

اثر نسبت منظری بر فرآیند ذوب مواد تغییر فازدهنده غیرنیوتنی کارئو در فضای متخلخل بین دو لوله عمودی

دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، واحد دزفول، دانشگاه آزاد اسلامی، دزفول، ایران،
m.talebzadegan@iauhvaz.ac.ir
استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد دزفول، دانشگاه آزاد اسلامی، دزفول، ایران
استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام نور، ایران، moravej60@pnu.ac.ir
استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد دزفول، دانشگاه آزاد اسلامی، دزفول، ایران، e.assareh@gmail.com
استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه لرستان، خرم آباد، ایران،
m.izadi.mec@gmail.com

محسن طالب زادگان

مجتبی مروج*

احسان اله عصاره

محسن ایزدی

چکیده

در پژوهش حاضر، انتقال گرمای جابه‌جایی طبیعی در فرآیند ذوب یک ماده تغییر فازدهنده غیرنیوتنی کارئو در فضای بین دو استوانه عمودی هم مرکز در حضور محیط متخلخل، با روش آنتالپی تخلخل مورد بررسی قرار گرفت. ابتدا معادلات پیوستگی، ممنتوم و انرژی حاکم بر فرآیند ذوب سیال غیرنیوتنی استخراج گردید، سپس جهت بدست آوردن الگوی کلی در خصوص مدل‌سازی فرآیند ذوب معادلات مذکور به صورت بی‌بعد نشان داده شده‌اند. موضوع استقلال از حل شبکه محاسباتی مدل هندسی، جهت بررسی دقت محاسبات، نیز کنترل گردید. به منظور اعتبار سنجی نتایج ارائه شده، نتایج پژوهش حاضر با نتایج پژوهش‌های پیشین مقایسه گردید. نتایج به دست آمده به صورت نمودارهای تغییرات کسر حجمی مذاب بر حسب تغییر عدد استفان، شاخص توانی کارئو و ضریب تخلخل ارائه شده است. نتایج نشان داد که با افزایش نسبت منظری از ۰/۵ تا ۲ عدد ناسلت و سرعت افزایش ولی سرعت ذوب کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش عدد استفان و کاهش پارامتر تخلخل، سرعت ذوب افزایش می‌یابد. بعلاوه در محیط متخلخل تغییر شاخص کارئو تأثیری بر روی نرخ فرآیند ذوب ندارد.

واژه‌های کلیدی: سیال غیر نیوتنی کارئو، انتقال گرمای جابه‌جایی طبیعی، محیط متخلخل، فرآیند ذوب، مواد تغییر فاز دهنده.

Effect of Aspect Ratio On the Melting Process of Carreau Non-Newtonian Phase Change Material in the Porous Space Between Two Vertical Pipes

M. Talebzadegan

Department of Mechanical Engineering, Dezful Branch, Islamic Azad University, Dezful, Iran.

M. Moravej

Department of Mechanical Engineering, Dezful Branch, Islamic Azad University, Dezful, Iran
Department of Mechanical Engineering, Payame Noor University, Iran

E. Assareh

Department of Mechanical Engineering, Dezful Branch, Islamic Azad University, Dezful, Iran.

M. Izadi

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Lorestan University, Khorramabad, Iran

Abstract

In the current study using the enthalpy-porosity method, natural convection heat transfer in the melting process of Carreau non-Newtonian PCM was investigated in porous media within the space between two co-centric vertical cylinders. First, continuity, momentum and energy equations were developed for the non-Newtonian fluid melting process. Then to obtain a general pattern for modeling the melting process, the aforementioned equations in the dimensionless mode were presented. To assure the accuracy of calculation, this study also controlled for the independency grid of the geometric model. To check for the validity, the results of this study were compared with prior studies. The results were expressed in the form of graphs of changes in melting volume fraction according to the change in Stephan number, Carreau index and porosity coefficient. The results showed that by increasing the aspect ratio from 0.5 to 2, Nusselt number and velocity increase but the velocity of melting decreases. The melting rate also increases with increasing Stefan number as well as decreasing porosity parameter. In addition, in a porous medium a change in the carreau index has no effect on the melting process rate.

Keywords: Carreau non-Newtonian fluid, Natural convection heat transfer, Porous media, Melting process, Phase Change Material (PCM).

مربوط به انتقال گرما در این محیط‌ها خود به شاخه‌ای جدید تبدیل شده است. به عنوان نمونه کاربردی این موضوع می‌توان به مبدل‌های زبرزمینی برای ذخیره انرژی، بازیابی و کنترل دمای راکتورها، خنک‌کاری قطعات الکتریکی، انرژی‌های تجدیدپذیر خورشیدی، جریان خون درون شریان‌های پیچیده مویرگی، جریان هوای عبوری

۱- مقدمه

مکانیک حرکت سیال در یک محیط متخلخل برای بیش از یک قرن محققان را به خود مشغول کرده و در چند دهه گذشته مطالعات

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: moravej60@pnu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۹/۰۳/۳۰

تاریخ پذیرش: ۹۹/۰۷/۱۴

از مبدل‌های حرارتی فشرده و دامنه بسیار وسیعی از مسائل دیگری که با مجموعه‌های صنعتی و آکادمیکی در ارتباط هستند، اشاره نمود [۱]. تحقیقات نشان می‌دهد در برخی از سیالات همچون سوسپانسیون‌ها، امولسیون‌ها، چسب‌ها، کلونیدها و جریان خون، تنش برشی پدید آمده از طریق روابط غیرخطی تحلیل می‌گردد؛ لذا به این سیالات، سیالات غیرنیوتنی گفته می‌شود. در واقع، میان تنش برشی و گرادیان مرتبه اول سرعت رابطه خطی وجود ندارد؛ از این جهت، روابط مربوط به سیالات نیوتنی قادر به پیش‌بینی رفتار سیال نبوده و بدین منظور می‌بایست از مدل‌های غیرنیوتنی استفاده شود. از جمله پر کاربردترین مدل‌ها در تخمین رفتار سیالات غیرنیوتنی می‌توان به مدل توانی^۱، کارنو^۲، اسپرینگز^۳ اشاره نمود. بررسی جریان سیال غیرنیوتنی [۲-۵] عبوری از محیط‌های متخلخل [۶-۹] طبیعی و صنعتی همچون بسترهای شاره‌ای، مواد فیبری، تصفیه سازه‌های صنایع شیمیایی و نفتی به علت ساختار منحصربه‌فرد و اهمیت کاربرد آنها برای مهندسی و دانشمندان بسیار قابل توجه می‌باشد. کومار و همکاران [۱۰] به مطالعه عددی انتقال گرمای جابجایی طبیعی سیال در فضای میان دو استوانه عمودی پرداختند. آنها مشاهده نمودند که با افزایش نسبت قطر، عدد ناسلت افزایش می‌یابد و با افزایش نسبت منظری انتقال گرمای کاهش می‌یابد. وو و همکاران [۱۱] به مدل‌سازی عددی فرآیند ذوب مواد تغییر فاز دهنده نیوتنی در فضای بین دو لوله هم مرکز در حضور محیط متخلخل پرداختند. نتایج نشان داد که با استفاده از محیط متخلخل سرعت ذوب تا ۷ برابر می‌تواند افزایش پیدا کند. دو و همکاران [۱۲] به بررسی اثر تغییر مقدار ضریب تخلخل بر روی فرآیند ذوب سدیم-نیترات در محیط متخلخل از جنس مس پرداختند. نتایج نشان داد که با افزایش مقدار ضریب تخلخل سرعت انتقال گرمای افزایش می‌یابد. فرامرز طلعتی و همکاران [۱۳] به بررسی جریان سیال غیر نیوتنی در رژیم آرام حول یک سیلندر دوار پرداختند. آنها دریافتند که با افزایش عدد رینولدز و کاهش ضریب توان غیر نیوتنی انتقال گرمای افزایش می‌یابد. امین امیری دلویی و همکاران [۱۴] به مطالعه عددی جریان سیال غیر نیوتنی کاریو-یاسودا بر روی مانع دایروی در یک کانال دو بعدی با استفاده از روش شبکه بولتزمن پرداختند. آنها دریافتند که با کاهش اندیس توانی مدل غیر نیوتنی کارنو عدد ناسلت متوسط حول سیلندر افزایش می‌یابد. امین امیری دلویی و همکاران [۱۵] جریان سیال غیرنیوتنی با لزجت وابسته به دما از روی یک سیلندر مربعی غیر همدم را با استفاده از روش شبکه بولتزمن بررسی نمودند. نتایج نشان داد که با افزایش شاخص باریک شونده‌گی دمایی عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. سیاوشی و همکاران [۱۶] به مطالعه عددی انتقال گرمای جابجایی طبیعی نانو سیال غیرنیوتنی در یک محفظه مکعبی پر شده از ماده متخلخل حول یک سیلندر در حال چرخش در مرکز محفظه پرداختند. آنها دریافتند که مقدار و جهت سرعت

زاویه‌ای استوانه بر روی میزان انتقال گرما تأثیرگذار است. حاجی غفوری‌بوکانی و همکاران [۱۷] به بررسی عددی تأثیر نسبت منظری و کسر حجمی نانو ذرات بر روی فرآیند ذوب نانو ماده تغییر فازدهنده در یک محفظه بیضی شکل پرداختند. جنس ماده تغییر فازدهنده پارافین اکتادکان و جنس نانو ذرات از مس انتخاب گردید. جهت انجام فرآیند ذوب از یک شار گرمایی ثابت به مقدار 250 W/m^2 در مجاورت سطح محفظه و در تماس با نانوماده استفاده شد. جهت مدل‌سازی فرآیند ذوب روش آنتالپی-تخلخل انتخاب گردید. نتایج نشان داد که بیشترین و کمترین مقدار نرخ ذوب به ترتیب برای نسبت منظری $AR=2$ و $AR=1$ رخ می‌دهد. قلمباز و همکاران [۱۸] به مطالعه عددی انتقال گرما در فرآیند ذوب یک نانوماده غیرنیوتنی در یک محفظه مکعبی که تحت زاویه با محور افقی قرار داشت، پرداختند. جنس سیال پایه از اکتادکان و نانو ذرات از جنس سیلیکا انتخاب گردید. در پژوهش آنها [۱۸] از روش مش متحرک جهت مدل‌سازی فرآیند ذوب استفاده شد. آنها [۱۸] اثر تغییرات کسر جرمی نانو ذرات و همچنین تغییرات زاویه قرارگیری محفظه را بر روی فرآیند ذوب بررسی نمودند. نتایج نشان داد که افزودن نانو ذرات اگر چه باعث افزایش انتقال گرمای رسانی می‌شود ولی به دلیل افزایش لزجت مایع، باعث کاهش فرآیند انتقال گرما در حین تغییر فاز می‌شوند. آنها دریافتند که قرارگیری محفظه در زاویه 75° - درجه موجب کاهش میزان انتقال گرما تا حدود ۸۰ درصد می‌شود. مهربان و همکاران [۱۹] به مطالعه عددی انتقال گرما یک نانوسیال تغییر فازدهنده غیرنیوتنی قانون توانی در فضای بین دو استوانه عمودی هم‌محور پرداختند. جهت مدل‌سازی فرآیند ذوب از روش مش متحرک استفاده گردید. اثر کسر حجمی نانو ذرات، نسبت منظری و عدد فوریه بر روی فرآیند ذوب بررسی گردید. نتایج نشان داد که افزودن نانو ذرات به ماده تغییر فاز دهنده باعث کاهش شدت فرآیند ذوب و همچنین کاهش عدد ناسلت متوسط می‌گردد. ون‌کاتادری و همکاران [۲۰] به بررسی عددی فرآیند ذوب یک نانوسیال هیدرودینامیک مغناطیسی بر روی یک صفحه نفوذپذیر با قابلیت کشیده شدن و جمع شدن و همچنین، متأثر از انتقال گرمای تابشی، پرداختند. در این پژوهش [۲۰] از مدل گسترش یافته بونجیورنو برای مدل‌سازی اثرات حرکت براونی و ترموفوروسیس استفاده گردید. نتایج نشان می‌دهد با افزایش قدرت میدان مغناطیسی و عدد هارتمن، دما و سرعت به ترتیب، افزایش و کاهش می‌یابند. همچنین، افزایش قدرت تابشی باعث افزایش دما و کاهش شتاب جریان می‌گردد. بعلاوه، با افزایش عدد هارتمن، نرخ انتقال گرما و انتقال جرم کاهش خواهند یافت.

۲- مبانی و روش‌ها

۲-۱- مدل هندسی

مطابق با شکل‌های ۱ و ۲، دو لوله عمودی هم مرکز مد نظر قرار گرفته که در فضای میانی آنها از فوم مسی به عنوان محیط متخلخل استفاده شده است. شعاع بیرونی T_o و شعاع داخلی T_i می‌باشد. حال آنکه، سطح لوله داخلی در دمای گرم T_h و سطح لوله بیرونی در دمای سرد T_c به صورت دما ثابت در نظر گرفته شده‌اند. ماده تغییر فازدهنده

1 Power Law
2 Carreau
3 Springs

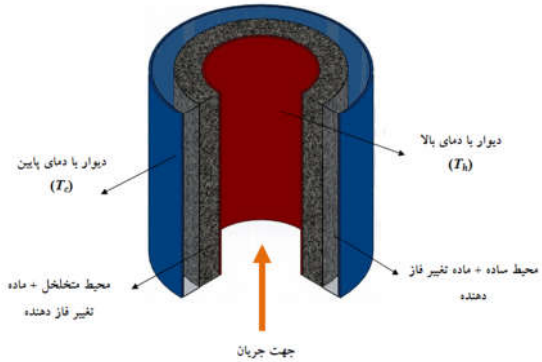
معادلات پیوستگی، مومنوم (در راستای افقی و عمودی) و انرژی بوده که به شکل بی بعد در قالب معادلات (۱) تا (۴) و در مختصات استوانه‌ای به صورت ذیل بیان می‌شود:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(nu)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

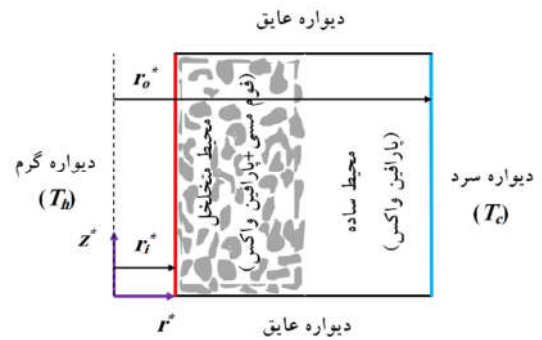
$$\frac{\rho_{pcm}}{\varepsilon} \frac{\partial u}{\partial Fo} + \frac{\rho_{pcm}}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial r} \left(u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\text{Pr}}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \left((1 + A_m(1 - \varphi(\theta))) \left[1 + (\lambda\gamma)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \right)}{\partial r} \right) + \frac{\text{Pr}}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \left((1 + A_m(1 - \varphi(\theta))) \left[1 + (\lambda\gamma)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \right)}{\partial z} \right) - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{u}{r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \frac{\text{Pr}}{\text{Da}} \left((1 + A_m(1 - \varphi(\theta))) \left[1 + (\lambda\gamma)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \right) u + s(\theta) u \quad (2)$$

$$\frac{\rho_{pcm}}{\varepsilon} \frac{\partial w}{\partial Fo} + \frac{\rho_{pcm}}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial r} \left(u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\text{Pr}}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \left((1 + A_m(1 - \varphi(\theta))) \left[1 + (\lambda\gamma)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \right)}{\partial r} \right) + \frac{\text{Pr}}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \left((1 + A_m(1 - \varphi(\theta))) \left[1 + (\lambda\gamma)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \right)}{\partial z} \right) - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \frac{\text{Pr}}{\text{Da}} \left((1 + A_m(1 - \varphi(\theta))) \left[1 + (\lambda\gamma)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \right) w + s(\theta) w + Ra \cdot \text{Pr} \cdot \theta \quad (3)$$

پارافین واکس در ابتدا به صورت جامد بوده و انتقال گرما از طریق لوله گرم داخلی، منجر به ذوب این ماده خواهد شد. انتقال گرما به روش جابجایی طبیعی و در رژیم لایه‌ای قرار می‌گیرد. ضمن اینکه، پارافین واکس مذاب، به عنوان یک سیال غیرنیوتنی رفتار می‌کند. خواص فیزیکی ماده تغییرفازدهنده و محیط متخلخل در جدول ۱ ارائه شده است.



شکل ۱- طرحواره مدل فیزیکی



شکل ۲- نمای دو بعدی مدل فیزیکی

جدول ۱- خصوصیات ماده تغییر فازدهنده و محیط متخلخل

| مس | پارافین واکس | مشخصه | خصوصیت |
|------|--------------------|-------------------------------|---------------------|
| ۸۹۶۰ | ۸۸۰ | ρ_s [Kg/m ³] | چگالی ماده جامد |
| | ۷۶۰ | ρ_f [Kg/m ³] | چگالی ماده مذاب |
| --- | 6×10^{-4} | β [1/K] | ضریب انبساط حجمی |
| --- | ۳۱۸-۳۲۴ | T_f [K] | دمای نقطه ذوب |
| ۴۰۱ | ۰/۲ | k [w/m.k] | ضریب رسانایی گرمایی |
| --- | ۱۶۸ | L_f [kJ/kg] | گرمای نهان |
| ۳۸۱ | ۲۰۰۰ | C_p [J/kg.K] | گرمای ویژه |

۲-۲- معادلات حاکم

برای مدل‌سازی فرآیند ذوب سیال غیرنیوتنی پارافین واکس در فضای بین دو لوله عمودی هم مرکز از روش آنتالپی تخلخل استفاده شده است. همچنین از مدل دارسی- برینکمن برای نیمه متخلخل سمت چپ استفاده گردید. معادلات حاکم بر مسأله به طور کلی شامل

اساس این مدل لزجت دینامیکی به صورت تابعی از نرخ کرنش به صورت ذیل بیان گردیده است.

$$\frac{\mu(\gamma) - \mu_\infty}{\mu(\varphi) - \mu_\infty} = \left[1 + (\lambda\gamma)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \quad (۸)$$

برای سیال مذاب فرض می‌شود که $\mu_\infty \ll \mu(\varphi)$ و $\mu_\infty/\mu(\varphi) \rightarrow 0$ بنابراین رابطه (۸) را می‌توان به صورت ذیل نوشت [۲۱]:

$$\mu(\gamma) = \mu(\varphi) \left[1 + (\lambda\gamma)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \quad (۹)$$

همچنین، $\mu(\varphi)$ در رابطه بالا را می‌توان به صورت ذیل نوشت:

$$\mu(\varphi) = \mu_{pcm} (1 + A_m (1 - \varphi(\theta))) \quad (۱۰)$$

در معادلات بالا پارامترهای $\lambda, \mu_0, \mu_\infty, \varphi$ و n به ترتیب بیانگر کسر حجمی ذوب، لزجت بی نهایت، لزجت اولیه، پارامتر زمانی مدل کارنو و شاخص کارنو می‌باشند. برای سیالات نیوتنی مقدار شاخص کارنو برابر یک می‌باشد. زمانی که شاخص کارنو به مقداری کمتر از مقدار یک می‌رسد رفتار سیال غیرنیوتنی به سمت سیال شبه پلاستیک (سیالات باریک شونده) متمایل می‌شود. از طرف دیگر زمانی که مقدار شاخص کارنو بیشتر از مقدار ۱ می‌شود رفتار سیال غیرنیوتنی به سمت سیال دیلاتانت سوق می‌نماید. در سیالات غیرنیوتنی شبه پلاستیک با افزایش نرخ کرنش لزجت ظاهری کاهش می‌یابد در حالی که در سیالات غیرنیوتنی دیلاتانت با افزایش نرخ کرنش لزجت ظاهری افزایش می‌یابد. با توجه به هندسه مسئله شرایط اولیه و مرزی برای معادلات (۳) و (۴) به صورت ذیل بیان می‌شوند:

$$u(r, z, 0) = 0, w(r, z, 0) = 0 \quad \text{and } \theta(r, z, 0) = \theta_{int} \quad (۱۱)$$

$$u(r_i, z, Fo) = 0, w(r_i, z, Fo) = 0 \quad \text{and } \theta(r_i, z, Fo) = 1 \quad (۱۲)$$

$$u(r_o, z, Fo) = 0, w(r_o, z, Fo) = 0 \quad \text{and } \theta(r_o, z, Fo) = 0 \quad (۱۳)$$

$$u(r_i \leq r \leq r_o, 0, Fo) = 0, w(r_i \leq r \leq r_o, 0, Fo) = 0 \quad \text{and } \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{(r_i \leq r \leq r_o, 0, Fo)} = 0 \quad (۱۴)$$

$$u(r_i \leq r \leq r_o, L, Fo) = 0, w(r_i \leq r \leq r_o, L, Fo) = 0 \quad \text{and } \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{(r_i \leq r \leq r_o, L, Fo)} = 0 \quad (۱۵)$$

۳- حل معادلات حاکم

در این پژوهش برای حل معادلات حاکم و شرایط اولیه و مرزی متناسب با آنها از روش المان محدود استفاده شده است. لذا، معادلات

$$\frac{\partial \theta}{\partial Fo} + \frac{(\rho c p)_{pcm}}{(\rho c p)_{eff}} \left(u \frac{\partial \theta}{\partial r} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \varepsilon \frac{(\rho c p)_{pcm}}{(\rho c p)_{eff}} \frac{1}{Ste} \frac{\partial \varphi(\theta)}{\partial Fo} = \frac{\alpha_{eff}}{\alpha_{pcm}} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \quad (۴)$$

$$\frac{\alpha_{eff}}{\alpha_{pcm}} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right)$$

در روابط بالا کسر حجمی مذاب، ظرفیت گرمایی ویژه موثر، رسانایی گرمایی موثر و پخشندگی گرمای موثر به صورت روابط ذیل نشان داده می‌شوند:

$$\varphi(\theta) = \begin{cases} 0 & \theta < 0 \\ \frac{\theta}{\Delta\theta} & 0 < \theta < \Delta\theta \\ 1 & \theta > \Delta\theta \end{cases} \quad (۵)$$

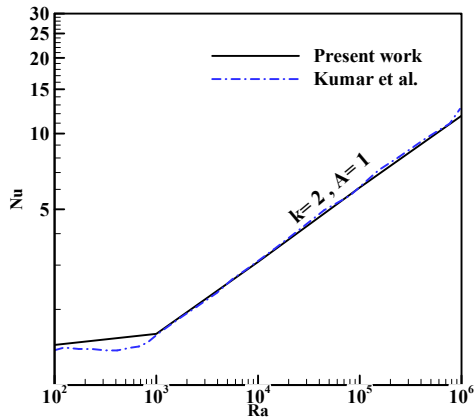
$$\begin{aligned} (\rho c p)_{eff} &= (1 - \varepsilon)(\rho c p)_{porous} + \varepsilon(\rho c p)_{pcm} \\ K_{eff} &= (1 - \varepsilon)K_{porous} + \varepsilon K_{pcm} \\ \alpha_{eff} &= (1 - \varepsilon)\alpha_{porous} + \varepsilon\alpha_{pcm} \end{aligned} \quad (۶)$$

همچنین در معادلات حاکم بی بعد (۱) تا (۴) اعداد بی بعد به صورت ذیل تعریف می‌گردد:

$$\begin{aligned} r &= \frac{r^*}{(r_o - r_i)}, z = \frac{z^*}{(r_o - r_i)}, u = \frac{u^* (r_o - r_i)}{\alpha} \\ Fo &= \frac{t\alpha}{(r_o - r_i)^2}, w = \frac{w^* (r_o - r_i)}{\alpha}, \theta = \frac{T - T_f}{T_h - T_f} \\ p &= \frac{p^* (r_o - r_i)^2}{\rho\alpha^2}, \gamma = \frac{\gamma^* (r_o - r_i)^2}{\alpha} \\ \lambda &= \frac{\lambda^* \alpha}{(r_o - r_i)^2}, Pr = \frac{\nu_{pcm}}{\alpha_{pcm}} \\ Ra &= \frac{g\beta_{pcm}\Delta T (r_o - r_i)^3}{\nu_{pcm}\alpha_{pcm}}, Da = \frac{k}{(r_o - r_i)^2} \\ Ste &= \frac{Cp_{pcm}(T_h - T_f)}{L_f}, S(\theta) = -A_{mushy} \frac{(1 - \varphi(\theta))^2}{\varphi^3(\theta) + \varepsilon_p} \end{aligned} \quad (۷)$$

در رابطه (۷)، پارامترهای $r, z, u, w, \theta, \varphi, Fo, p, Pr, Da, Ra, Ste, S(\theta)$ به ترتیب بیانگر پارامترهای بی بعد مولفه شعاعی مکان، مولفه عمودی مکان، سرعت در راستای شعاعی، سرعت در راستای عمودی، دما، زمان، فشار، پراتنل، رایلی، دارسی، استفان و جمله بی بعد برآمده از معادله کارمن-کازنی می‌باشد. برای بررسی رفتار سیال غیرنیوتنی پارافین واکس از مدل غیرنیوتنی کارنو استفاده شده است. بر

انتقال گرمای جابجایی طبیعی، نتایج حل عددی پژوهش حاضر با نتایج عددی مقاله کومار [۱۰] مقایسه شد. در این مطالعه عدد بی بعد رایلی، نسبت قطر و نسبت منظری به ترتیب برابر با $10^6 < Ra_1 < 1$ ، $1 < k < 15$ ، $10 < A < 3$ است. آهنگ انتقال گرمای متوسط برای مقادیر مختلف عدد رایلی در شکل ۳ نشان داده شده است. نتایج نشان داده شده در شکل ۳، توافق بسیار خوبی را میان نتایج حل عددی حاضر و نتایج گزارش داده شده در مقاله کومار [۱۰] بیان می‌نماید.



شکل ۳- مقدار انتقال گرمای متوسط برای نسبت منظری $A=1$ و نسبت قطر $k=2$ [۱۰]

مربوط به ماده تغییر فازدهنده و محیط متخلخل، هر یک با هم کوپل و به طور همزمان به کمک نرم افزار Comsol حل شده‌اند. باقیمانده‌های غیرخطی مربوط به معادلات حاکم و شرایط اولیه و مرزی مرتبط با آنها تعیین گشته‌اند. فرآیند حل به طور متوسط تا مرتبه 10^{-5} ادامه یافته است.

۳-۱- بررسی استقلال از شبکه

به منظور بررسی استقلال حل از اندازه شبکه محاسباتی پنج اندازه شبکه مختلف مورد بررسی قرار گرفت و از یک سیستم کامپیوتری با ۴ هسته و رم ۸ گیگا بایت برای ارزیابی آنها بهره گرفته شد. به ازای مقادیر پیش فرض اعداد رایلی، استفان، دارسی، ضریب تخلخل، شاخص کارنو و پرانتل به ترتیب برابر با 5000 ، 0.02 ، 10^{-3} ، 0.05 ، 0.18 و 0.5 ، درصد خطای برای عدد ناسلت و کسر ذوب ماده تغییر فازدهنده، بدست آمده‌اند. همچنین نسبت منظری به صورت پیش فرض برابر با ۱ در نظر گرفته شده است. چنان چه در جدول ۲ مشاهده می‌شود، در عموم نتایج، کمترین میزان خطا در شبکه چهارم با تعداد المان ۲۳۱۰۰ المان انتخاب شده است. زمان حل مسأله برای این اندازه شبکه ۴۷ ساعت و ۱۶ دقیقه بطول انجامید.

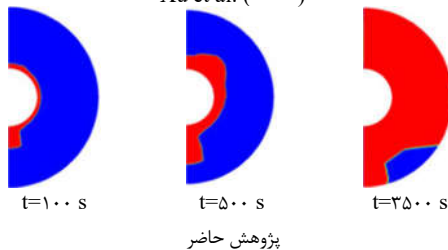
۴- اعتبار سنجی

به منظور تعیین صحت و سقم نتایج حاصل شده در پژوهش حاضر، ابتدا می‌بایست مقایسه‌هایی با نتایج تحقیقات و مطالعات معتبر پیشین صورت پذیرد. در اولین مقایسه، به منظور اعتبارسنجی هندسه و

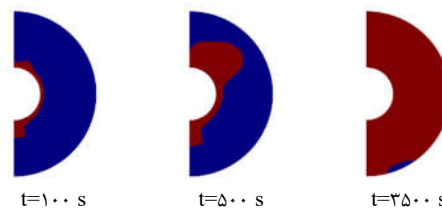
جدول ۲- نتایج بررسی استقلال حل از اندازه شبکه محاسباتی

| تعداد المان | زمان حل | درصد خطای کسر حجمی مذاب (%) | | | درصد خطای عدد ناسلت (%) | | |
|-------------|--------------------|-----------------------------|--------|--------|-------------------------|--------|--------|
| | | Fo = 0.005 | Fo = 2 | Fo = 5 | Fo = 0.005 | Fo = 2 | Fo = 5 |
| ۲۷۰۰ | ۲ ساعت و ۱۵ دقیقه | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ۵۹۲۵ | ۴ ساعت و ۴۳ دقیقه | ۱/۹۸ | ۰/۱۴ | ۰/۲۹ | ۲۰/۹۴ | ۲/۳۵ | ۳/۶۸ |
| ۱۰۴۰۰ | ۱۰ ساعت و ۴۲ دقیقه | ۰/۰۶ | ۰/۴۷ | ۰/۲۳ | ۲/۶۷ | ۰/۸۲ | ۱/۹۸ |
| ۲۳۱۰۰ | ۴۷ ساعت و ۱۶ دقیقه | ۰/۰۷ | ۰/۴۱ | ۰/۲۵ | ۷/۴۹ | ۰/۵۳ | ۰/۶۳ |
| ۳۱۳۲۵ | ۸۴ ساعت و ۹ دقیقه | ۱/۵۹ | ۰/۴۶ | ۰/۲۹ | ۳۷/۷۶ | ۰ | ۰/۸۵ |

Xu et al. (۲۰۱۸)



به عنوان دومین اعتبارسنجی، مطالعه عددی ژو و همکاران [۲۲]، مورد توجه می‌باشد و مقایسه‌هایی با پژوهش آنها (ژو و همکاران؛ ۲۰۱۸) انجام شده است. در پژوهش ژو و همکاران [۲۲] برشی از مقطع عرضی دو لوله هم مرکز در نظر گرفته شده است. قسمتی از فضای میان دو لوله، متخلخل بوده که شامل یک قطاع 30° درجه با ضریب تخلخل 0.18 می‌باشد. جنس ماده تغییر فازدهنده و ماتریس جامد متخلخل به ترتیب از لیتیم کربنات و مس تشکیل شده‌اند. ضمن اینکه شرایط تعادل گرمایی میان ماده تغییر فازدهنده و ماتریس جامد متخلخل برقرار بوده است. سطح لوله داخلی در دمای بالاتر و سطح لوله بیرونی در دمای پایین‌تری در نظر گرفته شده است. مقایسه‌ها برای الگوی ذوب لیتیم کربنات و به ازای زمان‌های 100 s ، 500 s و 3500 s انجام گردید. مقایسه‌های موجود در شکل ۴ انطباق مناسبی میان نتایج پژوهش حاضر و پژوهش ژو و همکاران [۲۲] را نشان می‌دهد.



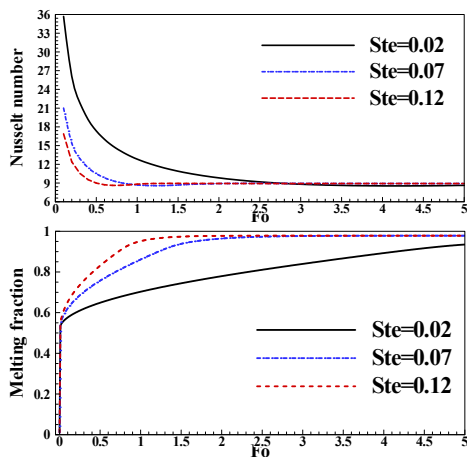
شکل ۴- حذف کسر حجمی مذاب در حالت محیط متخلخل کامل (نمونه III) و نتایج بدست آمده توسط ژو و همکاران [۲۲]

۵- نتایج

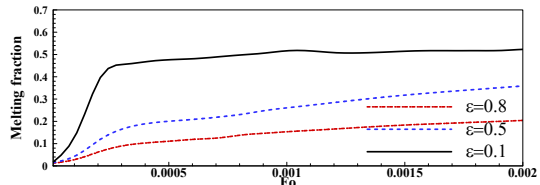
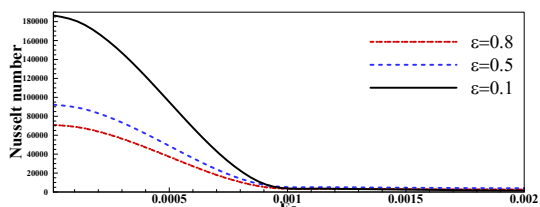
در این بخش از پژوهش حاضر، به نمایش نتایج و بحث پیرامون آنها پرداخته شده است. در ابتدا، اثرات پارامترهایی همچون، شاخص کارنو، نمودار تنش برشی بر حسب نرخ کرنش برشی، عدد استفان و ضریب تخلخل بر آهنگ انتقال گرما و کسر ذوب ماده تغییر فازدهنده ارزیابی شده‌اند. چنانچه در شکل های ۵، ۶ و ۷ نشان داده شده در بازه زمانی بی‌بعد صفر تا ۵، عدد ناسلت متوسط همواره روند کاهشی و کسر ذوب ماده تغییر فازدهنده روند افزایشی داشته است. در زمان‌های ابتدایی گرادیان دمایی شدیدی میان ماده تغییر فازدهنده و دیواره گرم سمت چپ ایجاد می‌شود. اما با گذشت زمان و ذوب شدن ماده مذکور، جبهه ذوب پیشروی کرده و از مجاورت دیواره گرم فاصله می‌گیرد. گرادیان‌های دمایی نیز با فاصله گرفتن ماده تغییر فازدهنده از دیواره، به تعادل گرمایی میل می‌یابند. از این رو، با گذشت زمان از صفر تا ۵، آهنگ انتقال گرما روند کاهشی و میزان پیشروی جبهه ذوب روندی افزایشی داشته است. همان‌طور که در شکل ۵-الف مشاهده می‌شود، اثر تغییرات شاخص کارنو بر عدد ناسلت متوسط و کسر ذوب ماده تغییر فازدهنده بر حسب زمان بی‌بعد نشان داده شده است. تغییرات این پارامتر در زمان‌های بی‌بعد ابتدایی ناچیز بوده اما با گذشت زمان این تغییرات به بیشترین مقدار خود رسیده‌اند. در واقع، حضور پارافین واکس غیرنیوتنی ($n \neq 1$) در فوم مسی نسبت به پارافین واکس نیوتنی ($n=1$)، تفاوت محسوسی را برای آهنگ انتقال گرما و کسر ذوب ماده تغییر فازدهنده، ایجاد نمی‌کند. چرا که مُد انتقال گرما حاکم در محیط متخلخل از نوع رسانش می‌باشد و دامنه حرکتی ماده تغییر فازدهنده مذاب را نیز کاهش می‌دهد. از طرف دیگر، وقتی جبهه ذوب از محیط متخلخل خارج و به محیط ساده وارد می‌شود، مد انتقال گرمای حاکم از رسانش به جابجایی طبیعی تغییر می‌یابد و همچنین، درجه آزادی سیال مذاب بیشتر و محسوس‌تر خواهد بود. از این‌رو، آهنگ انتقال گرما و کسر ذوب ماده تغییر فازدهنده نیز تحت تأثیر شاخص کارنو قرار گرفته‌اند. همچنین عدد ناسلت متوسط و کسر ذوب ماده تغییر فازدهنده به ازای سیال غیرنیوتنی شبه‌پلاستیک (نازک شونده)، دارای وضعیت بهتری نسبت به سیال نیوتنی و دیلاتنت است. نمودار تغییرات تنش برشی بر حسب نرخ کرنش برشی در بازه زمانی بی‌بعد متناظر صفر تا ۵ در شکل ۵-ب نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است سیال نیوتنی ($n=1$)، غیرنیوتنی نازک‌شونده ($n=0/8$) و غیرنیوتنی ضخیم‌شونده ($n=1/2$) در همان زمان اولیه دارای مقادیر تنش برشی بالایی هستند. نوسان ایجاد شده در هر یک از منحنی‌ها به علت خروج

سیال مذاب از محیط متخلخل و ورود آن به محیط ساده است. با گذشت زمان و با پیشروی جبهه ذوب، فضای حرکتی سیال بیشتر شده، امکان ایجاد کرنش برشی، بیشتر و در عوض تنش‌های برشی کمتری تشکیل می‌شود. علاوه بر این، سیال نازک‌شونده با کمترین لزجت نسبت به دو سیال نیوتنی و ضخیم‌شونده، نرخ کرنش برشی بیشتری نسبت به این دو سیال دیگر دارد. شکل ۶، تأثیر عدد استفان بر عدد ناسلت و کسر ذوب در بازه زمانی بی‌بعد صفر تا ۵ را نشان می‌دهد. هر چه عدد استفان دارای مقادیر بالاتری باشد، اختلاف دمایی بیشتری میان دیواره گرم و دمایی نقطه ذوب ماده تغییر فازدهنده بوجود خواهد آمد. در واقع، دمایی نقطه ذوب ماده تغییر فازدهنده ثابت اما دمایی دیواره گرم افزایش می‌یابد. لذا، هم گرادیان دمایی و هم کسر ذوب به ازای مقادیر بالای عدد استفان دارای مقادیر بالایی هستند. ذکر این نکته حائز اهمیت است که در زمان‌های ابتدایی عدد ناسلت به ازای مقدار بالای عدد استفان دارای مقدار کمتری می‌باشد. در واقع، گرادیان دمایی ایجاد شده در زمان ابتدایی صفر به ازای عدد استفان بالا، بسیار شدید بوده، از این رو، در زمان‌های ابتدایی نشان داده شده در شکل ۶، سریع‌تر به تعادل گرمایی رسیده و نسبت به دو منحنی دیگر، دارای مقدار کمتری است (زمان اولیه صفر که در آن عدد ناسلت برای بیشترین مقدار عدد استفان، دارای مقدار بیشینه است، نشان داده نشده است)؛ حال آنکه در آخرین زمان‌ها، عدد ناسلت به ازای مقدار بالای عدد استفان دارای مقدار بیشتری می‌باشد. اثر ضریب تخلخل بر عدد ناسلت و کسر ذوب ماده تغییر فازدهنده در شکل ۷، به تصویر درآمده است. افزایش ضریب تخلخل، سبب تبدیل محیط متخلخل به یک محیط ساده با فضاهای خالی وافر، می‌شود و از آنجایی که در این پژوهش، فوم مسی جنس محیط متخلخل را تشکیل می‌دهد، هرچه سهم ماتریس جامد متخلخل کاهش می‌یابد، مُد انتقال گرمای رسانشی نیز ضعیف‌تر و مُد انتقال گرمای جابجایی تقویت می‌شود. از این رو، با افزایش ضریب تخلخل، هم نرخ انتقال گرما و هم کسر ذوب ماده تغییر فازدهنده تضعیف شده‌اند. لازم به ذکر است که اثر افزایش و یا کاهش ماتریس جامد متخلخل بر عدد ناسلت متوسط، بیشتر در زمان‌های ابتدایی محسوس می‌باشد و در زمان‌های بعدی و با دور شدن جبهه ذوب از مجاورت دیواره گرم، تغییرات سهم ماتریس جامد متخلخل، اثر چندانی بر عدد ناسلت متوسط نخواهد داشت و هر سه منحنی بسیار به یکدیگر نزدیک شده‌اند. در عوض، جبهه ذوب همواره در تمام زمان‌ها تابعی از سهم ماتریس جامد متخلخل می‌باشد.

شکل‌های ۸ و ۹، اثر نسبت منظری بر خطوط دماثابت، خطوط جریان و کسر ذوب ماده تغییر فازدهنده پارافین واکس غیرنیوتنی را نشان می‌دهند. مطابق با شکل ۸، با افزایش نسبت منظری، سهم دیواره‌های سرد و گرم نیز بیشتر شده است. این افزایش به ایجاد گرادیان‌های حرارتی بیشتر میان این دو دیواره ختم می‌شود. بنابراین، از نسبت منظری ۵/۰ به ۲ مقدار عدد ناسلت متوسط بهبود یافته است. همچنین، تقویت گرادیان‌های دمایی سبب ایجاد سیال غیرنیوتنی مذاب با سرعت گردشی بالاتر خواهد شد که این امر فشرده شدن خطوط جریان از نسبت منظری ۵/۰ به ۲ را در تصاویر ۹ به وضوح نشان می‌دهد. از طرف دیگر، افزایش سهم دیواره‌های سرد و گرم و به عبارتی بزرگ‌تر بودن دیواره‌های عمودی نسبت به دیواره‌های افقی عایق، سبب ایجاد چالش حرارتی بیشتر میان دو دیواره و ایجاد مقاومت

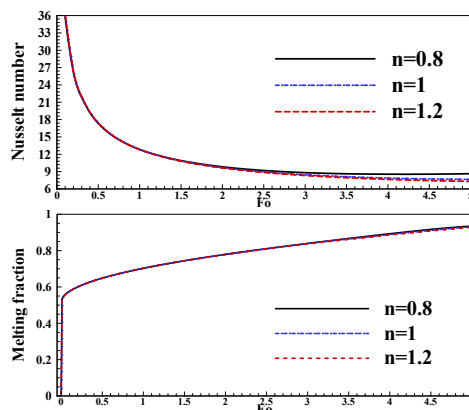


شکل ۶- نمودار کسر حجمی مذاب بر حسب عدد فوریه در مقادیر مختلف عدد استفان.

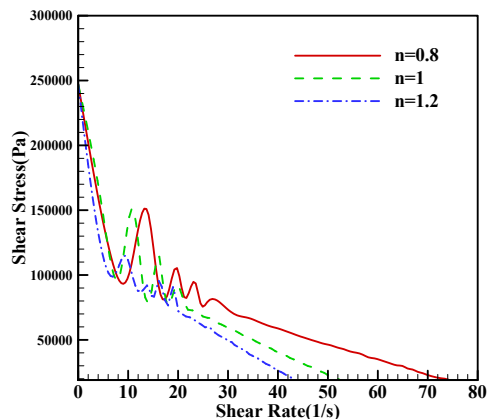


شکل ۷- نمودار کسر حجمی مذاب بر حسب عدد فوریه در مقادیر مختلف ضریب تخلخل

بیشتر ماده تغییر فازدهنده در برابر ذوب می‌شود و در نهایت میزان پیشروی جبهه ذوب را کند می‌کند. به عبارت دیگر، شرایط ذوب پارافین واکس غیرنیوتنی، به ازای نسبت منظری بالاتر، به طور دشوارتری فراهم خواهد شد. از این رو، فرآیند ذوب ماده تغییر فازدهنده در نسبت منظری برابر با ۲ در مقایسه با نسبت‌های منظری ۱ و ۵/۰ دیرتر به وقوع می‌پیوندد.

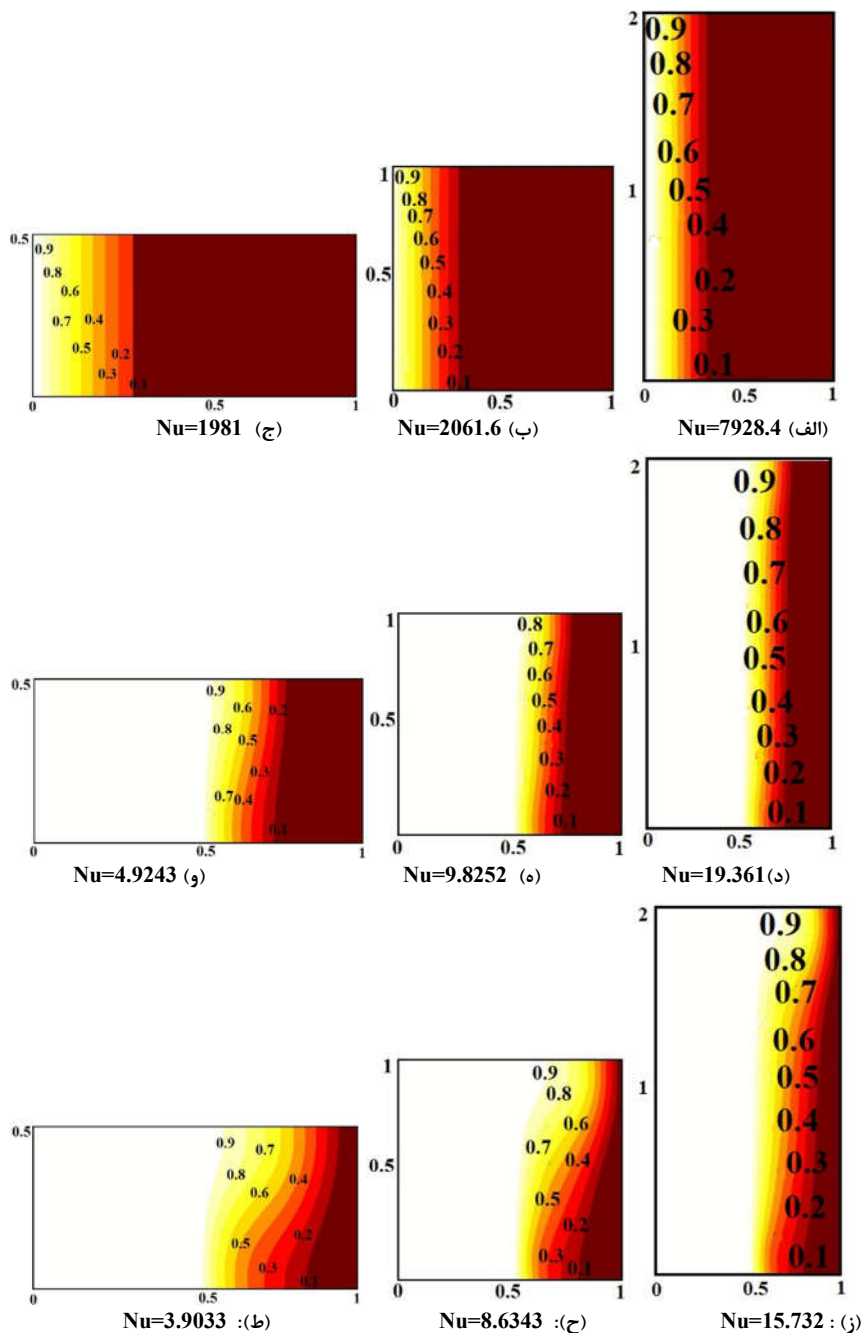


شکل ۵- الف

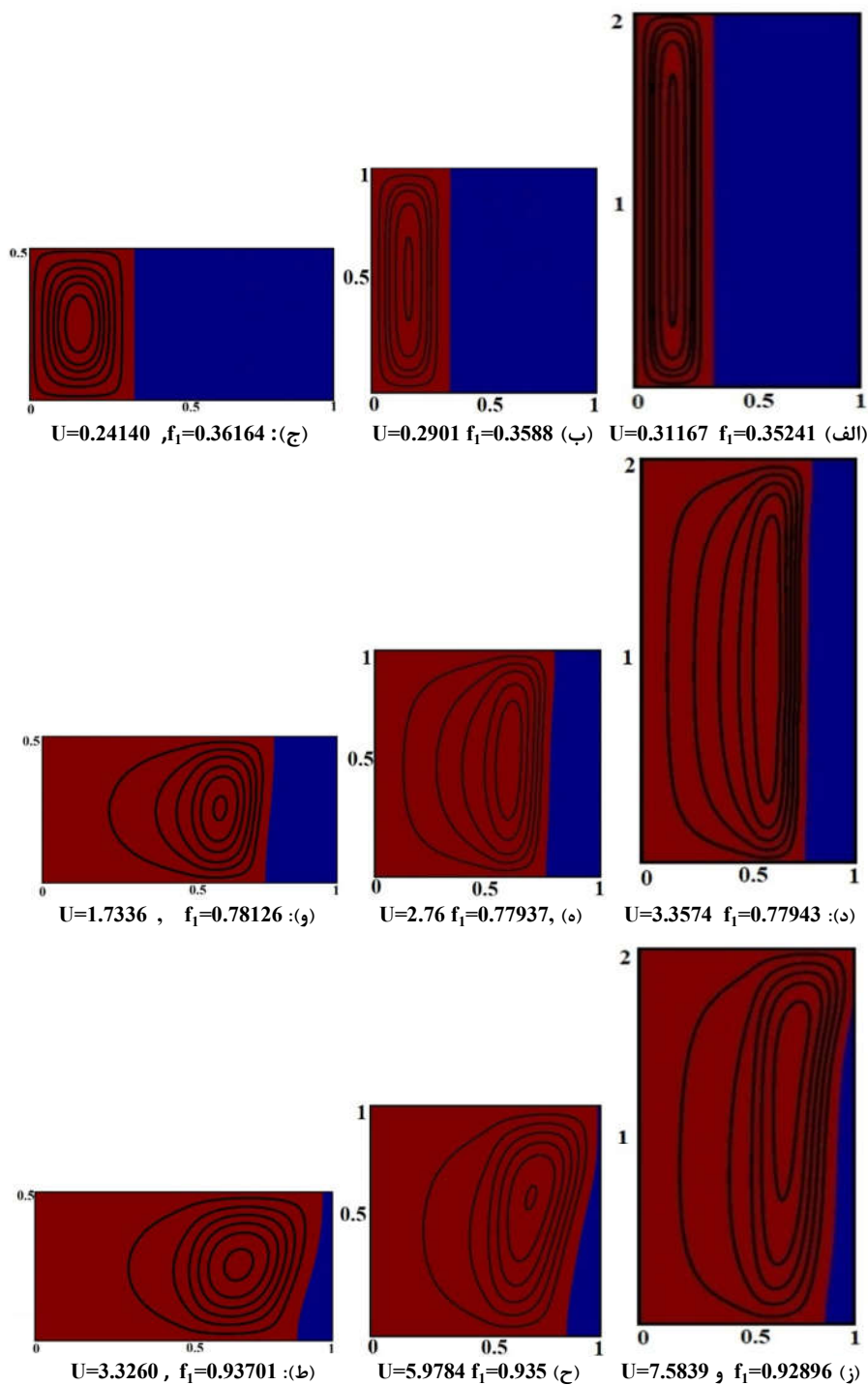


شکل ۵- ب

شکل ۵- ارزیابی شاخص کارنو برای الف: تغییرات عدد ناسلت و کسر ذوب و ب: رئوگرام تغییرات تنش برشی بر حسب نرخ کرنش برشی، در بازه زمانی بی بعد صفر تا ۵



شکل ۸- مقایسه کانتور دما ثابت در نسبت‌های متناظر مختلف: (سمت چپ) $AR=0.5$ ، (وسط) $AR=1$ ، (سمت راست) $AR=2$ در زمان‌های $Fo=0.02$ ، $Fo=0.05$ ، $Fo=0.1$ ، $Fo=0.2$ در مقادیر پیش فرض



شکل ۹- مقایسه خطوط جریان درنسبت‌های متناظر مختلف: (سمت چپ) $AR=0.5$ ، (وسط) $AR=1$ ، (سمت راست) $AR=2$ در زمان‌های $Fo=0.02$ ، $Fo=5$ ، $Fo=2$ در مقادیر پیش فرض

۶- نتیجه گیری

شناسایی شده، سپس به شکل بی بعد خود منتقل شدند و با استفاده از روش المان محدود حل گردیدند. مهمترین نتایج به شرح ذیل است:
 (۱) پارافین واکس غیرنیوتنی نازک شونده دارای عدد ناسلت، کسر ذوب و نرخ کرنش برشی بالاتری از سیال نیوتنی و پارافین واکس غیرنیوتنی ضخیم شونده دارد.

فرآیند ذوب ماده تغییر فزاینده پارافین واکس در فضای میان دو لوله عمودی هم مرکز مورد ارزیابی قرار گرفته است. نیمه سمت چپ فضای مذکور از فوم مسی تشکیل گردید. معادلات حاکم ابتدایی

sinusoidal heated cavity using FDLBM. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, pp. 139-153, 2014.

- [9] Mishra, L. and R.P. Chhabra, Natural convection in power-law fluids in a square enclosure from two differentially heated horizontal cylinders. *Heat Transfer Engineering*, Vol. 39, No.10, pp. 819-842, 2018.
- [10] Kumar, R. and M. Kalam, Laminar thermal convection between vertical coaxial isothermal cylinders. *International journal of heat and mass transfer*, Vol.34, No.2, pp. 513-524, 1991.
- [11] Liu, Z., Y. Yao, and H. Wu, Numerical modeling for solid-liquid phase change phenomena in porous media: Shell-and-tube type latent heat thermal energy storage. *Applied energy*, Vol.112, pp.1222-1232, 2013.
- [12] Yang, J., et al., Numerical analysis on thermal behavior of solid-liquid phase change within copper foam with varying porosity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 84, pp. 1008-1018, 2015.

[۱۳] طلعتی کلاسر ف، سجودی ع، نیشابوری ر، تحلیل عددی جریان آرام سیال غیر نیوتنی اطراف استولنه دواز، مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز، د. ۴۱، ش. ۲، ص. ۱۳۹۰.

[۱۴] امیری دلویی ا، جلالی ع، خورشادیزاده م، گل محمدی ا، شبیه سازی جریان سیال کاریو-یاسودا با لزجت تابع دما روش شبکه بولتزمن غیر نیوتنی، مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز، د. ۴۸، ش. ۱، ص. ۱۱۳-۱۰۵، ۱۳۹۷.

[۱۵] امیری دلویی ا، محبی ر، کردوانی ع، روش شبکه بولتزمن برای بررسی تاثیر لزجت تابع دما در جریان سیال غیر نیوتنی گرمایی از روی سیلندر مربعی، مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز، د. ۴۹، ش. ۱، ص. ۴۰-۳۱، ۱۳۹۸.

- [16] Siavashi M., et al., Numerical analysis of mixed convection of two-phase non-Newtonian nanofluid flow inside a partially porous square enclosure with a rotating cylinder. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 137, No.1, pp. 267-287, 2019.
- [17] Boukani N.H., A. Dadvand, and A.J. Chamkha, Melting of a Nano-enhanced Phase Change Material (NePCM) in partially-filled horizontal elliptical capsules with different aspect ratios. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 149, pp. 164-177, 2018
- [18] Ghalambaz M., et al., Non-Newtonian phase-change heat transfer of nano-enhanced octadecane with mesoporous silica particles in a tilted enclosure using a deformed mesh technique. *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 85, pp. 318-337, 2020.
- [19] Mehryan S., et al., Melting heat transfer of power-law non-Newtonian phase change nano-enhanced n-octadecane-mesoporous silica (MPSiO₂). *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 151, pp. 119385, 2020
- [20] Venkatadri K., et al., Melting heat transfer analysis of electrically conducting nanofluid flow over an exponentially shrinking/stretching porous sheet with radiative heat flux under a magnetic field. *Heat Transfer*, pp. 1-23, 2020.
- [21] Bird R.B., R.C. Armstrong, and O. Hassager, Dynamics of polymeric liquids. Vol. 1: *Fluid mechanics*. 1987.
- [22] Xu Y., et al., Melting performance enhancement of phase change material by a limited amount of metal foam: Configurational optimization and economic assessment. *Applied energy*, Vol. 212, pp. 868-880, 2018.

- (۲) افزایش عدد استفان، با ایجاد اختلاف دمای بیشتر میان دیواره گرم و نقطه ذوب ماده تغییر فازدهنده، سبب افزایش آهنگ انتقال گرما و کسر ذوب ماده تغییر فازدهنده می‌باشد.
- (۳) با افزایش ضریب تخلخل و تمایل محیط متخلخل به محیط ساده هم عدد ناسلت متوسط و هم کسر ذوب ماده تغییر فازدهنده پارافین و اکس کاهش محسوسی می‌یابند.
- (۴) نسبت‌های متناظر بالاتر دارای گردایان‌های دمایی بیشتر و به تبع آن عدد ناسلت بیشتری هستند. با افزایش نسبت منطری هندسی، فشردگی خطوط جریان بیشتر و در نتیجه سرعت سیال مذاب نیز تقویت می‌شود.
- (۵) فرآیند ذوب ماده تغییر فازدهنده با افزایش سهم دیواره‌های سرد و گرم نسبت به اندازه دیواره‌های عایق به کندی پیش خواهد رفت و ماده تغییر فازدهنده در برابر ذوب مقاومت بیشتری از خود نشان می‌دهد.

۷- نمادها

| | | | |
|----------------|-----------------------------------|----------------|------------------------|
| AR | نسبت منطری | Ra | عدد رایلی |
| A _m | ثابت موشی (kg/m ³ . s) | r _i | شعاع داخلی استوانه (m) |
| Da | عدد دارسی | r _o | شعاع خارجی استوانه (m) |
| f _i | کسر خجمی ذوب | Ste | عدد استفان |
| Fo | عدد فوریه | u | سرعت در راستای r (m/s) |
| n | شاخص توانی کارنو | w | سرعت در راستای z (m/s) |
| Nu | عدد ناسلت | e | تخلخل (m) |
| Pr | عدد پرانتل | Θ | دمای بی بعد |

۸- مراجع

- [1] Andreozzi A., Buonomo B., Ercole D., Manco O., Solar energy latent thermal storage by phase change materials in a honeycomb system. *Thermal Science and Engineering Progress*, Vol.6, pp. 410-420, 2018.
- [2] Hassan M., et al., Analysis of natural convective flow of non-Newtonian fluid under the effects of nanoparticles of different materials. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering*, Vol. 233, No.3, pp. 643-652, 2019.
- [3] Shamsi M.R., et al., Increasing heat transfer of non-Newtonian nanofluid in rectangular microchannel with triangular ribs. *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*, Vol.93, pp. 167-178, 2017.
- [4] Shirvan K.M., et al., Enhancement of heat transfer and heat exchanger effectiveness in a double pipe heat exchanger filled with porous media: numerical simulation and sensitivity analysis of turbulent fluid flow. *Applied Thermal Engineering*, Vol.109, pp. 761-774, 2016.
- [5] Jourabian M., et al., Melting process in porous media around two hot cylinders: Numerical study using the lattice Boltzmann method. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 509, pp. 316-335, 2018.
- [6] Fetecau C., et al., Combined porous and magnetic effects on some fundamental motions of Newtonian fluids over an infinite plate. *Journal of Porous Media*, Vol.21, No.7, 2018.
- [7] Alsabery A., et al., Transient natural convective heat transfer in a trapezoidal cavity filled with non-Newtonian nanofluid with sinusoidal boundary conditions on both sidewalls. *Powder Technology*, Vol.308, pp.214-234, 2017.
- [8] Kefayati, G.R., Simulation of magnetic field effect on natural convection of non-Newtonian power-law fluids in a