نشریه مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز، شماره پیاپی ۹۶، جلد ۵۱، شماره ۳، پاییز ۱۴۰۰، صفحه ۱۷-۲۴ – پژوهشی کامل
DOI: 10.22034/jmeut.2021.11221

کنترل مقاوم مبتنی بر شبکه عصبی شعاعی و تابع تصویر یک ربات پیوسته مجهز به محرک‌های کابلی

ساسان توکلی
دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته، کرمان، ایران، tavakolisasan400@yahoo.com

رضا دهقانی*
دانشیار، گروه مهندسی طراحی و ساخت، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته، کرمان، ایران، r.dehghani@kgut.ac.ir

محمد رضا کارآموز راوری
استادیار، گروه مهندسی طراحی و ساخت، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته، کرمان، ایران، mrkaramoozravari@gmail.com

چکیده
ربات‌های پیوسته قدرت مانور بهتری نسبت به ربات‌های سری متداول با بازوهای صلب، به خصوص در محیط‌های محدود از خود نشان می‌دهند. انطباق ذاتی این ربات‌ها باعث می‌شود تعامل مناسب‌تری را با اجسامی که با آن روبرو می‌شوند، ارائه کنند. در این ربات‌ها از کابل‌های متصل به دیسک‌ها به عنوان عملگر استفاده می‌شود. در این مقاله، ابتدا سینماتیک یک ربات پیوسته کابلی بررسی می‌شود. با استفاده از معادلات بدست آمده در تحلیل سینماتیک، تحلیل دینامیکی انجام می‌شود و معادلات حرکت ربات پیوسته استخراج می‌شود. با توجه به عدم قطعیت مدل دینامیکی یک کنترل‌گر مقاوم پیشنهاد می‌شود. در روش پیشنهادی، توابع غیرخطی مربوط به نیروهای کوریولیس، جانب مرکز و جاذبه با استفاده از شبکه عصبی شعاعی و توابع تصویر تخمین زده می‌شوند و در کنترل‌گر از تقریب آن‌ها استفاده می‌شود. برای تائید عملکرد کنترل‌گر پیشنهادی، چند شبیه‌سازی انجام می‌شود .نتایج نشان می‌دهد که کنترل‌گر پیشنهادی می‌تواند ربات پیوسته را بدون دانستن اطلاعات جملات غیر خطی مدل دینامیکی در مسیر مطلوب قرار دهد.

واژه‌های کلیدی: ربات پیوسته کابلی، کنترل‌گر مقاوم، شبکه عصبی شعاعی، تابع تصویر.

Robust control of a driving-cables continuum robot based on radial basis neural network and projection operator

S. Tavakoli
Department of Mechanical and Materials Engineering, Graduate University of Advanced Technology, Kerman, Iran

R. Dehghani
Department of Mechanical and Materials Engineering, Graduate University of Advanced Technology, Kerman, Iran

M. R. Karamooz Ravari
Department of Mechanical and Materials Engineering, Graduate University of Advanced Technology, Kerman, Iran

Abstract
Continuum robots have better maneuverability than conventional serial manipulators with rigid arms, especially in confined environments. Inherent compliance of these robots is caused a better interaction with objects that are facing their presentation. In these robots, cables that are connected to disks are used as actuators. In this paper, the kinematics of a driving-cables continuum robot is studied at first. Using the equations obtained in kinematic analysis, dynamic analysis is performed and the equations of motion of the robot are derived. Due to the uncertainty of the dynamic model, a robust controller is suggested. In the proposed method, the nonlinear functions related to the Coriolis, the Centripetal and gravity force are estimated using by the radial neural network and the Projection operator and their approximation are used in the controller. To verify the performance of the proposed controller, some simulations are performed. The results show that the proposed controller can force the continuum robot to follow the desired trajectory without knowing the nonlinear terms of the dynamical model.

Keywords: Driving-cables Continuum Robot, Robust Control, Radial Basis Neural Network, Projection Operator.

۱- مقدمه
امروزه علم رباتیک در صنعت و زندگی روزمره بشر نقشی مهم و حیاتی دارد، بنابراین تحلیل، بررسی و ساخت انواع ربات‌ها بسیار مهم است به طوری که در صنعت و پزشکی، بسیاری از وظایف به ربات ها واگذار شده است. بازوهای رباتیک مدت‌ها است که چهارچوب اصلی بسیاری از فعالیت‌های صنعتی، پژوهشی و نظامی را شکل می‌دهند. یکی از این بخش‌های جدید، شاخه ربات‌های پیوسته[1] است. ربات ساختار پیوسته از حرکت مار و بازوهای هشت پا الگو گرفته شده است. ربات پیوسته دارای ساختار پیچیده‌ای است و به صورت نظری دارای بی‌نهایت درجه آزادی می‌باشد که از سیستم‌های بیولوژیکی موجود در

[1] Continuum manipulator

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: r.dehghani@kgut.ac.ir
تاریخ دریافت: ۹۸/۱۰/۲۴
تاریخ پذیرش: ۹۹/۰۶/۳۱

طبیعت الهام گرفته است[۱]. این نوع ربات برای کشف و بازدید در محیط‌های محدود، بسیار مناسب است. با توجه به خصوصیات ویژه مکانیزم‌های پیوسته، کاربردهای متنوعی همچون اجرای عملیات جراحی و گرفتن اجسام مختلف برای ربات‌های پیوسته در نظر گرفته شده‌است. علاوه بر آن می‌توان از ربات‌های پیوسته پزشکی برای فعالیت‌های مختلفی همچون ، ارتوپدی، آندوسکوپی و فیزیوتراپی استفاده کرد[۲]. با توجه به کاربرد ربات‌های پیوسته تحقیق در زمینه مدل سازی دینامیکی و روش‌های کنترلی مناسب برای این ربات‌ها از اهمیت و ضرورت بالایی برخوردار است که در این مقاله به آن پرداخته می‌شود. روش‌های مدل‌سازی ربات‌های پیوسته به سه دسته اصلی شامل: مدل قطعه‌ای انحنا ثابت[۱] ، مدل کَسِرت پیوسته[۲] و مدل المان محدود سه بعدی[۳] تقسیم می‌شود[۳]. در مدل سازی کَسِرت پیوسته ربات پیوسته توسط میکرو ذرات جامدی که پشت سرهم قرار گرفته‌اند نشان داده می‌شود[۴]. در مدل سازی به روش المان محدود یک المان سه بعدی روی قسمت‌های مختلف ربات پیوسته در نظر گرفته می‌شود و تحلیل‌ها روی آن المان صورت می‌گیرد[۵]. مدل المان محدود و کَسِرت بسیار زمان‌بر هستند و انجام آن‌ها در زمان واقعی مشکل است. در مدل قطعه‌ای انحنا ثابت ربات پیوسته از مجموعه‌ای قوس دایره‌ای محدود تشکیل می‌شود. این مدل با سه پارامتر شعاع انحناء، زاویه قوس و زاویه صفحه خمش توصیف می‌شود[۶]. در این مقاله از مدل‌سازی قطعه‌ای انحنا ثابت استفاده شده است.

در سال ۱۹۹۹ رابیسون و همکاران تفاوت‌های ربات فوق افزونه پیوسته(ربات مارمانند) و ربات پیوسته را مشخص کردند تا پیش از این مفهوم ربات مارمانند و ربات پیوسته قابل تفکیک نبود[۷]. حنان و همکاران در سال ۲۰۰۰، با در نظر گرفتن بردار موقعیت و مماس بر هر نقطه از پیکر ربات و با استفاده از روابط مربوط به منحنی‌های صفحه‌ای مدلی برای سینماتیک ربات پیوسته ارائه کردند[۸]. در سال ۲۰۰۰ گراواگن و همکاران با فرض خمش صفحه‌ای و در نظر نگرفتن نیروی خارجی بر ربات، و با انتگرال گیری از بردار مماس بر بدنه ربات، سینماتیک مستقیم ربات پیوسته کابلی را در صفحه بدست آوردند[۹]. گراواگن و همکاران در سال ۲۰۰۱ نیز ارتعاشات یک ربات پیوسته را حول نقطه تعادل آن فرمول بندی نمودند[۱۰]. در سال ۲۰۰۱ چیریکجیان و همکاران از منحنی پیکربندی ربات‌ها با درجات آزادی بالا برای تخمین سینماتیک ربات‌های پیوسته استفاده کردند[۱۱].

زمینه کنترل ربات به طور کلی بسیار غنی است و تکنیک‌های مختلف کنترلی برای ربات‌ها با ساختار متفاوت ارائه شده است اما سهم کمی از آن‌ها در زمینه‌ی ربات‌های پیوسته است. در سال ۱۹۹۹ موکیاما و همکاران به کمک جاکوبین شکل، کنترل ربات افزونه را انجام دادند[۱۲]. در سال ۲۰۰۲ گراواگن و همکاران یک کنترل کننده تناسبی مشتقی(PD) و پیش خورد[۴] را برای یک ربات پیوسته کابلی طراحی کردند در این ربات میرایی ستون فقرات در نظر گرفته شد[۱۳]. در همان سال ایوانسکو و همکاران یک روش کنترلی جدید پیشنهاد کردند، این روش با استفاده از معادلات انرژی و به کمک منطق فازی و یک کنترل‌گر تناسبی مشتقی ارائه شد[۱۴]. در سال ۲۰۰۳ گراواگن و همکاران به طراحی کنترل کننده برای میرای ارتعاشات ربات‌های پیوسته پرداختند[۱۵]. براگانزا و همکاران در سال ۲۰۰۶ برای نخستین بار از شبکه عصبی برای کنترل ربات پیوسته استفاده کردند این رویکرد در سال‌های بعد ادامه داشت و کنترل کننده‌های شبکه عصبی گسترش پیدا کردند[۱۶]. در اکثر روش‌های کنترل‌گری پیشنهاد شده برای ربات‌ها پیوسته از کنترل خطی استفاده شده است که برای کنترل مسیر قابل استفاده نیست بنابراین در این مقاله کنترل مقاوم یک ربات پیوسته انجام می‌شود برای این منظور در این مقاله یک مدل دینامیکی برای ربات پیوسته کابلی با چند بخش خم‌شونده ارائه می‌شود در ادامه معادلات حرکت ربات پیوسته کابلی به کمک مدل دینامیکی مذکور بدست می‌آیند. سپس برای اطمینان از صحت معادلات حرکت ربات پیوسته کابلی از یک مرجع معتبر برای مقایسه نتایج استفاده می‌شود. سپس برای کنترل موقعیت ثابت و تعقیب مسیر یک کنترل‌گر غیر خطی مقاوم طراحی می‌شود. کنترل مقاوم مبتنی بر شبکه عصبی شعاعی و تابع تصویر برای ربات پیوسته کابلی از نوآوری‌های مهم این مقاله است که در آن عبارات غیر خطی و پیچیده از جمله نیروهای ژیروسکوپ و جانب مرکز را که ممکن است در دسترس نباشند، توسط توابع پایه شعاعی و توابع تصویر تخمین زده می‌شوند.

بقیه مطالب این مقاله به این شرح است: در بخش دوم ربات پیوسته کابلی مورد نظر توصیف می‌شود. و در بخش سوم، سینماتیک ربات پیوسته کابلی بررسی می‌شود. در بخش چهارم، مدل دینامیکی برای ربات پیوسته ارائه می‌شود. در بخش پنجم، معادلات حرکت ربات پیوسته استخراج می‌گردد. در بخش ششم کنترل‌گر مقاوم طراحی می‌شود و در بخش هفتم نتایج شبیه سازی ارائه می‌شود. در بخش هشتم جمع‌بندی و نتیجه‌گیری آورده می‌شود.

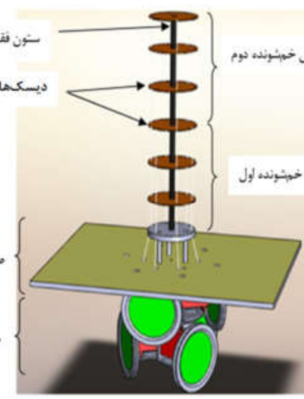
۲- توصیف ربات پیوسته کابلی

ربات پیوسته کابلی مورد نظر در شکل ۱ نمایش داده شده است. این ربات از دو بخشِ خم‌شونده تشکیل شده است که برای هر بخش خم‌شونده دو درجه آزادی در نظر گرفته می‌شود. هر بخش خم‌شونده از سه عنصر اصلی تشکیل شده است که شامل ستون فقرات الاستیک، سه کابل (تاندون) محرک و سه دیسک فاصله‌ساز[۵] می‌شود. هر کابل به طور جداگانه به یک موتور الکتریکی متصل است که با اعمال ولتاژ مناسب کشش را در یک یا دو کابل برای تغییر شکل و حرکت ربات ایجاد می‌کند. هر کابل، با زاویه ۱۲۰ درجه از کابل دیگر روی دیسک قرار دارد. برای تحلیل سینماتیکی ربات، ابتدا یک بخش تحلیل می‌شود و سپس به بخش دوم تعمیم داده می‌شود. برای تحلیل ربات پیوسته کابلی مورد نظر فرضیاتی در نظر گرفته می‌شود. این فرضیات شامل موارد ذیل می‌شوند[۶]:

[2] Piece-wise Constant Curvature models
[3] Continuum Cosserat models
[3] 3D Finite Elements Models
[5] Feed-Forward

[1] Spacer disk

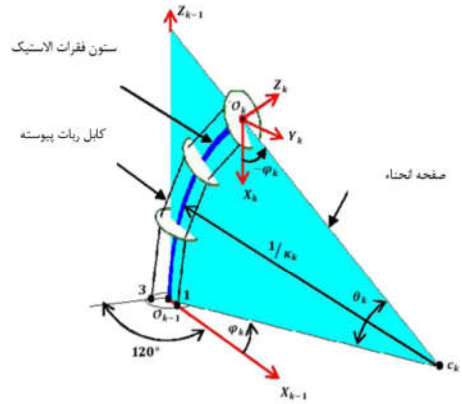
- از وزن دیسک‌ها به جز دیسک انتهایی هر بخش صرف نظر می‌گردد.
- مدل‌سازی سینماتیکی بر اساس فرض انحنا ثابت بیان شده است[۲].
- ستون فقرات الاستیک دارای توزیع جرم یکنواخت است و از مواد با سختی بالا ساخته شده است که از حرکت چرخشی حول محور آن جلوگیری کند.
- تنها نیروی خارجی که بر روی ربات پیوسته عمل می‌کند نیروی کنترلی از طرف کابل‌ها است.
- در ستون فقرات الاستیک فرضیه برقراری رابطه خطی بین تنش و کرنش برقرار است[۱۷].
- هر بخش خم‌شونده به طور جداگانه کنترل می‌شود و هر کابل به موتور الکتریکی جداگانه متصل است[۱۸].
- دیسک‌های راهنما نزدیک به هم در نظر گرفته شده‌اند به‌طوریکه فاصله‌ی بین کابل‌ها و ستون فقرات در طول پیکر ربات ثابت بماند. بنابراین با توجه به شکل ۲ کابل‌ها نیز با شعاع انحنا ثابت خم می‌شوند.
- اصطکاک بین کابل‌ها و دیسک فاصله‌ساز ناچیز است.
-



شکل ۱- ربات پیوسته کابلی با دو بخش خم شونده [۶]

۳- سینماتیک ربات پیوسته کابلی

برای تحلیل ربات پیوسته کابلی با انحناء ثابت، باید از دو دستگاه مختصات استفاده کرد. ابتدا یک دستگاه روی پایه ربات در نظر گرفته می‌شود (دستگاه اینرسی). سپس دستگاه دیگر روی دیسک انتهایی قرار می‌گیرد. ربات پیوسته کابلی با یک منحنی با شعاع ثابت مدل سازی می‌شود. طول این کمان L و شعاع آن r است. زاویه صفحه خمش φ و زاویه صفحه انتهای ربات θ می‌باشد. با صفر در نظر گرفتن زاویه خمش (φ)، منحنی در صفحه (x-z) قرار می‌گیرد. با توجه به شکل ۲ مختصات محل قرار گیری دیسک نهایی بدست می‌آید[۶].



شکل ۲- دستگاه‌های مختصات مورد استفاده در مدل‌سازی[۶]

$$Po_{k}=\begin{bmatrix} \frac{L_k}{\theta_k}(1-\cos(\theta_k))\cos(\varphi_k) \\ \frac{L_k}{\theta_k}(1-\cos(\theta_k))\sin(\varphi_k) \\ \frac{L_k}{\theta_k}(\sin(\theta_k)) \end{bmatrix} \tag{۱}$$

که L_k طول، θ_k زاویه خمش، φ_k زاویه صفحه خم‌شونده بخش k ام هستند.

ارتباط بین دو دستگاه k-1 و k از طریق ماتریس دوران مطابق رابطه (۲) ایجاد می‌شود.

$${}^{k-1}_{k}\mathbf{R}=\mathbf{R}(z_{k-1},\varphi_k)\mathbf{R}(y_{k-1},\theta_k)\mathbf{R}(z_{k-1},-\varphi_k) \tag{۲}$$

که نتیجه‌ی آن مطابق رابطه (۳) خواهد بود.

(۳)

$${}^{k-1}_{k}\mathbf{R}=\begin{bmatrix} \cos^2(\varphi_k)\cos(\theta_k)+\sin^2(\varphi_k) & \cos(\varphi_k)\cos(\theta_k)\sin(\varphi_k)-\cos(\varphi_k)\sin(\varphi_k) & \cos(\varphi_k)\sin(\theta_k) \\ \cos(\varphi_k)\cos(\theta_k)\sin(\varphi_k)-\cos(\varphi_k)\sin(\varphi_k) & \sin^2(\varphi_k)\cos(\theta_k)+\cos^2(\varphi_k) & \sin(\varphi_k)\sin(\theta_k) \\ -\cos(\phi_k)\sin(\theta_k) & -\sin(\varphi_k)\sin(\theta_k) & \cos(\theta_k) \end{bmatrix}$$

سرعت خطی دستگاه متصل به دیسک نهایی را می‌توان با مشتق گیری نسبت به زمان از بردار موقعیت، بدست آورد[۶].

$$\mathbf{V}_k=\begin{bmatrix} \frac{\dot{\theta}_k L_k\sin(\varphi_k)(\cos(\theta_k)-1)}{\theta_k}+\frac{\dot{\varphi}_k L_k\cos(\varphi_k)(\cos(\theta_k)+\theta_k\sin(\theta_k)-1)}{\theta_k^2} \\ \frac{\dot{\varphi}_k L_k\sin(\varphi_k)(\cos(\theta_k)+\theta_k\sin(\theta_k)-1)}{\theta_k^2}-\frac{\dot{\theta}_k L_k\cos(\varphi_k)(\cos(\theta_k)-1)}{\theta_k} \\ -\frac{\dot{\varphi}_k L_k(\sin(\theta_k)-\theta_k\cos(\theta_k))}{\theta_k^2} \end{bmatrix} \tag{۴}$$

با استفاده از ماتریس دوران کلی، می‌توان سرعت زاویه‌ای را در مختصات محلی بدست آورد.

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_k={}^{k-1}_{k}\dot{\mathbf{R}}\,{}^{k-1}_{k}\mathbf{R}^T \tag{۵}$$

که $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_\mathbf{k}$ ماتریس پادمتقارنی مشابه رابطه (۶) است.

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_\mathbf{k}=\begin{bmatrix} 0 & -\omega_{zk} & \omega_{yk} \\ \omega_{zk} & 0 & -\omega_{xk} \\ -\omega_{yk} & \omega_{xk} & 0 \end{bmatrix} \tag{۶}$$

مولفه‌های ω_x، ω_y و ω_z در واقع مولفه‌های سرعت زاویه‌ای هستند. با ساده سازی و مرتب کردن رابطه(۵) بردار سرعت زاویه به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{k}}=\begin{bmatrix}-\dot{\theta}_k\sin(\varphi_k)-\dot{\varphi}_k\cos(\varphi_k)\sin(\theta_k)\\ \dot{\theta}_k\cos(\varphi_k)-\dot{\varphi}_k\sin(\varphi_k)\sin(\theta_k)\\ \dot{\varphi}_k(\cos(\theta_k)-1)\end{bmatrix} \qquad (۷)$$

بردار موقعیت مرکز دیسک انتهایی هر بخش از رابطه (۸) بدست می‌آید.

$$\mathbf{Po}_k=\begin{cases}\mathbf{po}_1 & k=1\\ \mathbf{po}_1+{}_1^0\mathbf{R}\mathbf{Po}_2 & k=2\end{cases} \qquad (۸)$$

دوران کلی مرکز دیسک بخش دوم ربات از رابطه (۹) بدست می‌آید.

$${}_2^0\mathbf{R}={}_1^0\mathbf{R}\,{}_2^1\mathbf{R} \qquad (۹)$$

که ${}_1^0\mathbf{R}$ نمایشگر دوران دستگاه اول نسبت به دستگاه پایه و ${}_2^1\mathbf{R}$ نشان دهنده دوران دستگاه دوم نسبت به دستگاه اول است. سرعت مرکز دیسک انتهایی هر بخش، از مشتق رابطه (۸) نسبت به زمان بدست می‌آید.

$$\mathbf{V}_k=\begin{cases}\dot{\mathbf{P}}\mathbf{o}_1 & k=1\\ \dot{\mathbf{P}}\mathbf{o}_1+{}_1^0\dot{\mathbf{R}}\mathbf{Po}_2+{}_1^0\mathbf{R}\dot{\mathbf{P}}\mathbf{o}_2 & k=2\end{cases} \qquad (۱۰)$$

همچنین سرعت زاویه‌ای دیسک انتهایی هر بخش ربات از رابطه (۱۱) بدست می‌آید.

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{k}}=\begin{cases}\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{1}} & k=1\\ \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{1}}+{}_1^0\mathbf{R}\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{2}} & k=2\end{cases} \qquad (۱۱)$$

به کمک روابط این قسمت موقعیت‌ها، سرعت‌های خطی و زاویه‌ای برای دیسک انتهایی هر بخش ربات بدست آمد.

۴- دینامیک ربات پیوسته کابلی

در این بخش برای استخراج معادلات حرکت ربات پیوسته کابلی از روش لاگرانژ استفاده می‌شود. روش لاگرانژ، رهیافتی بر پایه‌ی انرژی است که ابتدا باید انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل کل ربات بدست می‌آید و پس از آن تابع لاگرانژ تشکیل می‌شود و به وسیله معادلات لاگرانژ می‌توان معادلات حرکت را استخراج نمود.

۴-۱- انرژی جنبشی ربات

انرژی جنبشی کل که ناشی از حرکت دورانی و انتقالی دیسک آخر هر بخش است از رابطه (۱۲) بدست می‌آید[۶].

$$\mathbf{T}=\sum_{k=1}^{2}(\mathbf{T}_{mk}+\mathbf{T}_{Ik}) \qquad (۱۲)$$

که $\mathbf{T}_{mk}$ انرژی جنبشی ناشی از حرکت انتقالی و $\mathbf{T}_{Ik}$ انرژی جنبشی ناشی از حرکت دورانی است که با استفاده از روابط زیر بدست می‌آیند.

$$\mathbf{T}_{mk}=\frac{1}{2}m\mathbf{V}_k^T\mathbf{V}_k \qquad (۱۳)$$

$$\mathbf{T}_{Ik}=\frac{1}{2}\omega_k^T\mathbf{I}\omega_k \qquad (۱۴)$$

m جرم دیسک و $\mathbf{I}$ ماتریس ممان اینرسی دیسک است که در دستگاه پایه بیان شده است.

۴-۲- انرژی پتانسیل ربات

انرژی پتانسیل برای ربات پیوسته کابلی مورد نظر از دو بخش تشکیل می‌شود: انرژی پتانسیل گرانشی $\mathbf{U_G}$ و انرژی پتانسیل الاستیک $\mathbf{U_E}$. بنابراین انرژی پتانسیل کلی ربات مطابق رابطه (۱۵) بدست می‌آید[۶].

$$\mathbf{U}=\mathbf{U_G}+\mathbf{U_E} \qquad (۱۵)$$

انرژی پتانسیل گرانشی در ربات پیوسته به جرم هر دیسک انتهایی برای هر بخش بستگی دارد و به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$\mathbf{U_G}=-\sum_{k=1}^{2}m\mathbf{g}^T\mathbf{Po}_k \qquad (۱۶)$$

که $\mathbf{g}$ بردار ثابت گرانش است.

انرژی پتانسیل الاستیک ستون فقرات مطابق رابطه (۱۷) محاسبه می‌گردد[۱۹].

$$\mathbf{U_E}=\sum_{k=1}^{2}\frac{EI_b\theta_k^2}{2L} \qquad (۱۷)$$

که E مدول الاستیسیته و I_b گشتاور دوم سطح برای هر ستون فقرات است.

۴-۳- نیروهای محرک ربات

دو گروه نیرو به ربات پیوسته کابلی مورد نظر وارد می‌شود. گروه اول نیروی کنترلی از طرف کابل‌ها و گروه دوم نیروی اصطکاک بین کابل‌ها و دیسک‌ها، در این مقاله از نیروی اصطکاک صرف نظر می‌شود. برای تحریک ربات پیوسته کابلی باید یک یا دو کابل برای هر بخش خم‌شونده به صورت هم‌زمان کشیده شود. برای ربات مورد نظر نیروهای تعمیم یافته بخش اول با استفاده از کار مجازی به صورت زیر بیان می‌شود[۶].

$$Q_1=F_1d\cos(\varphi_1)+F_2d\cos(\varphi_1-\frac{2\pi}{3})+F_3d\cos(\varphi_1+\frac{2\pi}{3}) \qquad (۱۸)$$

$$Q2=-d\sin(\theta_1)(F1\sin(\varphi_1)+F2\sin(\varphi_1-\frac{2\pi}{3})+F3\sin(\varphi_1+\frac{2\pi}{3}))$$

که d شعاع دیسک و F_i نیروی کشش کابل‌ها می‌باشد. برای بخش دوم نیز نیروی تعمیم یافته به شکل زیر بیان می‌گردد.

$$Q3=F4d\cos(\varphi_2)+F5d\cos(\varphi_2-\frac{2\pi}{3})+F6d\cos(\varphi_2+\frac{2\pi}{3}) \qquad (۱۹)$$

$$Q4=-d\sin(\theta_2)(F4\sin(\varphi_2)+F5\sin(\varphi_2-\frac{2\pi}{3})+F6\sin(\varphi_2+\frac{2\pi}{3}))$$

۵ - معادلات حرکت ربات پیوسته کابلی

در قسمت‌های قبل انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و نیروهای تعمیم یافته بدست آمد. اکنون به کمک معادلات لاگرانژ می‌توان معادلات حرکت ربات پیوسته کابلی را استخراج نمود. معادلات لاگرانژ مطابق رابطه (۲۰) نوشته می‌شوند.

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k})-\frac{\partial L}{\partial q_k}=Q_k \qquad k=1,2,\dots,n \qquad (۲۰)$$

برای ربات پیوسته مورد نظر n=4 است. و L تابع لاگرانژ است که از رابطه (۲۱) بدست می‌آید.

$$L=T-U \qquad (۲۱)$$

که T انرژی جنبشی کل ربات پیوسته است که از رابطه (۱۲) بدست می‌آید و U انرژی پتانسیل کلی ربات پیوسته است که از رابطه (۱۵) بدست می‌آید. حال به کمک رابطه (۲۰)، می‌توان معادلات حرکت را به صورت زیر بیان نمود.

$$\mathbf{M}(q)\ddot{\mathbf{q}}+\mathbf{C}(q,\dot{q})\dot{\mathbf{q}}+\mathbf{g}(q)=\mathbf{BF} \tag{۲۲}$$

که $\mathbf{q}=[\theta_1 \quad \varphi_1 \quad \theta_2 \quad \varphi_2]^T$ مختصات تعمیم یافته، $\mathbf{M}(q)\in R^{4\times4}$ ماتریس جرم، $\mathbf{C}(q,\dot{q})\in R^{4\times4}$ ماتریس نیروهای کریولیس و جانب مرکز، $\mathbf{g}(q)\in R^4$ بردار نیروی گرانش و الاستیک، $\mathbf{B}\in R^{4\times6}$ ماتریس توزیع نیروهای خارجی و $\mathbf{F}\in R^6$ بردار نیروهای خارجی است.

۶- طراحی کنترل‌گر مقاوم برای ربات پیوسته کابلی

در بخش قبل معادلات حرکت ربات پیوسته استخراج شد. در این قسمت طراحی کنترل‌گر برای ربات پیوسته کابلی مورد نظر توضیح داده می‌شود. با توجه به عدم قطعیت مدل دینامیکی در این قسمت فرض می‌شود که نیروهای کریولیس و جانب مرکز به طور دقیق قابل محاسبه نیستند. برای این منظور کنترل‌گر مقاومی طراحی می‌شود که از تقریب این نیروها استفاده می‌کند.

برای طراحی کنترل‌گر ابتدا معادلات حرکت به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}+\mathbf{h}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})=\mathbf{BF} \tag{۲۳}$$

که $\mathbf{h}=\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}+\mathbf{g}(\mathbf{q})$ است.

متغیر δ بر حسب خطا به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\delta=\dot{\mathbf{e}}+\mathbf{K}_1\mathbf{e} \tag{۲۴}$$

که $\mathbf{e}$ بردار خطا است و مطابق زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\mathbf{e}=\mathbf{q_d}-\mathbf{q} \tag{۲۵}$$

که $\mathbf{q_d}$ بردار مختصات تعمیم یافته مطلوب است. اگر از رابطه (۲۴) نسبت به زمان مشتق گرفته شود، رابطه (۲۶) بدست می‌آید.

$$\dot{\delta}=\ddot{\mathbf{e}}+\mathbf{K}_1\dot{\mathbf{e}}=\ddot{\mathbf{q}}_\mathbf{d}-\ddot{\mathbf{q}}+\mathbf{K}_1\dot{\mathbf{e}} \tag{۲۶}$$

با جایگزینی $\ddot{\mathbf{q}}$ از رابطه (۲۳) در رابطه (۲۶)، رابطه (۲۷) حاصل می‌شود.

$$\dot{\delta}=\ddot{\mathbf{q}}_\mathbf{d}-(\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{BF}-\mathbf{h}))+\mathbf{K}_1\dot{\mathbf{e}} \tag{۲۷}$$

با توجه به رابطه (۲۷) کنترل‌گر زیر پیشنهاد می‌شود.

$$\mathbf{F}=\mathbf{B}^{+}\mathbf{M}(\mathbf{K}_1\dot{\mathbf{e}}+\ddot{\mathbf{q}}_\mathbf{d}+\mathbf{K}_2\delta)+\mathbf{B}^{+}\mathbf{h} \tag{۲۸}$$

توجه شود که $\mathbf{BB}^{+}=\mathbf{I}$ و $\mathbf{B}^{+}$ شبه معکوس $\mathbf{B}$ است. ماتریس‌های $\mathbf{K}_1$ و $\mathbf{K}_2$ ماتریس‌های قطری مثبت معین هستند. کنترل‌گر (۲۸) وابسته به عبارت‌های غیرخطی و پیچیده‌ای مربوط به نیروهای کریولیس و جانب مرکز است. اکنون فرض می‌شود که اطلاعات این نیروها به طور دقیق در دسترس نباشد، در این صورت کنترل‌گر (۲۸) به صورت زیر اصلاح می‌شود.

$$\mathbf{F}=\mathbf{B}^{+}\mathbf{M}(\mathbf{K}_1\dot{\mathbf{e}}+\ddot{\mathbf{q}}_\mathbf{d}+\mathbf{K}_2\delta)+\mathbf{B}^{+}\mathbf{M}\hat{\mathbf{P}} \tag{۲۹}$$

که $\hat{\mathbf{P}}=\mathbf{M}^{-1}\hat{\mathbf{h}}$ و $\hat{\mathbf{h}}$ بردار تخمین $\mathbf{h}$ است. اکنون مولفه‌های بردار $\mathbf{P}$ به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند.

$$P_i=w_i s_i+\varepsilon_i \qquad i=1,2,\dots,n \tag{۳۰}$$

w_i ضرایب ثابت و ε_i خطای تقریب است. s_i توابع پایه شعاعی است که به صورت زیر انتخاب می‌شوند.

$$s_i=\exp(-\lambda_i(e_i^2+\dot{e}_i^2)) \qquad i=1,2,\dots,n \tag{۳۱}$$

با توجه به رابطه (۳۱) تخمین المان‌های $\mathbf{P}$ به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند.

$$\hat{P}_i=\hat{w}_i s_i \qquad i=1,2,\dots,n \tag{۳۲}$$

که $\hat{w}_i$ تخمین w_i است. چون w_i ثابت است، قانون تطبیقی با استفاده از نظریه لیاپانوف قابل استخراج است. بنابراین، تابع لیاپانوف به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\mathbf{V}=\frac{1}{2}\delta^T\delta+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\rho_i}\tilde{w}_i^2 \qquad i=1,2,\dots,n \tag{۳۳}$$

که $\tilde{w}_i=w_i-\hat{w}_i$ خطای تخمین است. مشتق زمانی رابطه (۳۳) به صورت زیر خواهد شد.

$$\dot{\mathbf{V}}=-\delta^T\mathbf{K}_2\delta+\sum_{i=1}^{n}(\delta_i\tilde{w}_i s_i-\frac{1}{\rho_i}\tilde{w}_i\dot{\hat{w}}_i)+\delta^T\varepsilon \qquad i=1,2,\dots,n \tag{۳۴}$$

اکنون قانون تطبیقی برای w_i با استفاده از تابع تصویر پیشنهاد می‌شود.

$$\dot{\hat{w}}_i=proj_{\rho i}(\hat{w}_i,\delta_i s_i,f_i) \qquad i=1,2,\dots,n \tag{۳۵}$$

که

$$proj_{\rho i}(\hat{w}_i,\delta_i s_i,f_i)=\begin{cases}\rho_i\delta_i s_i-\varepsilon_i\rho_i\dfrac{\nabla f_i.\delta f_i^T}{\nabla f_i^T\nabla f_i}\rho_i s_i f_i & if \quad f_i\rangle 0 \quad and \quad \varepsilon_i s_i\rho_i\nabla f_i\rangle 0\\ \rho_i\delta_i s_i & else\end{cases}$$

تابع f_i به صورت توابع محدب زیر در نظر گرفته می‌شود[۲۰].

$$f_i=\frac{\left[\hat{w}_i^2-(\max(\hat{w}_i)-\varepsilon_f)^2\right]}{\left[2\varepsilon_f\max(\hat{w}_i)-\varepsilon_f^2\right]} \qquad i=1,2,\dots,n \tag{۳۶}$$

برای تابع تصویر (۳۵) رابطه‌ی زیر صادق می‌باشد.

$$(\hat{w}_i-w_i)(\frac{1}{\rho_i}proj_{\rho i}(\hat{w}_i,\varepsilon_i s_i,f_i)-\varepsilon_i s_i)\le 0 \qquad i=1,2,\dots,n \tag{۳۷}$$

با انتخاب قانون تطبیقی (۳۵) و کنترل‌گر (۲۹)، برای مشتق تابع لیاپانوف رابطه‌ی زیر برقرار است.

$$\dot{\mathbf{V}}\le-\delta^T\mathbf{K}_2\delta+\delta^T\varepsilon \tag{۳۸}$$

با توجه به نامساوی یانگ رابطه‌ی زیر برقرار است[۲۰].

$$\dot{\mathbf{V}}\le-\frac{1}{2}(\lambda\min(\mathbf{K}_2)\|\delta\|^2+\frac{\|\delta\|^2}{\lambda\min(\mathbf{K}_2)}) \tag{۳۹}$$

و یا

$$\dot{\mathbf{V}}\le-\lambda\min(\mathbf{K}_2)\mathbf{V}+\gamma \tag{۴۰}$$

$$\gamma=\frac{\|\varepsilon\|^2}{2\lambda\min(\mathbf{K}_2)}+\frac{\lambda\min(\mathbf{K}_2)}{2}\sum_{i=1}^{n}p_i\tilde{w}_i^2 \qquad i=1,2,\dots,n$$

با حل و ساده سازی معادله (۴۰)، رابطه (۴۱) حاصل می‌شود[۲۰].

$$\mathbf{V}(t)=V_0\exp(-\lambda\min(\mathbf{K}_2)t)+\frac{\gamma}{\lambda\min(\mathbf{K}_2)}(1-\exp(-\lambda\min(\mathbf{K}_2)t)) \tag{۴۱}$$

همان‌طور که در رابطه (۳۹) مشخص است، تابع $\mathrm{V(t)}$ به مقدار محدود $\dfrac{\gamma}{\lambda\min(\mathbf{K}_2)}$ در زمان $t\to\infty$ همگرا می‌شود که با تنظیم ρ_i و $\mathbf{K}_2$ می‌توان تا حد امکان مقدار تابع $\mathrm{V(t)}$ را کاهش داد.

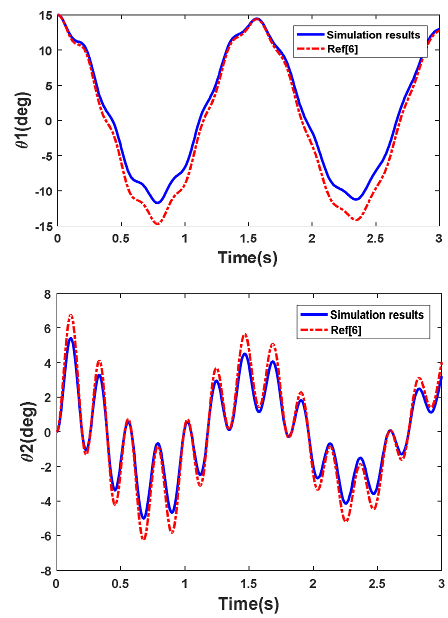
۷- نتایج شبیه سازی

در این بخش ابتدا برای صحت سنجی معادلات حرکت، نتایج شبیه سازی با مرجع [۶] مقایسه می‌شود. برای صحت سنجی باید

شرایط اولیه مشابه ربات پیوسته در مرجع [۶] به ربات اعمال شود. بنابراین، در صحت سنجی که در شکل ۳ نشان داده شده ربات پیوسته از زاویه‌ی اولیه $\theta_1 = \frac{\pi}{12}, \theta_2 = 0$ و $\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{6}$ رها می‌شود و هیچ نیروی خارجی به ربات وارد نمی‌شود.

جدول ۱- پارامترهای ربات پیوسته کابلی

پارامتر	مقدار	واحد
طول بخش خم‌شونده (L)	0.3	m
جرم دیسک (m)	0.01	kg
ثابت گرانش (g)	9.81	m/s^2
مدول یانگ (E)	2.1×10^{11}	pa
ممان اینرسی دیسک (I_b)	3.97×10^{-12}	m^4
ممان اینرسی ستون فقرات (I_{xx})	3.06×10^{-7}	m^4

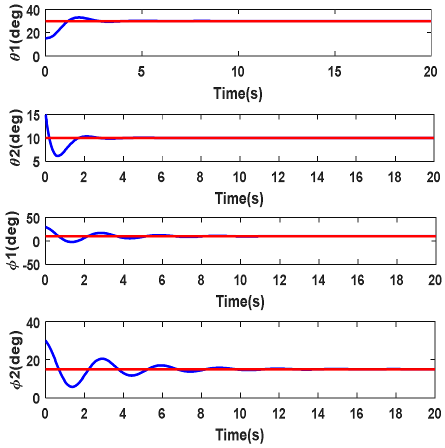


شکل ۳- صحت سنجی معادلات حرکت ربات پیوسته

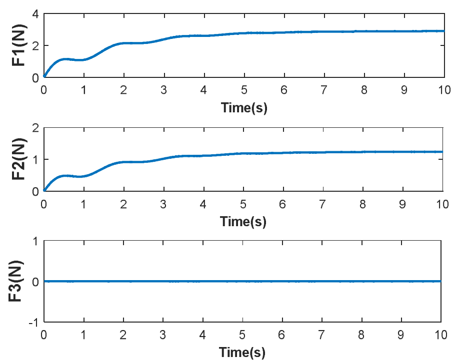
همانطور که از شکل ۳ مشاهده می‌شود نتایج معادلات استخراج شده تطابق خوبی با نتایج مرجع [۶] دارد. بنابراین معادلات حرکت، رفتار ربات را به خوبی پیش‌بینی می‌کنند.

۱-۷- نتایج شبیه سازی کنترل موقعیت ثابت ربات پیوسته کابلی

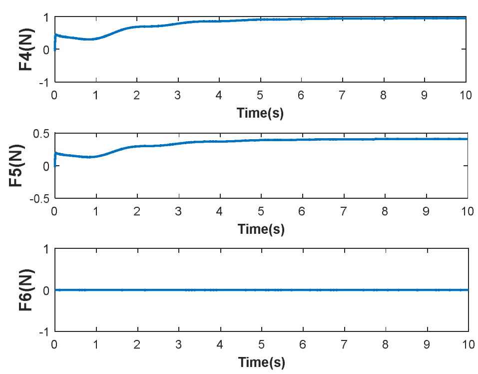
برای کنترل موقعیت ثابت از کنترل‌گر تطبیقی مبتنی بر شبکه عصبی شعاعی و تابع تصویر استفاده می‌شود. در شبیه سازی مقدار اولیه $\theta_1 = \frac{\pi}{12}, \theta_2 = \frac{\pi}{12}$ و مقادیر مطلوب $\theta_1 = 30°$، $\theta_2 = 10°$، $\varphi_1 = 10°$ و $\varphi_2 = 15°$ می‌باشد. مقادیر بهره های کنترلی $\mathbf{K}_1 = 0.9\mathbf{I}$ و $\mathbf{K}_2 = 0.9\mathbf{I}$ در نظر گرفته می‌شوند. نتایج شبیه سازی در شکل‌های ۴ تا ۶ نشان داده شده است.



شکل ۴- نحوه عملکرد کنترل‌گر پیشنهادی برای کنترل موقعیت ثابت ربات پیوسته



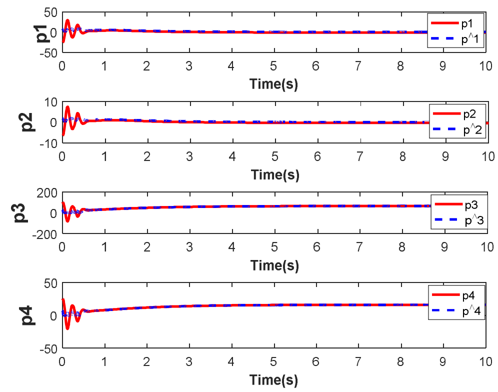
شکل ۵- ورودی‌های لازم برای کنترل موقعیت ثابت بخش اول ربات پیوسته



شکل ۶- ورودی‌های لازم برای کنترل موقعیت ثابت بخش دوم ربات پیوسته

همانطور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود θ_1, θ_2 و φ_1, φ_2 زاویه مطلوب را دنبال می‌کنند. همچنین در شکل ۵ مقدار ورودی به بخش اول و دوم خم‌شونده ربات پیوسته نمایش داده شده است. که مقداری محدود و قابل دسترس برای ورودی‌ها می‌باشد. در شکل ۶ مقادیر

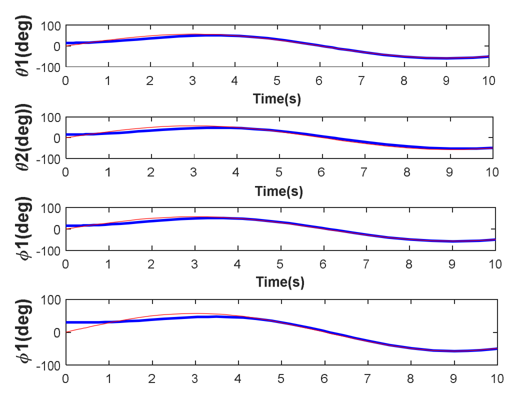
واقعی و تخمین زده شده برای المان‌های $\mathbf{P}$ نشان داده شده است. همانطور که از شکل ۶ مشاهده می‌شود مقادیر تخمین‌زده شده محدود و در نزدیکی مقادیر واقعی قرار دارند.



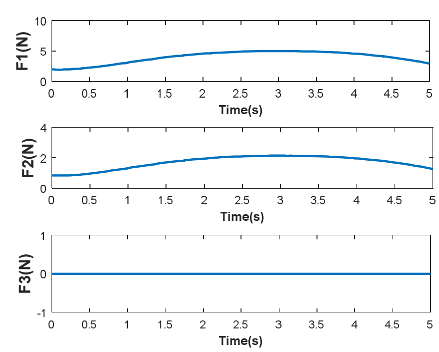
شکل ۷- مقادیر واقعی و تخمین زده شده المان‌های $\mathbf{P}$

۲-۷- نتایج شبیه سازی کنترل مسیر ربات پیوسته کابلی

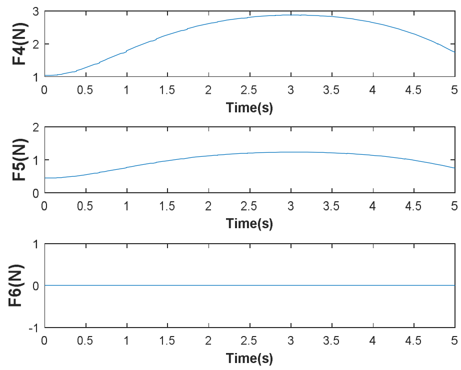
در این قسمت برای تعقیب مسیر از کنترل‌گر مقاوم مبتنی بر شبکه عصبی شعاعی و تابع تصویر استفاده می‌شود.



شکل ۸- نحوه عملکرد کنترل‌گر پیشنهادی برای کنترل مسیر ربات پیوسته



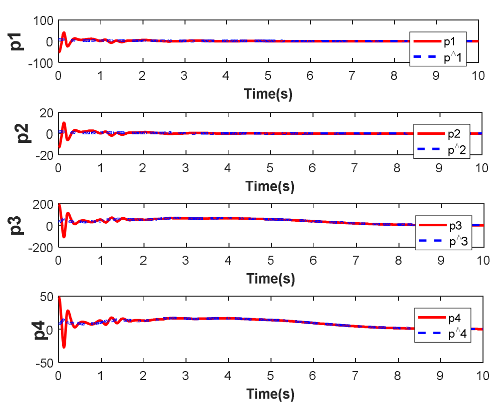
شکل ۹- ورودی‌های لازم برای کنترل مسیر بخش اول ربات پیوسته



شکل ۱۰- ورودی‌های لازم برای کنترل مسیر بخش دوم ربات پیوسته

مسیر مطلوب $\theta_1=\theta_2=\varphi_1=\varphi_2=\sin(\frac{\pi}{6}t)$ در نظر گرفته می‌شود. نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های ۷ تا ۹ نشان داده شده است. در شبیه سازی شکل ۷ مقادیر $\mathbf{K}_1=0.7\mathbf{I}$ ، $\mathbf{K}_2=0.9\mathbf{I}$ می‌باشد. همانطور که در شکل ۷ نشان داده شده است زاویه θ_1 ، θ_2 و φ_1,φ_2 مسیر مطلوب را دنبال می‌کنند. در شکل ۸ مقدار ورودی به بخش اول و دوم خم‌شونده ربات پیوسته نمایش داده شده است که مقداری محدود و قابل دسترس برای ورودی‌ها می‌باشد.

با توجه به رابطه (۳۲) تخمین المان‌های $\mathbf{P}$ محاسبه می‌شوند. در شکل ۹ مقادیر واقعی و تخمین زده شده برای المان‌های $\mathbf{P}$ نشان داده شده است. همانطور که از شکل ۹ مشخص است مقادیر تخمین‌زده شده محدود و در نزدیکی مقادیر واقعی قرار دارند.



شکل ۱۱- مقادیر واقعی و تخمین زده شده المان‌های $\mathbf{P}$

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل دینامیکی برای ربات پیوسته کابلی ارائه شد. مدل سینماتیکی و دینامیکی ارائه شده برای ربات پیوسته دارای مزایایی است. اولین مزیت مدل دینامیکی مذکور، کاهش پیچیدگی عبارات ریاضی بود که تجزیه، تحلیل و شبیه سازی رفتار ربات پیوسته را ساده‌تر می‌کرد. علاوه بر این از بوجود آمدن برخی تکینگی‌ها جلوگیری کرد. در مدل دینامیکی مورد نظر امکان مدل سازی ربات پیوسته کابلی با چندین بخش خم‌شونده وجود داشت. در ادامه

معادلات حرکت ربات پیوسته کابلی به کمک مدل دینامیکی مذکور بدست آمدند. پس از آن کنترل‌گر غیر خطی مقاومی پیشنهاد شد. کنترل‌گر مقاوم مبتنی بر شبکه عصبی شعاعی و تابع تصویر طراحی شده برخی عبارات غیر خطی و پیچیده از جمله نیروهای کوریولیس و جانب مرکز را که ممکن است در دسترس نباشند، تخمین زد و کنترل تعقیب مسیر را به خوبی انجام داد. برای اطمینان از صحت پژوهش انجام شده نتایج با مرجع [۶] مقایسه شد و اعتبار نتایج تایید گشت. نتایج چندین شبیه سازی نشان داد که کنترل‌گر پیشنهادی به خوبی ربات را در مسیر مطلوب قرار می‌دهد بدون آن‌که اطلاعاتی از جملات غیر خطی دینامیک ربات داشته باشد.

۹- مراجع

[1] Walker I.D., *Continuous Backbone "Continuum" Robot Manipulators.* Isrn robotics, 2013. **2013**.

[2] *Webster* Iii R.J. and Jones B.A., *Design and Kinematic Modeling of Constant Curvature Continuum Robots: A Review.* The International Journal of Robotics Research, 2010. **29**(13), 1661-1683.

[3] Renda F., Cacucciolo V., Dias J., and Seneviratne L. *Discrete Cosserat Approach for Soft Robot Dynamics: A New Piece-Wise Constant Strain Model with Torsion and Shears*. in *2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. 2016. IEEE.

[4] Chirikjian G.S. *A Continuum Approach to Hyper-Redundant Manipulator Dynamics*. in *Proceedings of 1993 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS'93)*. 1993. IEEE.

[5] Largilliere F., Verona V., Coevoet E., Sanz-Lopez M., Dequidt J., and Duriez C. *Real-Time Control of Soft-Robots Using Asynchronous Finite Element Modeling*. in *2015* IEEE *International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. 2015. IEEE.

[6] Amouri A., Zaatri A ,.and Mahfoudi C., *Dynamic Modeling of a Class of Continuum Manipulators in Fixed Orientation.* Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2018. **91**(3-4), 413-424.

[7] Robinson G. and Davies J.B.C. *Continuum Robots-a State of the Art*. in *Proceedings 1999 IEEE international conference on robotics and automation (Cat. No. 99CH36288C)*. 1999. IEEE.

[8] Hannan M. and Walker I., *Novel Kinematics for Continuum Robots*, in *Advances in Robot Kinematics*. 2000, Springer. p. 227-238.

[9] Gravagne I.A. and Walker I.D. *Kinematic Transformations for Remotely-Actuated Planar Continuum Robots*. in *Proceedings 2000 ICRA. Millennium Conference. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Symposia Proceedings (Cat. No. 00CH37065)*. 2000. IEEE.

[10] Gravagne I.A., Rahn C.D., and Walker I.D. *Good Vibrations: A Vibration Damping Setpoint Controller for Continuum Robots*. in *Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 01CH37164)*. 2001. IEEE.

[11] Chirikjian G.S., *Design and Analysis of Some Nonanthropomorphic, Biologically Inspired Robots: An Overview.* Journal of Robotic Systems, 2001. **18**(12), 701-713.

[12] Mochiyama H. and Kobayashi H. *The Shape Jacobian of a Manipulator with Hyper Degrees of Freedom*. in *Proceedings 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 99CH36288C)*. 1999. IEEE.

[13] Gravagne I.A. and Walker I.D. *Uniform Regulation of a Multi-Section Continuum Manipulator*. in *Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 02CH37292)*. 2002. IEEE.

[14] Ivanescu M. *Position Dynamic Control for a Tentacle Manipulator*. in *Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 02CH37292)*. 2002. IEEE.

[15] Gravagne I.A., Rahn C.D., and Walker I.D., *Large Deflection Dynamics and Control for Planar Continuum Robots.* IEEE/ASME transactions on mechatronics, 2003. **8**(2), 299-307.

[16] Braganza D., Dawson D., Walker I., and Nath N. *Neural Network Grasping Controller for Continuum Robots*. in *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*. 2006. IEEE.

[17] Nemat-Nasser S. and Guo W.-G., *Superelastic and Cyclic Response of Niti Sma at Various Strain Rates and Temperatures.* Mechanics of materials, 2006. **38**(5-6), 463-474.

[18] Li Z. and Du R., *Design and Analysis of a Bio-Inspired Wire-Driven Multi-Section Flexible Robot.* International Journal of Advanced Robotic Systems, 2013. **10**(4), 209.

[19] Fertis D.G., *Advanced Mechanics of Structures*. 1996: CRC Press.

[20] Dehghani R. and Khanlo H., *Radial Basis Function Neural Network Chaos Control of a Piezomagnetoelastic Energy Harvesting System.* Journal of Vibration and Control, 2019, 1077546319852222.