

بررسی عملکرد کنترل کننده‌های مد لغزشی مرتبه اول و دوم در کنترل مسیر کوادروتور همراه با عدم قطعیت

کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، parisa_j.milani@yahoo.com
استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، ma.hamed@tabrizu.ac.ir

پریسا جدید میلانی
محمد علی حامد*

چکیده

کوادروتور از جمله پرنده‌های بدون سرنشین است که به دلیل قابلیت بالا در مانوردهی و ساختار نسبتاً ساده مورد توجه قرار گرفته است. در مقابل، رفتار به شدت غیرخطی از معایب این وسیله به شمار می‌آید. با توجه به اینکه مدل دینامیکی کوادروتور غیرخطی و همراه با عدم قطعیت‌ها است، از روشهای کنترل مقاوم از جمله مد لغزشی به منظور ردیابی مسیر مطلوب و پایداری سیستم استفاده می‌شود. با وجود قابلیت‌های بالای روش مد لغزشی، مشکل نوسان فرکانس بالا در سیگنال ورودی از معایب آن به شمار می‌رود که با استفاده از روشهای مرتبه بالا کاهش می‌یابد. در این مقاله رفتار کنترل کننده‌های مد لغزشی مرتبه اول و دوم در ردیابی دقیق موقعیت و زاویه یاو همراه با پایداری زوایای رول و پیچ کوادروتور تحت شرایط عدم قطعیت زیاد مورد بررسی قرار گرفته است. در مد لغزشی مرتبه دوم از الگوریتم فرایچه‌چی برای طراحی کنترل کننده استفاده شده است. با وجود عدم قطعیت‌های پارامتری در سیستم، نتایج حاصل از شبیه سازی‌ها نشان از کارآمدی روش کنترلی مد لغزشی مرتبه دوم در ردیابی، پایداری و کاهش پدیده نوسانات ناخواسته دارد.

واژه‌های کلیدی: کوادروتور، مد لغزشی مرتبه اول، مد لغزشی مرتبه دوم، ردیابی موقعیت، نوسانات ناخواسته.

Study of the performance of the first and second order sliding mode controllers on trajectory tracking control of quadrotor in presence of uncertainty

P. Jadid Milani
M. A. Hamed

Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran
Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

Abstract

Quadrotor is one type of unmanned aerial vehicles which its maneuverability and simple structure has extracted fascination. In spite of this, its highly non-linear behavior can be regarded as one of its disadvantages. The dynamic model of quadrotor is nonlinear with many sources of uncertainty, so in the controller design process, robust control methods such as sliding mode, are required in order to achieve good tracking and stabilization results. In contrast to the high capabilities of sliding mode control approach, high frequency switching of the control signal, is considered as one of its disadvantages, which can be reduced by using higher order techniques. In this paper the behavior of the both first order and second order sliding mode controllers in, trajectory tracking of the position and the yaw angle to their desired values and stabilization of the roll and pitch angles of the quadrotor, under high uncertain conditions, are investigated. The second order sliding mode control was designed based on super twisting algorithm. Considering high parametric uncertainty in quadrotor data, the comparison between the results of the two methods, shows the good performance of the second order sliding mode control, in terms of tracking, stabilization and chattering reduction.

Keywords: Quadrotor, first order sliding mode, second order sliding mode, trajectory tracking, chattering.

وسيله می‌توان به عملیات جستجو و نجات، عکس برداری، استفاده در محیط‌های خطرناک و غیرقابل دسترس اشاره کرد.

تاکنون در زمینه طراحی کنترل کننده برای کوادروتور پژوهش‌های زیادی صورت گرفته است. به عنوان یکی از اولین و اصلی‌ترین کارهای انجام شده در این زمینه می‌توان به مرجع [۱] اشاره کرد که در آن پس از ارائه مدل دینامیکی مناسب برای کوادروتور از دو روش کنترلی غیرخطی، کنترل گام به عقب^۲ و مد لغزشی^۳ برای کنترل کوادروتور استفاده شده است. نتایج بدست آمده از روش مد لغزشی

۱- مقدمه

علت محبوبیت پرنده‌های بدون سرنشین، عدم دخالت مستقیم نیروی انسانی است. به طور عمده پرنده‌های بدون سرنشین به دو دسته بال ثابت و بال متحرک تقسیم می‌شوند. مزیت بال متحرک‌ها که کوادروتور^۱ هم جزء آن‌ها به شمار می‌آید، قابلیت آن‌ها در پرواز و فرود عمودی، داشتن خاصیت شناوری در هوا و همچنین قابلیت مانوردهی بالا است. البته مصرف انرژی بالا، رفتار به شدت غیرخطی، محدودیت زمان پرواز از معایب این وسیله به شمار می‌آید. از کاربردهای این

² Back stepping

³ Sliding mode

¹ quadrotor

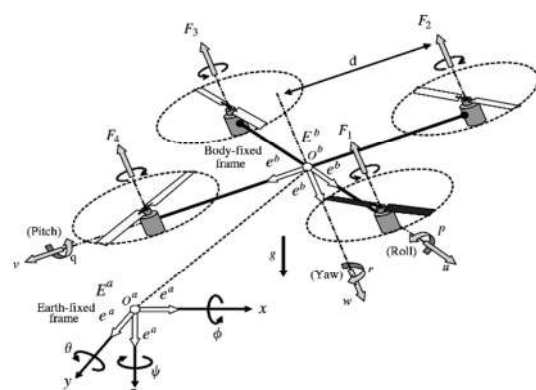
متوسط بوده، که دلیل آن طبیعت نوسانی سیستم است. با دست‌بندی معادلات به سه زیرسیستم حرکتی و استفاده از روش کنترلی مد لغزشی گام به عقب در مرجع [۲] نتایج بهتری در پایدارسازی موقعیت و زوایای کوادروتور همراه با ورودی‌های مناسب حاصل شده است. در مرجع [۳] روش کنترلی مد لغزشی مرتبه اول بر اساس روش گام به عقب برای بهبود عملکرد کوادروتور به کار رفته است که در آن سنتز خطای ردیابی و تابع لیاپانوف با روش گام به عقب و تضمین پایداری و ردیابی مسیر مطلوب با روش مد لغزشی انجام شده است. از شبکه عصبی و کنترل تطبیقی، به منظور مقاوم کردن کنترل گام به عقب کوادروتور در برابر نامعینی‌ها استفاده شده است؛ که از معایب آن می‌توان به طولانی شدن فرآیند پیاده‌سازی اشاره کرد [۴]. در [۵] پسخور خطی‌ساز با کنترل کننده مد لغزشی تطبیقی بکار برده شده است، که مد لغزشی در شرایطی با نویز کم تطبیق عدم قطعیت‌هایی مثل اثر زمین را به خوبی تخمین زده است. یکی از روش‌های حذف نوسانات ناخواسته استفاده از روش فازی است. پژوهش صورت گرفته در [۶] کنترل کننده مد لغزشی گام به عقب بهبود یافته با منطق فازی، که در آن از الگوریتم فازی برای تولید سیگنال‌های تصادفی استفاده شده است، به کار برده شده است. همچنین در [۷] از کنترل کننده مد لغزشی فازی برای رسیدن به مختصات مطلوب کوادروتور استفاده شده است، که در آن کنترل کننده مد لغزشی برای مقابله با اغتشاشات خارجی و کنترل کننده فازی برای کاهش پدیده نوسانات ناخواسته و بهبود عملکرد سیستم به کار گرفته شده است. از فیلتر کالمن^۱ برای ردیابی مسیر کوادروتور استفاده شده، که فیلتر کالمن برای تخمین بردار حالت‌های نویزی به کار برده شده است [۸]. در [۹] از روش حداقل مربعات بر اساس مد لغزشی برای کنترل کوادروتور و ذخیره انرژی با کاهش نوسان پرداخته شده است. این روش مشکلات ورودی‌های کنترلی برای حرکت کوادروتور را حل کرده و به همی شش درجه آزادی اجازه حضور در محاسبه ورودی‌های کنترلی را داده است. روش‌های دیگری نیز مثل الگوریتم ژنتیک [۱۰] پسخور بینایی [۱۱] برای بهبود عملکرد کوادروتور به کار رفته‌اند. در مرجع [۱۲] از کنترل تطبیقی استفاده شده است که ترکیبی از کنترل کننده پسخور خطی‌ساز و جبران‌ساز تطبیقی عصبی است، که برای به حداقل رساندن خطاهای کنترلی ایجاد شده توسط عدم قطعیت‌های موجود در پارامترهای نامی معرفی شده است. یکی دیگر از روش‌های حذف نوسانات، استفاده از روش مد لغزشی مرتبه بالا می‌باشد، که با استفاده از این روش مزیت‌های اصلی روش کنترلی مد لغزشی استاندارد حفظ شده و همچنین از پدیده نوسانات ناخواسته نیز بدون کاهش دقت کاسته می‌شود. در همین راستا، الگوریتم فرآیند پیشی^۲ که بر پایه مد لغزشی است، برای کنترل زوایای دوران و پایدارسازی کوادروتور در [۱۳] به کار رفته است. از مد لغزشی مرتبه دو بر مبنای روش پیشی^۳ به همراه فیلتر کالمن در [۱۴] برای کنترل موقعیت و جهت‌گیری کوادروتور استفاده شده است. با توجه به اینکه مبنای این روش در استفاده مشتق متغیر لغزشی در محاسبه ورودی کنترلی بوده است،

نتایج به دست آمده نشان‌گر نوسان زیاد در ورودی کنترلی است. از مقالات منتشر شده در کشور می‌توان به موارد زیر اشاره کرد: در مرجع [۱۵] بهبود عملکرد کنترلر پسگام انتگرالی با استفاده از شناسایی حلقه بسته پارامترها در تعقیب مسیر یک کوادروتور انجام شده است. در مرجع [۱۶] طراحی و شبیه‌سازی کنترل کننده مد لغزشی ترمینالی پسگام غیر تکین و فیلتر کالمن توسعه یافته برای سیستم نامعین کوادروتور ارائه شده است. استفاده هم زمان از کنترل کننده، رویت گر برای کنترل و تخمین حالت‌های کوادروتور در [۱۷] پیشنهاد شده است که نتایج عددی نشان دهنده عملکرد خوب این نوع کنترل کننده است. در مرجع [۱۸] نیز از کنترل کننده و مشاهده‌گر حالت لغزشی با پیش‌فوق العاده برای تعقیب مسیر مطلوب استفاده شده است.

با توجه به پژوهش‌های صورت گرفته، مشاهده می‌شود که روش مد لغزشی مرتبه اول برای کنترل کوادروتور بارها مورد استفاده قرار گرفته است و با توجه به اینکه ایراد روش مد لغزشی مرتبه اول نوسانات ناخواسته است، برای حذف آن از روش‌های تلفیقی مثل فازی، عصبی و ... استفاده شده است. روش مد لغزشی مرتبه دوم که دارای مزیت روش مرتبه اول بوده و همچنین معایب آن که پدیده نوسانات ناخواسته است را نیز ندارد، برای کنترل جهت‌گیری کوادروتور به کار گرفته شده است. هدف از این مقاله مقایسه‌ی دو روش کنترلی مد لغزشی مرتبه اول و دوم و مقایسه عملکرد آن در ردیابی موقعیت و وضعیت و همچنین پایداری زوایای رول و پیچ در شرایط عدم قطعیت زیاد است. علاوه بر آن ورودی‌های کنترلی در هر دو روش کنترلی مد لغزشی مرتبه اول و دوم نیز مقایسه شده است.

۲- مدل سازی دینامیکی

در شکل ۱ نیروها و گشتاورهای وارد بر کوادروتور نشان داده شده است. همان‌طور که از شکل پیداست، برای مدل‌سازی این سیستم دو سیستم مختصات مرجع (سیستم مختصات متصل به زمین) و سیستم مختصات محلی (سیستم مختصات متصل به جسم) در نظر گرفته شده است، که به ترتیب با حروف اختصاری E و B نشان داده می‌شود.



شکل ۱- نیروها و گشتاورهای موثر بر کوادروتور [۱۳]

دستگاه مرجع ثابت بوده، و مبدا دستگاه محلی بر روی مرکز جرم کوادروتور قرار دارد و همراه با جسم جهت‌گیری و حرکت می‌کند. برای

¹ Kalman filter

² Super-twist

³ Twisting algorithm

$$\begin{aligned} U_1 &= b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ U_2 &= bl(\Omega_2^2 - \Omega_4^2) \\ U_3 &= bl(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ U_4 &= d(-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 - \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ \Omega_s &= (\Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4) \end{aligned} \quad (4)$$

نیروهای اصطکاک ایرودینامیکی همچون مرجع [۱۹] فقط ناشی از حرکت انتقالی در نظر گرفته شده و از τ_{aero} صرف نظر شده است. ضرایب A_z, A_y, A_x نشان دهنده ضرایب پسای ناشی از نیروهای ایرودینامیکی در حرکت انتقالی است. در معادله (۳)، $J_R \Omega_s \dot{\theta}$ و $J_R \Omega_s \dot{\phi}$ بیان کننده اثرات ژيروسکوپی ناشی از پرها است.

با تعریف بردار حالت به فرم زیر:

$$X = [x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y} \quad z \quad \dot{z} \quad \phi \quad \dot{\phi} \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad \psi \quad \dot{\psi}] \quad (5)$$

مدل دینامیکی (۳) را می‌توان در شکل معادلات حالت غیر خطی $\dot{X} = f(X, U)$ به صورت زیر نوشت [۱۶]:

$$f(X, U) = \begin{bmatrix} x \\ (C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi) \frac{1}{m} U_1 - A_x \frac{\dot{x}}{m} \\ y \\ (S_\theta C_\phi S_\psi - S_\phi C_\psi) \frac{1}{m} U_1 - A_y \frac{\dot{y}}{m} \\ z \\ -g + (C_\theta C_\phi) \frac{1}{m} U_1 - A_z \frac{\dot{z}}{m} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \psi \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) - \frac{J_R}{I_x} \dot{\theta} \Omega_s + \frac{1}{I_x} U_2 \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \psi \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) + \frac{J_R}{I_y} \dot{\phi} \Omega_s + \frac{1}{I_y} U_3 \\ \dot{\psi} \\ \dot{\phi} \dot{\theta} \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right) + \frac{1}{I_z} U_4 \end{bmatrix} \quad (6)$$

۳- طراحی کنترل کننده مد لغزشی

طراحی یک قانون کنترلی که عملکرد مطلوب برای سیستم حلقه بسته در حضور اغتشاشات/ نامعینی‌ها را فراهم کند، یک چالش پیش روی مهندسی کنترل است که در این بین توجه‌ها به سمت روش کنترلی مد لغزشی که یک روش خاص برای طراحی کنترل مقاوم بوده، جلب شده است [۲۰].

۳-۱- مد لغزشی مرتبه اول

در کنترل کننده مد لغزشی مرتبه اول، طراحی سطح لغزش محدود به داشتن درجه نسبی حداقل یک نسبت به ورودی کنترلی است، به عبارت دیگر برای طراحی مناسب سطح لغزش درجه نسبی سیستم باید در نظر گرفته شود [۲۱]. با توجه به اینکه درجه نسبی سیستم دو است، سطح لغزش در نظر گرفته شده به صورت زیر است [۲۱]:

$$s = e + \lambda e \quad (7)$$

سادگی محاسبات و شبیه سازی‌ها، تمامی معادلات در دستگاه مرجع بیان می‌شود. برای استخراج معادلات دینامیکی فرضیات زیر در نظر گرفته شده است [۱]:

- مرکز جرم و مرکز هندسی کوادروتور بر هم منطبق هستند.
- ساختار کوادروتور و ملخ‌ها صلب هستند.
- ساختار کوادروتور متقارن فرض شده است.
- محور دستگاه بدنه متصل به کوادروتور منطبق بر محورهای اینرسی اصلی کوادروتور است، که در این صورت ماتریس اینرسی قطری شده و معادلات دینامیکی ساده‌تر می‌شود.

موقعیت مطلق با $\xi = [x, y, z]^T$ و زوایای آن با سه زاویه اویلری $\eta = [\phi, \theta, \psi]^T$ نشان داده می‌شود. ϕ نشان دهنده زاویه رول، θ نشان دهنده زاویه پیچ و ψ نشان دهنده زاویه یاء است. این سه زاویه به صورت رابطه (۱) محدود شده است.

ماتریس تبدیل انتقال از مختصات محلی به مختصات مرجع و ماتریس تبدیل دوران به صورت زیر بیان می‌شود:

$$R_l = \begin{bmatrix} C_\theta C_\psi & S_\theta S_\psi & -C_\phi S_\psi & C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi \\ C_\theta S_\psi & S_\theta C_\psi + S_\phi S_\theta S_\psi & S_\theta C_\phi S_\psi - S_\phi C_\psi \\ -S_\theta & S_\phi C_\theta & C_\theta C_\phi \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$R_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -S_\theta \\ 0 & C_\phi & C_\theta S_\phi \\ 0 & -S_\phi & C_\theta C_\phi \end{bmatrix} \quad (2)$$

که C و S به ترتیب بیان گر cos و sin است.

با نوشتن معادلات نیرو در دستگاه مرجع و گشتاور در دستگاه بدنه‌ی کوادروتور معادلات دینامیکی حاکم بر حرکت سیستم به صورت زیر به دست می‌آید [۱۶]:

$$\begin{cases} \ddot{x} = (C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi) \frac{1}{m} U_1 - A_x \frac{\dot{x}}{m} \\ \ddot{y} = (S_\theta C_\phi S_\psi - S_\phi C_\psi) \frac{1}{m} U_1 - A_y \frac{\dot{y}}{m} \\ \ddot{z} = -g + (C_\theta C_\phi) \frac{1}{m} U_1 - A_z \frac{\dot{z}}{m} \\ \ddot{\phi} = \dot{\theta} \psi \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) - \frac{J_R}{I_x} \dot{\theta} \Omega_s + \frac{1}{I_x} U_2 \\ \ddot{\theta} = \dot{\phi} \psi \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) + \frac{J_R}{I_y} \dot{\phi} \Omega_s + \frac{1}{I_y} U_3 \\ \ddot{\psi} = \dot{\phi} \dot{\theta} \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right) + \frac{1}{I_z} U_4 \end{cases} \quad (3)$$

نیروهایی که در مختصات متصل به جسم بر کوادروتور وارد می‌شود، شامل نیروهای پیش رانش تولید شده توسط ملخ‌ها در جهت مختصه z محور مختصات محلی است، که با U_1 نمایش داده می‌شود. U_2 و U_3 گشتاورهای ناشی از نیروی پیش رانش روتورهاست، که حول زوایای رول و پیچ بر کوادروتور وارد می‌شود. U_4 ناشی از گشتاور اصطکاکی روتورها است. مقادیر این نیروها بر حسب مقادیر سرعت زاویه‌ای روتورها با روابط زیر نمایش داده می‌شود [۱۶]:

که e خطای ردیابی بوده و به صورت $e = \xi_d - \xi$ برای موقعیت و $e = \eta_d - \eta$ برای وضعیت است. با در نظر گرفتن تابع لیاپانوف به فرم [۲۱]:

$$V(s_z) = \frac{1}{2} s_z^2 \quad (8)$$

و مشتق گیری از آن و جایگذاری \ddot{z} از معادله (۳) خواهیم داشت:

$$\dot{V}(s_z) = s_z (\dot{z}_d + g - (\cos \phi \cos \theta) \frac{1}{m} U_1 + A_z \frac{z}{m} + \lambda(\dot{z}_d - \dot{z})) \quad (9)$$

$$\dot{V}(s_z) = s_z (\dot{z}_d + u + A_z \frac{z}{m}) \quad (10)$$

که u برابر است با:

$$u = g - (\cos \phi \cos \theta) \frac{1}{m} U_1 + \lambda(\dot{z}_d - \dot{z}) \quad (11)$$

با انتخاب u به صورت:

$$u = -k_z \text{sign}(s_z) \quad (12)$$

که در آن sign تابع علامت و $\dot{V}, k_z > 0$ به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{V}(s_z) = s_z (f(x) - k_z \text{sign}(s_z)) \quad (13)$$

$$\dot{V} \leq |s_z| L - |s_z| k_z \quad (14)$$

برای $k_z > L$ به طوری که $L = \sup(f(x))$ شرط پایداری برقرار خواهد بود.

متعاقباً قانون کنترلی U که s را با گذشت زمان به صفر برساند، به صورت زیر بدست می‌آید:

$$U_1 = \frac{-m}{\cos \phi \cos \theta} (-g - \lambda(\dot{z}_d - \dot{z}) - k_z \text{sign}(s_z)) \quad (15)$$

به همین ترتیب برای U_2, U_3, U_4 خواهیم داشت:

$$U_2 = -I_x (-\lambda(\dot{\phi}_d - \dot{\phi}) + \dot{\theta} \dot{\psi} (\frac{I_y - I_z}{I_x}) - k_\phi \text{sign}(s_\phi)) \quad (16)$$

$$U_3 = -I_y (-\lambda(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + \dot{\phi} \dot{\psi} (\frac{I_x - I_z}{I_y}) - k_\theta \text{sign}(s_\theta)) \quad (17)$$

$$U_4 = -I_z (-\lambda(\dot{\psi}_d - \dot{\psi}) + \dot{\phi} \dot{\theta} (\frac{I_x - I_y}{I_z}) - k_\psi \text{sign}(s_\psi)) \quad (18)$$

۲-۳- محاسبه زوایای رول و پیچ مطلوب

کنترل کوادروتور به دو صورت دستی و توسط شخص اپراتور و یا با برد کامپیوتری انجام می‌گیرد، که در هر دو حالت پایداری زوایا به صورت عملی توسط کنترل کننده تعبیه شده روی وسیله انجام می‌گیرد. به دلیل اینکه کوادروتور یک سیستم با کمبود عملگر^۱ است، علاوه بر چهار کنترل کننده اصلی به دو کنترل کننده مجازی u_x و u_y که در معادله (۲۱) آورده شده است، نیاز هست تا بتوان سیستم را به درستی کنترل نمود. این مساله زمانی اهمیت دارد که کنترل هم‌زمان موقعیت و وضعیت کوادروتور مد نظر باشد، چراکه به دلیل خاصیت کمبود عملگر نمی‌توان به راحتی به نتایج مطلوب رسید.

$$u_x = \cos(\phi) \cos(\psi) \sin(\theta) + \sin(\phi) \sin(\psi) \quad (19)$$

$$u_y = \cos(\phi) \sin(\psi) \sin(\theta) - \sin(\phi) \cos(\psi) \quad (20)$$

بنابراین مقادیر θ_d, ϕ_d باید محاسبه شود. ورودی‌های کنترلی مجازی از

روش پسخور خطی ساز محاسبه شده و سپس در محاسبه زوایای رول و پیچ به کار برده شده است. از معادله (۳) و (۱۹) و همچنین با توجه به اینکه مقدار U_1 در بخش (۱-۳) محاسبه شده است، خواهیم داشت:

$$\dot{x} = \frac{U_1}{m} u_x \quad (21)$$

$$\dot{y} = \frac{U_1}{m} u_y \quad (22)$$

با در نظر گرفتن خطای ردیابی برای x و مشتقات مرتبه اول و دوم آن و با فرض:

$$\dot{e}_x = -c_1 e_x - c_2 e_x \quad (23)$$

$$\ddot{x} = \ddot{x}_d + c_1 \dot{e}_x + c_2 e_x \quad (24)$$

از معادله (۲۱) و (۲۴) به دست می‌آید:

$$u_x = \frac{m}{U_1} (\ddot{x}_d + c_1 \dot{e}_x + c_2 e_x) \quad (25)$$

همین مراحل برای u_y نیز تکرار می‌شود:

$$u_y = \frac{m}{U_1} (\ddot{y}_d + c_3 \dot{e}_y + c_4 e_y) \quad (26)$$

با توجه به معادلات (۳)، (۲۵) و (۲۶) و با توجه به معلوم بودن ψ_d می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \phi_d = \arcsin(-u_y \cos \psi_d + u_x \sin \psi_d) \\ \theta_d = \arcsin(\frac{u_x \cos \psi_d + u_y \sin \psi_d}{\cos \phi_d}) \end{cases} \quad (27)$$

۳-۳- مد لغزشی مرتبه دوم

در این بخش روش کنترلی مد لغزشی مرتبه دوم با استفاده از الگوریتم فرایپیشی به کار گرفته شده است. برای مشتق سطح لغزش تعریف شده زیر، الگوریتم فرایپیشی به صورت زیر معرفی می‌شود [۲۱]:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \rho(t, x) + u \\ u &= -k_1 |s|^\gamma \text{sign}(s) + v \\ \dot{v} &= -k_2 \text{sign}(s) \end{aligned} \quad (28)$$

که در آن جمله اغتشاش ρ به صورت یکنواخت محدود در نظر گرفته می‌شود ($|\rho| < \delta$). با تعریف سطح لغزش و خطای ردیابی همانند روش مد لغزشی مرتبه اول و تعریف کنترل مجازی u_z به صورت زیر:

$$\begin{cases} u_z = -k_z |s_z|^\gamma \text{sign}(s_z) + v_z \\ \dot{v}_z = -k_2 \text{sign}(s_z) \end{cases} \quad (29)$$

قانون کنترل مقاوم برای U_1 به صورت زیر به دست می‌آید:

$$U_1 = \frac{-m}{\cos \phi \cos \theta} (-g - \lambda(\dot{z}_d - \dot{z}) - k_z |s_z|^\gamma \text{sign}(s_z) + v_z) \quad (30)$$

و به همین ترتیب قوانین کنترلی U_2, U_3, U_4 نیز با معادلات (۳۱) تا (۳۳) ارائه می‌گردد:

$$U_2 = -I_x (-\lambda(\dot{\phi}_d - \dot{\phi}) + \dot{\theta} \dot{\psi} (\frac{I_y - I_z}{I_x}) - k_\phi |s_\phi|^\gamma \text{sign}(s_\phi) + v_\phi) \quad (31)$$

$$U_3 = -I_y (-\lambda(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + \dot{\phi} \dot{\psi} (\frac{I_x - I_z}{I_y}) - k_\theta |s_\theta|^\gamma \text{sign}(s_\theta) + v_\theta) \quad (32)$$

$$k_\theta |s_\theta|^\gamma \text{sign}(s_\theta) + v_\theta$$

¹ Under-actuated

۴-۱- نتایج شبیه سازی مد لغزشی مرتبه اول

در این قسمت به شبیه سازی عملکرد قانون کنترلی مد لغزشی مرتبه اول پرداخته شده است. به منظور حذف نوسانات ناخواسته، به جای تابع علامت، از تابع سیگموئید^۱ $\text{sign}(\sigma) \approx \frac{\sigma}{|\sigma|+\varepsilon}$ که ε مقدار اسکالر مثبت کوچکتر از یک است، که در اینجا $\varepsilon = 0.1$ در نظر گرفته شده است. در جدول ۱ مقادیر نامی و در جدول ۲ مقادیر واقعی پارامترهای سیستم بیان شده و پارامترهای کنترل نیز در جدول ۳ آورده شده است. با توجه به اینکه هدف بررسی عملکرد دو کنترل کننده در شرایط عدم قطعیت زیاد است، مقادیر واقعی چهار برابر مقادیر نامی در نظر گرفته شده است.

جدول ۱- پارامترهای نامی سیستم کوادروتور [۱۶]

پارامتر	مقدار	واحد
m	0.285	kg
l	0.21	m
g	9.81	m.s ⁻¹
I _x =I _y	5.13×10 ⁻³	kg.m ²
I _z	1.016×10 ⁻²	kg.m ²
I _r	0.2×10 ⁻⁵	kg.m ²

جدول ۲- پارامترهای واقعی سیستم کوادروتور

پارامتر	مقدار	واحد
m	1.14	kg
I _x =I _y	20.52×10 ⁻³	kg.m ²
I _z	4.064×10 ⁻²	kg.m ²
I _r	0.8×10 ⁻⁵	kg.m ²

جدول ۳- پارامترهای کنترلی کوادروتور

$k_z = k_\phi = k_\theta = 100$	$\lambda = 1$
$k_x = k_y = 80$	$A_x = A_y = A_z = 0.65$
$k_\psi = 20$	

نتایج شبیه سازی برای ردیابی موقعیت و زاویه مطلوب یاو و همچنین زوایای رول و پیچ در روش مد لغزشی مرتبه اول و با در نظر گرفتن شرایط اولیه حرکت از مبدا مختصات در شکل های ۲ و ۳ ارائه شده است. شکل ۴ نیز سیگنال ورودی U(t) را نشان می دهد. با توجه به شکل ۲ مشاهده می شود که ردیابی موقعیت مطلوب x, y, z دارای خطا می باشد و با گذشت زمان نیز خطا جبران نشده است. با توجه به شکل ۳ مشاهده می شود که ردیابی زاویه یاو به خوبی انجام گرفته است. زوایای رول و پیچ نیز به طور مستقل کنترل نمی شود و ردیابی در مورد آنها مطرح نیست، بلکه پایداری آنها مد نظر است و مشاهده می شود که زوایای رول و پیچ نیز از پایداری برخوردار هستند و با یک اختلاف فاز مقدار مطلوب را دنبال می کنند.

$$U_4 = -I_z (-\lambda(\dot{\psi}_d - \dot{\psi}) + \dot{\phi}\dot{\theta}(\frac{I_x - I_y}{I_z})) - k_\psi |\dot{s}_\psi|^{\gamma} \text{sign}(s_\psi) + v_\psi \quad (33)$$

۴-۳- محاسبه زوایای رول و پیچ

زوایای رول و پیچ مطلوب در این قسمت با استفاده از روش مد لغزشی مرتبه دوم به دست می آید که روال کار همانند بخش ۲-۳ برای محاسبه U است.

با تعریف سطح لغزش و خطای ردیابی همانند بخش ۲-۳ و به کارگیری تابع لیاپانوف و معادله ی (۲۸) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} u = -k_x |s_x|^{\gamma} \text{sign}(s_x) + v_x \\ \dot{v}_x = -k_2 \text{sign}(s_x) \end{cases} \quad (34)$$

$$u_x = \frac{-m}{U_1} (-\lambda_x (\dot{x}_d - \dot{x}) - k_x |s_x|^{\gamma} \text{sign}(s_x) + v_x) \quad (35)$$

و به همین ترتیب u_y به صورت زیر است:

$$u_y = \frac{-m}{U_1} (-\lambda_y (\dot{y}_d - \dot{y}) - k_y |s_y|^{\gamma} \text{sign}(s_y) + v_y) \quad (36)$$

حال با توجه به معادلات (۳)، (۳۵) و (۳۶)، (θ_d, ϕ_d) با استفاده از معادلات (۲۷) به دست می آید.

۳-۵- اثبات پایداری الگوریتم فراپیشی

الگوریتم سوپرتویست استاندارد (STA) با جمله اغتشاش به صورت زیر تعریف می گردد:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -k_1 |z_1|^{\gamma} \text{sgn}(z_1) + z_2 \\ \dot{z}_2 = -k_2 \text{sgn}(z_1) + \rho(t, z) \end{cases} \quad (37)$$

که $z_1, z_2 \in \mathbb{R}$ و جمله اغتشاش ρ به صورت یکنواخت محدود است. ($|\rho| < \delta$)

هدف اثبات پایداری نقطه تعادل $(z_1, z_2) = (0, 0)$ است. تابع لیاپانوف به صورت زیر در نظر گرفته می شود [۲۲]:

$$V = \zeta^T P \zeta \quad (38)$$

که در آن $\zeta = [|z_1|^{\gamma/2} \text{sign}(z_1), z_2]^T$ و P ماتریس مثبت معین با تعریف خاص است [۲۲]. نشان داده می شود که \dot{V} نامساوی زیر را برای $0.5 \leq \gamma < 0.5$ ارضا می کند [۱۳] و [۲۱]:

$$\dot{V} \leq -\alpha V^{1/2}(\zeta) \quad (39)$$

$\alpha = \varepsilon \lambda_{\min}^{1/2} \{P\}$ و در نتیجه همگرایی نهایی بردار $z = [z_1, z_2]^T$ به صفر تضمین می گردد [۲۳].

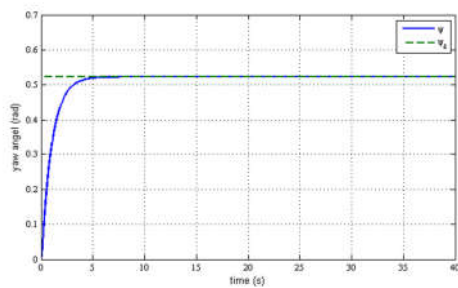
۴- شبیه سازی

در این قسمت نتایج شبیه سازی نخست برای مد لغزشی مرتبه اول و سپس مد لغزشی مرتبه دوم آورده شده است. مقادیر مطلوب به صورت

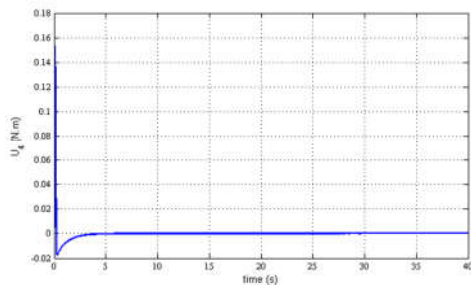
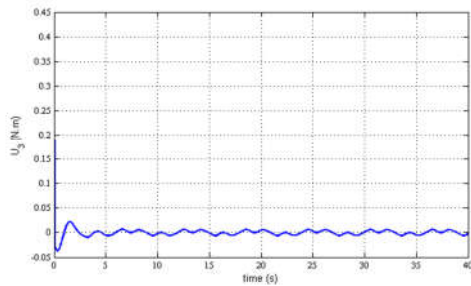
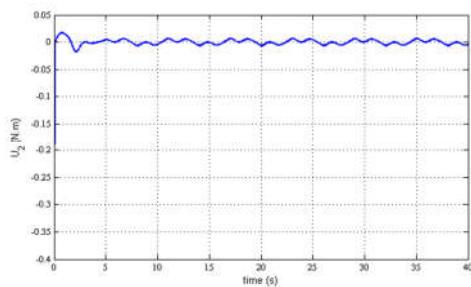
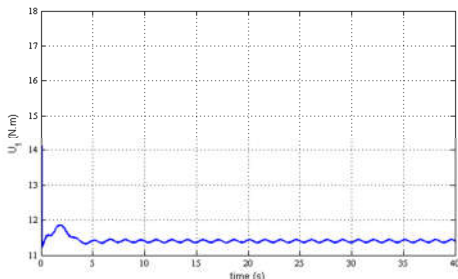
$$[x_d, y_d, z_d, \psi_d]^T = [1.2 \cos \frac{\pi t}{3}, 1.2 \sin \frac{\pi t}{3}, (0.1t) \exp(-0.03t), \frac{\pi}{6}]^T$$

در نظر گرفته شده و حرکت از مبدا مختصات است. پارامترهای سیستم برای تمامی شبیه سازی ها یکسان در نظر گرفته شده است.

¹ sigmoid

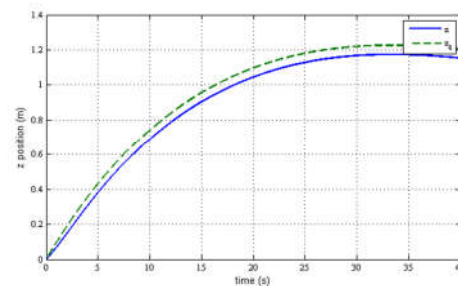
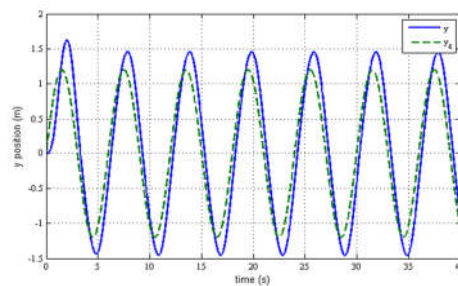
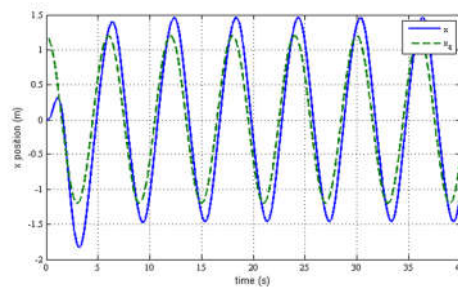


شکل ۳- ردیابی زوایای مطلوب کوادروتور

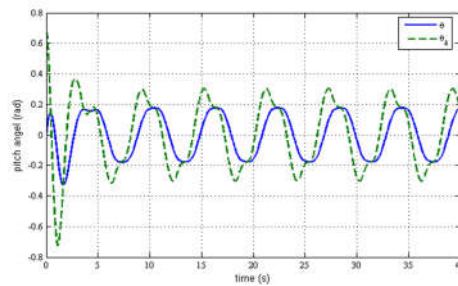
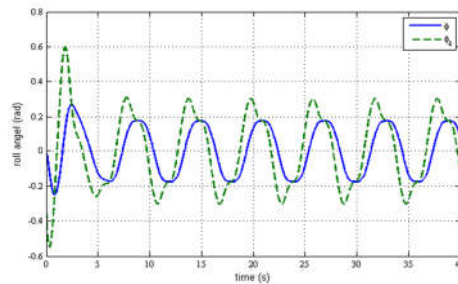


شکل ۴- ورودی‌های کنترلی U_1 تا U_4 محاسبه شده با تابع سیگموئید

نمودار ورودیهای کنترلی در شکل ۴ نشان می‌دهد ورودیها از نظر فیزیکی نیز قابل قبول و توسط عملگرها قابل تولید است. به عبارت



شکل ۲- ردیابی موقعیت مطلوب کوادروتور



واقعی برای هر دو روش کنترلی برابر هستند.

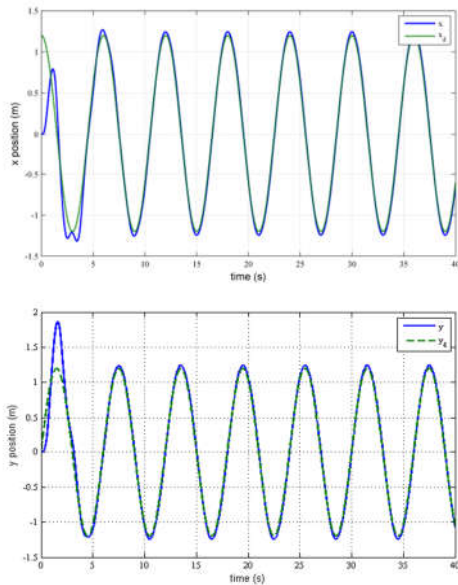
جدول ۴- پارامترهای واقعی سیستم کوادروتور

$k_z=350$	$\lambda=0.99$
$k_x=k_y=30$	$k_f=k_\theta=250$
$k_\psi=300$	$k_2=0.01$

نتایج شبیه سازی برای ردیابی موقعیت مطلوب و زوایای مطلوب در شکل ۷ و ۸ آورده شده است.

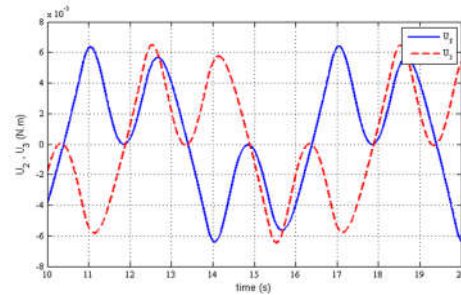
همان‌طور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود خطای ردیابی بین مقدار مطلوب و بدست آمده با وجود عدم قطعیت زیاد در پارامترها نسبت به روش مد لغزشی مرتبه اول ناچیز است. شکل ۸ نیز ردیابی زوایای مورد نظر را نشان می‌دهد. با توجه به شکل مشاهده می‌شود که ردیابی زاویه یابو به خوبی صورت گرفته و زاویه پیچ و رول نیز پایدار می‌باشد. نوسانی بودن زوایای پیچ و رول مطلوب به علت وابسته بودن به مقدار U_1 و دایره‌های بودن مسیر است.

شکل ۹ نیز ورودی‌های کنترلی کوادروتور را نشان می‌دهد. در مقایسه دو ورودی U_1 برای دو کنترل کننده، مشاهده می‌شود نوسانات آن برای کنترل کننده مد لغزشی مرتبه دوم کمتر از مد لغزشی مرتبه اول است. ورودی‌های U_2 و U_3 دارای نوسانات جزئی می‌باشد که در ابتدا بیش‌تر بوده و سپس کاهش می‌یابد. اختلاف بیشینه نوسانات U_2 در مد لغزشی مرتبه اول و دوم به اندازه 9×10^{-3} است.

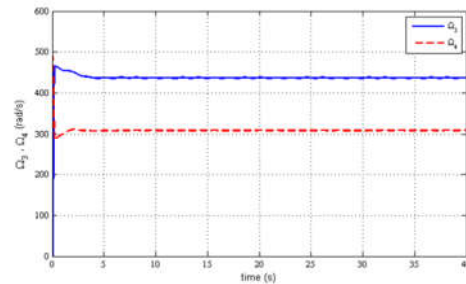
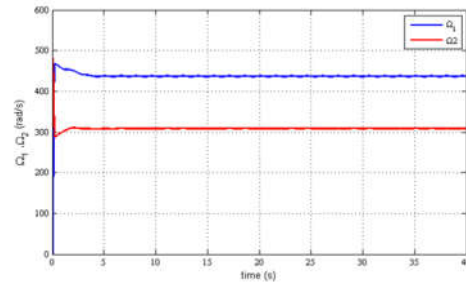


دیگر خروجی کنترل کننده سیگنال کنترلی است که از نظر فیزیکی نیز قابل تولید است و در نتیجه سیستم حلقه بسته در عمل قابلیت پیاده سازی دارد. شکل ۵ نشان دهنده دو ورودی کنترلی U_2 و U_3 در مقیاس بزرگ‌تر است که اختلاف فاز بین این دو ورودی را نشان می‌دهد. با توجه به دایره‌های بودن مسیر و حرکت دورانی کوادروتور انتظار می‌رود این دو ورودی مشابه هم ولی با اختلاف زمانی عمل کنند، که شکل نشان دهنده این الگوی مشابه با اختلاف فاز است.

شکل ۶ نیز سرعت‌های دورانی پره‌ها که در معادله (۴) آمده است را نشان می‌دهد، که از مقادیر U_{1-4} بدست آمده از روش کنترلی مد لغزشی مرتبه اول محاسبه شده است. نتایج حاصل برای Ω نیز مقادیر قابل قبول است.



شکل ۵- مقایسه دو ورودی کنترلی U_2 و U_3

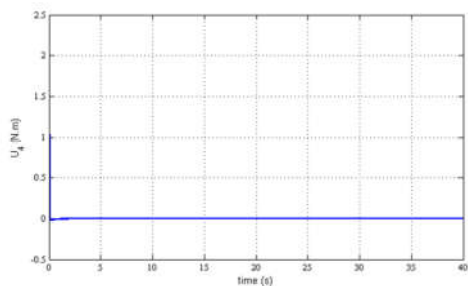
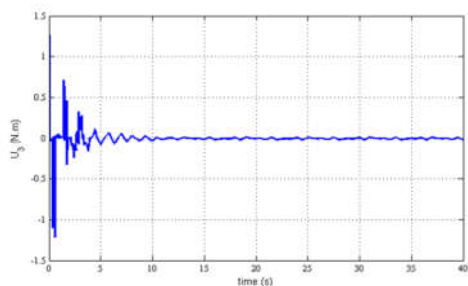
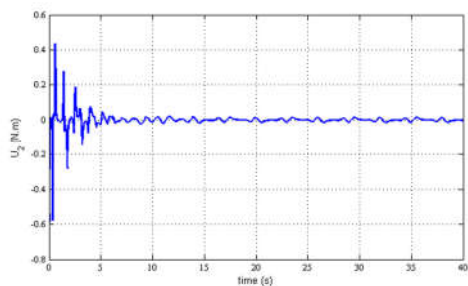


شکل ۶- سرعت دورانی پره‌ها

۴-۲- نتایج شبیه سازی مربوط به مد لغزشی مرتبه دوم

در این قسمت به شبیه‌سازی عملکرد کنترلی مد لغزشی مرتبه دوم با استفاده از الگوریتم فراپیشی پرداخته شده است. توان γ در معادله (۲۸) مقداری بین صفر و یک می‌تواند داشته باشد که در اینجا شبیه سازی برای مقدار $\gamma = 0.3$ انجام گرفته است.

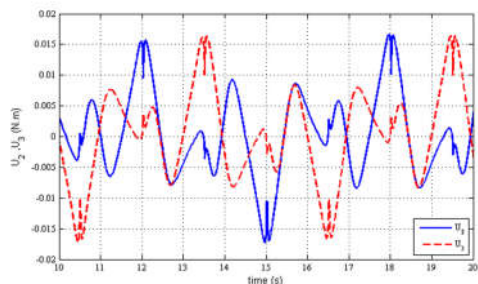
مقادیر مطلوب همانند بخش (۳-۴) هست و پارامترهای نامی و



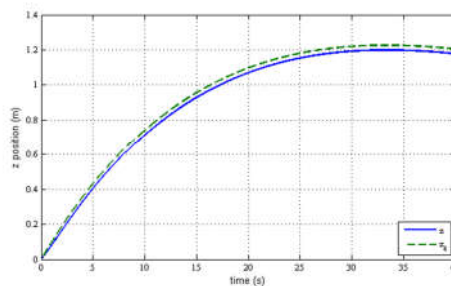
شکل ۹- ورودی‌های کنترلی U_1 تا U_4 برای مد لغزشی مرتبه دوم

شکل ۱۰ نشان دهنده دو ورودی کنترلی U_2 و U_3 در مقیاس بزرگ‌تر است که اختلاف فاز بین این دو ورودی را نشان می‌دهد. همان‌طور که قبلاً نیز گفته شد به علت دایره‌ای بودن مسیر این دو ورودی دارای الگوی مشابه هستند. همانند روش مد لغزشی مرتبه اول در اینجا نیز مشاهده می‌شود که الگوی هر دو ورودی مشابه هم و با اختلاف فاز است.

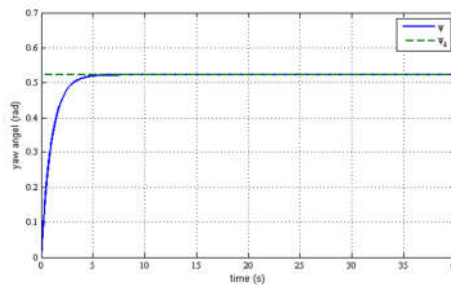
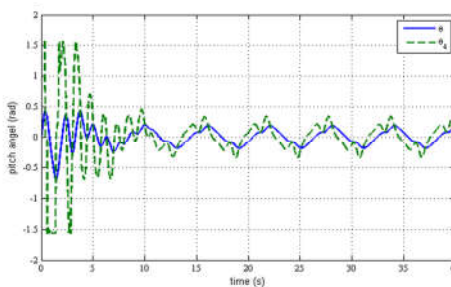
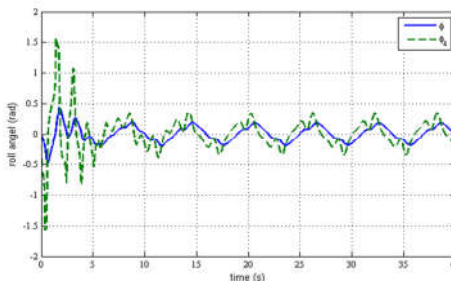
شکل ۱۱ نیز سرعت‌های دورانی پره‌ها در معادله (۴) را نشان می‌دهد که از مقادیر $U_{1,4}$ بدست آمده از روش کنترلی مد لغزشی مرتبه دوم محاسبه شده است. نتایج حاصل برای Ω نیز مقادیر قابل قبولی است.



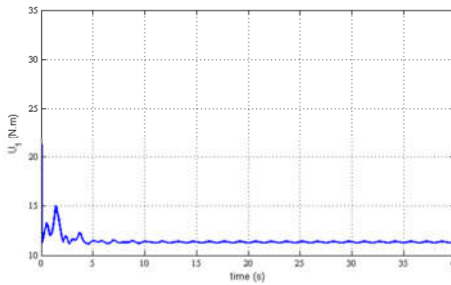
شکل ۱۰- مقایسه دو ورودی کنترلی U_2 و U_3



شکل ۷- ردیابی موقعیت مطلوب کوادروتور

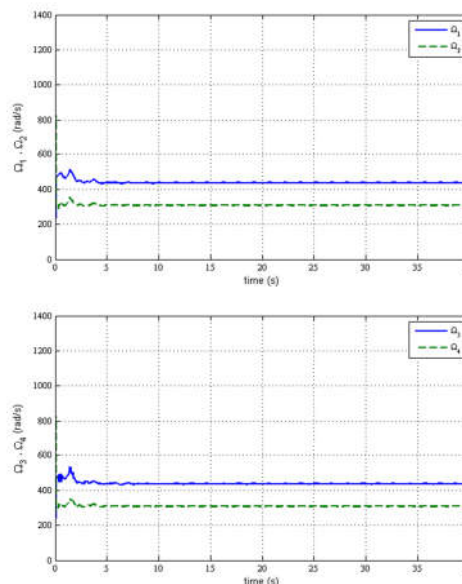


شکل ۸- ردیابی زوایای مطلوب کوادروتور



Proceedings of the 2005 IEEE Conference on Robotics and Automation, Barcelona, Spain, 2005.

- [2] Madani T., Benallegue A., Backstepping Sliding Mode Control Applied to a Miniature Quadrotor Flying Robot, In *IEEE IECON 2006-32nd Annual Conference on Industrial Electronics*, 2006, pp. 700-705.
- [3] Bouadi H., Bouchoucha M., Tadjine M., Sliding Mode Control Based on Backstepping Approach for an UAV Type-Quadrotor, *International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering*, Vol. 1, No. 2, pp. 39-44, 2007.
- [4] Madani T., Benallegue A., Adaptive Control via Backstepping Technique and Neural Networks of a Quadrotor Helicopter, In *Proceedings of the 17th World Congress the International Federation of Automatic Control*, 2008, pp. 6513-6518.
- [5] Lee D., Kim H. J., Sastry S., Feedback Linearization vs. Adaptive Sliding Mode Control for a Quadrotor Helicopter, *International Journal of control, Automation and systems*, Vol. 7, No. 3, pp. 419-428, 2009.
- [6] Zeghlache S., Saigaa D., Kara K., Harrag A., Bouguerra A., Backstepping Sliding Mode Controller Improved with Fuzzy Logic: Application to the Quadrotor Helicopter, *Archives of Control Sciences*, Vol. 22, No. 3, pp. 315-342, 2012.
- [7] Liu C., Tang S. J., Yang S. Y., Guo J., Fuzzy Sliding-mode Control for Quad-rotor Trajectory Tracking, *Applied Mechanics and Materials, Trans Tech Publ.*, pp. 1593-1600, 2013.
- [8] Zolotukhin Y. N., Kotov K. Y., Mal'tsev A., Nesterov A., Pivkin V. Y., Sobolev M., Filippov M., Yan A., Using the Kalman Filter in the Quadrotor Vehicle Trajectory Tracking System, *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, Vol. 49, No. 6, pp. 536-545, 2013.
- [9] Sumantri B., Uchiyama N., Sano S., Least Square Based Sliding Mode Control for a Quad-rotor Helicopter and Energy Saving by Chattering Reduction, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 66, pp. 769-784, 2016.
- [10] Gaur M., Chaudhary H., Khatoun S., Singh R., Genetic Algorithm Based Trajectory Stabilization of Quadrotor, in *Second International Innovative Applications of Computational Intelligence on Power, Energy and Controls with their Impact on Humanity (CIPECH) IEEE*, 2016, pp. 29-33.
- [11] Amirkhani A., Shirzadeh M., Papageorgiou E. I., Mosavi M. R., Visual-based Quadrotor Control by Means of Fuzzy Cognitive Maps, *ISA transactions*, No. 60, pp. 128-142, 2016
- [12] Rosales C., Soria C., Carelli R., Rossomando F., Adaptive Dynamic Control of a Quadrotor for Trajectory Tracking, In *IEEE International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, 2017, pp. 547-553.
- [13] Derafa L., Benallegue A., Fridman L., Super Twisting Control Algorithm for the Attitude Tracking of a Four Rotors UAV, *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 349, No. 2, pp. 685-699, 2012.
- [14] Mercado D., Castillo P., Castro R., Lozano R., 2-Sliding Mode Trajectory Tracking Control and EKF Estimation for Quadrotors, In *19th IFAC World Congress (IFAC WC 2014)*, 2014, pp. 8849-8854.
- [15] Parsa A., Kalhor A., Atashgah M. A., Backstepping Control Performance Enhancement Using Close Loop Identification for Quadrotor Trajectory Tracking, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 224-234, 2017 (in Persian).
- [16] Faraji J., Tale Masouleh M., Saket M., Radsresht M., Design and Simulation of a Non-singular Backstepping-based Terminal Sliding Mode Control and Extended Kalman Filter for Uncertain Quadrotor System, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 01, pp. 219-230, 2018 (in Persian).



شکل ۱۱- سرعت دورانی پره ها

۵- نتیجه گیری

عملکرد دو کنترل کننده مد لغزشی مرتبه اول و الگوریتم فرایپچشی مد لغزشی مرتبه دوم در ردیابی موقعیت و زاویه یاو مطلوب و پایدار سازی زوایای رول و پیچ در حضور عدم قطعیت زیاد مورد بررسی قرار گرفت. در الگوریتم سوپرتویست از توان $0 < \gamma < 0.5$ به جای توان $0/5$ استفاده گردید. نتایج بررسیها نشان می‌دهد که: در روش کنترلی مد لغزشی مرتبه با جایگزینی تابع سیگموئید به جای تابع علامت نوسان در ورودی کنترلی به صورت چشم گیری کاهش یافته است. تحت شرایط عدم قطعیت زیاد در روش مرتبه اول علیرغم پایداری زوایای رول و پیچ، تعقیب مسیر مطلوب کوادروتور و همچنین زاویه یاو مطلوب با خطا همراه است.

تحت همین شرایط کوادروتور با استفاده از کنترل کننده فرایپچشی، ردیابی مسیر و زاویه یاو مطلوب را با دقت بسیار خوبی انجام می‌دهد و زوایای رول و پیچ نیز پایدار هستند. در این روش سیستم کنترلی قادر به حذف نوسانات ناخواسته است و نیازی نیست که تابع علامت با تابع سیگموئید جایگزین شود، لیکن به لحاظ برابری شرایط از تابع سیگموئید استفاده شده است. همچنین استفاده از توان $0/3$ به جای توان $0/5$ در روش فرایپچشی باعث افزایش دقت ردیابی شده است.

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که سیستم مد لغزشی مرتبه دوم در مقایسه با مد لغزشی مرتبه اول در حضور عدم قطعیت شدید که در کاربردهای عملی بسیار اتفاق می‌افتد عملکرد بهتری داشته و قادر به ردیابی مسیر مطلوب با خطای بسیار کم و دقت بالاتر است.

۶- مراجع

- [1] Bouabdallah S., Siegwart R., Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor, In

- [۱۷] کقیبادی ج.، فرجی ج.، طراحی و شبیه سازی کنترل کننده مود لغزشی پسگام انتگرالی و فیلتر کالمن-بوسی تعمیم یافته برای کوادروتور، مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز، د. ۵۰، ش. ۴، ص. ۱۳۱-۱۴۰، ۱۳۹۹.
- [18] Doakhan M., Kabgania M., Kamali Eigoli A., Trajectory Tracking of a Quadrotor for Obstacle Avoidance Using Super-Twisting Sliding Mode Controller and Observer, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 8, pp. 333-342, 2017 (in Persian).
- [19] Besnard L., Shtessel Y. B., Landrum B., Quadrotor Vehicle Control via Sliding Mode Controller Driven by Sliding Mode Disturbance Observer, *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 349, No. 2, pp. 658-684, 2012.
- [20] Shtessel Y., Fridman L., Plestan F., Adaptive Sliding Mode Control and Observation, *International Journal of Control*, Vol. 89, No. 9, pp. 1743-1746, 2016.
- [21] Yu X., Efe M. Ö., *Recent Advances in Sliding Modes: from Control to Intelligent Mechatronics*, Springer, 2015.
- [22] Moreno J. A., Osorio M., A Lyapunov Approach to Second-order Sliding Mode Controllers and Observers, In *47th IEEE Conference on Decision and Control (CDC 2008)*, 2008, pp. 2856-2861.
- [23] Perruquetti W., Barbot J. P., *Sliding Mode Control in Engineering*, M. Dekker, 2002.