

آنالیز میرایی فیلم نازک سیال در تشدیدکننده های محرک-شانه‌ای مدور با در نظر گرفتن شرایط مرزی لغزش

مینا قنبری* استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی خوی، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران، m.ghanbari@urmia.ac.ir
قادر رضازاده استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران، g.rezazadeh@urmia.ac.ir

چکیده

در این مقاله میرایی فیلم نازک سیال در ریزتشدیدکننده های محرک-شانه‌ای مدور با در نظر گرفتن شرایط مرزی لغزش مورد بررسی قرار می‌گیرد. مدل پیشنهادی، شامل یک دندان متحرک صلب به شکل میکرو صفحه یک سرگردار می‌باشد که توسط دندان‌های ثابت در بالا و پایین آن احاطه شده است. میکرو فاصله بین دندان‌های متحرک و دندان‌های ثابت با سیال هوا پر شده است. معادلات حاکم بر ارتعاش طولی میکرو دندان‌ها و همین‌طور حاکم بر میدان سیال با در نظر گرفتن فرضیات مناسب استخراج و پس از بی‌بعد سازی با بکارگیری روش عددی گالرکین جداسازی و بصورت عددی حل می‌شوند. هدف از حل معادلات، بدست آوردن فرکانس‌های میرایی و در نهایت ضریب میرایی معادل سیستم می‌باشد. سپس اثرات پارامترهای هندسی تشدیدکننده از جمله طول، ضخامت دندان‌ها و همین‌طور اندازه شکاف سیال روی پاسخ سیستم مورد بررسی قرار می‌گیرد. همین‌طور بررسی اثرات لغزش سیال در سطوح مرزی نشان می‌دهد که لغزش سیال در نقاط مرزی باعث افزایش آزادی و دامنه حرکت مولکول‌های سیال در مرز سیال-جامد شده و به تبع آن فاکتور کیفیت سیستم افزایش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: سیستم‌های میکروالکترومکانیکی، میرایی فیلم نازک سیال، تشدیدکننده محرک-شانه‌ای، شرط مرزی لغزش، روش گالرکین، فاکتور کیفیت.

Analyzing thin film damping in a rotary comb-drive resonator considering slip boundary conditions

M. Ghanbari
Gh. Rezazadeh

Department of Mechanical Engineering, Engineering Faculty of Khoj, Urmia University, Urmia, Iran
 Department of Mechanical Engineering, Urmia University, Urmia, Iran

Abstract

In this paper, thin film damping in a rotary comb-drive resonator has been investigated by considering slip boundary conditions. The proposed model for this study is made up of a rigid oscillating finger in a plate form suspended between two fixed fingers. The micro-gap between the vibrating finger and the fixed fingers is filled with air. Equations of motion governing the longitudinal vibration of the micro finger and the fluid field have been extracted considering reasonable assumptions. The coupled partial differential equations have been non-dimensionalized, discretized and solved simultaneously utilizing Galerkin-based Reduce order model. As the gap between the fingers is so small and comparable to the dimensions of the air molecules, the slip boundary condition is considered at the solid-fluid interface. Complex frequency approach is applied to predict the equivalent quality factor of the resonator. The effect of geometrical parameters of the resonator as the length, thickness and the fluid gap on the equivalent damping ratio of the resonator has been investigated. It has been shown that slip boundary conditions causes the freedom of the fluid motion at the boundaries to increase which results in increment of the quality factor of the resonator

Keywords: MEMS; Thin film damping; Rotary resonator; Slip boundary condition; Galerkin method; Quality factor.

شامل میکروساختارهای مرتعش با تحریک خارجی می‌باشند که در واقع نقش اساسی در طراحی و ساخت این سازه‌ها ایفا می‌کنند [۱۳-۱۸]. فرکانس تشدید و ضریب میرایی به عنوان دو پارامتر مهم در این سیستم‌ها بخصوص در ریزتشدیدکننده‌ها مطرح می‌باشد. بنابراین در طراحی سیستم‌های میکرو با بازده بالا تخمین میزان افت انرژی که در داخل سیستم اتفاق می‌افتد از اهمیت بالایی برخوردار است. با توجه به اینکه در اکثر این سیستم‌ها از جمله در ریزتشدیدکننده‌ها ساختار مرتعش در تعامل با سیال هوا می‌باشد بنابراین میرایی هوا به عنوان مهم‌ترین منبع اتلاف انرژی در ریزتشدیدکننده‌ها مطرح می‌باشد. میرایی در این سیستم‌ها با توجه به نوع ارتعاش ساختار به دو نوع میرایی فیلم فشرده سیال و میرایی فیلم نازک سیال دسته بندی می‌شود.

۱- مقدمه

سیستم‌های الکترومکانیکی در ابعاد میکرو (MEMS) رشد چشمگیری در دهه‌های اخیر به ویژه در ۵۰ سال اخیر داشته اند. این سیستم‌ها بدلیل داشتن کاربردهای فراوان و مزایای متنوع از جمله قابلیت ساخت در ابعاد کوچک، وزن کم، دوام زیاد، هزینه تولید کم و مصرف انرژی پایین مورد توجه بسیاری از محققان در دنیا قرار گرفته است. میکروسنسورها [۱-۴]، میکروسویچ‌ها [۵-۸]، میکروپمپ‌ها [۹-۱۱] و میکروشتاب‌سنج‌ها [۱۲] نمونه‌هایی از سیستم‌های میکرو الکترومکانیکی هستند که به دلیل داشتن دقت و حساسیت بالا در زمینه های مختلف از جمله صنایع هوافضا، بیومکانیک، پتروشیمی و پزشکی و ... مورد استفاده قرار می‌گیرند. قسمت اعظم این ساختارها

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: m.ghanbari@urmia.ac.ir

هنگامی که ساختار مرتعش در این سیستم ها از جمله میکرو تیر یا میکرو صفحه به صورت عرضی ارتعاش می‌کند در حالی که صفحات ثابتی در بالا و پایین آن قرار گرفته است، هوای بین صفحات ثابت و متحرک در اثر ارتعاش تیر یا صفحه فشرده می‌شود. در نتیجه اختلاف فشار ایجاد شده در بالا و پایین ساختار مرتعش سبب ایجاد میرایی فیلم فشرده سیال می‌گردد. تحقیقات زیادی در زمینه آنالیز میرایی فیلم فشرده سیال در سال‌های اخیر انجام شده است. نیوول در سال ۱۹۶۶ اثرات میرایی را در تشدیدکننده‌های با ساختار میکروتیرهای یکسرگردار مورد مطالعه قرار داد [۱۹]. در این کار بازه فشار، از خلا تا فشار جو به سه ناحیه تقسیم شده بود. او نشان داد در ناحیه اول یعنی فشارهای خیلی پایین میرایی غالب میرایی ذاتی سیستم می‌باشد و در ناحیه دوم که فشار بیشتر از ناحیه اول می‌باشد میرایی غالب میرایی هوا خواهد بود که ناشی از انتقال مومنوم حین برخورد مولکولهای هوا با ساختار در حال حرکت می‌باشد. ضمناً نشان داده شد که در ناحیه سوم که فشار نزدیک به فشار جو است میرایی غالب، میرایی لزجی بوده و مستقل از فشار می‌باشد نایفه و یونس با حل معادلات کوپل شده رینولدز و ارتعاش عرضی صفحه به یافته‌های جدیدی در زمینه شبیه سازی رفتار ساختارها تحت میرایی فیلم فشرده سیال دست یافتند [۲۰]. الجیخ به همراه همکاران اثرات میرایی فیلم فشرده سیال را روی مقادیر فاکتور کیفیت تیرهای دو سرگردار در مود های ارتعاشی بالا مورد مطالعه قرار دادند [۲۱]. در مطالعه دیگری میرایی فشرده هوا و همین طور سختی معادل در مبدل های خازنی میکروماشین کاری شده با حفره پر شده از هوا مورد بررسی قرار گرفت [۲۲]. در این کار نشان داده شد که در اعداد فشرده‌گی بالا اثرات فیلم فشرده سیال به شرایط مرزی تهویه بستگی ندارد. فنگ به همراه همکاران اثرات فیلم فشرده سیال را در صفحات سوراخ دار برای دامنه های ارتعاشی پایین مورد مطالعه قرار دادند. آنها نشان دادند که در مورد صفحات با نسبت پهنا به طول بالاتر و همین طور در فرکانس های بالا بایستی اثرات تراکم پذیری هوا در نظر گرفته شود [۲۳]. قنبری به همراه همکاران با بکارگیری نظریه میکروپولار جهت مدل کردن میدان سیال، میرایی فیلم فشرده سیال را در ریزتشدیدکننده‌ها مورد بررسی قرار دادند. آنها به این نتیجه رسیدند که بکارگیری نظریه میکروپولار در مقایسه با تئوری کلاسیک مقادیر فاکتور کیفیت تشدیدکننده را کمتر پیش بینی می‌کند. پندی و پراتاپ یک مدل تئوری جهت محاسبه ضریب میرایی و ضریب فنریت در تشدیدکننده‌های با ساختار تیر یکسرگردار ارائه دادند [۲۴]. آنها با در نظر گرفتن موده‌های خمشی تشدیدکننده به این نتیجه دست یافتند که میرایی فیلم فشرده سیال از مود اول تا مود دوم به اندازه ۸۴ درصد کاهش می‌یابد. روش جدیدی جهت شبیه سازی میرایی فیلم فشرده سیال در میکرو صفحه ها توسط تونس و نایفه معرفی شد [۲۵]. آنها با بکارگیری نظریه آشفته‌گی توانستند ضریب میرایی میکرو صفحات مرتعش را برای رنج محدودی از فشار گاز پیش بینی کنند. چاترجی و پوهیت با اعمال بار DC زیاد و فشار های محیط مختلف اثرات فیلم فشرده سیال را در تشدیدکننده‌های یکسرگردار مورد مطالعه قرار دادند [۲۶-۲۷].

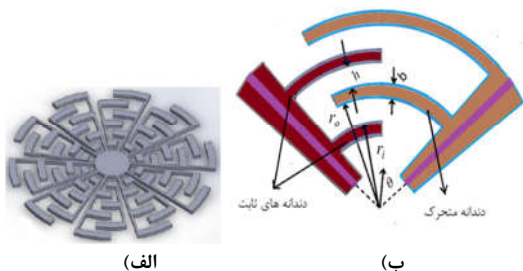
در حالتی که تیر یا صفحه به صورت طولی یا جانبی ارتعاش می‌کند میرایی ایجاد شده توسط هوای اطراف به عنوان میرایی فیلم نازک سیال خوانده می‌شود. برخلاف ساختارهای با ارتعاش عرضی که در آنها

میرایی فیلم فشرده سیال منبع اصلی اتلاف انرژی محسوب می‌شود، در سازه‌های با ارتعاش طولی عامل اصلی اتلاف انرژی سیستم میرایی لزجی است. ساختارهای با ارتعاش طولی یا زاویه ای در بسیاری از سیستم‌های میکروالکترومکانیکی بخصوص در تشدیدکننده‌های محرک-شانه‌ای بسیار مشاهده می‌شود. در آنالیز میرایی فیلم نازک سیال در این ساختارها از مدل‌های مختلفی استفاده می‌شود که متداولترین آنها مدل استوکس و مدل کوئت می‌باشد. هنگامی که فاصله هوایی بین صفحه مرتعش و صفحه ثابت خیلی کوچک و در حد ابعاد میکرو باشد یا به عبارتی زمانی که فرکانس ارتعاشی سیستم بسیار پایین باشد، نیروهای اینرسی سیال در مقایسه با نیروهای لزجی قابل صرف نظر می‌باشد. بنابراین مدل کوئت مدل مناسبی برای آنالیز میرایی در این ساختارها معرفی می‌شود که در آن می‌توان جریان سیال را نیز پایا فرض کرد، درحالی که مدل استوکس در تحلیل جریان‌هایی استفاده می‌شوند که نیروهای اینرسی در مقایسه با نیروهای لزجی قابل مقایسه می‌باشند. در این مدل نیروهای اینرسی رفتار سیال را رقم می‌زند و نمی‌توان میدان سیال را پایا فرض نمود [۲۸]. مطالعات فراوانی در رابطه با اثرات میرایی لزجی در میکرو ساختارهای با ارتعاش طولی انجام شده است. چو به همراه همکاران ارتباط میرایی فیلم سیال را در اتلاف انرژی ساختارها مورد مطالعه قرار دادند و به یک تخمین عملی برای محاسبه فاکتور کیفیت در ساختارها دست یافتند [۲۹]. آنها همین طور نشان دادند که مدلسازی میرایی لزجی با بکارگیری نظریه استوکس دقت بالاتری در مقایسه با بکارگیری نظریه کوئت خواهد داشت. آزما به همراه همکاران با بکارگیری نظریه میکروپولار میرایی فیلم فشرده سیال را تشدیدکننده محرک-شانه‌ای با ارتعاش طولی مورد مطالعه قرار دادند [۳۰]. آنها نشان دادند که بکارگیری نظریه میکروپولار مقادیر فاکتور کیفیت را در مقایسه با نظریه کلاسیک کمتر پیش‌بینی می‌کند. دو به همراه همکاران تشدیدکننده محرک-شانه‌ای مدور با دو درجه آزادی را برای اسکن‌های با سرعت بالا مدلسازی و طراحی نمودند [۳۱].

در آنالیز تشدیدکننده‌ها، جریان سیال که در فاصله بین ساختار مرتعش و ساختار ثابت تشدیدکننده قرار گرفته است اهمیت زیادی در رفتار دینامیکی تشدیدکننده خواهد داشت. به همین جهت مدلسازی جریان سیال از اهمیت بالایی برخوردار است. روشهای زیادی توسط محققان مختلف جهت مدل کردن میدان سیال ارائه شده است. بلج از معادله رینولدز خطی سازی شده جریان تراکم پذیر جهت مدل کردن میدان سیال و آنالیز رفتار دینامیکی تشدیدکننده استفاده نمود [۳۲]. در آن کار با صرف نظر کردن از نیروهای اینرسی، عباراتی برای نیروهای میرایی و فنریت برای صفحات با اشکال مستطیلی و دایره ای بدست آمد. جهت حذف محدودیت ها، ویجولا معادله توسعه یافته رینولدز را معرفی کرد که در آن اثرات اینرسی و رقیق بودن گاز نیز در نظر گرفته شده بود [۳۳]. یی به همراه همکاران با حل معادله سه بعدی استوکس ضریب میرایی در تشدیدکننده محرک-شانه‌ای بدست آورد. در آن کار نتایج بدست آمده با نتایج حاصل از حل نظری یک بعدی معادله مقایسه گردید [۳۴].

در جریان گاز درون ساختارهای با ابعاد میکرو و نانو، عدد نادسن پارامتر بسیار مهمی است که تعیین کننده میزان رقیق بودن گازها و به نوعی مشخص کننده نوع رژیم جریان گاز در این ساختارها

در نهایت سبب ایجاد پدیده میرایی فیلم نازک سیال در تشدیدکننده مدور می‌گردد. بنابراین جهت آنالیز تشدیدکننده و پیش بینی رفتار دقیق مکانیکی آن بایستی اثرات میرایی هوای اطراف آن مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته و در محاسبات در نظر گرفته شود. در این مدل صفحات دندانه های ثابت و متحرک صفحات صاف فرض شده است و از اثرات زبری سطوح صرف نظر شده است.



شکل ۱- طرحواره تشدیدکننده محرک-شانه ای مدور [۳۵] (الف) و نمای بخشی از آن به عنوان مدل پیشنهادی جهت بررسی میرایی فیلم نازک سیال (ب)

۳- مدل سازی ریاضی

معادله متشکله حاکم بر میدان سیال در میکرو فاصله بین دندانه متحرک و دندانه های ثابت در تشدیدکننده محرک-شانه ای به فرم زیر است [۳۶]:

$$t_{KL} = (-P + \lambda' D_{RR}) \delta_{KL} + (2\mu) D_{KL} \quad (1)$$

در روابط فوق μ ، لزجت دینامیکی، k ، لزجت گردابی، P ، فشار ترمودینامیکی، $D_{kl} = \frac{1}{2}(V_{k,l} + V_{l,k})$ تانسور تغییرشکل میدان سیال، t_{KL} تانسور تنش، V میدان سرعت سیال و λ' ضریب لزجت مرتبه دوم سیال بوده و به صورت $\lambda' = -\frac{2}{3}\mu$ فرض می‌شود.

معادله بقای حاکم بر میدان سیال عبارتند از:

$$\frac{\partial t_{ik}}{\partial x_i} + \rho(\bar{f}_k - \bar{a}_k) = 0 \quad (2)$$

در رابطه (۲)، \bar{f} نیروی حجمی، ρ چگالی سیال و \bar{a} شتاب خطی میدان سیال می باشد.

با جایگذاری معادله متشکله در معادله بقا معادلات حاکم بر میدان سیال در فرم برداری به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho \bar{V}) = 0 \quad (3)$$

$$(\lambda + 2\mu) \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \bar{V}) - \mu \bar{\nabla} \times (\bar{\nabla} \times \bar{V}) - \bar{\nabla} P + \rho \bar{f} = \rho \bar{V} \quad (4)$$

رابطه (۳) معادله پیوستگی و معادله (۴) معادله مومنوم حاکم بر میدان سیال را نشان می‌دهد. با در نظر گرفتن v_z, v_θ, v_r به عنوان مولفه های سرعت سیال در جهت های z, θ, r ، معادله پیوستگی و همین طور معادله مومنوم حاکم بر میدان سیال در مختصات استوانه-ای در جهت θ به صورت فرم زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

می باشد. عدد بدون بعد نادسن که به صورت نسبت مسافت آزاد میانگین مولکولی به مقیاس طول فیزیکی تعریف می‌شود به عنوان پارامتر اعتبارسنجی استفاده از معادلات نویراستوکس در مدل کردن میدان سیال مورد استفاده قرار می‌گیرد. هنگامی که عدد نادسن در یک جریان افزایش می‌یابد اثرات رقیق بودن گاز اهمیت زیادی پیدا کرده و استفاده از معادلاتی که بر مبنای فرضیات محیط پیوسته استخراج شده‌اند اعتبار خود را در مدل کردن میدان سیال از دست می دهند. هنگامی که عدد نادسن کمتر از 0.001 باشد، در مدل کردن میدان سیال معادلات کلاسیک نویر استوکس با در نظر گرفتن شرایط مرزی عدم لغزش مورد استفاده قرار می‌گیرد. در حالتی که عدد نادسن در محدوده بین 0.001 و 0.1 قرار می‌گیرد جریان لغزشی اتفاق افتاده و معادلات نویر استوکس به همراه شرایط مرزی لغزش بایستی مورد استفاده قرار گیرد. وقتی عدد نادسن بین 0.1 و 10 جریان گذرا و اگر بزرگتر از 10 باشد جریان آزاد مولکولی اتفاق خواهد افتاد.

با وجود اینکه تحقیقات زیادی در زمینه بررسی اثرات میرایی سیال در تشدیدکننده‌ها ارائه شده است ولی تحقیقاتی در زمینه میرایی فیلم نازک سیال در تشدیدکننده‌های محرک-شانه‌ای مدور انجام نگرفته است. ضمناً در تمامی تحقیقات انجام گرفته جهت مدل کردن میدان سیال در تشدیدکننده‌ها از معادله رینولدز که ترکیب معادلات نویر استوکس و معادله پیوستگی می‌باشد استفاده شده است و با توجه به کوچک بودن شکاف سیال اثرات لغزش سیال در شرایط مرزی حل میدان سیال در نظر گرفته نشده است. در این تحقیق میرایی فیلم نازک سیال در تشدیدکننده‌های محرک-شانه‌ای مدور با در نظر گرفتن شرایط مرزی لغزش سیال مورد مطالعه قرار می‌گیرد. مدل پیشنهادی جهت مطالعه شامل یک میکروصفحه یکسر گیردار صلب بوده که به عنوان دندانه متحرک در نظر گرفته می‌شود. دندانه متحرک بین دو دندانه ثابت در پایین و بالای آن احاطه شده است. در میکرو فاصله بین دندانه مرتعش و دندانه های ثابت، فیلم نازکی از سیال که هوا می باشد قرار می‌گیرد. معادلات کوپل حاکم بر ارتعاش طولی آزاد تیر و معادله غیر حاکم بر میدان سیال با در نظر گرفتن شرایط مرزی لغزش در سطوح تماس سیال-جامد استخراج می‌شوند. در ادامه این دستگاه معادلات دیفرانسیل پاره ای، توسط روش عددی گلرکین جداسازی و در نهایت حل می‌شوند. پس از حل معادلات و بدست آوردن فرکانس‌های میرایی، ضریب میرایی معادل سیستم و در نهایت فاکتور کیفیت تشدیدکننده محاسبه می‌شود

۲- مدل پیشنهادی

مدل پیشنهادی برای تشدیدکننده مدور محرک-شانه‌ای که طرحواره آن در شکل ۱ نشان داده شده است شامل یک دندانه صلب متحرک به صورت صفحه یکسرگیردار خمیده می‌باشد. دندانه متحرک توسط دندانه های ثابت در بالا و پایین آن احاطه شده است. دندانه متحرک صلب از جنس سیلیکون انتخاب شده و با طول L ضخامت b و پهنای d در شکل نشان داده شده است. در میکروفاصله h بین دندانه های ثابت و دندانه متحرک سیال هوا قرار گرفته است. دندانه متحرک در این ساختار به صورت طولی ارتعاش کرده و هوای لزج اطراف دندانه متحرک انرژی آن را تلف و ارتعاشات آن را میرا کرده و

و همین طور شرایط مرزی بی بعد شده میدان سیال نیز به فرم

زیر در می‌آیند:

$$\hat{v}_\theta \left(\frac{\hat{r}}{h}, \hat{t} \right) = Kn \left(\frac{\hat{v}_\theta}{\hat{r}} + \frac{\partial \hat{v}_\theta}{\partial \hat{r}} \right)_{\hat{r}=\frac{\hat{r}}{h}} \quad (17)$$

$$\hat{v}_\theta \left(\frac{r_0}{h}, \hat{t} \right) = \frac{d\hat{\theta}}{d\hat{t}} + Kn \left(\frac{\hat{v}_\theta}{\hat{r}} + \frac{\partial \hat{v}_\theta}{\partial \hat{r}} \right)_{\hat{r}=\frac{r_0}{h}} \quad (18)$$

در روابط بالا، $Kn = \frac{\lambda}{h}$ عدد نادسن بوده و λ برابر مسافت آزاد میانگین مولکولی سیال می‌باشد.

۴- حل عددی معادلات

در این تحقیق از روش عددی گلرکین جهت حل معادلات دیفرانسیل کوپل حاکم بر میدان سیال و ارتعاش طولی میکرو صفحه استفاده می‌شود. روش گلرکین روشی است که با بکارگیری آن می‌توان معادلات دیفرانسیل جزئی را به دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی خطی یا غیرخطی تبدیل نمود و با این کار مرتبه سیستم را کاهش داد. در این روش تابع مجهول به صورت ترکیب خطی از یک سری توابع که اصطلاحاً توابع شکلی نامیده می‌شوند بیان می‌شود. توابع شکلی بایستی طوری انتخاب شوند که با شرایط فیزیکی مساله سازگار باشند. دقت این روش به انتخاب نوع توابع شکلی و همین طور تعداد آنها بستگی دارد. در این تحقیق جوابهای تقریبی برای معادل (۱۴) به فرم زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$(\hat{v}_\theta)_N(\hat{r}, \hat{t}) = \sum_{n=1}^N \hat{\lambda}_n(\hat{t}) \phi_n(\hat{r}) \quad (19)$$

با جایگذاری رابطه (۱۹) در معادلات (۱۴-۱۵)، این معادلات به فرم زیر در می‌آیند:

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^N \hat{\lambda}_n(\hat{t}) \phi_n(\hat{r}) - \chi_1 \sum_{n=1}^N \hat{\lambda}_n(\hat{t}) \phi_n''(\hat{r}) \\ & - \chi_2 \frac{1}{\hat{r}} \sum_{n=1}^N \hat{\lambda}_n(\hat{t}) \phi_n'(\hat{r}) \\ & + \chi_3 \frac{1}{\hat{r}^2} \sum_{n=1}^N \hat{\lambda}_n(\hat{t}) \phi_n(\hat{r}) = \varepsilon_1(\hat{r}, \hat{t}) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\hat{\theta}(\hat{t}) + \hat{\theta}'(\hat{t}) + \mathfrak{A}_1 \sum_{n=1}^N \hat{\lambda}_n(\hat{t}) \phi_n \left(\frac{r_0}{h} \right) = \varepsilon(\hat{t}) \quad (21)$$

در روش گلرکین از معادله (۲۰) در دامنه میدان سیال به صورت زیر انتگرالگیری می‌شود:

$$\int_{\frac{\hat{r}}{h}}^{\frac{r_0}{h}} \varepsilon_1(\hat{r}, \hat{t}) \phi_k(\hat{r}) d\hat{r} = 0; \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (22)$$

و در نهایت معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\sum_{n=1}^N M_{kn}^{(1)} \hat{\lambda}_n + \sum_{k=1}^N C_{kn}^{(1)} \hat{\lambda}_n = 0 \quad (23)$$

$$\begin{aligned} & (\lambda + 2\mu) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \right) \\ & - (\mu) \left(\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} - \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) \right) \\ & - \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \rho f_\theta \\ & = \rho \left(v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{\partial v_\theta}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

جهت مدل سازی میدان سیال فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

- ۱- میدان سرعت سیال یک بعدی فرض شده و از مولفه های سرعت سیال در جهت های z, r صرف نظر شده است.
 - ۲- اثرات نیروی حجمی سیال در جهت θ صرف نظر شده است.
 - ۳- از تمامی مشتقات در جهت های θ و z در مقایسه با جهت r صرف نظر شده است.
 - ۴- سیال به صورت همگن با لزجت ثابت فرض شده است.
 - ۵- از اثرات گرادیان های فشار و چگالی سیال در جهت های r و θ و z به دلیل کوچک بودن صرف نظر شده است.
- با در نظر گرفتن فرضیات ذکر شده، معادلات (۵) و (۶) به فرم زیر ساده می‌شود:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (7)$$

$$\mu \left(\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2} \right) = \rho \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} \right) \quad (8)$$

معادله حاکم بر ارتعاش طولی میکرو دندانه صلب در جهت θ برابر است با:

$$Mr_0 \ddot{\theta} + Kr_0 \theta + 2A\tau(r_0, t) = 0 \quad (9)$$

در رابطه (۹)، M جرم دندانه مرتعش، r_0 شعاع دندانه مرتعش و K ضریب فنریت دندانه می‌باشد. A مساحت سطوح بالا و پایین صفحه مرتعش، t زمان و τ تنش برشی وارد از طرف هوای اطراف دندانه مرتعش بر روی سطوح بالا و پایین دندانه بوده و عبارت است از:

$$\tau(r_0, t) = \mu \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \right)_{(r_0)} \quad (10)$$

شرایط مرزی معادله (۸) به صورت زیر می‌باشد:

$$v(r_1, t) = \lambda \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_\theta) \right)_{(r_1)} \quad (11)$$

$$v(r_0, t) = r_0 \frac{\partial \theta}{\partial t} + \lambda \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_\theta) \right)_{(r_0)} \quad (12)$$

با در نظر گرفتن پارامترهای بدون بعد زیر:

$$\hat{v} = \frac{v_\theta}{v_\theta^*}; v^* = \frac{r_0 \Delta \theta}{t^*}; t^* = \sqrt{\frac{M}{K}}; \hat{r} = \frac{r}{h} = \frac{r}{r_0 - r_1}; \hat{\theta} = \frac{\theta}{\Delta \theta} \quad (13)$$

معادلات (۸) و (۹) به فرم بی بعد زیر بازنویسی می‌شوند:

$$\frac{\partial \hat{v}_\theta}{\partial \hat{t}} - \chi_1 \frac{\partial^2 \hat{v}_\theta}{\partial \hat{r}^2} - \chi_2 \frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial \hat{v}_\theta}{\partial \hat{r}} + \chi_3 \frac{\hat{v}_\theta}{\hat{r}^2} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{d^2 \hat{\theta}}{d\hat{t}^2} + \hat{\theta} + \mathfrak{A}_1 \left(\frac{\partial \hat{v}_\theta}{\partial \hat{r}} \right)_{\hat{r}=\frac{r_0}{h}} = 0 \quad (15)$$

در روابط (۱۴) و (۱۵) ضرایب مربوطه عبارتند از:

$$\chi_1 = \chi_2 = \chi_3 = \frac{\mu}{\rho h^2}; \mathfrak{A}_1 = \frac{2A\mu}{h\sqrt{Mk}} \quad (16)$$

در رابطه (۲۳) ضرایب مربوطه برابر است با:

$$M_{kn}^{(1)} = \int_{\frac{r_1}{h}}^{\frac{r_0}{h}} \varphi_k(\bar{r}) \varphi_n(\bar{r}) d\bar{r}; C_{kn}^{(1)} = -\chi_1 \int_{\frac{r_1}{h}}^{\frac{r_0}{h}} \varphi_k(\bar{r}) \varphi_n''(\bar{r}) d\bar{r}$$

$$- \chi_2 \int_{\frac{r_1}{h}}^{\frac{r_0}{h}} \frac{1}{\bar{r}} \varphi_k(\bar{r}) \varphi_n'(\bar{r}) d\bar{r} + \chi_3 \int_{\frac{r_1}{h}}^{\frac{r_0}{h}} \frac{1}{\bar{r}^2} \varphi_k(\bar{r}) \varphi_n(\bar{r}) d\bar{r}$$
(۲۴)

در روابط شرایط مرزی (۱۷) و (۱۸)، ضرایب a و b تابع شکل به فرم زیر محاسبه می‌شود:

$$a = H + J \frac{\bar{\theta}}{\bar{\lambda}}; b = L + Q \frac{\bar{\theta}}{\bar{\lambda}}$$
(۲۸)

در رابطه بالا ضرایب Q, L, J, H به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$H = \frac{E - CD}{B - AC}; J = \frac{1}{B - AC}; L = \frac{BD - AE}{F(B - AC)}$$

$$Q = \frac{BD - ACD - A}{F(B - AC)}$$
(۲۹)

که در آن ضرایب A, B, C, D, E, F برابر است با:

$$A = \left(\frac{r_1}{h}\right) - 2kn; B = \left(\frac{r_0}{h}\right) - 2kn; C = \frac{r_1(r_0 - h)}{r_0(r_1 - h)}$$

$$D = \frac{knh}{r_1} \left(\ln\left(\frac{r_1}{h}\right)\right) + kn \left(\frac{h}{r_1}\right);$$

$$E = \frac{knh}{r_0} \left(\ln\left(\frac{r_0}{h}\right)\right) + kn \left(\frac{h}{r_0}\right); F = 1 - \frac{h}{r_1}$$
(۳۰)

با در نظر گرفتن تابع شکلی ذکر شده معادلات کوپل حاکم بر میدان سیال و ارتعاش طولی میکرو دندانه به صورت همزمان حل شده و در نهایت فاکتور کیفیت سیستم قابل محاسبه خواهد بود. جهت اعتبار سنجی کار، با در نظر گرفتن ابعاد هندسی بکار گرفته شده توسط آزما و همکاران [۳۰]، ضریب میرایی بدست آمده برای تشدید کننده در این تحقیق با ضریب میرایی بدست آمده از کار نظری آنها برای تشدید کننده غیر مدور محرک-شانه‌ای مقایسه شده و نتایج در جدول شماره ۲ آورده شده است.

جدول ۲- ضریب میرایی بدست آمده برای تشدید کننده در این تحقیق

با نتیجه بدست آمده از کار آزما و همکاران

آزما و همکاران [۳۰]	مقاله حاضر	ضریب میرایی تشدید کننده
۰/۰۷۱	۰/۰۶۵	اندازه

در شکل ۲ ضریب میرایی لزجی تشدید کننده بر حسب طول دندانه با در نظر گرفتن و بدون در نظر گرفتن شرایط مرزی لغزش در محل تماس سیال با دندانه نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که در نظر گرفتن شرایط مرزی لغزش باعث کاهش ضریب میرایی سیستم می‌گردد. در حالت عدم لغزش سیال در مرز سیال با جامد، حرکت سیال اطراف صفحه محدود به ارتعاش دندانه می‌گردد و اطلاعات حرکت میکرو صفحه راحت‌تر به میدان سیال انتقال می‌یابد. در نتیجه ضریب اصطکاک سیال افزایش یافته که در نهایت منجر به افزایش اثرات میرایی لزجی سیال روی ارتعاش تیر می‌گردد. ضمناً هرچه قدر طول تیر افزایش می‌یابد مساحتی که تنش برشی سیال روی آن اثر می‌کند افزایش یافته در نتیجه اثرات میرایی سیال روی تیر افزایش می‌یابد.

۵- نتایج عددی

خصوصیات فیزیکی و پارامترهای هندسی مدل مورد مطالعه در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱- خصوصیات ماده و همین طور هندسه میکرو دندانه مورد

مطالعه در این مطالعه

اندازه	پارامترهای هندسی و خصوصیات فیزیکی
۲۰(μm)	طول میکرو دندانه
۲۰(μm)	پهنای میکرو دندانه
۱(μm)	ضخامت میکرو دندانه
۲(μm)	شعاع دندانه ثابت
۳(μm)	شعاع دندانه متحرک
۱(μm)	فاصله سیال
۲۳۳۱(kg/m ³)	چگالی میکرو دندانه
۰/۴(N/m)	سختی میکرو دندانه
۱/۱۵۵۱(kg/m ³)	چگالی هوا
۱۹/۸(μPa.s)	لزجت دینامیکی هوا

با توجه به اینکه مود اول ارتعاشی میکرو دندانه به عنوان مود غالب سیستم می‌باشد. جهت بدست آوردن ضریب میرایی معادل سیستم، معادلات کوپل (۲۱) و (۲۳) با در نظر گرفتن شرایط مرزی (۱۷) و (۱۸) حل شده در مورد ارتعاشی اول سیستم حل می‌شوند. با محاسبه فرکانس میرایی مختلط بی‌بعد سیستم ضریب میرایی و در نهایت فاکتور سیستم که معیاری از میزان اتلاف انرژی تشدید کننده می‌باشد به صورت زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$QualityFactor = \frac{1}{2} \left| \frac{Im(s)}{Re(s)} \right|$$
(۲۵)

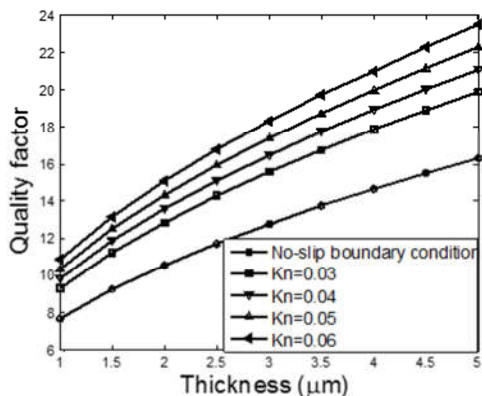
در رابطه (۲۵)، s فرکانس میرایی مختلط بی‌بعد سیستم می‌باشد. جهت حل معادلات (۲۱) و (۲۳) پاسخ هایی برای جملات زمانی آنها به فرم زیر برای آنها در نظر گرفته می‌شود:

$$\hat{\theta}(t) = \bar{\theta} e^{st}; \hat{\lambda}_n(t) = \bar{\lambda}_n e^{st}$$
(۲۶)

توابع شکلی بایستی طوری انتخاب شوند که شرایط مرزی مساله را ارضا نماید. در این تحقیق تابع شکلی زیر جهت حل مساله در نظر گرفته شده است:

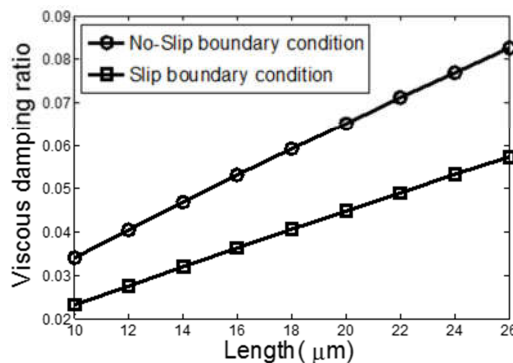
$$\varphi(\bar{r}) = \ln(\bar{r}) + a\bar{r} + b$$
(۲۷)

با در نظر گرفتن روابط (۲۶) به عنوان پاسخ زمانی سیستم و همین طور در نظر گرفتن تابع شکل رابطه (۲۷) و جایگذاری این روابط



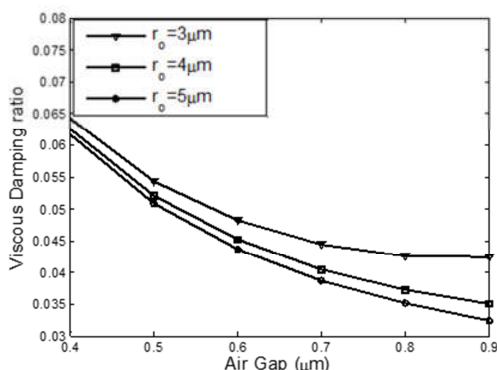
شکل ۴- نمودار بررسی اثرات ضخامت میکروصفحه و شرایط مرزی روی مقادیر فاکتور کیفیت تشدیدکننده

اثرات شکاف سیال روی میرایی لزجی سیال بر حسب طول میکرو صفحه به ازای اعداد نادسن مختلف رسم شده است. از روی نمودار مشاهده می‌شود که با افزایش عدد نادسن اثرات لغزش سیال در مرز سیال-جامد افزایش می‌یابد به عبارتی در اعداد نادسن بالا اطلاعات ارتعاش دندانه در مقایسه با اعداد نادسن پایین به راحتی به میدان سیال منتقل نمی‌شود که این امر در نهایت منجر به کاهش میرایی فیلم نازک سیال می‌گردد.



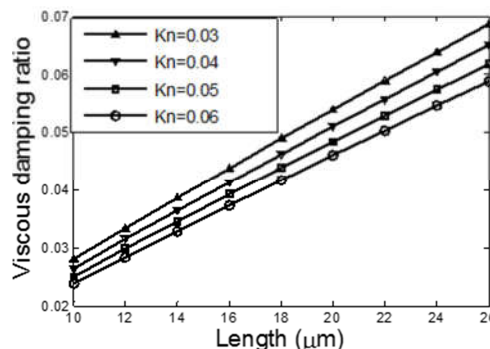
شکل ۲- نمودار ضریب میرایی تشدیدکننده بر حسب طول میکرو دندانه با در نظر گرفتن شرایط مرزی لغزش و عدم لغزش

در شکل ۳ ضریب میرایی لزجی سیال بر حسب طول میکرو صفحه به ازای اعداد نادسن مختلف رسم شده است. از روی نمودار مشاهده می‌شود که با افزایش عدد نادسن اثرات لغزش سیال در مرز سیال-جامد افزایش می‌یابد به عبارتی در اعداد نادسن بالا اطلاعات ارتعاش دندانه در مقایسه با اعداد نادسن پایین به راحتی به میدان سیال منتقل نمی‌شود که این امر در نهایت منجر به کاهش میرایی فیلم نازک سیال می‌گردد.



شکل ۵- نمودار بررسی اثرات اندازه شکاف سیال روی مقادیر ضریب میرایی تشدیدکننده

اثر نسبت شعاع خارجی به شعاع داخلی دندانه روی میرایی تشدیدکننده در حالت شرط مرزی عدم لغزش و شرط مرزی لغزش در شکل ۶ نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که در نسبت‌های بالای شعاع خارجی به داخلی دندانه و در شرایط مرزی عدم لغزش نسبت میرایی بالاتری حاصل می‌شود.



شکل ۳- نمودار ضریب میرایی تشدیدکننده بر حسب طول میکرو دندانه با در نظر گرفتن اعداد نادسن مختلف

نمودار فاکتور کیفیت تشدیدکننده بر حسب ضخامت تشدیدکننده با در نظر گرفتن اعداد نادسن مختلف در شکل ۴ نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد افزایش ضخامت میکرو صفحه با توجه به اینکه باعث افزایش فنریت صفحه می‌گردد، فاکتور کیفیت تشدیدکننده را افزایش می‌دهد. همین طور افزایش عدد نادسن و به تبع آن افزایش لغزش سیال در مرز آن با داندانه مرتعش سبب کاهش اثرات میرایی سیال و بالا رفتن فاکتور کیفیت تشدیدکننده می‌گردد.

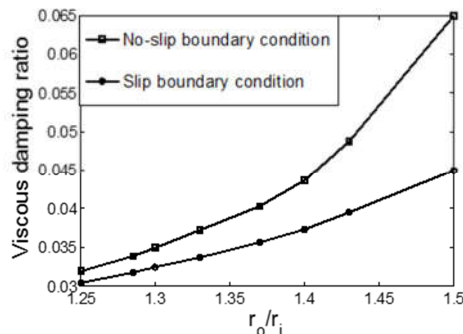
میکرو صفحه با توجه به اینکه فنریت دندانه افزایش می‌یابد فاکتور کیفیت تشدیدکننده افزایش می‌یابد.

۷- نمادها

A	مساحت (m^2)
τ	تنش برشی (Pa)
P	فشار ترمودینامیکی (Pa)
M	جرم دندانه متحرک (Kg)
r_o	شعاع دندانه متحرک (m)
r_i	شعاع دندانه ثابت (m)
μ	لزجت دینامیکی سیال (Pa.s)
ρ	چگالی سیال (kg/m^3)
K	ضریب فنریت دندانه متحرک (N/m)
v_θ	مولفه سرعت سیال در جهت θ (m/s)
h	شکاف سیال (m)
r	مختصات شعاعی
Kn	عدد نادسن
λ'	لزجت مرتبه دو سیال (Pa.s)

۸- مراجع

- [1] Rezazadeh G., Ghanbari M., On the modeling of a piezoelectrically actuated microsensor for simultaneous measurement of fluids viscosity and density. *Measurement* Vol. 43, No.10, pp.1516-1524, 2010
- [2] Ghanbari M., Hossainpour S., Rezazadeh G., On the modeling of a piezoelectrically actuated microsensor for simultaneous measurement of microscale fluid physical properties. *Applied Physics A*, Vol. 121, No. 2. pp. 651-663, 2015
- [3] Heinisch M., Voglhuber-Brunnmaier T., Reichel E. K., Dufour I., Jakoby B., Application of resonant tuning forks with circular and rectangular cross sections for precise mass density and viscosity measurements. *Sensors and Actuators A*, Vol. 226, pp. 163-174, 2015
- [4] Heinisch M., Reichel E. K., Dufour I., Jakoby B., Modeling and experimental investigation of resonant viscosity and mass density sensors considering their cross sensitivity to temperature. *Procedia engineering*, Vol. 87, pp. 472-475, 2014
- [5] Nguyen, C.T.-C., Vibrating RF MEMS for next generation wireless applications. *In Proceedings of the IEEE Custom Integrated Circuits Conference*, Orlando, FL, Piscataway, 2004
- [6] Sen P., Kim C. J, A liquid-solid direct contact low-loss RF micro switch. *Journal of microelectromechanical systems*, Vol.18, No.5, pp.990-997, 2009
- [7] Samaali H., Najar F., Choura S., Nayfeh A. H, A double microbeam MEMS ohmic switch for RF-applications with low actuation voltage. *Nonlinear Dynamics*, Vol. 63, No. 4, pp. 719-734, 2011
- [8] Iannacci J., RF-MEMS for 5G applications: a reconfigurable 8-bit power attenuator working up to 110 GHz. Part1: design concept, technology and working principles. *Microsystem technologies*, doi:10.1007/s00542-019-04591-0, 2019
- [9] Revathi S., Padmanabhan R., Design and development of piezoelectric composite-based micropump. *Journal of microelectromechanical systems*, Vol. 27, No.6, pp. 1105-1113, 2018
- [10] Revathi S., Padmapriya N., Padmanabhan R., A design analysis of piezoelectric- polymer composite-based valveless



شکل ۶- نمودار بررسی اثرات نسبت شعاع خارجی به شعاع داخلی میکرو دندانه روی ضریب میرایی تشدیدکننده

۶- نتیجه گیری

در مقاله حاضر میرایی فیلم نازک سیال به عنوان منبع اصلی اتلاف انرژی در تشدیدکننده‌های محرک-شانه‌ای مدور مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت. مدل پیشنهادی شامل یک میکرو دندانه صلب مرتعش به فرم صفحه بوده که توسط دو دندانه ثابت در بالا و پایین احاطه شده بود. بین دندانه های ثابت و دندانه متحرک سیال هوا قرار داشت. هدف بدست آوردن فرکانس‌های میرایی سیستم و در نهایت نسبت میرایی یا فاکتور کیفیت ریز تشدیدکننده بود. جهت این کار معادله حاکم بر ارتعاش طولی دندانه و همین طور معادله حاکم بر میدان سیال با در نظر گرفتن شرایط مرزی لغزش در مرز سیال- جامد استخراج گردید. بعد از بی بعد سازی معادلات، این معادلات کوپل شده با بکارگیری روش عدد گلرکین جداسازی و حل شدند و در نهایت ضریب میرایی تشدیدکننده محاسبه گردید. نتایج نشان داد که بکارگیری شرایط مرزی لغزش در مرزهای سیال- جامد باعث کاهش نسبت میرایی سیستم می‌گردد. در حالت عدم وجود لغزش، آزادی حرکت ذرات اطراف ساختار مرتعش در مقایسه با حالتی که لغزش وجود دارد کمتر بوده و اطلاعات حرکت ساختار به راحتی به میدان سیال انتقال می‌یابد. در نتیجه اثرات اصطکاک سیال افزایش و در نهایت فاکتور کیفیت سیستم کاهش می‌یابد. همین‌طور نتایج نشان داد که با افزایش عدد نادسن اثرات لغزش روی مرز افزایش یافته در نتیجه ضریب میرایی تشدیدکننده کاهش می‌یابد. بررسی اثرات طول دندانه روی نسبت میرایی سیستم نشان داد که با افزایش طول دندانه اندازه سطحی که تنش برشی سیال روی آن اثر می‌کند افزایش و در نتیجه فاکتور کیفیت سیستم کاهش می‌یابد. در ادامه، اندازه شکاف سیال روی میرایی تشدیدکننده مورد بررسی قرار گرفت. کاهش اندازه شکاف سیال از طرفی سبب افزایش اثرات تنش برشی سیال روی دندانه متحرک شده و از طرفی با افزایش عدد نادسن سبب افزایش اثرات لغزش در سطوح مرزی سیال-جامد می‌شود. اثرات افزایش لغزش به اثرات افزایش تنش برشی سیال غلبه کرده و در نهایت نسبت میرایی کمتری برای تشدیدکننده حاصل شد. اثر نسبت شعاع خارجی به شعاع داخلی دندانه روی میرایی تشدیدکننده در حالت شرط مرزی عدم لغزش نتایج نشان داد که در نسبت‌های بالای شعاع خارجی به داخلی دندانه و در شرایط مرزی عدم لغزش و نسبت میرایی بالاتری برای تشدیدکننده حاصل می‌شود. ضمناً نتایج نشان داد که افزایش ضخامت

- comb-drive micro-resonator based on micro-polar fluid theory, *Acta Mechanica Sinica*, Vol. 32, No.3, pp.397-405, 2015
- [31] Du Y., Zhou G., Cheo K. L., Zhang Q., Feng H., Chau F. S., A 2-DOF circular-Resonator-Driven in-plane vibratory grating laser scanner. *Journal of Microelectromechanical System*, Vol. 18, No.4, pp. 892-904, 2009
- [32] Blech J. J, On isothermal squeeze films. *Journal of Lubrication Technology*, Vol. 105, No. 4, pp. 615-620, 1983
- [33] Vejjola T., Compact Models for Squeezed-Film Dampers with Inertial and Rarefied Gas Effects, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 14, No.7, pp.1109-1118, 2004
- [34] Ye W., Wang X., Hemmert W., Freeman D., and White J., Air damping in lateral oscillating micro-resonators: a numerical and experimental Study. *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 12, No.5, pp. 557-566, 2003
- [35] Pengwang E, Rabenoroso K, Rakotondrabe M, Andreff N., Scanning micromirror platform based on MEMS technology for medical application, Vol.7, No.24 : 10.3390/mi7020024, 2016
- [36] Ghanbari M., Hossainpour S., Rezazadeh G, On the modeling of a piezoelectrically actuated microsensors for measurement of micro-scale fluid physical properties, *Applied physics A*, Vol. 121, pp.651-663, 2015
- micropump. *International Journal of Modelling and Simulation*, Vol. 39, No. 4): 1-15, 2019
- [11] Bormashenko E., Balter R., Aurbach D., Micropump based on liquid marbles. *Applied Physics Letters*, Vol. 97:091908, 2010
- [12] Ghanbari M., Rezazadeh G., A liquid-state high sensitive accelerometer based on a micro-scale liquid marble. *Microsystem Technologies*. doi:10.1007/s00542-019-04528-7, 2019
- [13] Cleland A. N., Roukes M. L, A nanometre-scale mechanical electrometer. *Nature*, Vol. 392:160-162, 1998
- [14] Burns D. W., Zook J. D., Horning R. D et al., Sealed-cavity resonant microbeam pressure sensor. *Sensors and Actuators A*, Vol. 48, No. 3, pp. 179-186, 1995
- [15] Yasumura K.Y., Stowe T. D., Chow E. M et al., Quality factor in micro- and submicron-thick cantilevers. *Journal of Microelectromechanical systems*, Vol. 9, No.1, pp.117-125
- [16] Burns D. W., Horning R. D., Herb W. R et al., Sealed-cavity resonant microbeam accelerometer. *Sensors and Actuators A*, Vol. 53, No.1-3, pp.:249-255, 1996
- [17] Azizi S., Rezazadeh G., Ghazavi M. R., Esmailzadeh Khadem S., Stabilizing the pull-in instability of an electrostatically actuated micro-beam using piezoelectric actuation. *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 35, No. 10, pp. 4796-4815, 2011
- [18] Azizi S., Ghazavi M. R., Esmailzadeh Khadem S., Rezazadeh G., Cetinkaya C, Application of piezoelectric actuation to regularize the chaotic response of an electrostatically actuated micro-beam. *Nonlinear Dynamics*, Vol. 73, No.1-2, pp. 853-867, 2013
- [19] Newell W. E., Miniaturization of tuning forks. *Science*, Vol. 161, pp.1320-1326, 1968
- [20] Nayfeh H., Younis M. I, A new approach to the modeling and simulation of flexible microstructures under the effect of squeeze-film damping. *Journal of Micromechanics and microengineering*, Vol. 14, No. 2, pp. 170-181, 2004
- [21] Alcheikh N., Kosuru L., Jaber N., Bellaredj, M., Younis M., Influence of squeeze film damping on the higher-order modes of clamped-clamped microbeams. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 26, No. 6, pp. 065014, 2016
- [22] Galisultanov A., Moal P. L., Bourbon G., Walter V, Squeeze film damping and stiffening in circular CMUT with air-filled cavity: Influence of the lateral venting boundary conditions and the bias voltage. *Sensors and Actuators A*, Vol. 266, pp.15-23, 2017
- [23] Feng C. H., Zhao Y. P., Liu D. Q., Squeeze-film effects in MEMS devices with perforated plates for small amplitude vibration. *Microsystem Technologies*, Vol. 13:625, 2006
- [24] Ghanbari M., Hossainpour S., Rezazadeh G., Study of Squeeze film damping in a micro-beam resonator based on micropolar theory. *Latin American Journal of Solids and Structures*, Vol. 12, No.1, pp.77-91, 2014
- [25] Younis M. I., Nayfeh A. H., Simulation of squeeze-film damping of microplates actuated by large electrostatic load. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*. Vol. 2, No. 3, pp 101-112, 2007
- [26] Chatrejee S., Pohit G., A large deflection model for the pull-in analysis of electrostatically actuated micro cantilever beams. *Journal of Sound and Vibration*, Vol 322, pp. 969-986, 2009
- [27] Chatrejee S., Pohit G., Squeeze- film characteristics of cantilever micro-resonators for higher modes of flexural vibration. *International Journal of Engineering Science and Technology*, Vol. 2, No. 4, pp.187-199, 2010
- [28] Wang W., Jia J., Li J., Slide film damping in microelectromechanical system devices. *Journal of Nanoengineering and Nanosystems*, Vol. 227, No.4, pp. 162-170, 2013
- [29] Cho Y. H., Pisano A. P., Howe R. T, Viscous damping model for laterally oscillating microstructures. *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 3, No. 2, pp. 81-87, 1994
- [30] Azma S., Rezazadeh G., Shabani R., Alizadeh-Haghighi E, Viscos fluid damping in a laterally oscillating finger of a