = \begin{bmatrix} w_k \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{8 \times 1}$, $\bar{C}_{p,k} = [C_k \quad 0_{3 \times 2}] \in \mathbb{R}^{3 \times 8}$,

بهبود کارایی محاسباتی و خواص بلادرنگ و کاستن زمان محاسباتی سیستم کنترول، فرض میشود، بازی $p = k, \dots, k + N_p - 1$ مقادیر \bar{B}_k $\bar{B}_{p,k} = \bar{C}_k$ و $\bar{C}_{p,k} = \bar{C}_k$ است. بنابراین مدل تعمیم یافته سیستم به فرم گسسته زمانی به طریق زیر بازنویسی میشود.

$$\begin{aligned} \bar{X}(k+1) &= \bar{A}_k \bar{X}(k) + \bar{B}_k \Delta u(k) + \bar{w}_k, \\ \bar{Y}(k) &= \bar{C}_k \bar{X}(k) \end{aligned} \quad (11)$$

که $\bar{X}(k)$ بردار فضای حالت تعمیم یافته مرحله k -ام زمانی و $\bar{Y}(k) = Y(k)$ نیز بردار تعمیم یافته خروجی در همان زمان هستند.

۳-۳- مسئله بهینه سازی

مدل کنترول پیش بین در واقع یک مسئله بهینه سازی را در قالب یک برنامه ریزی مرتبه دوم (QP) را در هر بازه کنترلی حل می کند. به این صورت که متغیرهای کنترلی را که باید در فاصله زمانی کنترول مرحله بعد در سیستم استفاده شود را تعیین میکند.

این مسئله QP شامل ویژگی های زیر است:

تابع هدف، یا "هزینه" - مجموعه ای از معیارهای کمی و مثبت از کارایی سیستم که باید توسط کنترولر به حداقل برسد. قیود - شرایطی که باید ضمن حل ارضاء گردند، مانند محدوده های فیزیکی مجاز در متغیرهای کنترلی و متغیرهای خروجی سیستم تحت کنترول.

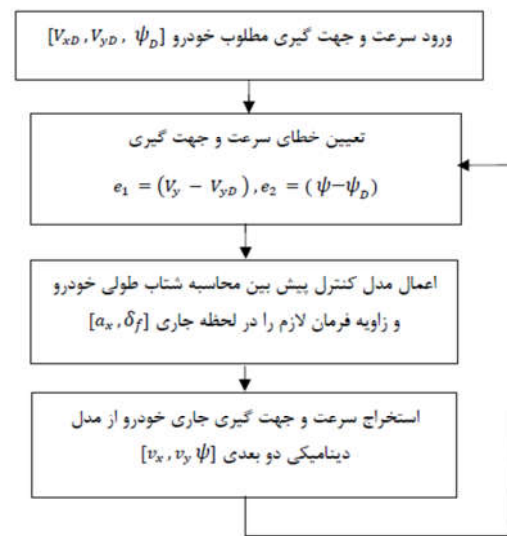
تصمیم سازی - استخراج متغیرهای خروجی در هر مرحله طوری که ضمن ارضای قیود تابع هدف را به حداقل برسانند. در حالت کلی تابع هدف مطابق رابطه (۸) میتواند از مجموع سه جمله ایجاد شود، که هر یک میتواند بر جنبه خاصی از کارایی کنترول کننده متمرکز میشود:

$$J = J_y + J_u + J_{\Delta u} \quad (12)$$

در عمل هر یک از سه جمله دارای یک ضریب وزنی است که در متعادل کردن اهداف رقیب کمک می کند. این ضرایب بر اساس اهمیت هر یک از جملات در بهینه سازی انتخاب میشوند.

جمله اول J_y در تابع هدف برای تضمین تلاش کنترول کننده برای نزدیک نگه داشتن خروجی های سیستم به مقادیر مرجع مشخص است. جمله دوم J_u هنگامی به کار گرفته میشود که متغیرهای کنترلی جزء خروجی های سیستم باشند و کنترول کننده تلاش میکند متغیرهای کنترلی را در مقادیر هدف مشخص شده یا نزدیک با آنها نگه دارد. در بیشتر کاربردها تلاش بر این است که تغییرات تلاش کنترلی در هر بازه زمانی تا جای ممکن کوچک باشد که برای ارضای این خواسته از جمله سوم یعنی $J_{\Delta u}$ استفاده میشود.

با توجه به اینکه متغیرهای کنترلی در فرمول بندی مسئله در خروجی سیستم ظاهر نمیشود، بنابراین جمله دوم یعنی J_u در تابع هزینه ظاهر نمیشود. تابع هزینه مطلوب در اینجا باید قادر به تامین شرایط مطلوب در ردیابی مسیر خودرو و نیز توانایی حرکت نرم و انطباق سریع با شرایط مورد نظر باشد. بنابراین تابع هزینه به صورت زیر تعریف می شود



شکل ۳- ساختار کنترلی پیشنهادی

۳-۲- مدل گسسته سیستم

به منظور طراحی کنترول کننده مسیر، یک مدل گسسته بر اساس معادلات کنترول (۷) ارائه میشود. این مدل گسسته زمانی سیستم دینامیکی خودرو بر مبنای روش اویلر انجام شده و به صورت زیر بیان میشوند

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_k x(k) + B_k u(k) + w(k) \\ y(k) &= C_k x(k) \end{aligned} \quad (9)$$

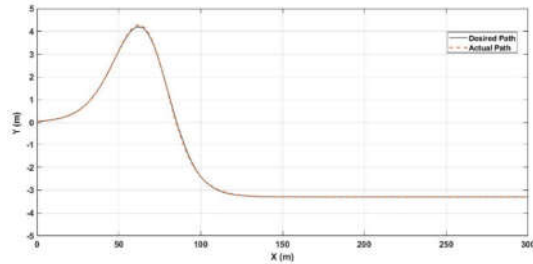
که ماتریسهای شکل گسسته متناظر عبارتند از $A_k = I_4 + AT_s$ ، $C_k = C$ و $B_k = BT_s$ ، $w(k) = wT_s$ برداری است. برای اعمال ساده و در نظر گرفتن همزمان قیود بر روی متغیرهای کنترلی و متغیرهای حالت سیستم یک بردار متغیر حالت جدید $\bar{X}(k)$ به صورت زیر تعریف میشود. این مدل تعمیم یافته و گسسته زمانی سیستم در زمان $t(k)$ در مرحله k -ام زمانی به صورت زیر بیان میشود.

$$\begin{aligned} \bar{X}(p+1|k) &= \bar{A}_{p,k} \bar{X}(p|k) + \bar{B}_{p,k} \Delta u(p|k) + \bar{w}_k, \\ \bar{Y}(k) &= \bar{C}_{p,k} \bar{X}(k) \end{aligned} \quad (10)$$

ای تصادفی با طول زمانی Ts و دامنه حداکثر 5° که به زاویه نسبی اضافه می شود لحاظ میشود. همانطور که در ادامه مشاهده میشود، کنترل کننده قادر بوده تا اثرات اغتشاش را حذف کند.

در شکل ۳ پروفیل مسیر مطلوب خودرو، که بر اساس معادلات (16) و بازای سرعت طولی مطلوب خودرو $V_D=20$ m/s و در بازه زمانی شبیه سازی $T_f=15$ s ترسیم شده، دیده میشود.

$$\begin{aligned} x_{ref} &= V_D \times t \\ z_1 &= a_1(x_{ref} - b_1) - c_1 \\ z_2 &= a_2(x_{ref} - b_2) - c_2 \\ y_{ref} &= y_1(1 + \tanh(z_1)) - y_2(1 + \tanh(z_2)) \end{aligned} \quad (16)$$



شکل ۳- نتایج شبیه سازی پروفیل تعقیب مسیر خودرو

همانگونه که در ترسیمه مسیر مرجع و مسیر واقعی طی شده در شکل ۳ دیده میشود. نیمه اول مسیر دارای یک خمیدگی و انحنای نسبتاً تیز است و سپس در نیمه انتهایی مسیر مستقیم میگردد. مدل کنترلی ارائه شده قادر بوده است با دقت قابل قبولی این مسیر را با سرعتی نزدیک به سرعت مطلوب ردیابی نماید. در این شبیه سازی پارامترهای دینامیکی خودرو در جدول ۱ آورده شده است. شتاب خطی خودرو و زاویه فرمان به عنوان متغیرهای کنترل، برای جلوگیری از انحراف عرضی و انحراف جهت حرکت خودرو نسبت به خط وسط مسیر حرکت استفاده شده اند. بطور همزمان کنترل کننده باید سرعت خودرو را نزدیک به سرعت مطلوب و ثابت V_D نگه دارد.

جدول ۱- پارامترهای خودرو

متغیر	مقدار	متغیر	مقدار
m	۱۵۷۵ kg	C_f	۱۹۰۰۰ N/rad
I_f	۱.۲ m	C_r	۳۳۰۰۰ N/rad
I_r	1.6 m	I_z	۲۸۷۵ kg·m ²

زمان نمونه برداری در این شبیه سازی 0.1 ثانیه و سرعت اولیه خودرو برابر $V_{0x}=15$ m/s در نظر گرفته شده اند که کمتر از سرعت مطلوب $V_D=20$ m/s است. در اینجا با در نظر گرفتن محدودیت های فیزیکی خودروی خودران و پایداری آن، محدوده مجاز زاویه فرمان بین محدوده (۱۵، -۱۵) درجه و حداکثر شتاب طولی آن با در نظر گرفتن توان موتور و قدرت ترمزی بین (۳، -۳) متر بر مجذور ثانیه در نظر گرفته میشود. همچنین حداکثر سرعت طولی مجاز خودرو برابر ۳۰ متر بر ثانیه در نظر گرفته میشود. با در نظر گرفتن عرض مسیر برابر $W=4$ متر و عرض خودرو برابر $b=2$ متر، برای اطمینان از عدم خروج از مسیر حداکثر خطا و انحراف مجاز از وسط مسیر $e_1=0.5(W-b)/2$ متر و خطای انحراف زاویه ای $e_2=3^\circ$ در نظر گرفته شده است. با توجه به مباحث ذکر شده قیود مورد نظر عبارتند از

$$J = \sum_{j=1}^{N_p} \|\bar{V}(k+j|k) - \bar{V}_r(k+j|k)\|_Q^2 + \sum_{i=0}^{N_c-1} \|\Delta u(k+i|k)\|_R^2 \quad (13)$$

در معادله (۱۳) جمله \bar{V}_r بردار خروجی مرجع و یا مطلوب

سیستم است،

$\bar{V}_r(k+j|k) = [v_{xr}(k+j|k), e_{1r}(k+j|k), e_{2r}(k+j|k)]^T$ در اینجا v_{xr} سرعت مرجع یا مطلوب خودرو در جهت طولی بوده و جملات دوم و سوم انحراف عرضی و انحراف زاویه ای مرجع و یا مطلوب میباشد که هر دو برابر صفر در نظر گرفته شده اند ($e_{1r} = 0$ و $e_{2r} = 0$). همچنین $Q \in R^{3 \times 3}$ و $R \in R^{2 \times 2}$ به ترتیب ماتریسهای ضرایب تاثیر وزنی هر یک از متغیرهای مسیر و کنترلی در هر مرحله زمانی بهینه سازی میباشد.

کارکرد مطلوب و درست کنترل کننده پیش بین به تنظیم مناسب پارامترهای آن ها وابسته است که مهمترین آنها عبارت اند از زمان نمونه برداری (T_s)، افق پیش بینی (N_p)، افق کنترل (N_c) و ضریب یا ماتریس های وزنی متغیرهای مسیر و کنترلی در تابع هزینه (Q, R). با آنالیز حساسیت نسبت به ورودی و خروجی های متفاوت میتوان با تنظیم ضرایب وزنی عملکرد سیستم کنترلی را بهبود بخشید [۳۱].

در هر مرحله زمانی، مسئله بهینه سازی میتواند به صورت زیر بیان شود:

تعیین حداقل مقدار تابع هزینه J

$$J = \sum_{j=1}^{N_p} \|\bar{V}(k+j|k) - \bar{V}_r(k+j|k)\|_Q^2 + \sum_{i=0}^{N_c-1} \|\Delta u(k+i|k)\|_R^2 \quad (14)$$

مشروط به قیود:

$$\begin{aligned} \bar{V}_{\min} &\leq \bar{V} \leq \bar{V}_{\max} \\ \delta_{f,\min} &\leq \delta_f \leq \delta_{f,\max} \\ \Delta u_{\min} &\leq \Delta u \leq \Delta u_{\max} \end{aligned}$$

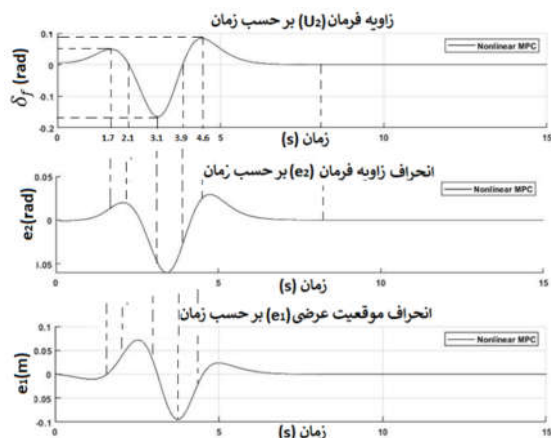
جزئیات بیشتر در مورد فرآیند الگوریتم کنترل مدل پیش بین را میتوان در [۲۵] پیدا کرد. بدین ترتیب $\Delta u(k) = [\Delta a_x^*, \delta_f^*]$ بصورت افزایش زنجیره کنترلی، در هر مرحله زمانی k -ام با حل مسئله برنامه ریزی مرتبه دوم (۱۲) بدست می آید. بنابراین شتاب طولی خودرو و زاویه فرمان چرخ جلویی خودرو در مرحله زمانی k -ام از روابط زیر به دست می آید

$$\begin{aligned} \delta_f(k) &= \delta_f(k-1) + \delta_f^*, \\ \Delta a_x(k) &= \Delta a_x(k-1) + \Delta a_x^* \end{aligned} \quad (15)$$

در ادامه، خروجی سیستم برای مراحل بعد افق پیش بینی محاسبه شده و سپس متغیر کنترلی مرحله بعد با فرآیند کنترلی مشابه به دست می آید.

۴- مطالعات شبیه سازی

برای بررسی کارایی و صحت استراتژی کنترلی ارائه شده، مطالعات شبیه سازی ردیابی مسیر خودرو در یک مسیر معین به واسطه نرم افزار Matlab-Symulink انجام شده است. در این شبیه سازی مقادیر افق پیش بین $N_p=10$ و افق کنترل $N_c=2$ در نظر گرفته شده اند. همچنین در شبیه سازی ورودی اغتشاشی به صورت یک اغتشاش پله



شکل ۵- خروجی زاویه فرمان به همراه انحراف موقعیت عرضی و انحراف زاویه فرمان نسبت به مسیر مطلوب در حین ردیابی مسیر

جدول ۲- تغییرات زمانی مقادیر زاویه فرمان، به همراه انحراف زاویه فرمان و انحراف عرضی خودرو نسبت به حالت مطلوب

زمان (s)	۱/۷	۲/۱	۳/۱	۳/۹	۴/۶	۸/۰
زاویه فرمان رادیان (درجه)	۰/۰۴۹ (۲/۸)	صفر	-۰/۱۶۶ (-۹/۵)	صفر	۰/۰۷۹ (۴/۵)	صفر
انحراف زاویه رادیان (درجه)	۰/۰۱۴ (۰/۸)	۰/۰۱۴ (۰/۸)	-۰/۰۴۸ (-۲/۷)	-۰/۰۲۸ (-۱/۶)	-۰/۰۲۸ (-۱/۶)	صفر
انحراف عرضی (میلی متر)	۷	۴۵	۴۹	۸۸	۸	صفر

نتایج حاصل از شبیه سازی نشان می دهند که با اعمال کنترل کننده پیش بین، خودرو قادر به ردیابی مناسب مسیر بوده و مطابق با خروجی های شبیه سازی در شکل های ۴ و ۵ و جدول ۲ تمامی قیود در نظر گرفته شده مطلوب سرعت، شتاب و زاویه فرمان خودرو به همراه خطای مجاز انحراف عرضی و زاویه فرمان در محدوده قابل قبول قرار داشته اند.

۵- نتیجه گیری

در این مطالعه از کنترل کننده مدل پیش بین غیر خطی برای ردیابی خودروی خودران در مسیرهای دارای انحنا استفاده شده است. برای افزایش سرعت عملکرد کنترل کننده و قابلیت به کارگیری آن به صورت بر خط از مدل ساده شده دوچرخه برای خودرو به همراه قیود سینماتیکی استفاده شده است. برای بررسی صحت عملکرد و توانایی الگوریتم ارائه شده از نرم افزار Matlab-Symulink برای شبیه سازی استفاده شده است. مسیری انتخاب شده دارای خمیدگی قابل توجه در نیمه اول مسیر بوده و نتایج نشان می دهد کنترل کننده توانسته در زمان قابل قبول سرعت اولیه ۱۵ متر بر ثانیه خودرو را به سرعت مطلوب ۲۰ متر بر ثانیه برساند. ضمن اینکه انحراف عرضی خودرو نسبت به خط مسیر، در کل مسیر حرکت کمتر از ۹۰ میلی متر و

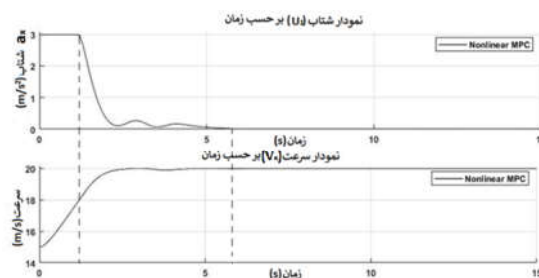
$$\begin{aligned} -15^\circ \leq \delta_f \leq 15^\circ, \quad -3 \leq \dot{v}_x \leq 3 \text{ m/s}^2, \\ 0 \leq v_x \leq 30 \text{ m/s}, \quad -0.5 \leq e_1 \leq 0.5 \text{ m}, \\ -3^\circ \leq e_2 \leq 3^\circ \end{aligned}$$

(۱۷)

در این شبیه سازی مقادیر اولیه متغیرهای حالت X_0 و متغیرهای کنترلی U_0 اولیه عبارتند از

$$\begin{aligned} x_0 = [v_y, \psi, v_x, \dot{v}_x, e_1, e_2, x_{od}]_0 = [0.1 \text{ m/s } 0.5 \text{ m/s}^2 \ 15 \text{ m/s} \\ 0.1 \text{ m/s}^2 \ 0.1 \text{ m} \ 0.001 \text{ rad} \ 0.5 \text{ m}]; \\ u_0 = [a_x, \delta_f]_0 = [0.1 \text{ m/s}^2 \ 0.0 \text{ rad}] \end{aligned}$$

همانطور که از خروجی شبیه سازی در شکل ۴ دیده میشود، خودرو در شروع حرکت دارای سرعت اولیه ۱۵ متر بر ثانیه بوده که کمتر از سرعت مطلوب خودرو یعنی ۲۰ متر بر ثانیه است. بنابراین در کوتاهترین زمان به حداکثر شتاب ۳ متر بر مجذور ثانیه رسیده و در ۱/۱ ثانیه اول حرکت سرعت آن به ۱۸/۳ ثانیه می رسد. سپس شتاب خودرو کاهش یافته و پس از ۵/۸ ثانیه سرعت آن به مقدار مطلوب ۲۰ متر بر ثانیه می رسد و در ادامه مسیر با سرعت مطلوب ادامه می یابد. همچنین مطابق شکل ۵ زاویه فرمان مطابق با هندسه مسیر تغییر یافته و از مقدار اولیه صفر شروع به تغییر در جهت ساعت گرد میکند و مطابق با هندسه مسیر تغییر جهت لازم را برای ردیابی درست مسیر مطلوب پیش بینی میکند. مطابق با جدول ۲ دیده میشود که حداکثر مقدار زاویه فرمان در طول حرکت برابر ۹/۵ درجه است که نسبت به میزان زاویه فرمان مطلوب در آن لحظه ۲/۷ درجه خطا دارد. همچنین حداکثر انحراف عرضی خودرو نسبت به خط میانی مسیر مطلوب برابر ۸۸ میلی متر است که با در نظر گرفتن عرض در نظر گرفته شده برای مسیر خودرو معادل ۴ متر، مقدار قابل قبولی است. همچنین همانطور که در شکل ۵ دیده میشود، پس از اتمام بخش منحنی مسیر، در نیمه انتهایی مسیر که مستقیم بوده است، خطای متغیرهای مسیر به سرعت سمت صفر همگرا شده و خروجی کنترل کننده قادر به انطباق حرکت خودرو به پروفیل مسیر مطلوب با سرعت مورد نظر بوده است.



شکل ۴- خروجی نمودار سرعت و شتاب طولی خودرو در حین ردیابی مسیر با روش کنترل غیر خطی مدل پیش بین

- [17] Leng Z. and Minor M. A., Curvature-based ground vehicle control of trailer path following considering sideslip and limited steering actuation, *IEEE Trans. on Intelligent Transportation Systems*, Vol. 18, no. 2, pp. 332-348, 2017.
- [18] Hwang C. L., Yang C. C., and Hung J. Y., Path tracking of an automatic ground vehicle with different payloads by hierarchical improved fuzzy dynamic sliding-mode control, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 26, no. 2, pp. 899-914, 2018.
- [19] Xiao H. Z., Li Z. J., Yang C. G., Yuan W., and Wang L. Y., RGB-D sensor-based visual target detection and tracking for an intelligent wheelchair robot in indoors environments, *International Journal of Control, Automation and Systems*, Vol. 13, no. 3, pp. 521-529, 2015.
- [20] Li Z. J., Xiao H. Z., Yang C. G., and Zhao Y. W., Model predictive control of nonholonomic chained systems using general projection neural networks optimization, *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics and Systems*, Vol. 45, no. 10, pp. 1313-1321, 2015.
- [21] Li Z. J., Yang C. G., Su C. Y., Deng J., and Zhang W. D., Vision-based model predictive control for steering of a nonholonomic mobile robot, *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol. 24, no. 2, pp. 553-564, 2016.
- [22] Pang Z. H., Liu G. P., Zhou D. H., and Sun D. H., Design and performance analysis of networked predictive control systems based on input-output difference equation model, *International Journal of Control, Automation and Systems*, Vol. 15, no. 1, pp. 416-426, 2017.
- [۲۳] محمد رضا زاده ش.، میرزایی م. و میرزایی نژاد ح.، ارائه مدل مرجع جدید برای پایداری و فرمانپذیری خودرو جهت ردیابی توسط کنترل کننده غیرخطی زاویه فرمان چرخهای عقب، *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*، د. ۴۸، ش. ۳، ص ۲۷۱-۲۸۰، ۱۳۹۷.
- [۲۴] کاظمیان، امیر حسین، فولادی، مجید، دریجانی، حسین، بررسی اثر درجات آزادی سیستم تعلیق در کنترل غیرخطی پایداری و چرخش حول محور طولی خودرو با استفاده از کنترل کننده مد لغزشی *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*، د. ۴۸، ش. ۲، ص ۲۲۹-۲۳۹، ۱۳۹۷.
- [25] Yue M., An C. and Li Z., Constrained Adaptive Robust Trajectory Tracking for WIP Vehicles Using Model Predictive Control and Extended State Observer, in *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, vol. 48, no. 5, pp. 733-742, May 2018.
- [۲۶] نجاری ب.، میرزایی م.، طاحونی ا.، طراحی سیستم کنترل بهینه توزیع گشتاور با رویکرد پیش بین به منظور بهبود پایداری و کاهش مصرف انرژی در خودروی الکتریکی، *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*، د. ۴۹، ش. ۴، ص ۲۶۷-۲۵۷، ۱۳۹۸.
- [۲۷] کقیبادی ج.، رفعت‌نیا ص.، نورمحمدی ح. و ارباب میر م.، طراحی و پیاده‌سازی الگوریتم تخمین ارتفاع در ارتفاع‌سنج ترکیبی بارومتریک-اینرسی با استفاده از کنترل مدل پیش‌بین، *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*، د. ۴۸، ش. ۳، ص ۲۷۱-۲۸۰، ۱۳۹۷.
- [28] Zhang J. H., Sun W. C., and Feng Z. G., Vehicle Yaw Stability Control via H infinity gain scheduling, *Mechanical systems and signal processing*, Vol.106, pp. 62-75, 2018.
- [29] Hu C., Wang R. R., Yan F. J., and Chen N., Should the desired heading in path following of autonomous vehicles be the tangent direction of the desired path? *IEEE Trans. on Intelligent Transportation Systems*, Vol. 16, no. 6, pp. 3084-3094, 2015.
- [۳۰] خاکی صدیق ع.، باقری پ.، بررسی روش های تنظیم پارامترهای کنترل کننده های پیش بین و راهکارهای نوین تنظیم، *مجله کنترل*، جلد ۸، ش. ۳، ص ۸۸-۶۹، ۱۳۹۳.

حداکثر انحراف زاویه فرمان نسبت به مسیر مطلوب کمتر از ۳ درجه بوده است. پس از اتمام بخش منحنی مسیر، در نیمه انتهایی مسیر که مستقیم بوده است، خطای متغیرهای مسیر به سرعت سمت صفر همگرا شده و خروجی کنترل کننده قادر به انطباق حرکت خودرو به پروفیل مسیر مطلوب با سرعت مورد نظر بوده است.

۶- مراجع

- [1] Schjindel-de Nooij M., et al., Definition of necessary vehicle and infrastructure systems for automated driving, *European Commission, Tech. Rep. 2010/0064*, 2011.
- [2] Pohl J., Birk W., and Westervall L., A driver-distraction-based lane keeping assistance system, *J. Systems and Control Engineering*, vol. 221, pp. 541-552, 2007.
- [3] Kesting A., Treiber M., Schönhof M., Helbing D. Extending adaptive cruise control to adaptive driving strategies, *Transportation Research Record*, Vol. 2000 (1), pp. 16-24, 2007.
- [۴] کرمی محمدی ن.، آزادی ش.، و جزایری ع.، الگوریتم کنترل خودرو برای سامانه کروژ کنترل تطبیقی در ترافیک شهری، *مجله امیرکبیر (مهندسی مکانیک)*، د. ۴۴، ش. ۲، ص ۹۱-۸۳، ۱۳۹۱.
- [5] Gao HB, Cheng B, Wang JQ, et al., Object classification using CNN-based fusion of vision and lidar in autonomous vehicle environment. *IEEE Trans Ind Inform*, 14(9), pp. 4224-4231, 2018.
- [6] Zhang XY, Gao HB, Xue C, et al., Real-time vehicle detection and tracking using improved histogram of gradient features and Kalman filters. *Int J Adv Robot Syst*, Vol. 15(1), 2018.
- [7] Gao HB, Shi GY, Xie GT, et al., Car-following method based on inverse reinforcement learning for autonomous vehicle decision-making. *Int J Adv Robot Syst*, Vol 15(6), 2018.
- [8] Schwarting W, Alonso-Mora J, and Rus D. Planning and decision-making for autonomous vehicles. *Annu Rev Control Robot Auton Syst*, Vol. 1, pp. 187-210, 2018.
- [9] Li L, Lu YS, Wang RR, et al. A three-dimensional dynamic control framework of vehicle lateral stability and rollover prevention via active braking with MPC. *IEEE Trans Ind Electron*, Vol. 64(4), pp. 3389-3401, 2018.
- [10] Guo HY, Liu J, Cao DP, et al. Dual-envelop-oriented moving horizon path tracking control for fully automated vehicles. *Mechatronics*, Vol. 50, pp. 422-433, 2018.
- [11] Zong W., Zhang C., Wang Z., Zhu J. and Chen Q., "Architecture Design and Implementation of an Autonomous Vehicle," in *IEEE Access*, vol. 6, pp. 21956-21970, 2018.
- [12] Katrakazas C., Qudus M., Chen W-H., Deka L., Real-time motion planning methods for autonomous on-road driving: State-of-the-art and future research directions, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 60, pp. 416-442, 2015.
- [13] Li X. H., Sun Z. P., Cao D. P., Liu D. X., and He H. G., Development of a new integrated local trajectory planning and tracking control framework for autonomous ground vehicles, *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 87, pp. 118-137, 2017.
- [14] Zhu M., Chen H. Y., and Xiong G. M., "A model predictive speed tracking control approach for autonomous ground vehicles, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 87, pp. 138-152, 2017.
- [15] Leng Z. and Minor M. A., Curvature-based ground vehicle control of trailer path following considering sideslip and limited steering actuation, *IEEE Trans. on Intelligent Transportation Systems*, vol. 18, no. 2, pp. 332-348, 2017.
- [16] Hu C., Jing H., Wang R. R., Yan F. J., and Chadli M., Robust H infinity output-feedback control for path following of autonomous ground vehicles, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 70, pp. 414-427, 2016.